

金融高度化セミナー

信用リスク計量モデルの基礎と応用

2007年3月

日本銀行 金融機構局

金融高度化センター

肥後秀明

hideaki.higo@boj.or.jp

03-3277-1130

<http://www.boj.or.jp/theme/finsys/center/index.htm>

本日の内容

I. 信用リスクの指標、各種計量モデル

II. 計量モデルの考え方

(1) モンテカルロ・シミュレーションとは

(2) マートン型1ファクターモデルとは

(3) 相関を考慮したモンテカルロ・シミュレーション

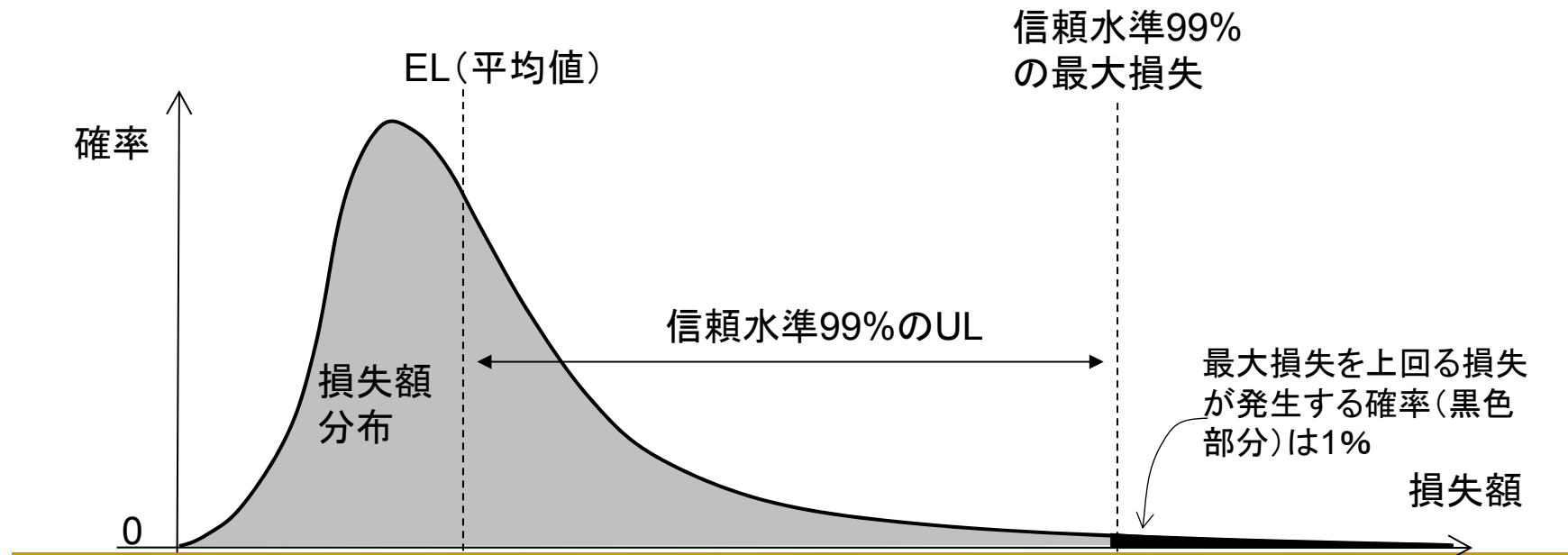
III. リスク計量結果の活用方法

I. 信用リスクの指標、各種計量モデル

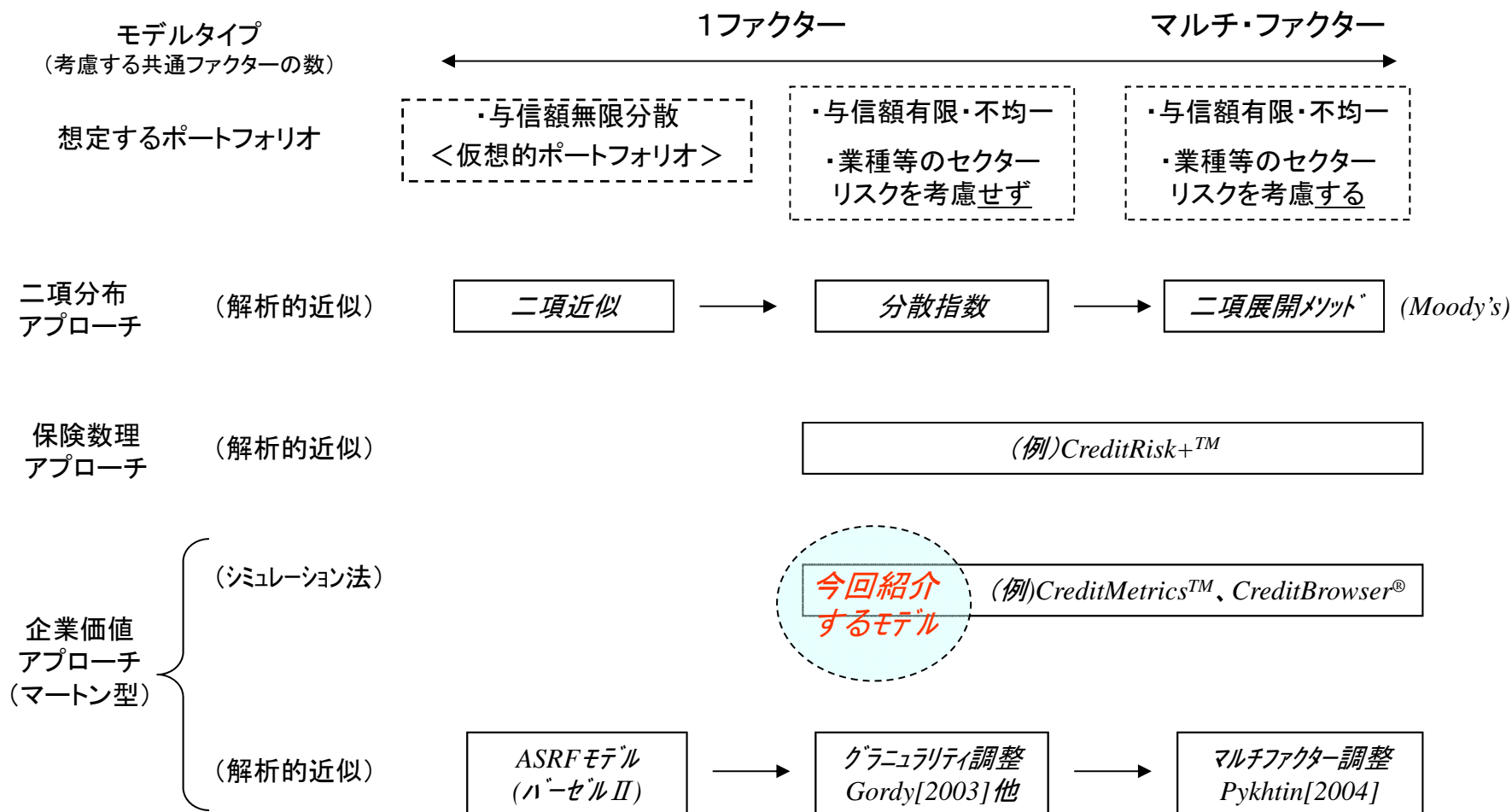
リスク指標

- 不良債権比率、大口先未保全額(自己資本・収益力対比)
...もリスク指標
- EL (Expected Loss、期待損失<予想損失>)
 - 与信ポートフォリオから生じる損失額の「平均値」
- 最大損失
 - 小さな確率(1%、0.1%等)で生じ得る「大きな損失額」
- UL (Unexpected Loss、非期待損失<予想外損失>)
 - 最大損失のうちELを上回る部分($UL = \text{最大損失} - EL$)

確率論的な
考え方



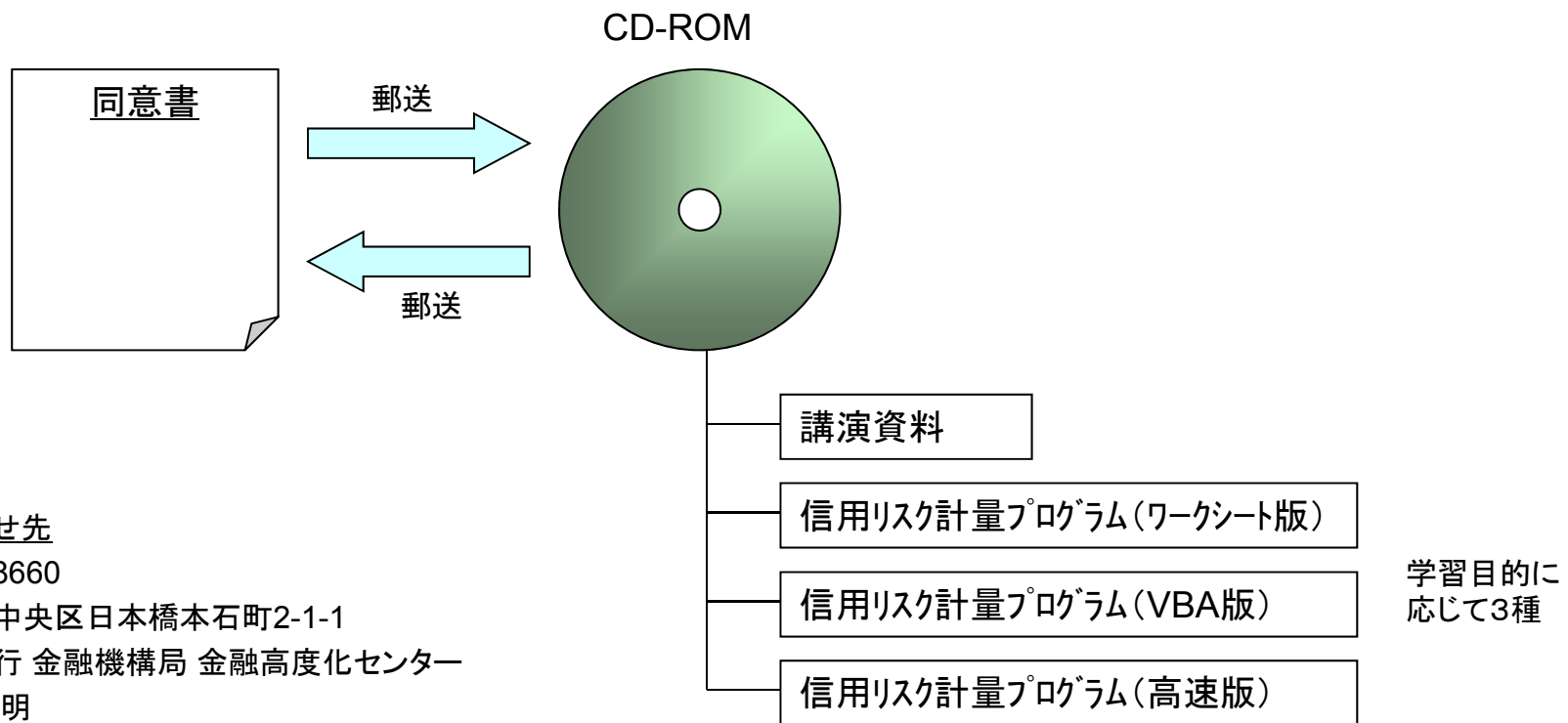
信用リスク計量モデルの鳥瞰図



CreditRisk+TMはCredit Suisse Groupの、CreditMetricsTMはRiskMetrics Groupの、CreditBrowser[®]はニューメカニカルテクノロジーズ(株)の登録商標です

信用リスク計量化学習ソフト

- マートン型の1-factorモデルを使って、計算ロジックやリスク計量に習熟するためのソフト



お問合せ先
〒103-8660
東京都中央区日本橋本石町2-1-1
日本銀行 金融機構局 金融高度化センター
肥後 秀明
03-3277-1130 hideaki.higo@boj.or.jp

※本学習ソフトの配布は現在行っておりません。

データ入力画面(高速版)

①債務者データ入力

②シミュレーション・パラメータ入力

Microsoft Excel - 信用リスク計算プログラム(高速版)

127

信用リスク計算プログラム(高速版)

入力可能なセル(色付きのセル)は、保護されています。セルの保護を解除する場合のパスワードは1234です。

〈参考〉債務者データの統計量

	PD	EAD	LGD	R
データ数	500	500	500	500
合計値	---	---	---	---
平均値	2.1%	51%	0.05	---
最小値	0.2%	0%	0.00	---
最大値	10.0%	100%	0.10	---
最大ウェイト	---	---	---	---

期待損失(EL) $107.0 = \sum [PD_i \times AD_i \times LGD_i]$

1-factor Mertonモデルによるモンテカルロ・シミュレーションのパラメータ

パラメータ	値
債務者数	500 社
試行回数(ノズル数)	30,000 回
UL信頼水準①	95.00% (0%より大かつ100%未満)
UL信頼水準②	99.00% (")
UL信頼水準③	99.90% (")

モンテカルロ・シミュレーション実行

シミュレーション結果(計算エンジン: MC02.exe)

