

**金融機関の資金取引ネットワーク**

**稲岡 創**

inaoka@eri.u-tokyo.ac.jp

**二宮 拓人**

takuto.ninomiya@boj.or.jp

**谷口 健**

ken.taniguchi@boj.or.jp

**清水 季子**

tokiko.shimizu@boj.or.jp

**高安 秀樹**

takayasu@csl.sony.co.jp

日本銀行金融市場局

〒103-8660 日本橋郵便局私書箱 30 号

2003 年 7 月 30 日

日本銀行金融市場局ワーキングペーパーシリーズは、金融市場局スタッフ等による調査・研究成果をとりまとめたもので、金融市場参加者、学界、研究機関などの関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の内容や意見は、執筆者個人に属し、日本銀行あるいは金融市場局の公式見解を示すものではありません。

# 金融機関の資金取引ネットワーク

稲岡創・二宮拓人・谷口健・清水季子・高安秀樹\*

## [要 旨]

金融機関が経済社会に対して提供する資金取引の仕組みは、単独の金融機関によって実現できるものではなく、各金融機関が相互に資金をやり取りするなど、互いに複雑な協力関係、すなわちネットワークを築くことによって実現される。金融機関の間のネットワークに関する定量的な分析は、データの制約もあり、これまで必ずしも十分に行われてこなかった。本稿では、日本銀行金融ネットワークシステム（日銀ネット）のRTGS（リアルタイム・グロスセトルメント）化後に入手可能となった金融機関間の資金振替記録を用いて解析を行った。

解析には、統計物理学の分野でここ数年研究が進んでいるネットワーク構造分析の手法を用いた。ネットワーク構造とは、一般に、多数の要素（ノード）を含んだ系中に作られる、要素間の結びつき（リンク）からなる構造をいう。金融機関間の資金取引による協力関係も、金融機関をノード、資金取引による何らかの結びつきをリンクと考えれば、ネットワーク構造を形成していると捉えることができる。分析の結果、金融機関の間で行われる資金取引のネットワーク構造は、自然界に存在するネットワーク構造やインターネットの構造と同様、フラクタル性が見られることが明らかになった。また、中核となる金融機関へのリンクの集中度が高い構造、すなわち相対的にみて安定性よりも経済効率性を重視した構造を有していることが分かった。ただし、インターネットなど物理的なリンク（ケーブル等）を必要とするネットワークと異なり、資金取引ネットワークなどハードウェアを必要としないネットワーク構造を評価する上では、動的な安定性も勘案する必要がある。この点については、一定の頑健性を有する可能性を示唆する結果も得られており、今後の研究課題である。

---

稲岡 創 東京大学大学院新領域創成科学研究科 e-mail: inaoka@eri.u-tokyo.ac.jp

二宮拓人 日本銀行金融市場局 e-mail: takuto.ninomiya@boj.or.jp

谷口 健 日本銀行金融市場局 e-mail: ken.taniguchi@boj.or.jp

清水季子 日本銀行金融市場局 e-mail: tokiko.shimizu@boj.or.jp

高安秀樹 株式会社ソニーコンピュータサイエンス研究所 e-mail: takayasu@csl.sony.co.jp

\* 本稿の作成に当たって、日本銀行金融市場局スタッフから有益な示唆を得た。記して感謝したい。本稿に残された誤謬は、すべて筆者達に帰するものである。

## 1 研究の背景

我々の経済社会において、金融機関は資金の流れを司る重要な役割を担っている。例えば、金融機関は、当面資金を必要としない組織や個人から資金を集め、資金を必要とする組織や個人に貸付を行っている。また、組織や個人の資金取引に際し、預金口座間の振替など、様々な利便性のある決済手段を提供している。このような、金融機関が経済社会に対して提供する資金取引の仕組みは、決して単独の金融機関によって実現できるものではなく、各金融機関が相互に資金をやり取りするなど、互いに複雑な協力関係を築くことによって、初めて実現が可能となるものである。経済の安定の為に、金融機関とその相互の協力関係からなる「金融システム」の安定が不可欠である。

本研究に取り組んだ動機として2点指摘したい。第1に、「金融システム」の安定性を議論しようとする場合、これを一つのネットワーク構造として捉えることが有用と考えられることである。金融システムの安定を実現するには、金融システムの構造や仕組みについての深い理解が必要である。金融システムを形成する金融機関相互の協力関係の基本には、金融機関間の資金取引があると考えられる。恐らく個々の金融機関は、他の金融機関との協力関係など特に意識することなく、個々の必要に応じて他の金融機関から借入を行い、他の要求に応じて貸付を行なっていることであろう。しかし、この需要と供給に基づいた個々の金融機関の資金取引行動は、需要のある金融機関に他の金融機関が供給をするという形の協力関係を成しており、結果として金融システムの骨組みを形作る協力関係構造、すなわちネットワークを形成している、と考えることができる。したがって、金融機関間の資金取引が形成する構造について知ることは、金融システムの構造について知るための大きな手がかりになる。金融機関の間の協力関係に関する定量的な分析が、これまで必ずしも十分に行われていない原因としては、金融機関の間で行なわれる資金取引について逐一記録したデータを手に入れることが困難であったという事情が挙げられる。本研究では、日本銀行金融ネットワークシステム（日銀ネット）のRTGS（リアルタイム・グロスセトルメント）化後に入手可能となった日中のインターバンク間の資金取引データを用いた。

第2に、ネットワーク構造を分析するためのツールとして、最近注目を集めている統計物理学の手法を活用することが有用と考えられる（文献1、2）。例えば、経済学の分野で基本的な概念である需要曲線は、ある財に対する社会の需要を価格の関数として静的に表したものであり、これは、社会に属する個々人の需要の和によって求められると考えられている。ただし、平均や総和のみを静的に取り扱う枠組みの中では、ある量の平均値周りの揺らぎなどは無視されてしまう。しかし、経済現象を動的に捉えようとする、揺らぎの影響を理解することは重要である。

統計物理学の分野では、揺らぎが大きな役割を演じる物理現象についての研究が行われてきた。揺らぎを含む物理的な現象の中にも、金融工学理論にも登場するブラウン運動などのように、個々の要素の独立な作用の組み合わせにより理解できる比較的簡単なものか

ら、系内の多数の要素の複雑な相互作用により生じるものまで、様々なものが見られる。後者の代表例に「臨界現象」がある（文献3）。ここでは詳しく述べないが、約半世紀前に始まった臨界現象の研究を通じて、平均場近似やくりこみ群など、揺らぎや要素間の相互作用を取り扱う手法が開発され、それらの手法が現在の統計物理学の研究にも生かされているのである。このような、揺らぎが本質的な役割を演じる物理現象についての学問である統計物理学の手法が、同じように揺らぎが重要な役割を演じる経済現象に適用されつつある。

その統計物理学の分野で、ここ数年、ネットワーク構造についての研究が盛んに行われている。ネットワーク構造とは、一般に、多数の要素を含んだ系中に作られる、要素間の結びつきからなる構造を言う。以後、要素のことを「ノード」と呼び、ノード間の何らかの結びつきのことを「リンク」と呼ぶことにする。統計物理学の分野でネットワーク構造についての研究が盛んになったきっかけは、自然界に存在するネットワーク構造のフラクタル性（自己相似性＜詳細は2節参照＞）の発見であった。「フラクタル」もまた臨界現象と深い関係のある物理概念であり、既に、インターネットの構造や俳優の共演など、人間関係のネットワーク構造にフラクタル性が見られることが明らかになっている（文献4、5、6）。

金融機関間の資金取引による協力関係も、金融機関をノード、資金取引による何らかの結びつきをリンクと考えれば、複雑なネットワーク構造を形成していると想像することができる。既に統計物理学の分野では、ネットワーク構造について分析する手法が確立されてきているので、その手法を用いて分析を行うことで、このような金融ネットワークの構造について新たな知見を得られる可能性がある。