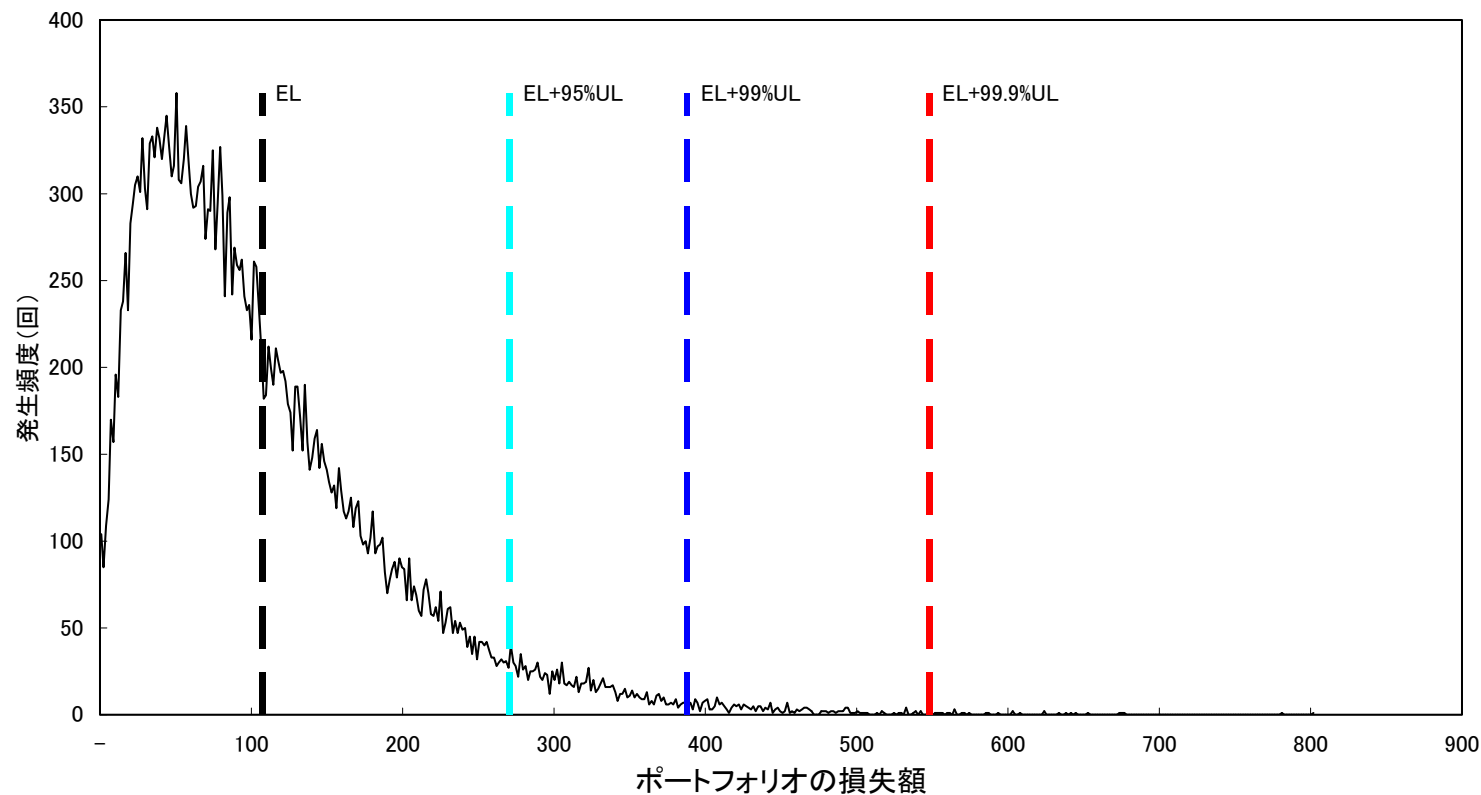
項目	値
EL	107.0
95%UL	107.0
99%UL	107.0
99.9%UL	107.0
計算時間	分

③実行ボタン

④結果出力

出カグラフ①

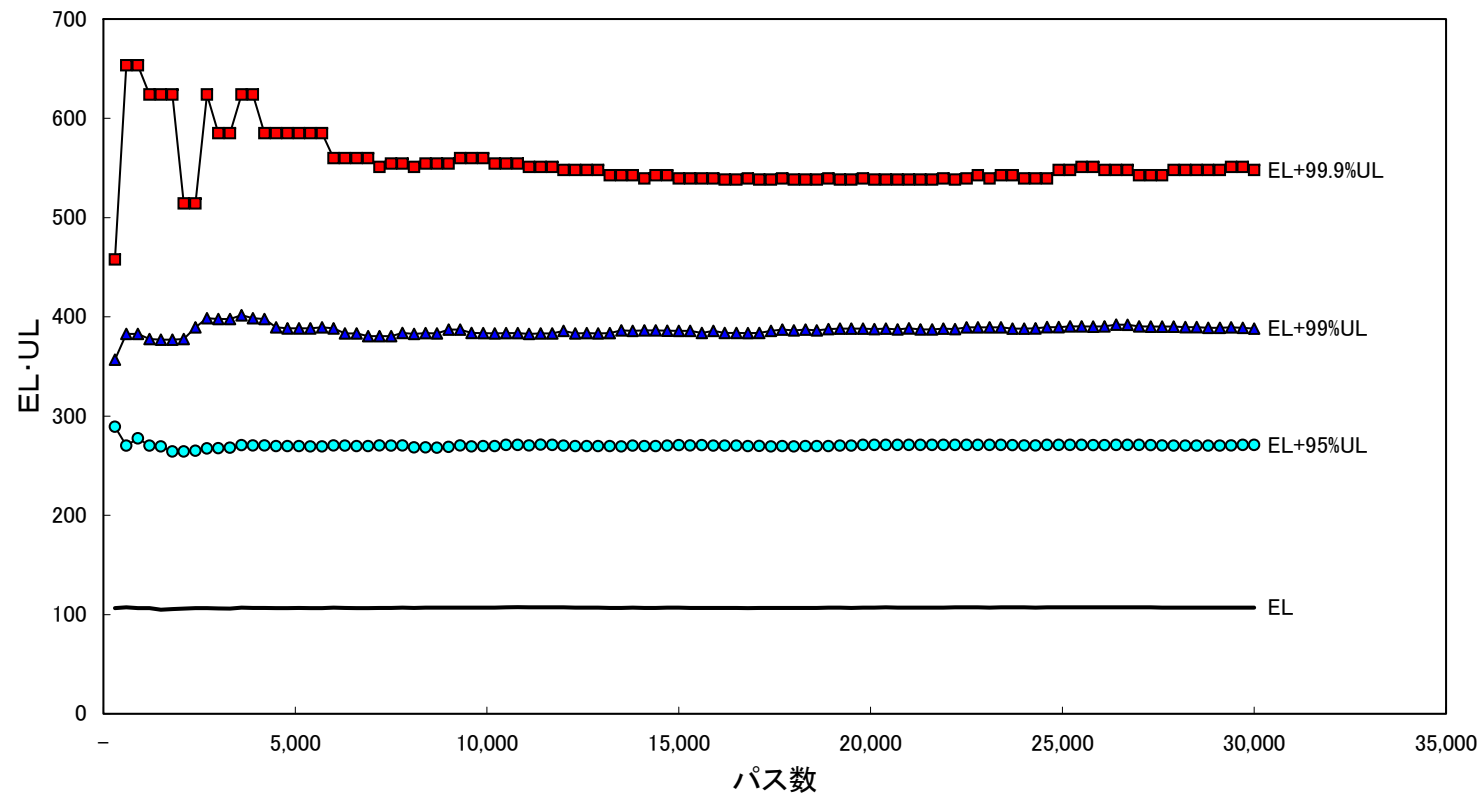
ポートフォリオ損失額分布



損失分布とEL(予想損失)、UL(予想外損失)の位置をグラフ化

出カグラフ②

EL、ULの中間ラップ



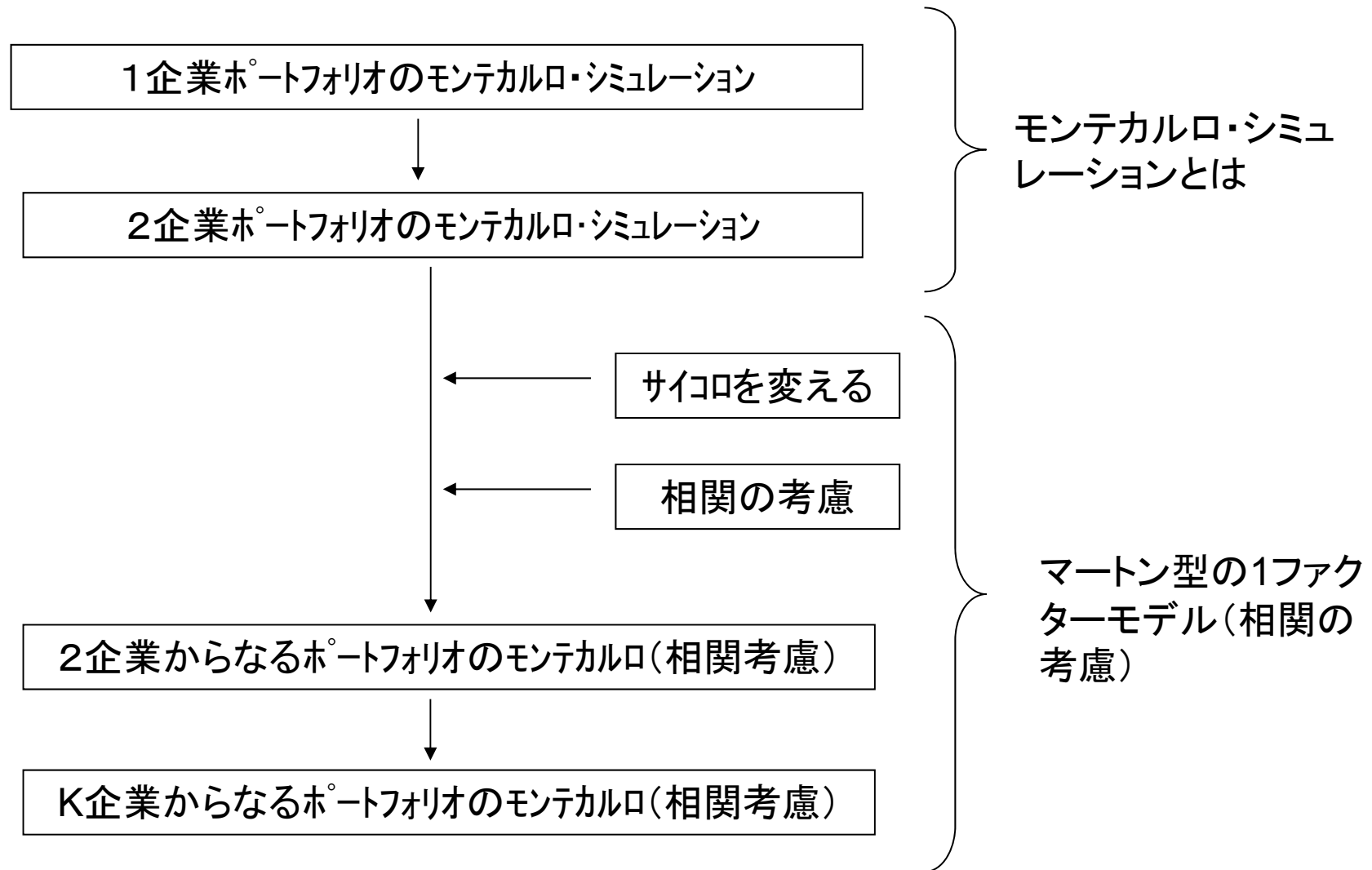
何万回シミュレーションしたら収束(安定)するか(「1万回」とか決め打ちしがち)

入力データについて

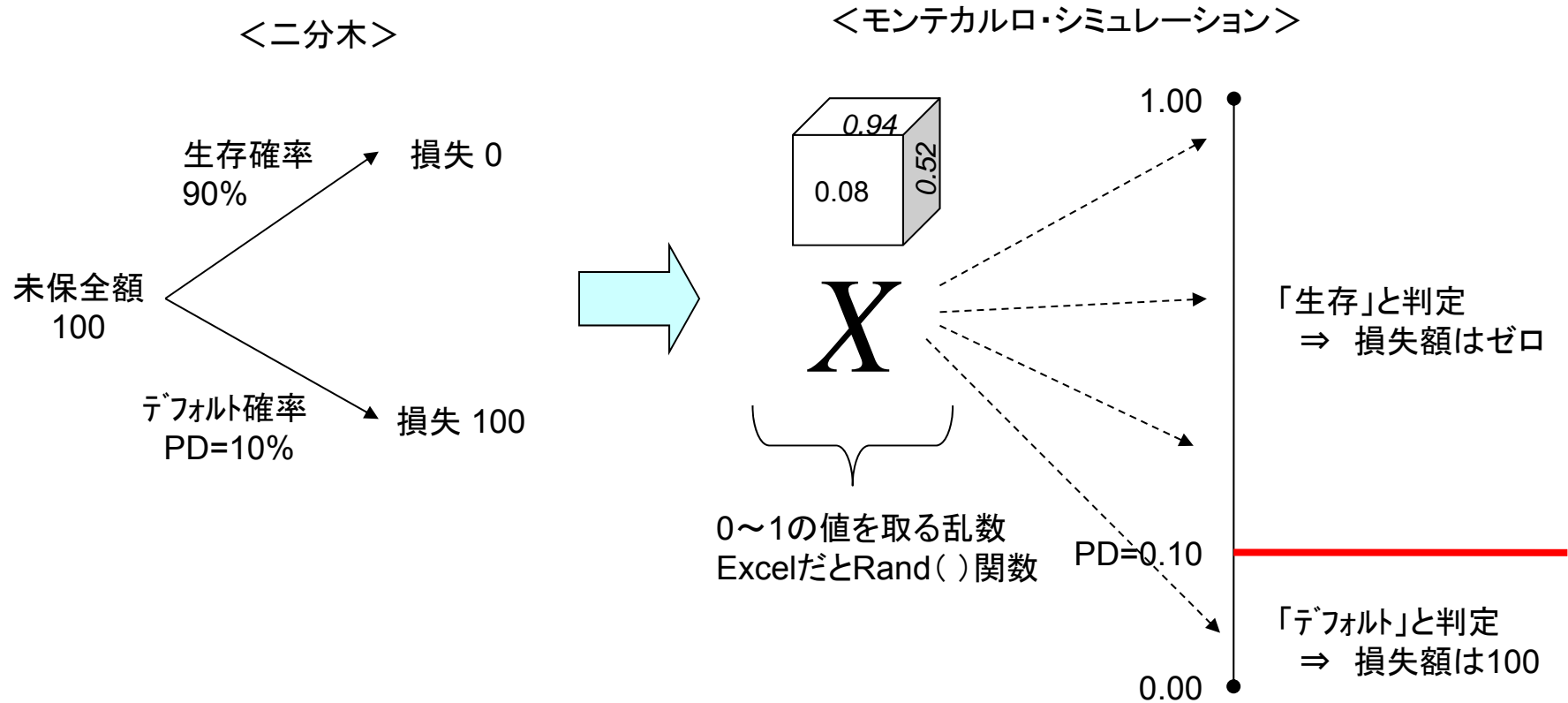
PD(デフォルト確率)	内部格付別のデフォルト率実績や外部データ等から推計されるデフォルト確率 【簡便】債務者区分別のデフォルト率実績(件数ベース)
EAD(デフォルト時エクスポージャー)	コミットメントライン・当座貸越枠の引出し等も考慮したデフォルト時の予想与信額 【簡便】現在の与信額
LGD(デフォルト時損失率)	担保種類別等の回収実績、回収期間等から推計される予想損失率 【簡便】未保全率
R(相関)	デフォルト率のボラティリティから推測(モーメント法、最尤法) 【簡便】・・・に求める方法がない！ 【代案】①リスク量と過去の信用コストを比較し、もっともらしい「R」を選択。 ②一定のRを使用し、リスク量の時系列的な「変化」をみる。
信頼水準	任意の水準(邦銀では99%が多い)
試行回数(パス数)	解が安定する回数(前ページのグラフを見ながら)

簡便に計算することも可。算出数値が「実感」に合うか(逆に言えば、どのようなパラメータで計算すると「実感」に合うか、を確認すること)が重要。

II. 計量モデルの考え方



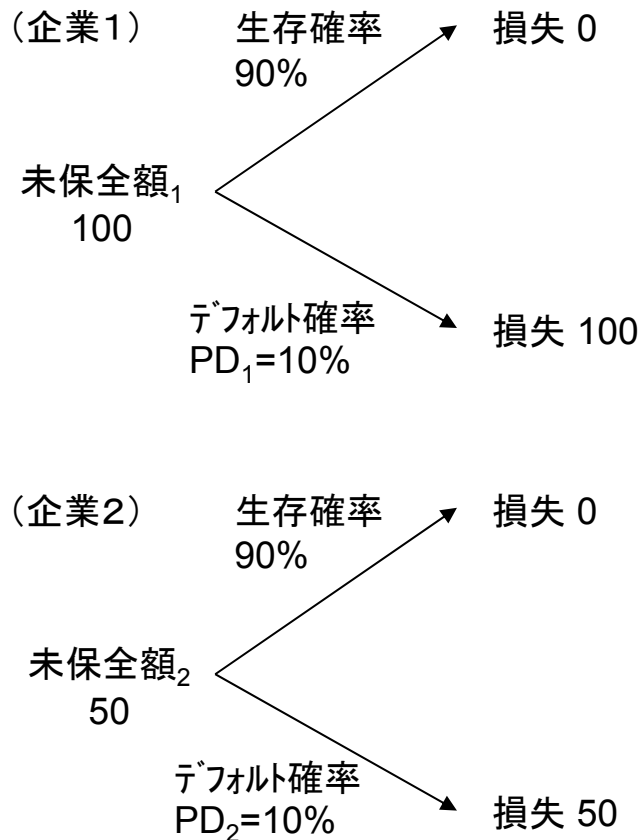
(1)モンテカルロ・シミュレーションとは 1企業ポートフォリオのモンテカルロ・シミュレーション