そこで本研究では、金融機関が日本銀行当座預金（以下、日銀当預）を通じて行った決済の記録を用いて、資金取引がつくる金融ネットワークの構造についての解析を行う。本ワーキングペーパーでは、この解析の手法と結果、及び、結果として得られた金融ネットワークの性質について論じるのであるが、本研究のように統計物理学の手法を用いた分析は、現在のところ、金融関係者にとって馴染みのあるものとは言い難いことを考慮し、統計物理学の基本的な概念や手法についての解説を盛り込むこととした。また、本研究の主な目的は金融ネットワークの構造についての分析にあるのであるが、研究の過程で様々な量の分布や統計を得ることができた。これらのデータについても、このような金融機関間の資金取引に関する統計的な研究が行われた事例が過去に無いことを考え、付録に掲載することとした。

## 2 フラクタル性をもつネットワーク構造

前章でも述べたように、統計物理学の分野では、ここ数年、ネットワーク構造に関する研究が盛んになっている。そのきっかけとなったのは Barabási らの研究であると思われる

(文献6)。彼らは自然界に存在するネットワーク構造の中に、ある共通の統計的特徴が多く見られることを示した。その特徴とは、ネットワーク中のノードにつながるリンクの数が冪(べき)分布に従う、というもので、この冪分布はネットワーク構造がフラクタル性をもつことを表している。インターネットの構造や、俳優の共演のような人間関係などのネットワーク構造でこの冪分布が観測されており、このタイプのネットワークについては既にその安定性などが研究されている。

しかし、統計物理学についての知識のない読者にとっては、フラクタルと冪分布の関係や累積分布については馴染みがないことであろう。そこで、以下にこれらについて簡単な説明を行っておく。

## 2.1 フラクタルと冪(べき)分布

フラクタル構造と冪分布の間には密接な関係があることが知られている。このことを、河川網の構造を例にとって説明する。

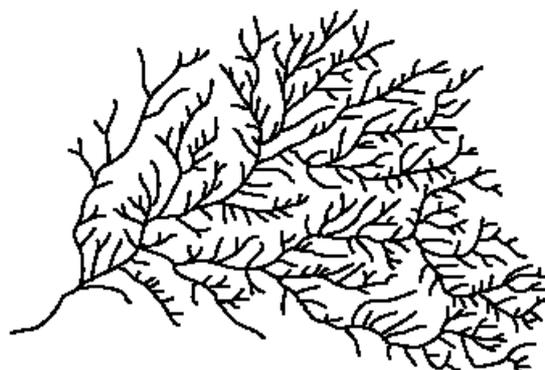


図1：河川網の例。

河川網は多くの場合、図1のような枝構造をもっている。このような河川網では、主流の枝構造と支流の枝構造が良く似た形状をもっている。このように、自身と相似の図形によって全体が形作られる性質のことを「自己相似性」と呼び、自己相似性をもつ集合のことを「フラクタル」と呼ぶ(文献7)。

ここで、河川上の任意の1点を選んだとき、この点より上流の部分の面積を、その点での流域面積と呼ぶことにする。河川網の場合、この流域面積が冪分布に従うことが知られている。冪分布とは、確率密度関数  $P(x)$  が

$$P(x) \propto x^{-\gamma} \quad (1)$$

のような冪関数に従う確率分布である。この流域面積の冪分布については次のような幾何学的な解釈が可能である。式1の分布は、正数  $a$  を用いると、

$$P(x) = a^\gamma P(ax) \quad (2)$$

の関係を満たすことが分かる。確率変数  $x$  が河川の流域面積を表すとすると、この式は、流域面積  $x$  の支流が現れる確率が、流域面積  $ax$  の支流が現れる確率の  $a^\gamma$  倍であることを表している。流域面積  $ax$  の支流の中に、流域面積  $x$  の支流が平均で  $a^\gamma$  本あることを表している、と言い換えてもよいであろう。このように、式2は自己相似性を数式で表現したものと言えるのである。

全ての冪分布についてこのような幾何学的な解釈が可能である訳ではない。しかし、ある冪分布が何らかの幾何学的構造に付随して観測される場合には、自己相似性による解釈が可能である可能性が高い。

統計物理学の分野では、揺らぎが本質的な役割を演じる物理現象についての研究を行うのであるが、物理量がどのように揺らいでいるか、を観測する方法として、その物理量の確率分布を見るのである。経済の世界でも、金融工学と呼ばれる経済現象の分析に確率論の手法を取り入れた分野があり、例えば、株式などの価格の平均値のみならず、その揺らぎの程度を表す標準偏差を考えることで、最適な保有株式の組み合わせを決定する手法が開発されたりしている。しかし、ある量の標準偏差は揺らぎの大きさ、即ち、確率分布数の幅について記述するのみで、確率分布関数の形については記述できない。統計物理学では、物理量の確率分布関数の形を観測することによって、その分布を生じた物理過程について知ろうとするのである。

## 2.2 累積分布

以下の多くの統計が累積分布の形で示されるので、ここで累積分布について説明をしておく。本研究のように、実際の観測データの分布をグラフ化する必要がある場合、確率分布そのものをグラフ化するよりも、累積分布をグラフ化するほうが滑らかなグラフが得られ、分析を行い易いことが多い。確率変数  $x$  の累積分布  $P(\geq x)$  は、

$$P(\geq x) = \int_x^\infty P(x') dx' \quad (3)$$

によって定義される。ここで、 $P(x)$  は量  $x$  の確率密度分布である。累積分布  $P(\geq x)$  は確率密度を  $x$  から無限大まで積分したものであるから、 $P(\geq a)$  は変数  $x$  が  $a$  以上の値をとる

確率、すなわち、 $x \geq a$  の成り立つ確率を表している。

上述の通り、量  $x$  の分布は、通常、確率分布によって表されるのであるが、本ワーキングペーパーに示す統計では、量  $x$  が起こる場合の数  $N(x)$  を用いて分布を表示している。この場合の累積分布の定義は、確率分布を用いた場合と同様、

$$N(\geq x) = \int_x^{\infty} N(x') dx' \quad (4)$$

によって定義され、 $N(\geq a)$  は変数  $x$  が  $a$  以上の値をもつ場合の数を表す。変数  $x$  が正の値のみをとる場合には

$$P(\geq x) = \frac{N(\geq x)}{N(\geq 0)} \quad (5)$$

の関係がある。この観測数を用いた方法は、確率を用いた表示に比べると、実際の観測数そのものが分かるという利点がある。

累積分布は、指数分布や冪分布をグラフ化する場合によく用いられる。指数分布や冪分布は統計物理学上重要な分布であり、積分を行った場合、指数分布は指数分布に、冪分布は、多くの場合、指数が1だけ異なる冪分布になる、という性質を持っている。このため、累積分布をグラフ化したときに、これが指数分布であれば、元の確率密度分布は指数分布であり、冪分布であれば、元の確率密度分布は指数が1異なる冪分布であると結論できるのである。

### 2.3 ネットワークのモデル

Barabási らの研究をきっかけとして、統計物理学の分野でネットワークの研究が盛んになったのは前述のとおりである。彼らの研究以前には、ネットワーク構造の形成は Erdős らによる「ノード間をランダムにリンク接続するモデル」によって理解できると考えられていた。

Erdős モデルでは、予め  $N_0$  個のノードが用意されており、任意の二つのノードペア間を一定確率  $p$  で接続することによりネットワークが形成される。このモデルでは、あるひとつのノードを選ぶと、これは他の  $N_0 - 1$  個のノードとペアを作る。このペアのうち  $k$  ペアがリンクで結ばれ、残りの  $N_0 - 1 - k$  ペアが結ばれない確率は  $p^k (1 - p)^{N_0 - 1 - k}$  である。従って、 $N_0 - 1$  ペアから  $k$  ペアを選び出す場合の組み合わせを考えると、ひとつのノードにつながるリンクの数  $k$  の分布  $P(k)$  は

$$P(k) = \binom{N_0 - 1}{k} p^k (1 - p)^{N_0 - 1 - k} \quad (6)$$

となる。 $N_0$  が大きいとき、この分布は平均値  $(N_0 - 1)p$  付近に極大値をもつ正規分布でよく近似できる。

この Erdős モデルによる結果は、近年まで、余り深く検証されることがなかったのであるが、Barabási らは自然界に観測されるネットワーク構造についてこの検証を行い、様々な場合について、実際のリンク数の分布が式 6 とは異なる、

$$P(k) \propto k^{-\gamma} \quad (7)$$

のような冪分布に従うことを見出した。前述の通り、冪分布はフラクタル構造と密接な関係があるので、この分布は自然界のネットワーク構造には一種のフラクタル性が見られることを示すものと言える。