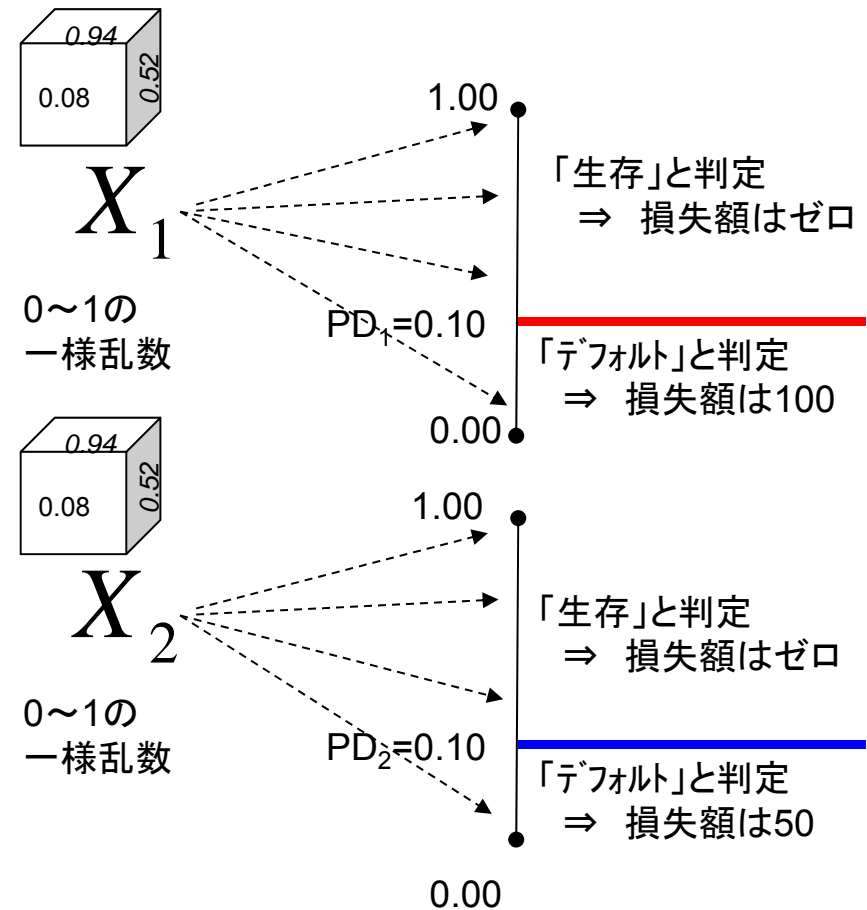
Xを何回も発生させて、損失額の分布を描く

2 企業ポートフォリオのモンテカルロ・シミュレーション

<二分木>



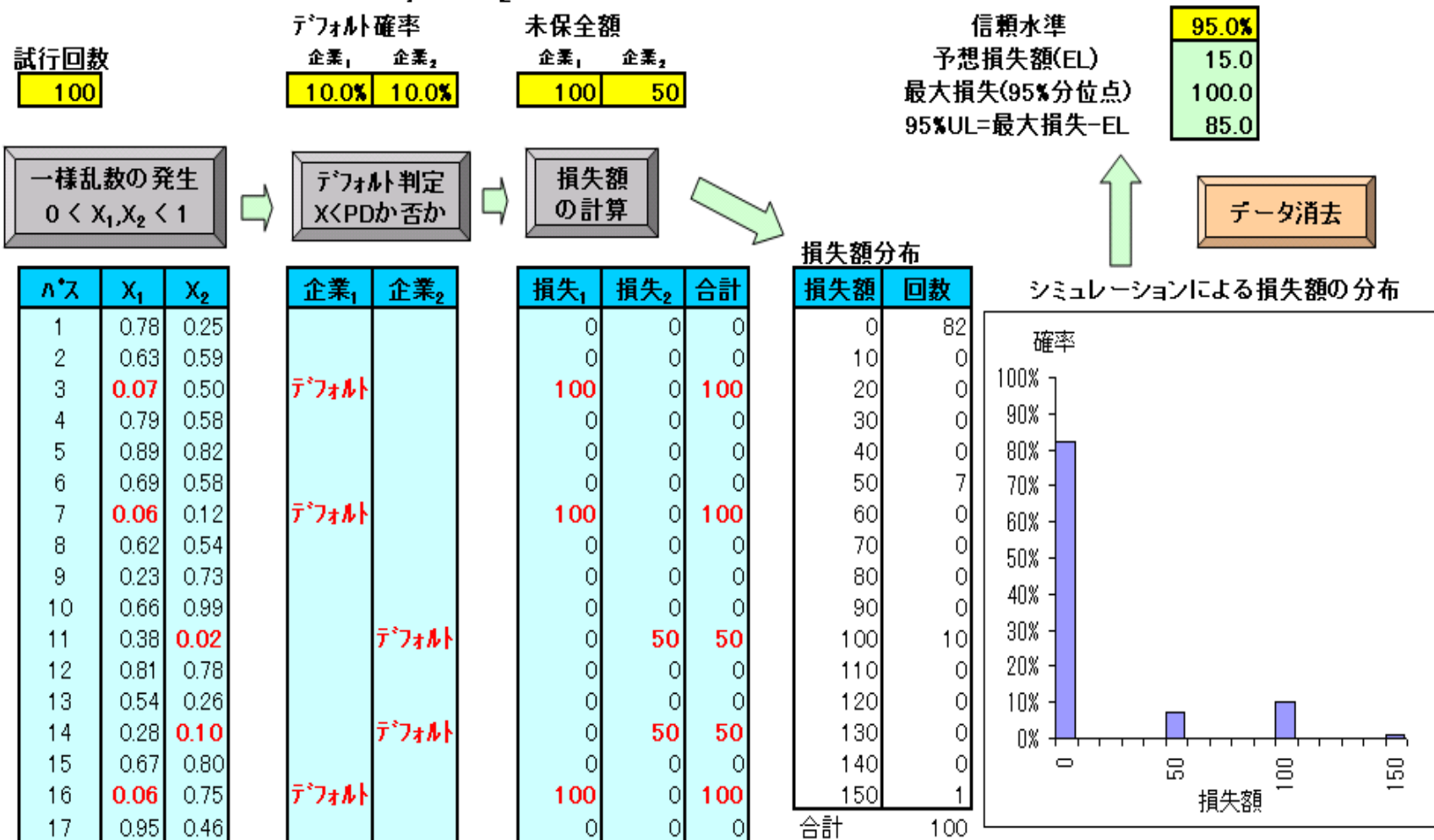
<モンテカルロ・シミュレーション>



X_1 、 X_2 を何回も発生させて、損失額(合計)の分布を描く

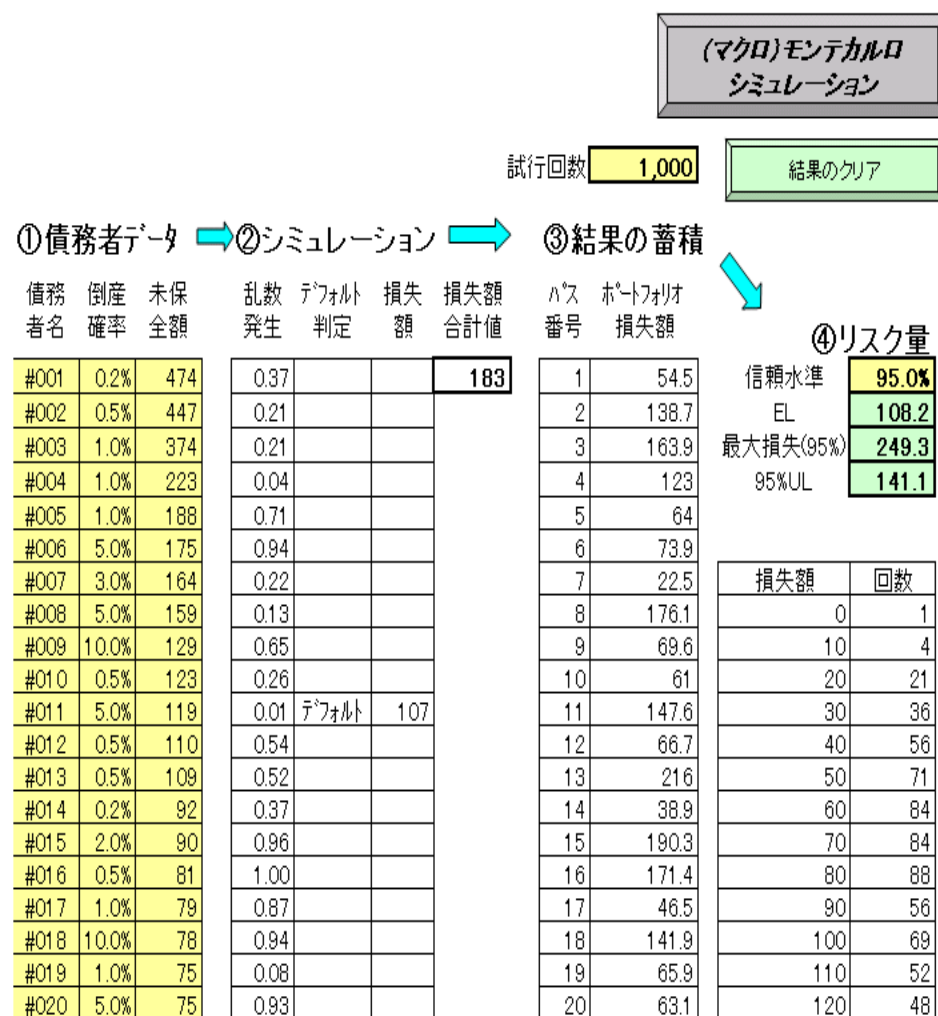
Excel「2企業のモンテカルロ・シミュレーション」

2企業ポートフォリオ(企業₁,企業₂)のモンテカルロシミュレーション

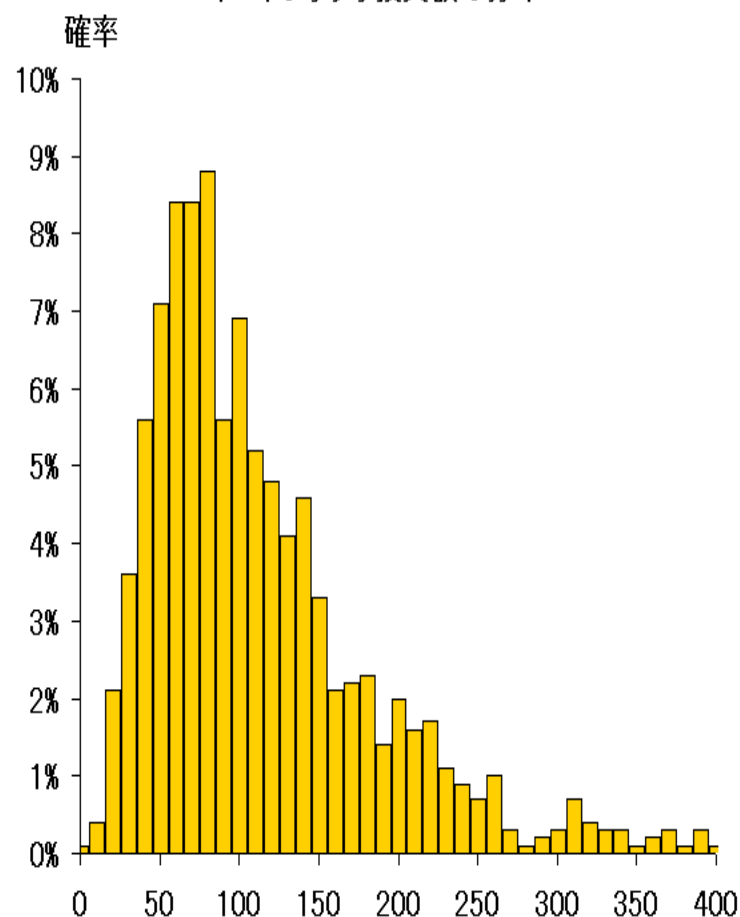


Excel「500企業のモンテカルロ・シミュレーション」

500企業のモンテカルロ・シミュレーション



ポートフォリオ損失額の分布



相関・・・2企業ケースの場合分け

		企業1	
		死(10%)	生(90%)
企業2	生(90%)	確率②	確率③
	死(10%)	確率①	確率④

それぞれのマスの確率はいくつか？

- 確率①＝企業1のデフォルト確率(10%) × 企業2のデフォルト確率(10%) ではない。
(例1) 企業1がデフォルトする時、企業2も常にデフォルトする。

確率①＝10%

≠企業1のデフォルト確率 × 企業2のデフォルト確率(=1%)

- (例2) 企業1がデフォルトする時、企業2は絶対にデフォルトしない。

確率①＝0%

≠企業1のデフォルト確率 × 企業2のデフォルト確率(=1%)


相関とデフォルト確率

<正の相関>

		企業1	
		死(10%)	生(90%)
企業2	生(90%)	②	③
	死(10%)	①	④

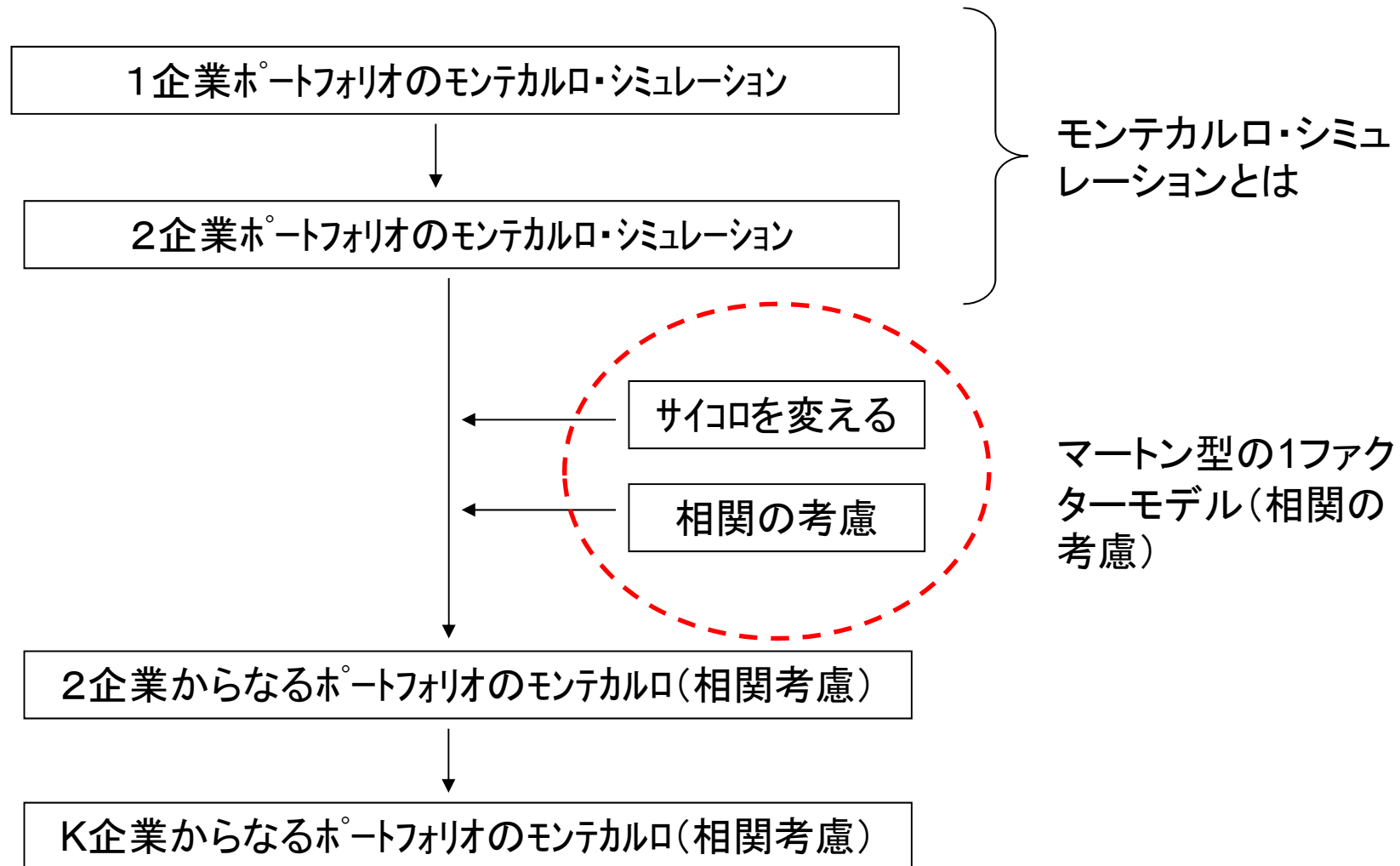
<負の相関>

		企業1	
		死(10%)	生(90%)
企業2	生(90%)	②	③
	死(10%)	①	④

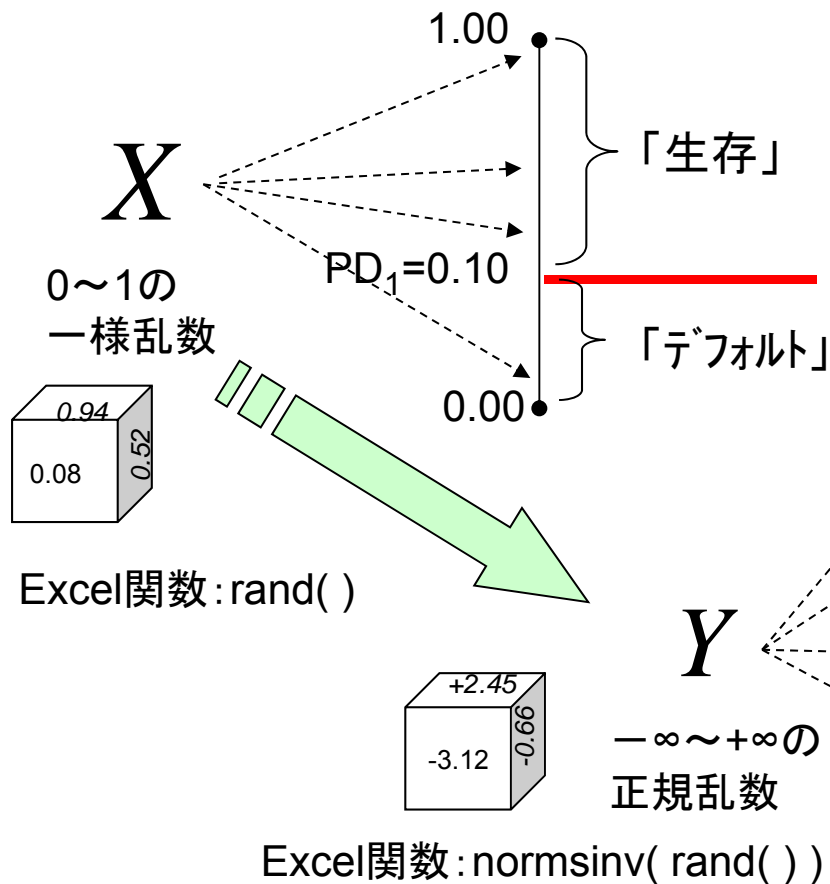
 確率が高いところ

- 確率①～④は、「相関」によって変わるだろう
- では、「相関」をどのように取り込めばよいか？

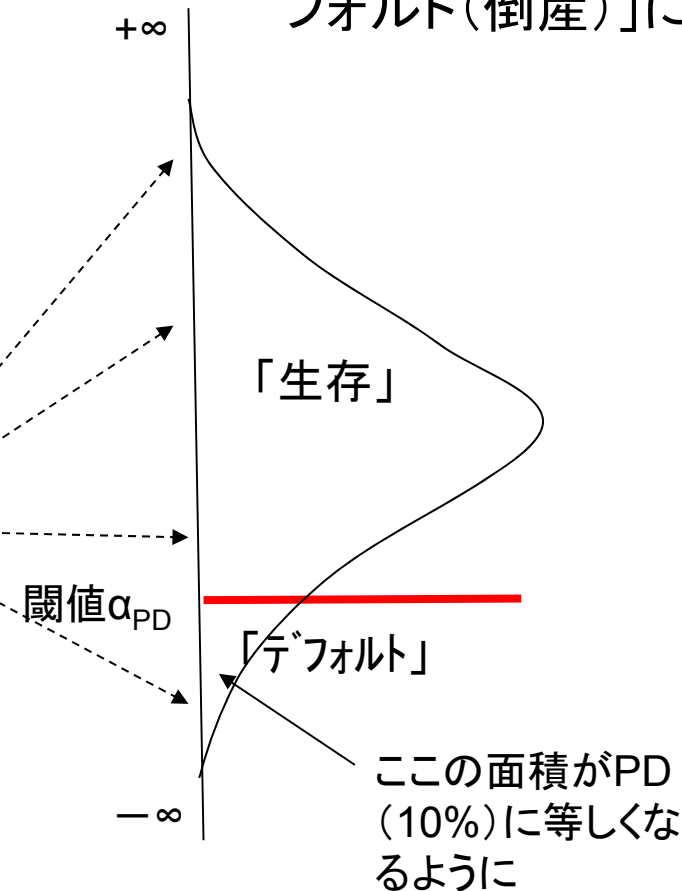
(2) マートン型1ファクターモデル(相関の考慮)