Barabási らは、このフラクタル的なネットワーク構造の成因を説明するモデルとして「ランダムな成長によるネットワーク形成モデル」を提案した。このモデルでは、予め  $m_0$  個のノードからなる小さなネットワークが用意されていて、このネットワークに、ひとつずつ、新たなノードが付け加えられることによってネットワークが形成される。新たなノードには一定の数  $m$  のリンクが接続されていて、このリンクのもう一方の端を既存のネットワークのノードに接続することで、新たなノードがネットワークに付け加えられる。その際、既存ネットワークの  $i$  番目のノードに接続されているリンクの数を  $k_i$  とすると、新しいノードによるリンクは確率

$$p = \frac{k_i}{\sum_j k_j} \quad (8)$$

で既存ネットワークの  $i$  番目のノードに接続される。これは、多くのリンクを持つノードがさらにリンクを集める性質があることを意味する。フラクタル構造の形成過程にはしばしば、このような、強いものがより強くなる過程、が見られる。結果として、このモデルにより形成されたネットワーク構造では、リンク数  $k$  の分布が式 7 のような冪分布に従い、指数  $\gamma$  の値は理論的に 2 になることが示される。

このように、Barabási らは自然界のフラクタル的なネットワーク構造が、ネットワークの成長を考えに入れたモデルによって説明可能なことを示したのである。

### 3 金融機関のネットワーク

前章では最近の統計物理学分野でのネットワーク構造についての研究を概観し、それと関連の深い基本的な物理概念についての解説を行った。前章でも述べたとおり、近年、自然界にフラクタル的な性質をもつネットワークが多数存在することが明らかになってきたのであるが、金融機関の資金取引が作るネットワーク構造もまた、そのような性質をもつか否かは興味深い問題である。

また、このような金融ネットワークの構造の分析には重要な実用上の意味がある。例えば、あるひとつの金融機関が資金取引を行う機能を失った場合、そこと関係の深い金融機関の資金取引機能も停止するなどして金融機関の連鎖的な機能停止を引き起こす可能性がある。そのような場合、もし、金融機関の間の資金取引の関係が予め分かっていたら、そのような連鎖的な機能停止を予防する手段を講じることができる可能性がある。その際、金融ネットワークの構造がフラクタル性をもつ場合には、最近の統計物理学分野でのネットワーク構造についての研究成果を応用することが可能となる。

#### 3.1 分析に用いるデータについて

金融機関が行う資金取引にはいくつかの方法があるが、そのひとつに、日銀当預金の振替による決済がある。これは、各金融機関が日本銀行に保有している当座預金を通じて資金のやり取りを行う方法である。日本銀行は、この日銀当預を通じた決済やその他の決済を行う「日銀ネット」と呼ばれるオンラインシステムを運営しており、各金融機関と日本銀行の本支店にはその端末が設置されている。オンラインで日銀ネットを利用していない金融機関もあるが、その資金決済についても、書面を日本銀行の本支店に持ち込んだ上で、最終的には日銀ネット上で処理が行われる。従って、現在、日銀当預金の振替による決済は全て、この日銀ネットを介して行われている。このため、日本銀行には、各金融機関が日銀当預の振替による決済の全ての記録が電子的に残されていることになる。本研究では、電子計算機を用いてこの記録の分析を行った。

本ワーキングペーパーでは 2001 年 6 月から 2002 年 12 月の間に行われた日銀当預金の振替の記録を分析に用いている。このうち、特に、本稿の主題である金融ネットワークのフラクタル性の分析や、付録に掲載した統計については 2001 年 6 月中に行われた日銀当預金の振替の記録を用いている。他の観測期間中の振替記録については、フラクタル性の定常性の分析などに用いた。

本研究の目的は、金融機関間の資金の流れから、金融ネットワークの構造について分析することである。しかし、当然のことではあるが、この振替の記録のみで金融機関間の資金の流れを完全に把握できる訳ではない。

まず、金融機関間の決済には日銀当預金の振替以外の手段があり、それらの手段による

資金取引については、そもそも、その記録は分析データには含まれない。また、日銀当預間の振替による決済の中でも、資金と国債の引渡しを同時に行う「国債資金同時受渡システム」を利用したものなど、国債や社債を売買した際にその代金の支払いのために行われる資金の振替の一部については、今回分析した振替の記録の中には含まれない。これらに加え、債権債務関係を相殺することにより決済を完了する「ネットティング」と呼ばれる場合が数多く存在する。このネットティングが行われる場合、日銀ネットを介さずに決済が行われることで決済記録が残らなかったり、日銀ネットを介しても、差額のみが振替えられることで実際の決済金額よりも振替金額が少なく記録されたりする。

金融機関間の資金の流れについて分析を行い、その性質について明らかにしようとする場合、上述のようなデータの制約は、分析の結果に悪影響を与える可能性もあり、好ましいものではない。しかし本研究では、現状で入手可能な日銀当預間の振替のデータが、資金取引全体の傾向をよく反映しているものと仮定して分析を行うこととした。

分析に用いたデータには、各振替ごとに、資金の支払い方の金融機関コードと支店コード、受取り方の金融機関コードと支店コード、振替が行われた時刻、支払われた金額、などの情報が含まれている。本研究では、金融機関間の資金取引が作る金融ネットワークに興味の中心があるので、記録されている情報のうち、支店コードについては無視することにする。つまり、金融機関  $A$  の  $a$  支店から金融機関  $B$  の  $b$  支店への支払いは、単に金融機関  $A$  から金融機関  $B$  への支払いとみなすことにする。用いた記録の一部には、同一金融機関の支店間の決済が含まれているが、このような決済については無視されることになる。

同一金融機関の支店間の決済を含めると、2001年6月中に日銀当預を通じて決済を1度でも行った金融機関の数は546、行われた決済の総数は15万余りで、決済額は延べにして約733兆円であった。また、同一金融機関の支店間の決済を除いた決済総数は14万余り、延べ決済額は約710兆円であった。1件の決済の最高額は約7620億円、最低額は1円であった。

### 3.2 金融ネットワークの抽出法

金融ネットワークの場合、インターネットの構造などの場合と違い、資金取引の記録からネットワーク構造を抽出する方法が問題となる。インターネットの場合、ケーブルなどを用いてハードウェア的に接続された構造であるのに対し、資金取引にはそのようなハードウェア的な構造が存在しないからである。

決済のデータからネットワーク構造を抽出するにはいくつかの方法が考えられる。

まず、最も簡単な方法として、観測期間中に1度でも決済を行った金融機関のペアをリンクで結び付ける方法が考えられよう。しかし、観測期間中に決済を行わなかったペアは、そのペアの間で決済の行われる確率が小さかったために、たまたま決済が観測されなかった可能性がある。この場合、観測期間を長くすれば、そのようなペア間でも決済が観測さ

れ、リンクで結び付けられる確率が高くなり、ネットワークの構造が観測期間に依存してしまうことになる。

次に、ある一定額以上の資金のやり取りがあったペアをリンクで結ぶという方法が考えられるだろう。資金取引によるネットワーク構造を考えるのであるから、これは極めて普通の発想である。そこで、各金融機関のペアについて、ペア間での決済の総額について調べてみる。観測データ中で決済を行った金融機関の数は前述の通り 546 あり、この 546 の金融機関が作るペアの数は数学的には 148,785 であるが、観測データ中で実際に 1 度でも決済のあったペアの数はその 5% に満たない 7,351 である。図 2 はこの 7,351 ペアについて、ペアの間で行われた決済の総額の累積分布である。図 2 のグラフは両対数軸上で緩やかなカーブを描いており、ペア間の決済総額の分布が冪関数よりも減衰の早い関数に従うことを示している。しかし、ここには示さないが、片対数軸を用いることにより、この累積分布は指数関数に従うわけではなく、指数関数よりも減衰の遅い関数であることが分かる。この図からリンクを定義するための決済総額の閾値を決めようとしても、グラフのカーブには特別に特徴的な金額が現れておらず、閾値の物理的根拠がはっきりとしない。

そこで、ここでは次のような方法を採用する。図 3 は 7,351 ペアについて、ペアの間で行われた決済の回数の累積分布である。図に示すように、このグラフは、決済回数が 20 付近以上の部分でかなりきれいに直線で近似することができる。これは、ペア間の決済回数  $n$  の累積分布  $N(\geq n)$  が  $n \geq 20$  の範囲で

$$N(\geq n) \propto n^{-1.3} \quad (9)$$

の冪関数で近似できることを表している。観測期間中の金融機関の営業日数は 21 日であるから、この折れ曲がりの位置には、1 営業日あたり 1 回の決済頻度、という物理的に明確な意味がある。そこで、この事実を利用して、観測期間中 21 回以上の決済の行われた金融機関のペアをリンクで結び、金融ネットワークを定義することにする。

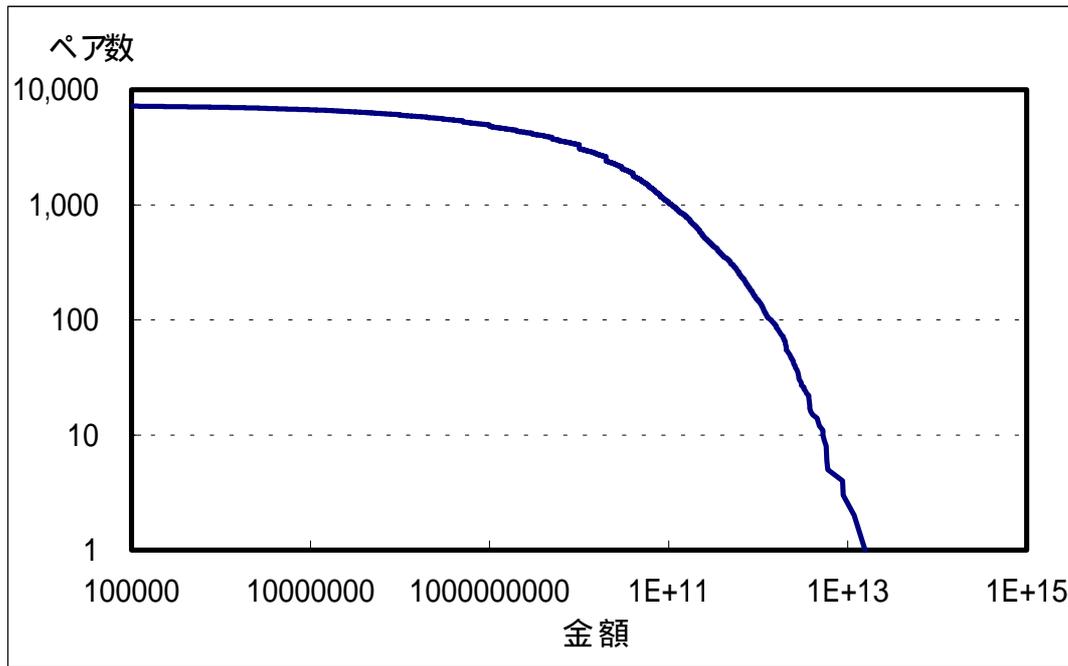


図 2：金融機関ペアごとの決済額の累積分布。横軸は金額、縦軸は金融機関ペアの累積数。

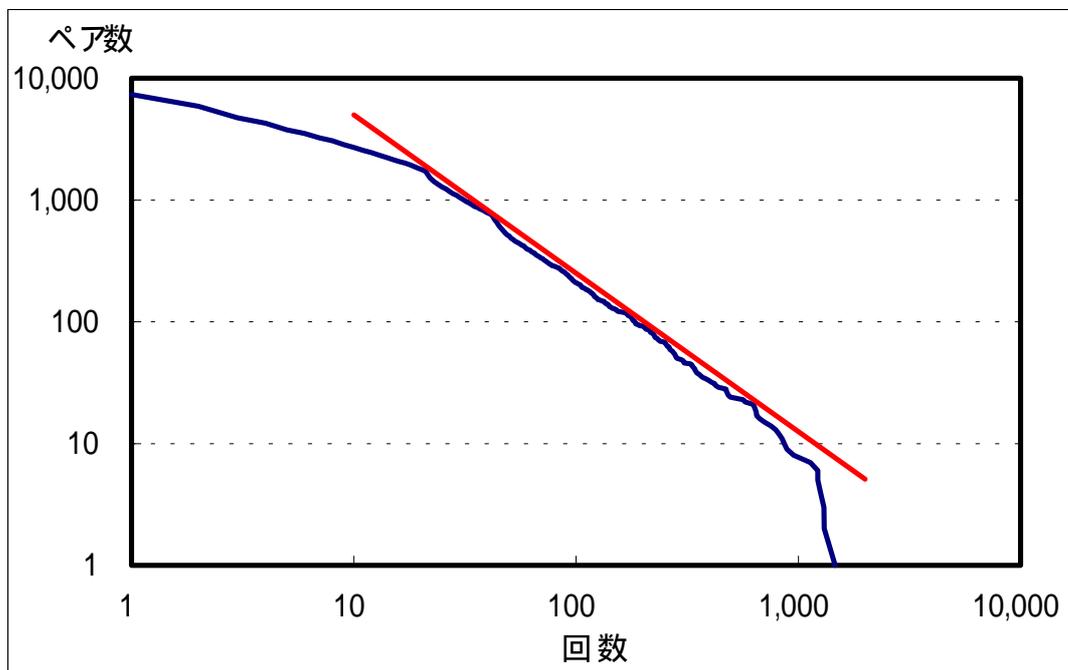


図 3：金融機関ペアごとの決済数の累積分布。横軸は回数、縦軸は金融機関ペアの累積数。赤線は冪分布  $N(\geq n) \propto n^{-1.3}$  を表す。

### 3.3 金融ネットワークの統計的性質

観測データ中で決済が記録されている金融機関は 546 あるが、決済回数が 21 未満の金融機関ペアについてはリンク接続されないため、いくつかの金融機関がネットワークから切り離されてしまう。このため、上述の方法で得られた金融ネットワークには 354 の金融機関が含まれている。このネットワークを図 4 に示す。図中では一部の例外を除いて、決済回数の多い金融機関ほど中心近くに配置されているのであるが、図の外側近くに位置する金融機関は中心近くに向かって接続された数本のリンクしか持たないことが分かる。また、ネットワーク中でリンクにより接続されている金融機関ペアの数は 1,727 であり、全ペア数 62,481 の 3% 未満に過ぎないことから、このネットワーク中の金融機関ペアは、その大部分が直接リンクで接続されていないものであることが分かる。

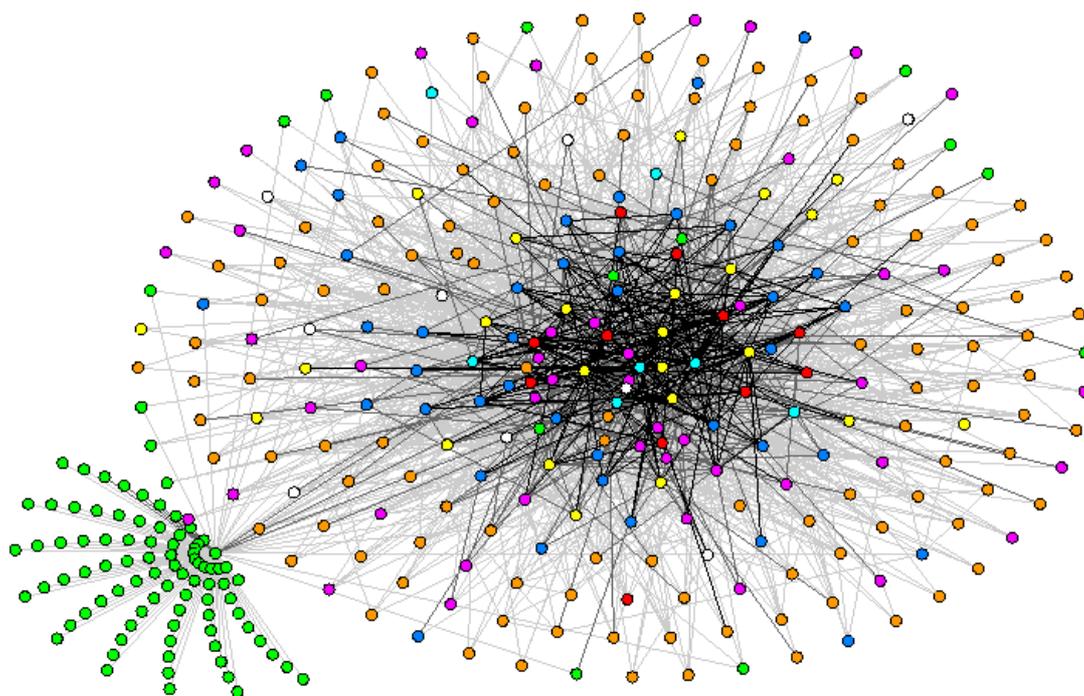


図 4：資金取引のネットワーク。線の濃さは決済の頻度。マークの色は金融機関の種類。

：都市銀行・長期信用銀行、：地方銀行、：信託銀行、：信用金庫、：短資会社・証券金融会社、：外国銀行、：証券会社、：その他

このようにして得られたネットワークについて、金融機関に接続されているリンクの数の累積分布を見たものが図 5 である。図から、5 本程度以上のリンクをもつ金融機関の累積分布は指数 1.1 の冪分布に従うことが分かり、金融機関のネットワークもまた、式 7 を満たすタイプのネットワークであることが分かる。