サイコロXをYへ変える



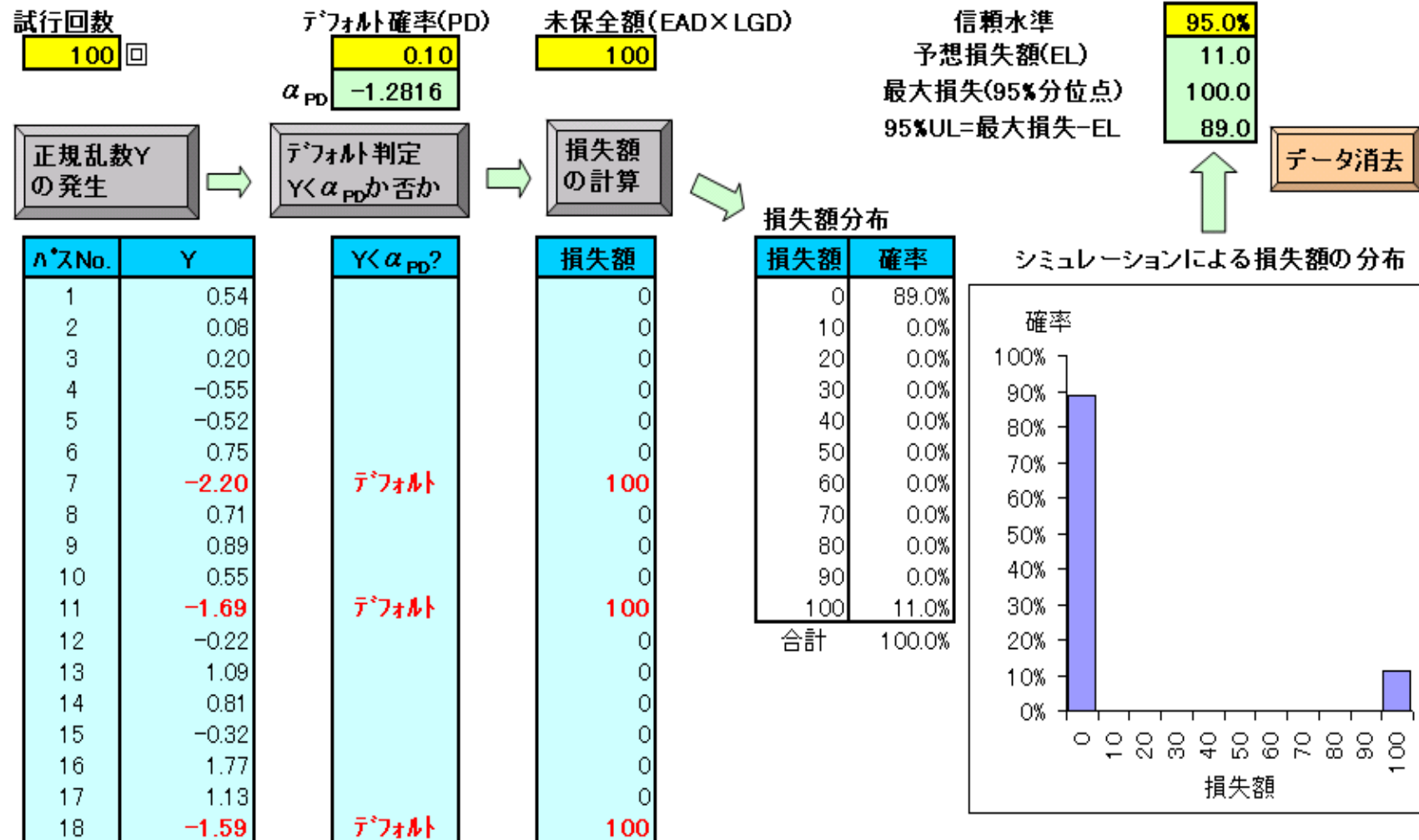
- 「Xが0.1を下回ったらデフォルト(倒産)」
⇒ 「Yが α_{PD} を下回ったらデフォルト(倒産)」に置換え



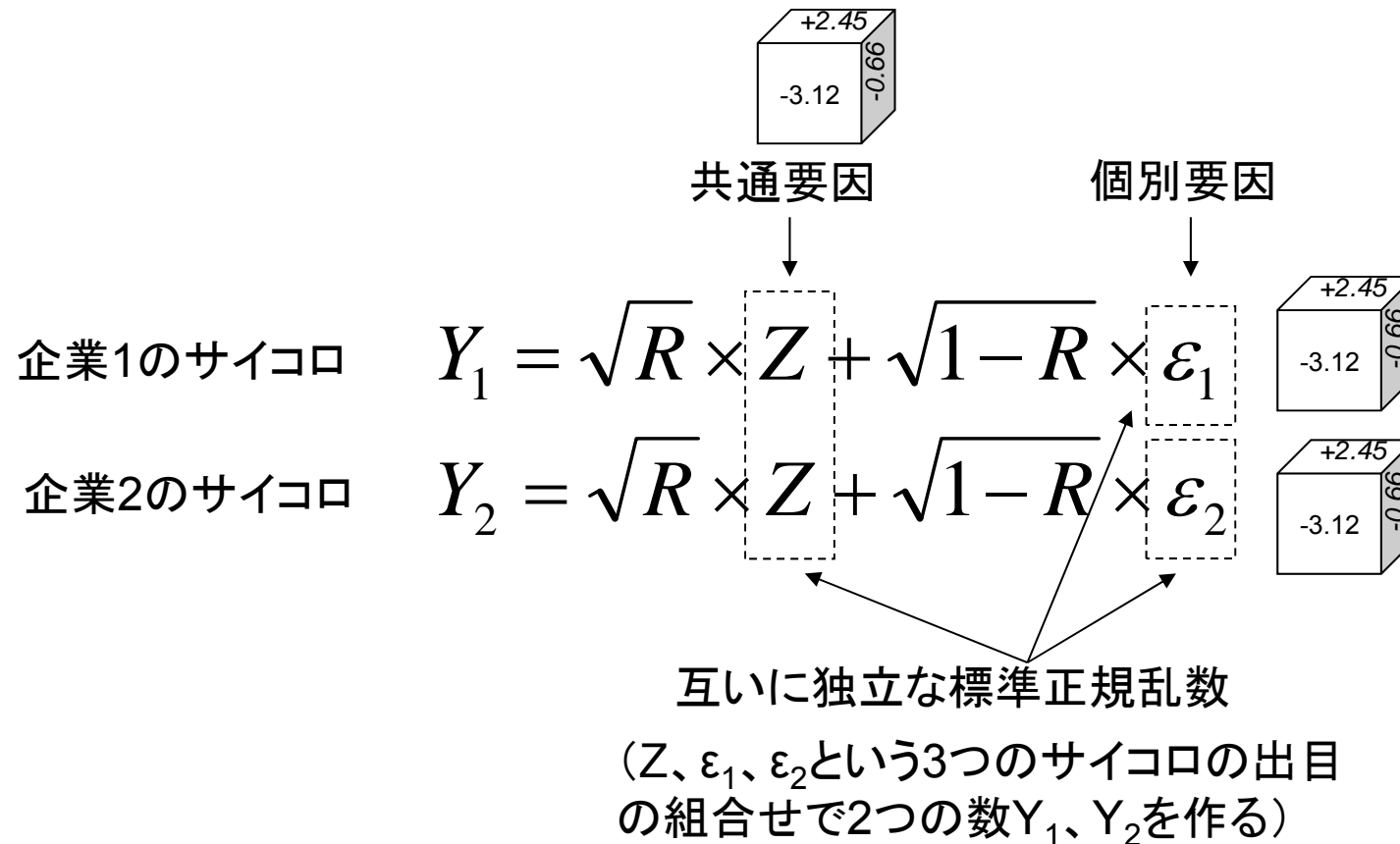
(注) Excelのワークシート関数normsinvは実行速度が遅いため、ExcelでシミュレーションするのであればVBAで正規乱数を発生させるプログラムを書いた方がよい。

Excelワークシート「正規乱数による1企業モンテカルロ」

正規乱数による1企業モンテカルロシミュレーション・・・様乱数(X)ではなく正規乱数(Y)を使用



共通要因と個別要因



相関Rを変化させることで2つのサイコロの連動性をコントロール

相関Rの働き

企業1のサイコロ $Y_1 = \sqrt{R} \times Z + \sqrt{1-R} \times \varepsilon_1$

企業2のサイコロ $Y_2 = \sqrt{R} \times Z + \sqrt{1-R} \times \varepsilon_2$

$R \rightarrow 0$

$Y_1 = \varepsilon_1 \quad Y_2 = \varepsilon_2$

Y_1 と Y_2 は無相関

$R \rightarrow 1$

$Y_1 = Z \quad Y_2 = Z$

Y_1 と Y_2 は完全に一致

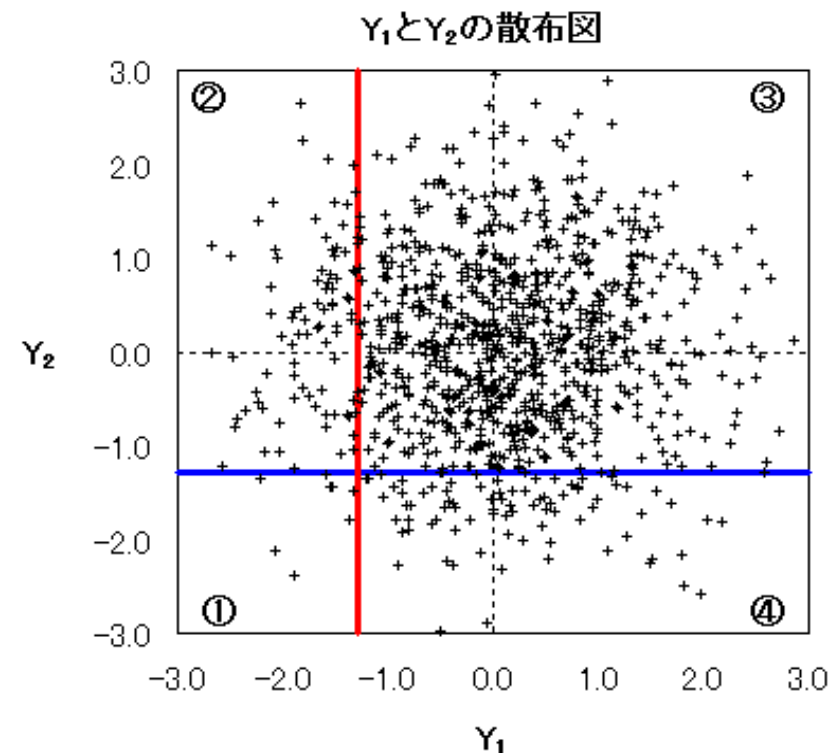
相関とサイコロの連動性①

相関Rの変化と Y_1 、 Y_2 の関係

相関R	0.00		
PD ₁	10%	α_{PD1}	-1.28
PD ₂	10%	α_{PD2}	-1.28

相関R=0.0の場合

No.	標準正規乱数			$Y_1 = \sqrt{R}Z + \sqrt{1-R}\varepsilon_1$	$Y_2 = \sqrt{R}Z + \sqrt{1-R}\varepsilon_2$
	Z	ε_1	ε_2		
1	-0.07	1.25	-0.05	1.254	-0.048
2	-0.12	-0.22	-0.30	-0.223	-0.304
3	-1.39	-0.99	1.31	-0.989	1.307
4	-0.78	1.65	0.39	1.650	0.386
5	-0.93	-0.92	0.36	-0.923	0.361
6	0.43	-2.12	0.41	-2.119	0.412
7	-1.19	0.95	-1.66	0.954	-1.660
8	1.54	0.82	0.44	0.816	0.441
9	-0.40	2.42	1.89	2.417	1.888
10	0.52	-0.27	1.73	-0.273	1.733
11	0.51	-1.07	1.02	-1.067	1.022
12	-0.38	0.78	0.97	0.783	0.967
13	0.71	-0.81	-1.91	-0.810	-1.912
14	-0.72	0.19	-0.86	0.190	-0.862
15	0.47	-0.53	0.06	-0.531	0.062
16	0.76	-0.42	-1.59	-0.417	-1.594
17	1.95	-0.49	-1.29	-0.488	-1.285
18	-0.90	-0.64	0.69	-0.643	0.688
19	0.87	-0.32	1.47	-0.315	1.468



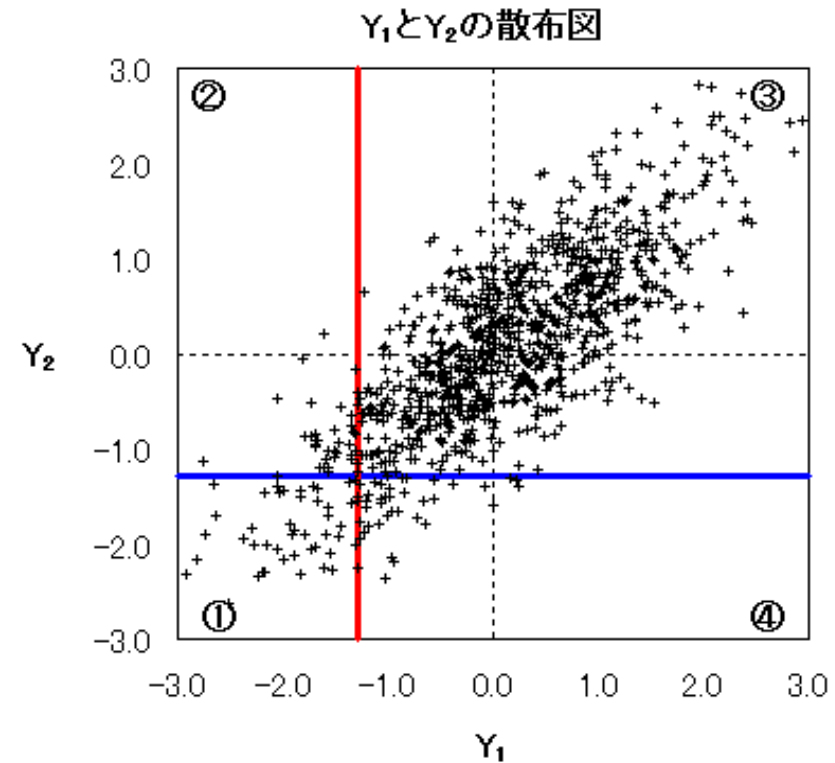
相関とサイコロの連動性②

相関Rの変化と Y_1 、 Y_2 の関係

相関R	0.80		
PD ₁	10%	α_{PD1}	-1.28
PD ₂	10%	α_{PD2}	-1.28

相関R=0.8の場合

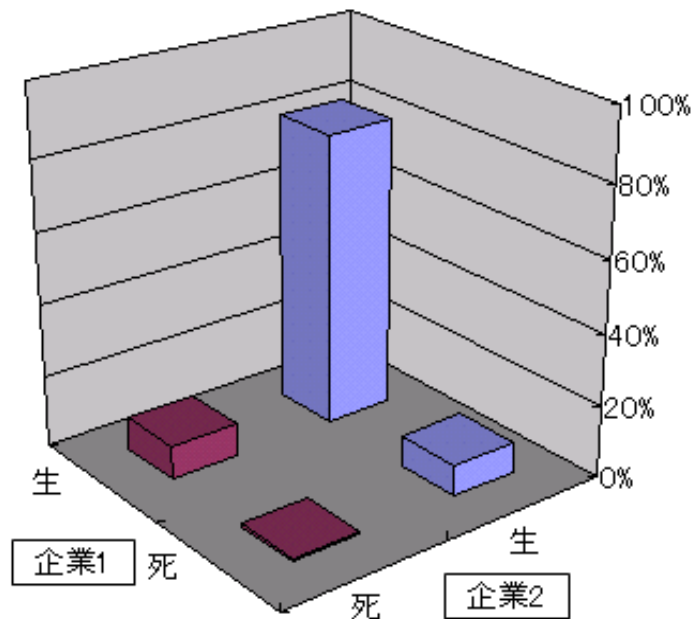
No.	標準正規乱数			$Y_1 = \sqrt{R}Z + \sqrt{1-R}\varepsilon_1$	$Y_2 = \sqrt{R}Z + \sqrt{1-R}\varepsilon_2$
	Z	ε_1	ε_2		
1	0.36	-0.16	-0.63	0.253	0.040
2	1.89	0.89	-0.97	2.090	1.256
3	-0.21	0.55	0.20	0.059	-0.101
4	0.67	0.73	-0.35	0.924	0.444
5	0.25	-0.29	0.23	0.097	0.332
6	-0.68	1.35	-0.95	-0.001	-1.031
7	0.46	-1.04	-1.02	-0.057	-0.046
8	-2.07	-0.44	-0.47	-2.049	-2.064
9	1.58	-1.06	0.01	0.941	1.420
10	1.16	-1.75	1.19	0.253	1.568
11	-0.50	-0.05	0.53	-0.469	-0.210
12	-0.42	0.43	1.95	-0.179	0.501
13	0.95	1.22	0.71	1.392	1.161
14	1.35	0.67	-1.14	1.503	0.693
15	-0.42	0.19	0.20	-0.288	-0.284
16	-0.84	1.67	-1.87	-0.003	-1.585
17	-2.47	-1.36	0.10	-2.815	-2.163
18	-0.24	0.38	-0.45	-0.045	-0.419
19	1.23	-0.26	0.92	0.987	1.514



同時デフォルト確率の変化

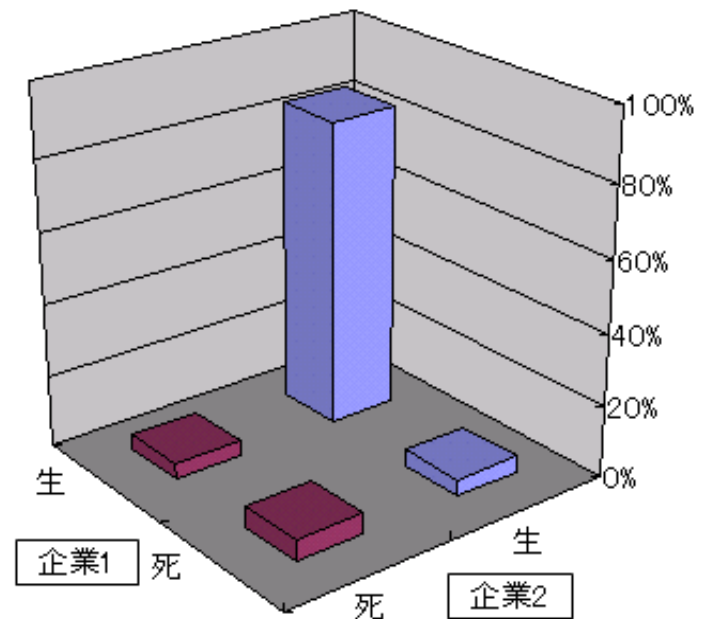
相関=0.0の場合

		企業1		合計
		死	生	
企業2	生	8.4%	81.7%	100.0%
	死	0.8%	9.1%	



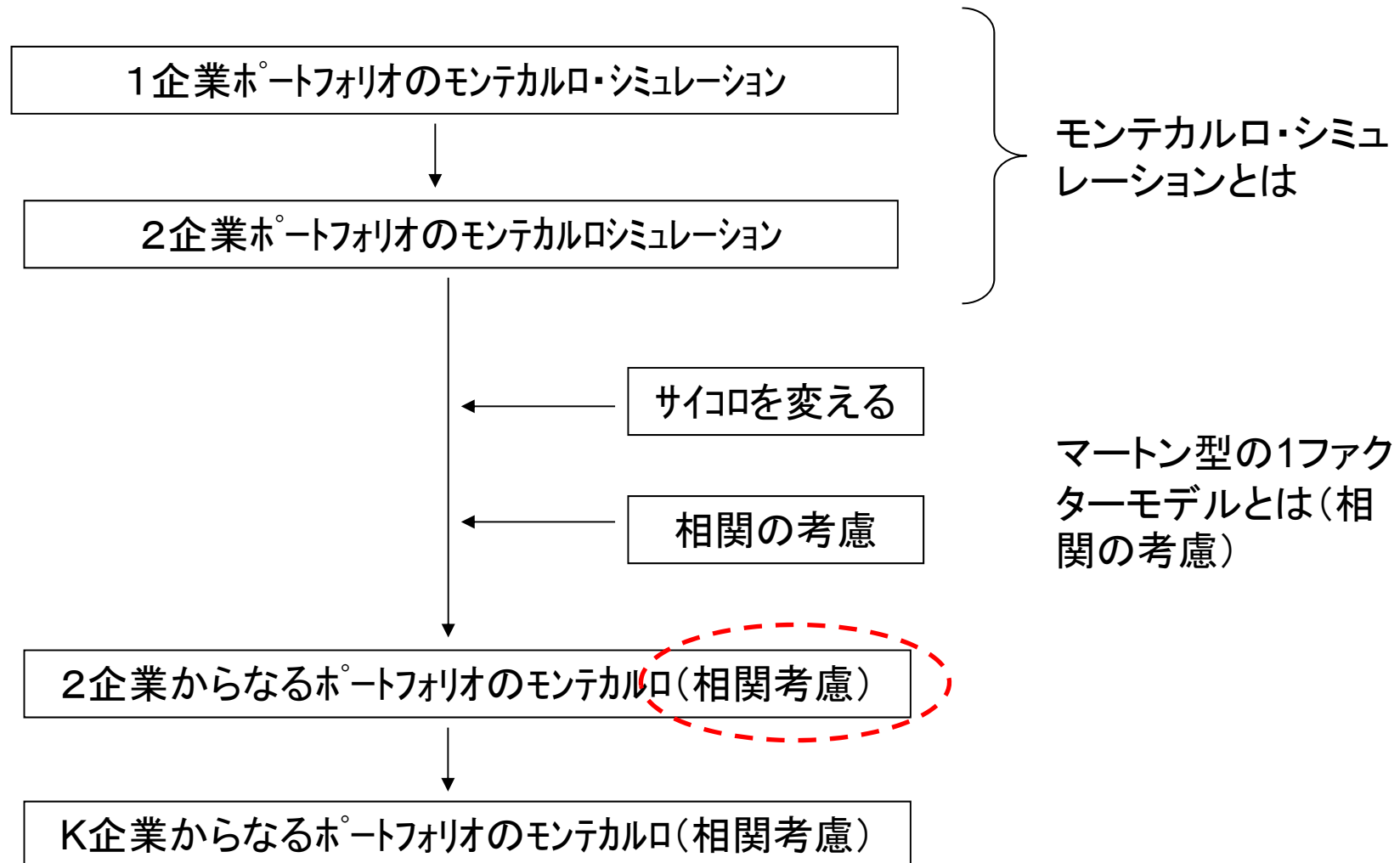
相関=0.8の場合

		企業1		合計
		死	生	
企業2	生	4.5%	85.1%	100.0%
	死	6.0%	4.4%	



- 同時デフォルト確率が「相関R」によって変化

(3) 相関を考慮したモンテカルロ・シミュレーション

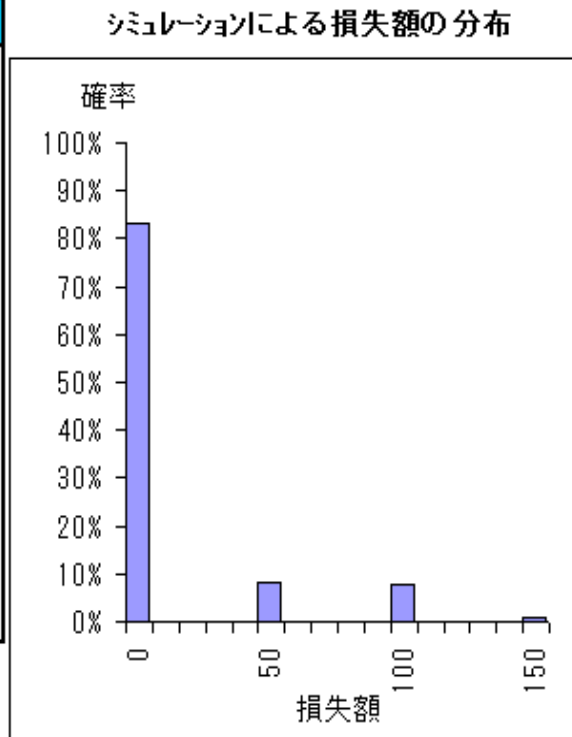


Excelワークシート「相関を考慮した2企業モンテカルロ」

相関を考慮した2企業モンテカルロシミュレーション・・・相関を考慮した正規乱数を使用

相関R	0.0	デフォルト確率(PD)	未保全額(EAD×LGD)	信頼水準	95.0%	R=0.0
試行回数	1,000	企業 ₁ 企業 ₂	企業 ₁ 企業 ₂	予想損失額(EL)	13.2	
		0.10 0.10	100 50	最大損失(95%分位点)	100.0	
		α_{PD} -1.28 -1.28		95%UL=最大損失-EL	86.9	

相関を考慮した正規乱数			デフォルト判定		損失額			損失額分布	
A*No.	Y1	Y2	企業 ₁	企業 ₂	損失 ₁	損失 ₂	合計	損失額	頻度
1	1.07	0.38			0	0	0	0	83.0%
2	0.28	1.24			0	0	0	10	0.0%
3	0.71	-0.86			0	0	0	20	0.0%
4	0.46	1.00			0	0	0	30	0.0%
5	-0.44	1.56			0	0	0	40	0.0%
6	-0.96	0.34			0	0	0	50	8.4%
7	-0.62	-2.03		デフォルト	0	50	50	60	0.0%
8	0.33	-1.35		デフォルト	0	50	50	70	0.0%
9	0.45	-0.38			0	0	0	80	0.0%
10	1.62	0.99			0	0	0	90	0.0%
11	0.38	-1.04			0	0	0	100	7.9%
12	1.80	-0.20			0	0	0	110	0.0%
13	-1.55	-0.08	デフォルト		100	0	100	120	0.0%
14	0.83	0.27			0	0	0	130	0.0%
15	-1.46	-1.34	デフォルト	デフォルト	100	50	150	140	0.0%
16	0.61	-1.10			0	0	0	150	0.7%
997	0.20	-0.96			0	0	0		
998	-0.89	-0.55			0	0	0		
999	-0.29	0.69			0	0	0		
								合計	100.0%



Excelワークシート「相関を考慮した2企業モンテカルロ」

相関を考慮した2企業モンテカルロシミュレーション・・・相関を考慮した正規乱数を使用

試行回数 1,000

相関R 0.8

デフォルト確率(PD)

	企業 ₁	企業 ₂
α_{PD}	0.10	0.10
	-1.28	-1.28

未保全額(EAD×LGD)

	企業 ₁	企業 ₂
	100	50

信賴水準
 予想損失額(EL)
 最大損失(95%分位点)
 95%UL=最大損失-EL

95.0%

16.0

150.0

134.1

R=0.8

相関を考慮した正規乱数

$\Lambda^* \text{No.}$	Y1	Y2
1	1.48	0.17
2	-1.03	-0.41
3	-2.05	-2.14
4	0.04	0.11
5	-0.59	0.85
6	-0.92	-0.47
7	0.57	-0.07
8	-0.43	-1.43
9	-0.02	0.26
10	0.06	-0.11
11	-0.10	-0.10
12	0.82	0.99
13	1.30	1.01
14	0.33	0.37
15	0.98	-0.12
16	0.26	0.76
997	-0.23	-0.54
998	-0.68	-1.31
999	1.31	0.88