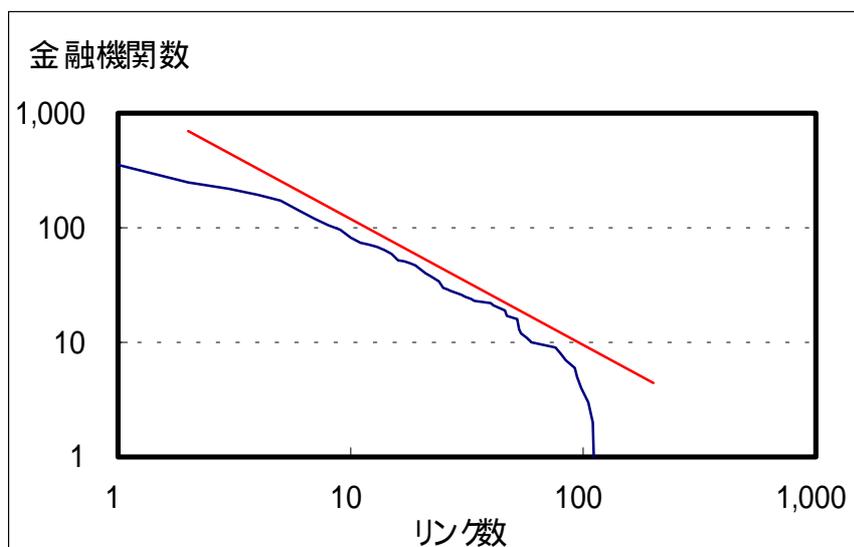


図5：金融機関ごとのリンク数の累積分布。横軸はリンク数、縦軸は金融機関の累積数。赤線は  $N(\geq n) \propto n^{-1.1}$  を表す。

以上の結果は2001年6月のデータに基づいているのであるが、このような金融ネットワークのフラクタル性は、他の観測期間においても定常的に観測される。例として、図6に2001年6月から2002年12月の間のリンク数の累積分布を3ヶ月ごとに観測した結果を示す。期間中、リンク数が若干減少するような傾向が見られるものの、分布が冪関数に従う傾向は変わらず、金融機関のネットワークは常にフラクタル的な性質を示すことが分かる。その他、金融機関ペア間の取引回数の分布なども、2001年6月のものと同様の結果を示す。

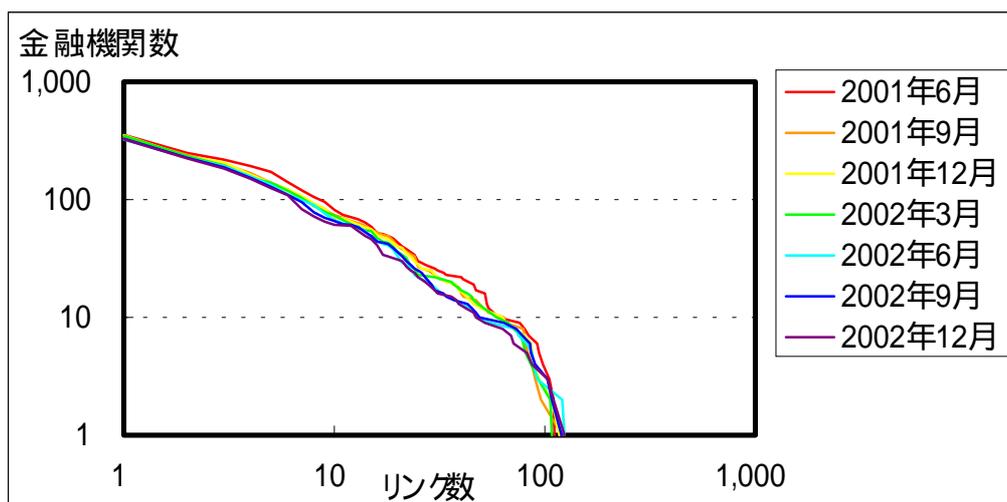


図6：リンク数累積分布の時間変化。横軸はリンク数、縦軸は金融機関の累積数。

## 4 フラクタルネットワークの性質

金融機関の間の資金取引に基づいて抽出された金融ネットワークは、インターネットの構造などと同じく、フラクタル的なネットワーク構造をもつことが明らかになった。統計物理学の分野では、既に、フラクタル的なネットワーク構造の性質について研究が進められている。ここでは、金融関係者にとって興味があると思われる、ネットワークの安定性について、統計物理学分野の研究を紹介しながら議論を行う。

### 4.1 ネットワーク構造の安定性

Barabási らは、2.3 節で紹介した二つのタイプのネットワークモデルについて、ネットワーク構造の安定性について論じた（文献 8）。ネットワーク構造の安定性は、ネットワーク中のノードを破壊した場合に、それがネットワーク構造全体に及ぼす影響の度合いで評価することができる。このネットワーク構造全体に対する影響は、ネットワークの半径と呼ばれる量により測られる。ネットワークの半径とは、ネットワーク中の 2 ノード間の距離を、すべてのノードの組み合わせについて平均したものである。二つのノード間距離としては、ひとつのノードからリンクをたどり他のノードに行く場合に必要となるリンク数をとる。ノード間に複数の経路がある場合には、距離が最短のものを採用することとする。予め、性質を調べるネットワーク構造について半径を測っておき、ノードを破壊した後の半径と比較する。ノードの破壊により、破壊以前には使用可能であった経路が使用できなくなるため、通常、ネットワーク構造の半径は増加する。この増加の割合を見ることで、ネットワーク構造のノード破壊に対する反応を見るのである。

Barabási らは、Erdős モデルと Barabási モデルの二種類のネットワーク構造について、ノードが破壊された場合の影響を調べた。彼らは、ノードの破壊の様式についても、ネットワーク中からランダム選んだノードを破壊する場合と、リンク数の多いノードから順に破壊する場合の二種類を考えた。前者を災害（failure）、後者を攻撃（attack）と呼ぶ。図 7 にその結果を示す。

図 7 に示されているように、Erdős モデルでは、災害と攻撃の場合のネットワーク構造の影響に大きな差が見られない。これは、Erdős モデルでは、リンク数の分布が正規分布に近く平均値の周りに集中しており、リンク数のばらつきが小さいためと考えられる。一方、Barabási モデルの場合には災害の場合の影響は Erdős モデルの場合に比べやや小さいのに対し、攻撃の場合にはネットワーク構造に非常に大きな影響を与えることが分かる。Barabási モデルの場合、リンク数は冪分布に従うのであるが、冪分布は正規分布に比べると揺らぎ（偏り）が大きい。このことは、ごく少数のノードに多数のリンクが集中し、ハブ状の役割をするノードがネットワーク内に存在することを意味している。そのようなハブに対する攻撃が、ネットワーク構造全体に大きな影響を与えることは、容易に想像でき

るであろう。

結論として、フラクタル的なネットワーク構造は、ノードのランダムな破壊（災害）に対しては比較的強く、ハブの役割を果たすノードに対する攻撃には比較的弱い、と言えるのである。

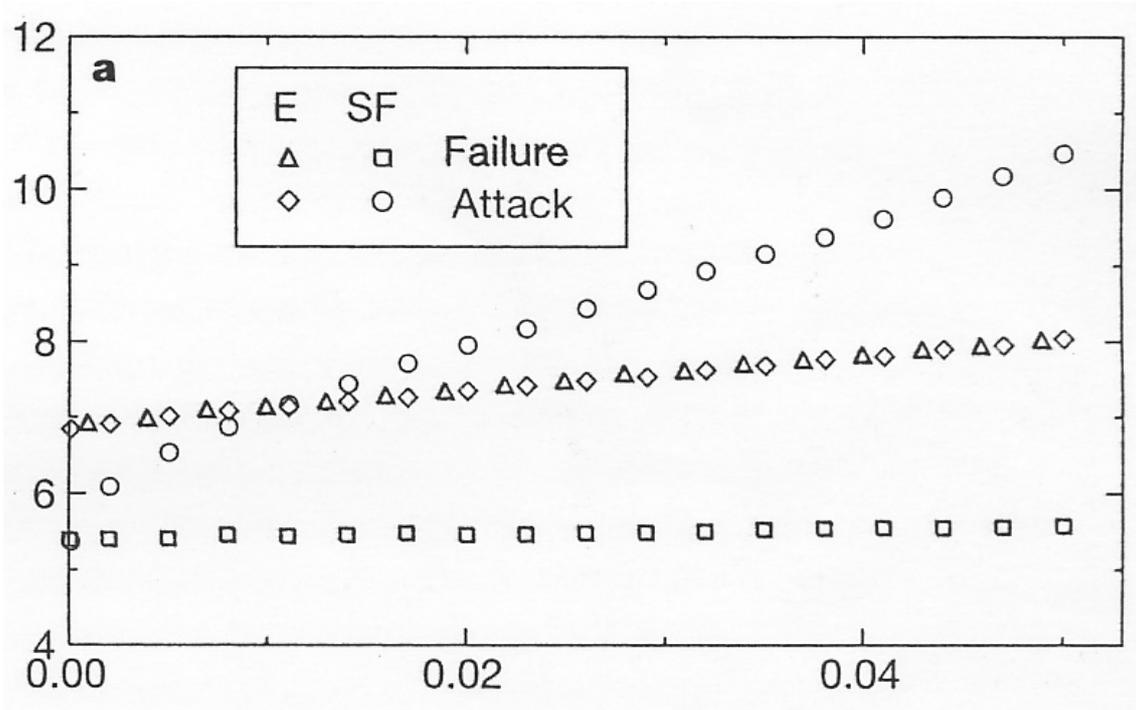


図7：ネットワーク構造のノード破壊に対する反応。横軸は破壊されたノードの割合。縦軸はネットワークの半径。マークは、△：Erdős モデルに対する failure、◇：Erdős モデルに対する attack、□：Barabási モデルに対する failure、○：Barabási モデルに対する Attack。文献8より転載。

#### 4.2 ネットワーク構造の安定性と経済性

前章の結果を、さらに単純化したネットワーク構造を用いて論じてみる。

Erdős モデルでは、任意のノード間が一定の確率でランダムにリンクで結ばれることによりネットワーク構造が形成された。ここで、リンク接続の確率を 1 とすると、図 8(a)のようなネットワーク構造が得られる。このネットワークを分散型ネットワークと呼ぶことにする。このネットワークでは、ネットワーク中のすべてのノードが、他のすべてのノードと直接リンクにより接続されているため、どのノードが破壊されても、その影響を最小限に抑えることができる。その意味で、このネットワークは安定性が高い、ということが出来る。その一方、例えばインターネットの場合のように、ネットワークを構築するために

ケーブルなどを用いる必要がある場合には、リンクを設置維持するために一定のコストがかかる。そのような場合には、このネットワークでは頻繁に使われることのないリンクまで常に維持する必要があるため、高いコストがかかることになる。その意味で、このネットワークは経済性が低い、と言える。

一方、Barabási モデルの場合には、リンクの集中したハブのような構造がネットワーク中に存在した。これを単純化することで、図 8(b)のようなネットワーク構造を考えることができる。このネットワークを集中型ネットワークと呼ぶことにする。このネットワークには、ハブの役割をするノードがひとつ存在し、他のすべてのノードは、このハブとのみリンクで結ばれている。このような構造のため、ハブ以外のノードが破壊された場合にはネットワーク全体への影響は小さいものの、ハブが破壊された場合には、このネットワークの機能は完全に停止してしまう。その意味で、このネットワークは安定性の低い構造をもっていると言える。その一方で、図 8(a)のネットワーク構造と比較すると、リンクの数が格段に少なくすむため、リンクの維持にコストがかかる場合には、低コストでネットワークの機能を維持できる。その意味で、このネットワークは経済性が高いと言える。

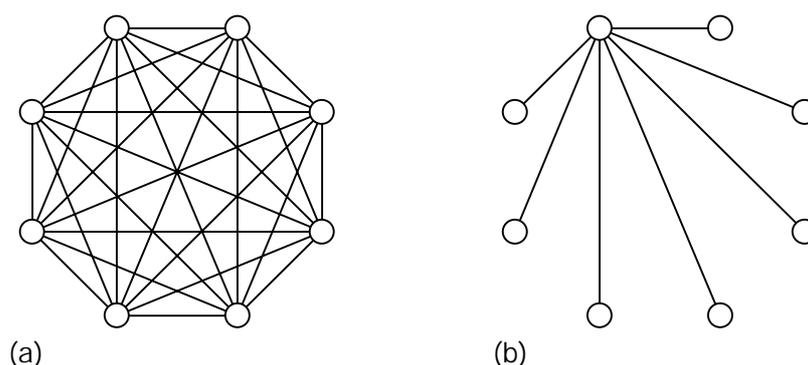


図 8：単純化されたネットワーク構造。(a)ノード間のすべてが接続されている場合。(b)ハブの役割を担うノードがひとつだけある場合。

#### 4.3 ネットワーク構造の比較

以上の議論を踏まえた上で、金融ネットワークの特徴を、他のネットワーク構造との比較により論じてみる。

表 1 に様々なフラクタルネットワークのリンク数分布の冪指数をまとめてある。この指数は全て、累積分布

$$N(\geq k) \propto k^{-\tau} \tag{10}$$

の指数 $\tau$ である。指数 $\tau$ と式7の指数 $\gamma$ の間には、前述のとおり1の差があり、 $\tau = \gamma - 1$ の関係がある。この表の数値から分かるとおり、金融ネットワークを含めた、自然界に観測されるフラクタルネットワークの指数 $\tau$ は、1に近い値を取るものが多い。これは、Barabásiモデルが予想する指数 $\tau = 2$ と比較すると、かなり小さい値である。

金融ネットワーク	指数 $\tau = 1.1$	(本稿での分析から得られた推計値)
俳優の共演	= 1.3	
ウェブページ	= 1.1	
インターネット	= 1.5	
Barabásiモデル	= 2.0	

表1：様々なネットワークのリンク数分布の冪指数 $\tau$ （文献4、5、6）。

この、モデルよりも小さい指数、が意味するところについて考察するため、図9のようなグラフを考える。図9では、金融ネットワーク、Barabásiモデル、前節で論じた二種類の単純化したネットワーク構造について、それぞれ、リンク数の累積分布が模式的に示されている。