テフォルト判定

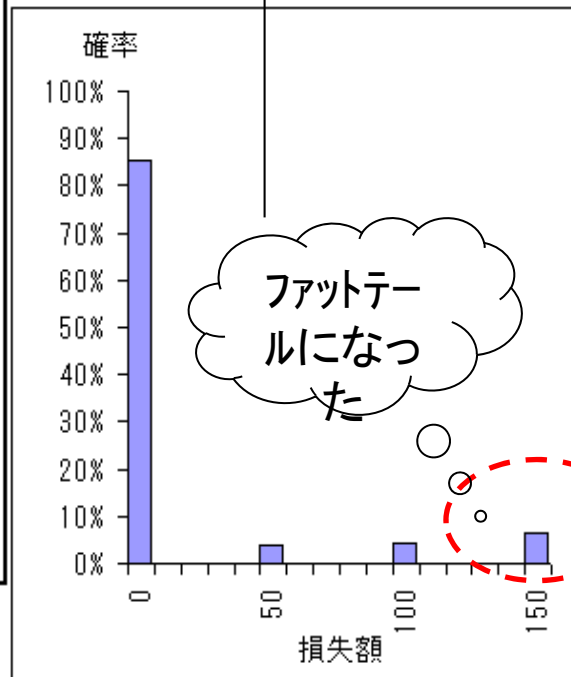
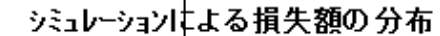
企業 ₁	企業 ₂
デフォルト	デフォルト
	デフォルト
	デフォルト

損失額

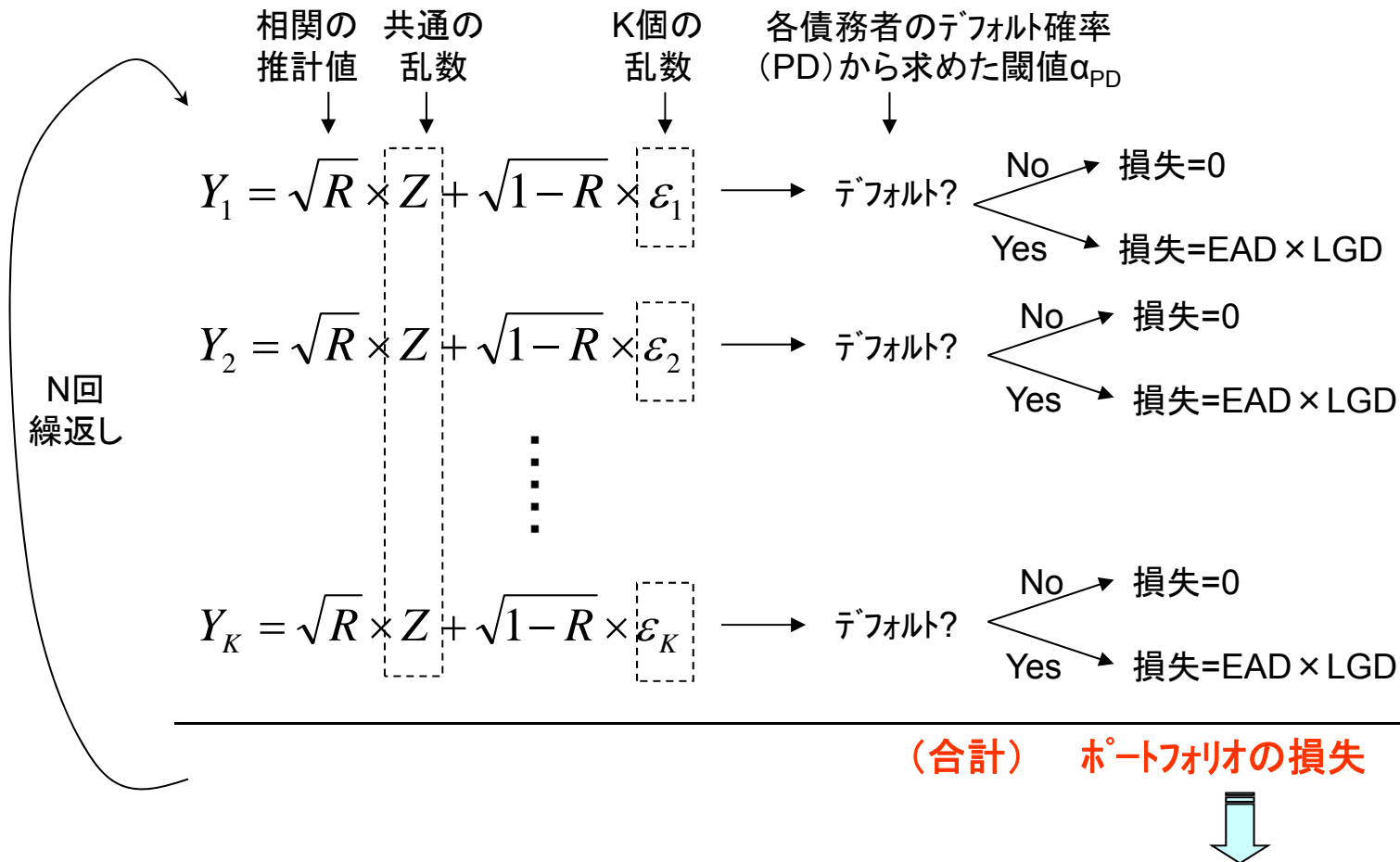
損失 ₁	損失 ₂	合計
0	0	0
0	0	0
100	50	150
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	50	50
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	50	50
0	0	0

損失額分布

損失額	頻度
0	85.4%
10	0.0%
20	0.0%
30	0.0%
40	0.0%
50	3.8%
60	0.0%
70	0.0%
80	0.0%
90	0.0%
100	4.3%
110	0.0%
120	0.0%
130	0.0%
140	0.0%
150	6.5%
合計	100.0%



K先N回のモンテカルロ・シミュレーション



- N回のシミュレーションで、ポートフォリオの損失データがN個得られる
- ELはN個の損失データの平均値。最大損失は「信頼水準(%) × N」番目の値

Ⅲ. リスク計量結果の活用方法

1. リスク量 v.s. 自己資本(健全性の確認)

与信ポートフォリオ全体のリスク量と自己資本額を比較し、万一のリスク顕現化に対し十分な備えがあるかをチェック。

2. 個社別のリスク管理・プライシング

(例) 未保全額＝融資先単独でのリスク指標

リスク計量モデルでの「個社のリスク量」

＝デフォルト確率やポートフォリオの分散効果を勘案したもの

→①大口先のリスク試算

→②貸出金利、与信限度額等への応用

今回は①(大口先のリスク試算)を取り上げます。

②(貸出金利、与信限度額等への応用)については、「個社別ULの解析的近似法と与信ポートフォリオ・マネジメントへの応用」(http://www.boj.or.jp/type/release/zuiji_new/fsc0612a.htmlに掲載)をご参照下さい。質問などは遠慮なく肥後までお寄せ下さい。

仮想ポートフォリオ

- 企業数500社
- 総与信額は200億円
- 最大の大口与信先(A興産)は与信額20億円、デフォルト確率15%、デフォルト時損失率70%
- その他の499先は比較的小口
 - 1先あたりエクスポージャー225~5.5百万円(平均36百万円)
 - デフォルト確率(PD)は0.5%~11%(ランダムに付与)
 - デフォルト時損失率(LGD)は5%~75%(ランダムに付与)
- 相関Rは一律0.05と仮定

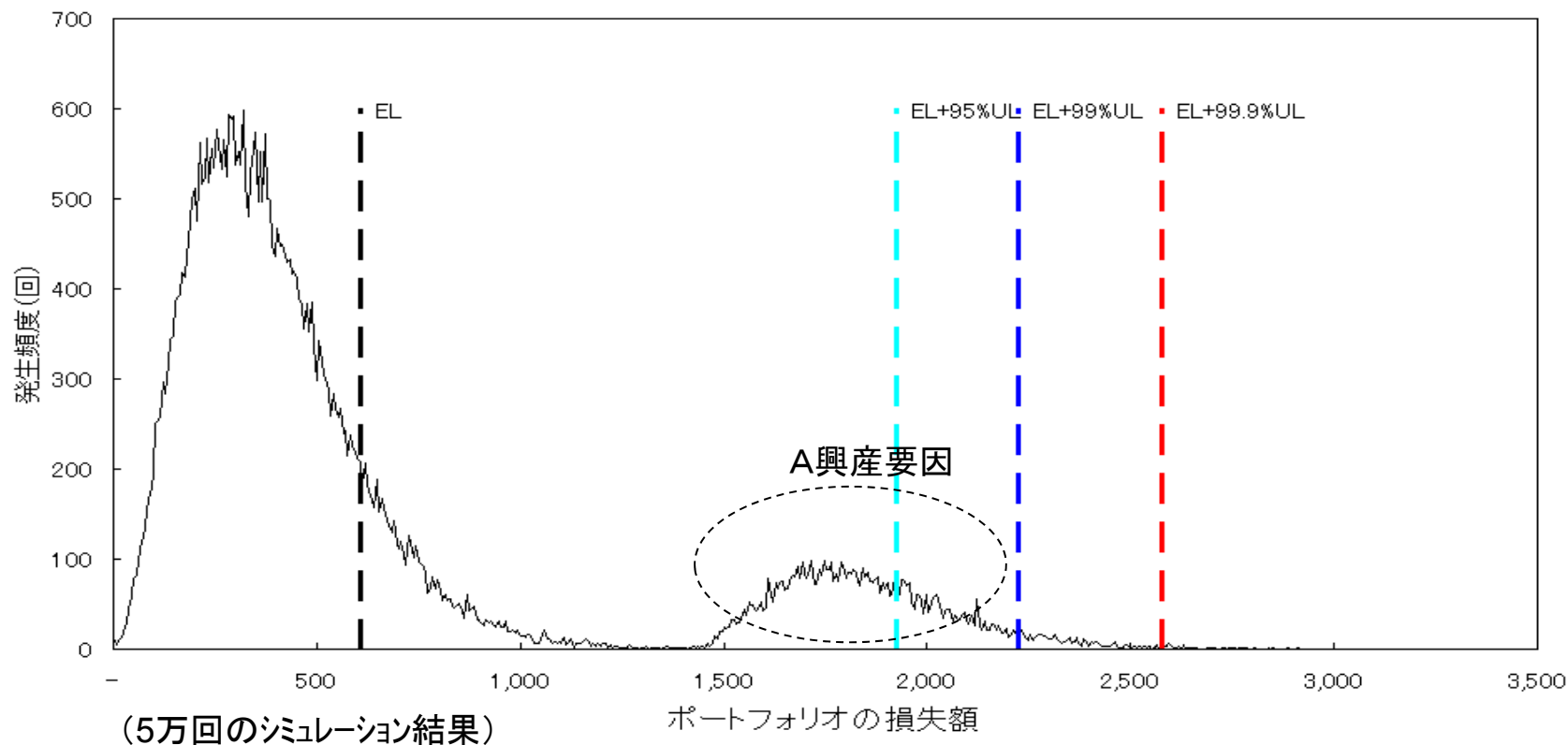
債務者名	PD	EAD	LGD	R
A興産	15.0%	2,000	70.0%	0.05
B建設	2.3%	225	43.4%	0.05
C商業	5.8%	225	35.5%	0.05
D産業	1.1%	180	22.2%	0.05
E商店	9.3%	180	12.9%	0.05
F水産	7.9%	180	39.8%	0.05
G工業	1.5%	171	61.8%	0.05
H鉄鋼	4.0%	171	30.1%	0.05
Iサービス	4.9%	162	41.2%	0.05
J運輸	1.0%	153	39.7%	0.05
K電力	10.1%	153	74.2%	0.05
L畜産	1.8%	153	43.0%	0.05
M工業	1.2%	153	42.1%	0.05
N建設	7.1%	144	54.3%	0.05
O商業	6.2%	144	65.8%	0.05
P産業	10.4%	144	7.6%	0.05
Q商店	6.7%	135	24.0%	0.05
R水産	9.9%	135	53.2%	0.05
S工業	8.5%	135	14.7%	0.05
T鉄鋼	5.6%	126	70.1%	0.05
Uサービス	2.9%	126	13.6%	0.05
V運輸	2.3%	126	74.0%	0.05
W電力	7.1%	117	12.1%	0.05
X畜産	3.1%	117	36.8%	0.05
Y組	8.0%	108	5.9%	0.05
Z建設	0.6%	108	32.8%	0.05
A興産	7.2%	108	63.1%	0.05
B建設	7.6%	99	39.1%	0.05
C商業	4.6%	99	73.0%	0.05
D産業	9.5%	99	36.4%	0.05

↓
500社、計200億円

モデルによる貸倒損失分布

- A興産がポートフォリオ全体のリスクに大きな影響を与えている

ポートフォリオ損失額分布

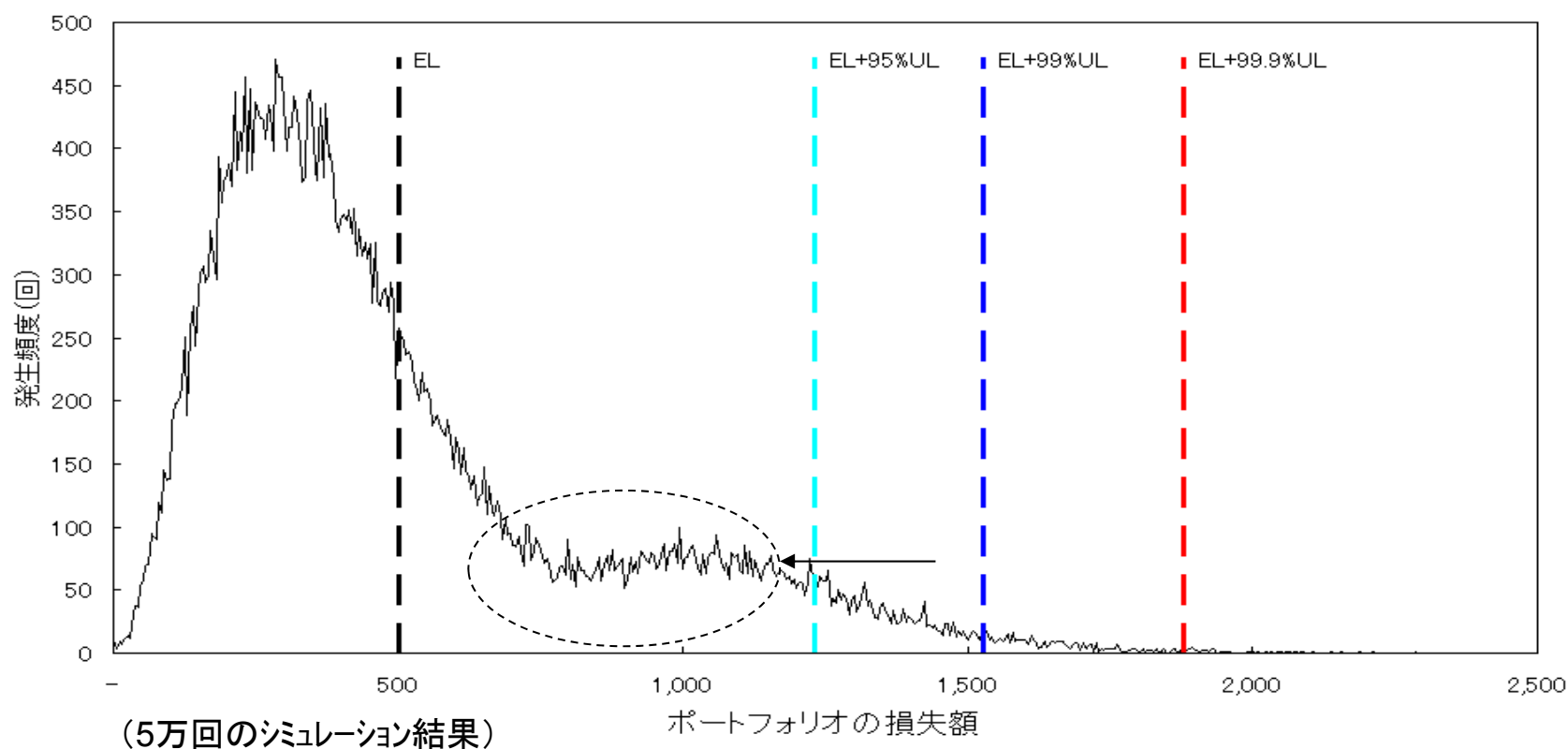


(ケース1)

A興産向けエクスポージャー削減(20億円→10億円)

- 減額ロール、他行シェア引き上げ、債権売却、etc.

ポートフォリオ損失額分布

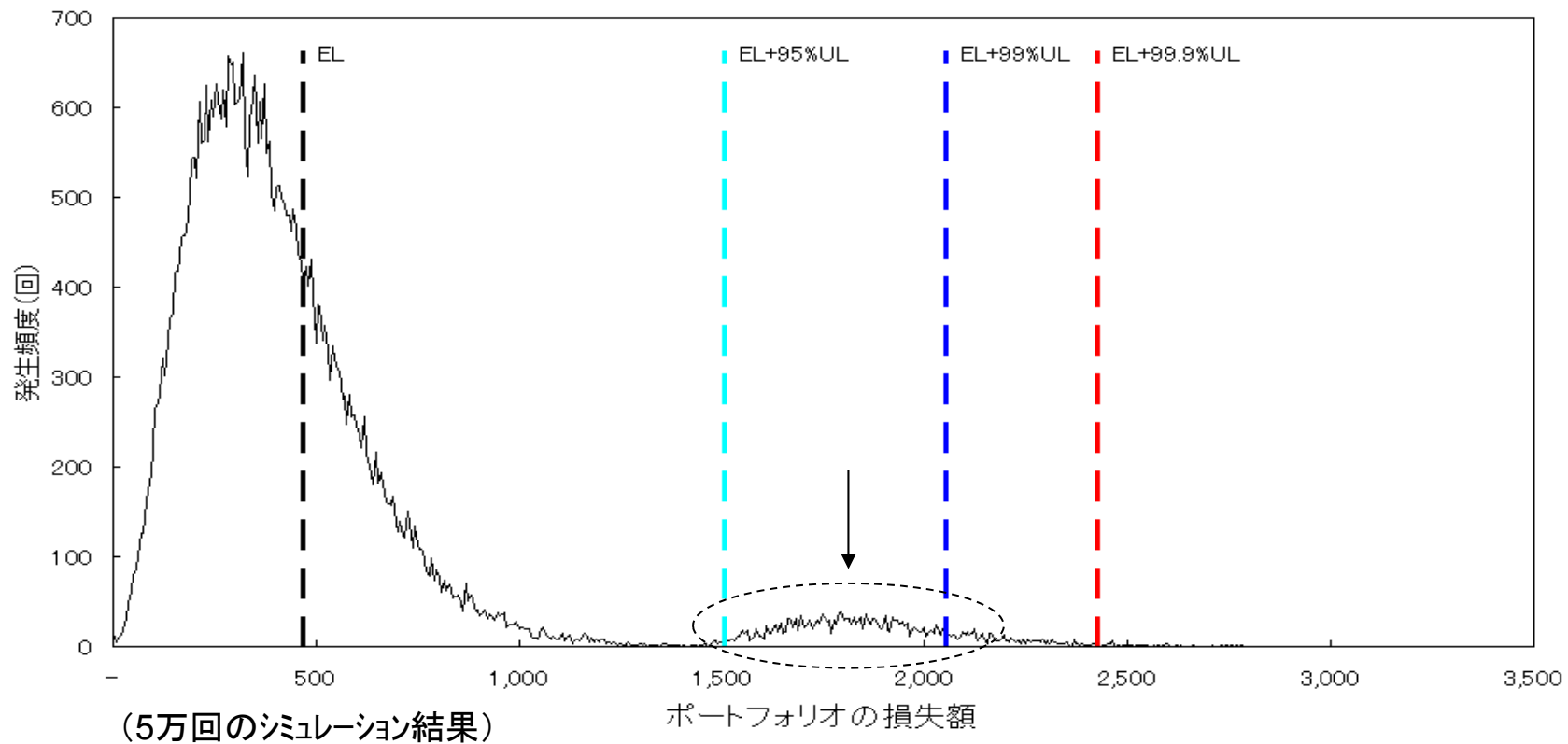


(ケース2)

A興産のランクアップ(デフォルト確率15%→5%)

■ 企業再生支援、財務リストラ、etc.

ポートフォリオ損失額分布

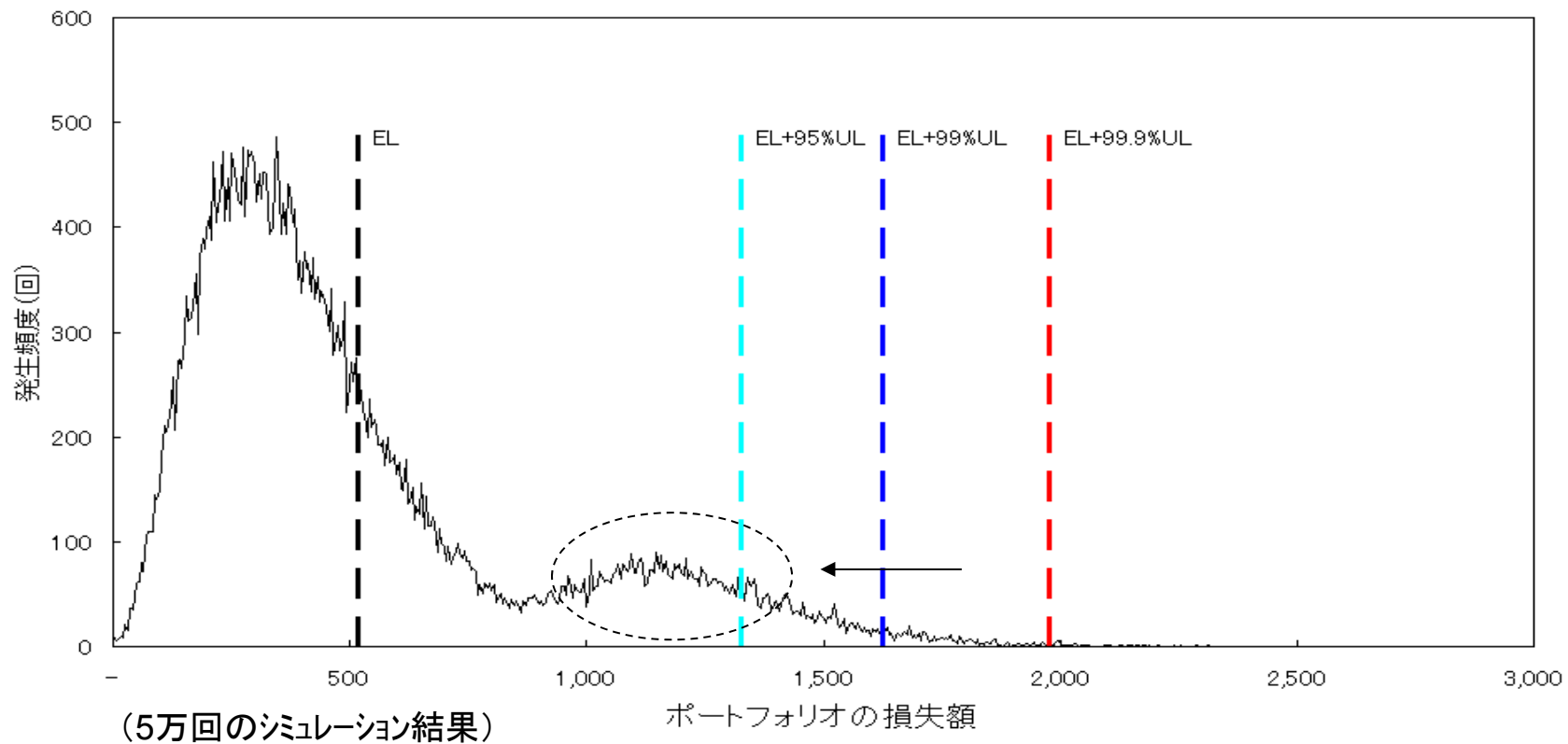


(ケース3)

保全強化(デフォルト時損失率70%→40%)

■ 追加担保差入、保証等

ポートフォリオ損失額分布



A 興産対策の比較検討

■ ケース1～3のELと99%UL(リスク資本)を比較

⇒ リスク資本のコスト(資本コスト率)を考慮すると、「損益比較」が可能

		現状維持	ケース1 エクスポージャー削減	ケース2 ランクアップ ^o	ケース3 保全強化
			・減額ロール ・債権売却 etc.	・財務リストラ ・企業再生支援 etc.	・追加担保差入 ・保証 etc.
デフォルト時エクスポージャー (EAD) 百万円		2,000	1,000	2,000	2,000
デフォルト確率 (PD)		15%	15%	5%	15%
デフォルト時損失率 (LGD)		70%	70%	70%	40%
EL(期待損失) 百万円		606	501	466	516
EL削減幅	①	— — —	▲105	▲140	▲90
99%UL 百万円 (信頼水準99%の非期待損失) = 経済資本(リスク資本)		1,618	1,026	1,585	1,109
ULの削減幅 (経済資本の削減幅)		— — —	▲592	▲33	▲509
資本コストの削減幅 (資本コスト率=10%と想定)	②	— — —	▲59	▲3	▲51
メリット 小計 百万円	③ = -(①+②)	— — —	164	143	141
デメリット 百万円 (遺失利益+ 対応策コスト)	④	— — —	?	?	?
合計	③ - ④	— — —	?	?	?

■ 各対応策のメリット／デメリットを比較検討する際の一つの参考材料

リスク量活用上の留意点

1. 「モデルの結果＝真のリスク」とは言えない

- ✓ 残念ながら、「真のリスク」は誰にも判らない(だからリスク)。
- ✓ モデル自体、「これが絶対正しい」ということはない。
- ✓ 各種データ(デフォルト確率、回収率、相関)の整備はまだまだこれから。
- ✓ では、リスク計量は無意味か？

2. 重要なことは、どういう経営アクションに結びつけるか

- ✓ リスク計量をうまく取り入れている先は、アクションに結び付けている(あるいは結びつけようとしている)。
- ✓ 最終目的は、組織内の「人」をどう動かすか。
＝リスク計量は金庫経営のためのツール(真理の研究ではない)
- ✓ リスク量という「数字」で表すことで現場をうまく動かせるなら、使ってみる。
数字の「一人歩き」が懸念されるなら慎重に対応すべき。

本資料に記載している内容について、他の公表物に転載・複製する場合には、あらかじめ日本銀行金融機構局金融高度化センターまで連絡し、承諾を得て下さい

本資料に掲載されている情報の正確性については万全を期しておりますが、日本銀行金融機構局金融高度化センターは本資料の利用者が本資料の情報をを用いて行う一切の行為について、何ら責任を負うものではありません