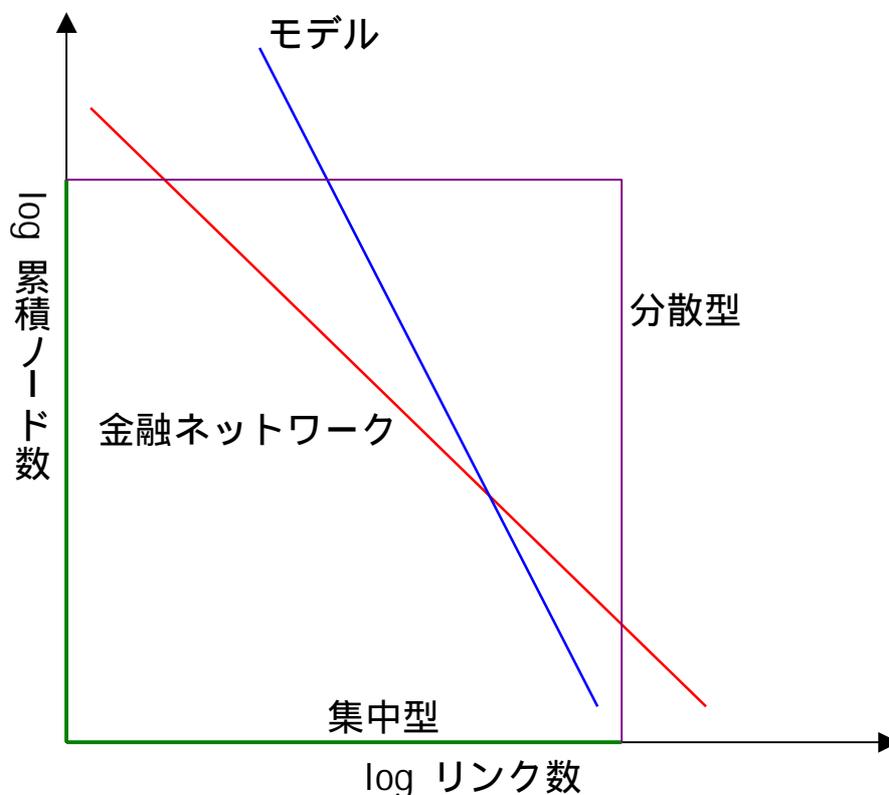


図9：代表的なネットワーク構造の累積リンク数分布

まず、前節で論じた単純化されたネットワーク構造についての分布に注目してみる。大きいリンク数を表すグラフの右方から、小さいリンク数を表すグラフの左方に向かって見ていくと、分散型ネットワークについては、すべてのノードが多数のリンクを持つため、グラフはリンク数の大きいところで急激に立ち上がり、以後、平らな部分が続く。逆に、集中型ネットワークでは、ひとつのノードが大きなリンク数をもつ以外は、各ノードに1本のリンクしか接続されていないため、最初に平らなグラフが続き、原点近くで急激に増加する形になっている。このような形状のグラフの場合、傾きについて論じるのはあまり意味がないのであるが、前者は傾きが無限大、後者はゼロに近いグラフ、と解釈すれば理解しやすいであろう。すなわち、安定性を追及した分散型ネットワークの分布の傾きは無限大に近づき、経済性を追求した集中型ネットワークの分布の傾きはゼロに近づくのである。

ここで、金融ネットワークと Barabási モデルのグラフを比較してみると、金融ネットワークのほうが、グラフの傾きが小さいことが分かる。これは、金融ネットワークのほうが Barabási モデルと比較して、より経済性が高く、安定性の低い構造になっていることを意味する。

## 5 今後の課題

本研究では、金融機関間の資金取引がつくる金融ネットワークの構造についての分析を行った。分析の結果、金融機関の資金取引がつくるネットワークの構造が、インターネットなど、全く別の目的で形成された様々なネットワーク構造と共通の統計的性質をもつことが明らかになった。今後、統計物理の分野でネットワーク構造についての研究が進めば、その知見を生かして、金融ネットワークの安定性を維持するための方法を開発することができる可能性もある。

また、付録に掲載するように、金融機関間の決済に関する様々な分布を得ることができた。実際に行われている決済の記録に基づいた金融機関間の資金取引の統計的研究はこれまでにないもので、本論から離れるとはいえ、これらの結果にも一定の意義があると言える。

今後、本研究を更に発展させていく方向性としては、幾つかのポイントが挙げられる。

まず、本研究では、とりあえず現状で入手が可能な、日銀当預間の資金振替の記録を用いて分析を行っているが、節3.1で詳しく述べたように、このデータは金融機関間の資金決済のすべてを反映してはいない。今後、分析対象となるデータの拡充を行ったり、データの質の向上を図ることが重要である。

また、本研究の金融ネットワークでは、振替の件数によりリンクが定義されており、振替金額について考慮されていない。したがって、1回の振替金額が1円であっても、1000

億円であっても、リンクの定義に与える効果は全く同一となる。これは、直感的にも、多少の違和感を拭えない定義である。今後、金融ネットワークの分析に、金額の要素を加える必要がないかについては、検討の余地がある。

更に長期的な課題としては、金融ネットワークのもつ動的な側面についての研究を挙げることができよう。

本研究では、資金取引のデータから抽出された金融ネットワークは、時間的に変化しない、静的な構造であることを暗黙のうちに仮定している。ネットワークの安定性の議論などもこの仮定に基づいている。確かに、インターネットのような、ハードウェアからなるネットワーク構造の場合には、ケーブルのつなぎ換えなどが頻繁に起こるとは考えにくく、静的なネットワーク構造であると考えてよいであろう。しかし、金融ネットワークの場合には、例えば、あるハブの役割を担う金融機関が資金取引機能を停止しても、別の大きな金融機関がその肩代わりをする可能性が考えられ、静的なネットワーク構造についての考察が単純に当てはまるかどうかは、更に研究の余地がある。この点に関し、一定のルール（付録B参照）に従って金融機関をグループ分けした上で、グループのコアとなる金融機関が一定期間機能停止した場合に、コアにぶら下がる金融機関の反応をみたところ、リンクの付替え等が機動的に行われるケースが観察された。このことから、金融機関間の資金取引ネットワークは静的にみると安定性よりも経済性を重視した構造になっているが、弾力的にリンクの張り替えを行うことにより、動的には安定性も確保している可能性がある。今後こうした動的な安定性に関する研究が進めば、資金取引ネットワークの安定性を確保するために必要な施策についても新たな考察が可能となる可能性がある。例えば、ハブの役割を果たす主体を存続させる施策と、主体の存続自体は市場に委ね、むしろハブの機能停止に対するネットワーク参加者のリンクの付替え行動の機動性を高める施策とを比較する、といった検討も可能となるかもしれない。その際、ネットワークの管理主体もしくは管理方法が、ネットワークの経済性や安定性に及ぼす影響も考慮すべき興味深い論点である。

また、決済が行われるタイミングについての研究も重要と考えられる。金融機関が、その業務の性質上、自己資金よりも大きな額の資金のやり取りを行っていることを考えると、あるひとつの金融機関が、大きな額の支払いを一方的に続けて行うことは稀であると考えられる。そのような大きな額の支払いは、その額に見合う資金を予め他の金融機関から受け取った上で行われるであろう。このように、金融機関の支払い行動は、他の金融機関からの受取りのタイミングに強く支配される筈である。実際に、日中の資金取引のボリュームや取引を行った金融機関の組み合わせは、時間帯により異なることが観察された。このような強い時間相関を持ったネットワークシステムについての研究は、統計物理学の分野でも未だに行われておらず、金融ネットワークは物理学の世界にも新しい問題を提供する興味深い研究対象であるといえる。

## 付録 A：資金取引の統計

本研究の主な目的は、金融機関間の資金取引がつくるネットワーク構造の分析である。しかし、その分析の過程で、金融機関が行う決済についての様々な統計を得ることができた。以下では、付録として、金融機関が行う資金取引についての様々な統計を掲載する。

統計の元になるデータは、3.1節で解説したとおり、2001年6月中の日銀当預間の振替記録である。従って、データの制約等も3.1節で述べられているとおりである。以下、資金取引、決済、などの用語が用いられるが、これらはすべて、日銀当預間の振替により行われたものであることに留意されたい。

### A.1 日ごと、時間ごとの決済数と額

まず金融機関の決済行動の時間的な変化を見る。

図10は金融機関の間で行われた決済の日ごとの数であり、図11は決済の日ごとの総額を見たものである。どちらの図にも共通して、7日ごとに2日間決済の行われていない日があるが、これらは土曜と日曜であり、通常、金融機関は営業していない。2001年6月中の金融機関の営業日は21であり、1営業日あたりの平均決済数は6,782、1営業日あたりの平均決済額は約33兆8千億円である。また、図からわかるとおり、決済数は20日、25日、月末の順に多くなっているが、決済総額では月末、25日、20日の順に多くなっている。

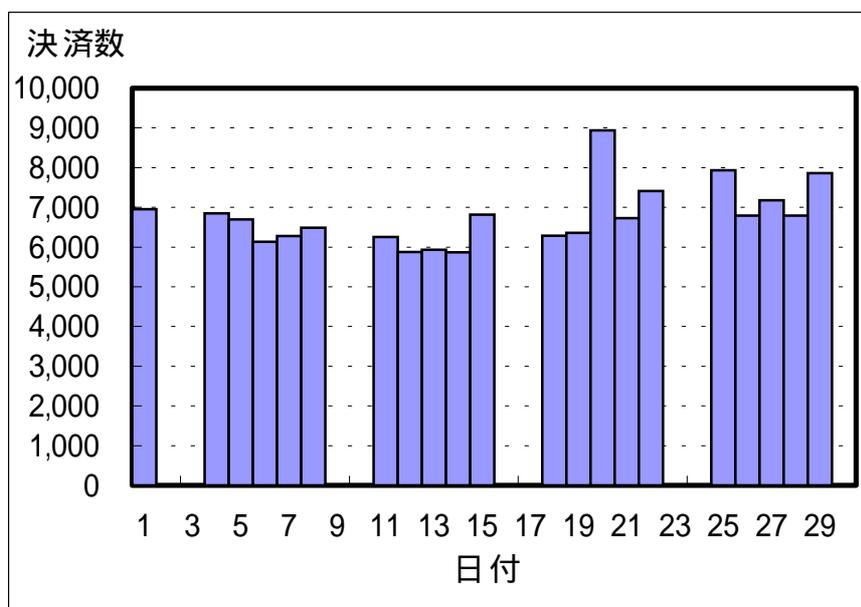


図10：日ごとの決済数。

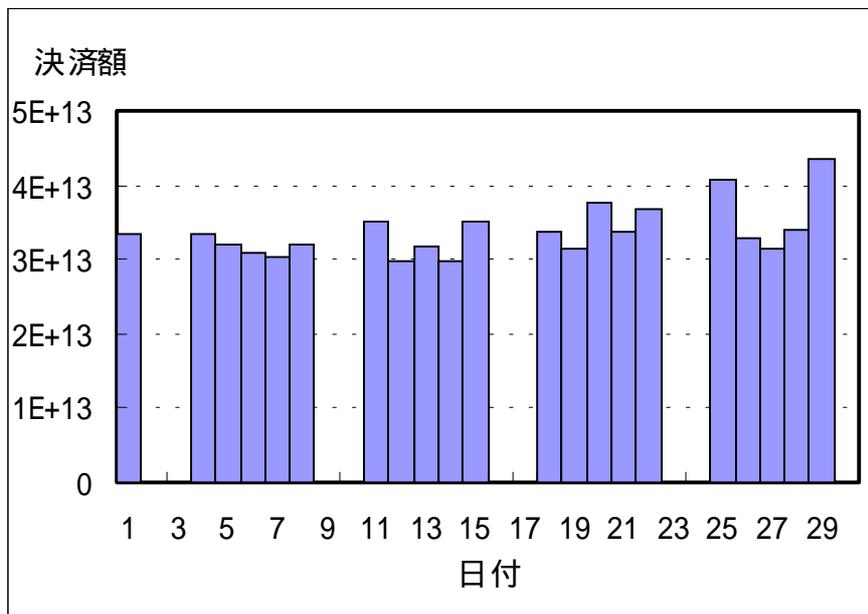


図 1 1 : 日ごとの決済額。

一方、図 12、図 13 はそれぞれ、1 時間ごとの決済数と決済総額を見たものである。これは、例えば、9 時から 10 時の 1 時間についての場合、全ての営業日の 9 時から 10 時の間に行われた決済の数と総額を計算したものである。図からわかるように、決済数、決済額共に、9 時から 10 時の 1 時間に集中している。この 1 時間の中に数にして 54%、金額にして 47%の決済が行われていることがわかる。このほか、13 時からの 1 時間にも低いピークが見られる。

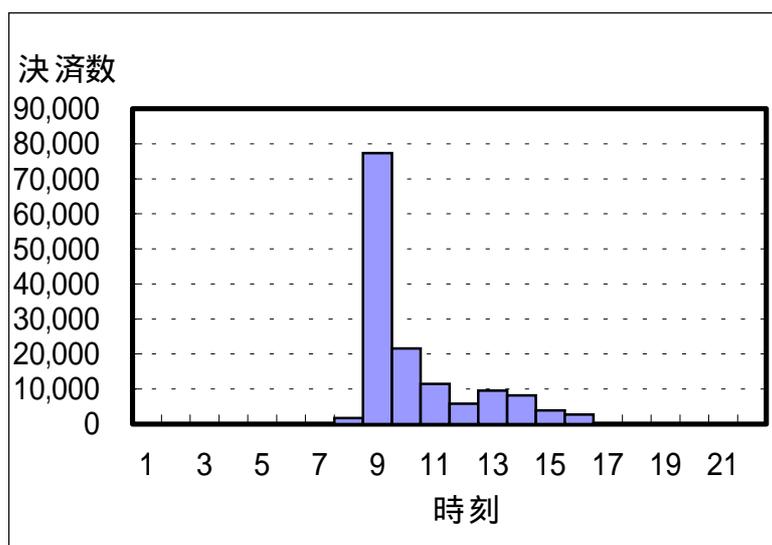


図 1 2 : 時間ごとの決済数。

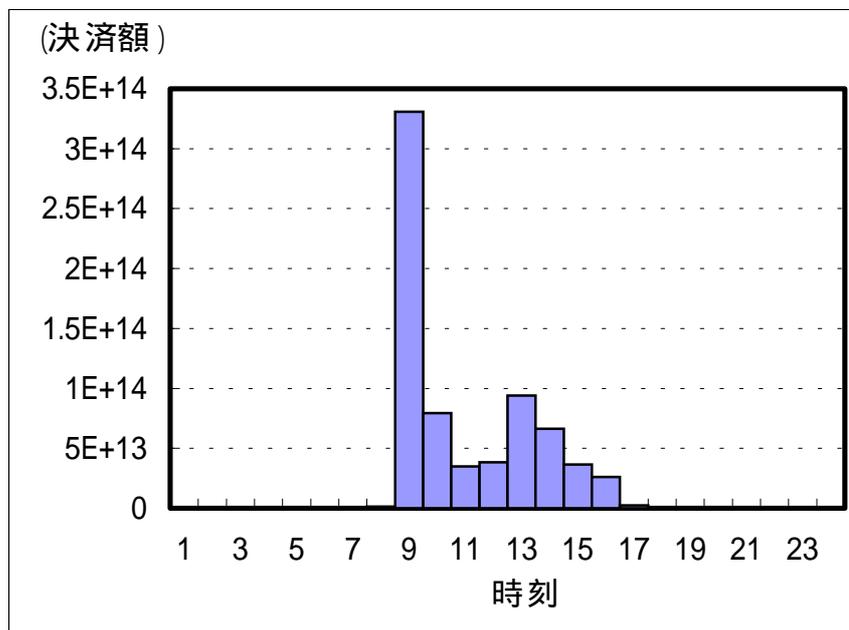


図 13 : 時間ごとの決済額。

#### A. 2 金融機関ごとの決済額に関する分布

ここでは金融機関 1 件あたりの決済額に関する分布を見る。

図 14 は ( a ) 各金融機関が観測期間中に行った決済の総額、( b ) 決済の際に他金融機関に支払った総額、( c ) 決済の際に他金融機関から受け取った総額、の累積分布である。分布 ( a ) から、ひとつの金融機関が扱う決済の総額はおよそ 1 億円から 100 兆円の範囲に幅広く分布していることがわかる。また分布 ( a ) は  $10^{14}$  より少し小さいところに鮮明な、 $10^{12}$  付近と  $10^9$  付近に緩やかな折れ曲がりを持つ特徴的な形をしていて、分布 ( b ) ( c ) もほぼ同じ特徴を示している。特に分布 ( b ) と ( c ) はほとんど同一の関数形をもっており、金融機関の支払いと受取の総額がほぼ同一の分布に従うことを意味している。ただし、これは必ずしも各金融機関の収支がゼロになっていることを意味するものではない。

各金融機関の収支を図 15 に示す。図では金融機関を支払超過のものと受取超過のものに分け、それぞれ超過額の累積分布を表示している。どちらの超過額も 1 億円から 10 兆円の範囲に分布している。この最大値 10 兆円は、金融機関の決済総額の最大値 100 兆円に比べると 1 桁程度小さな値になっている。

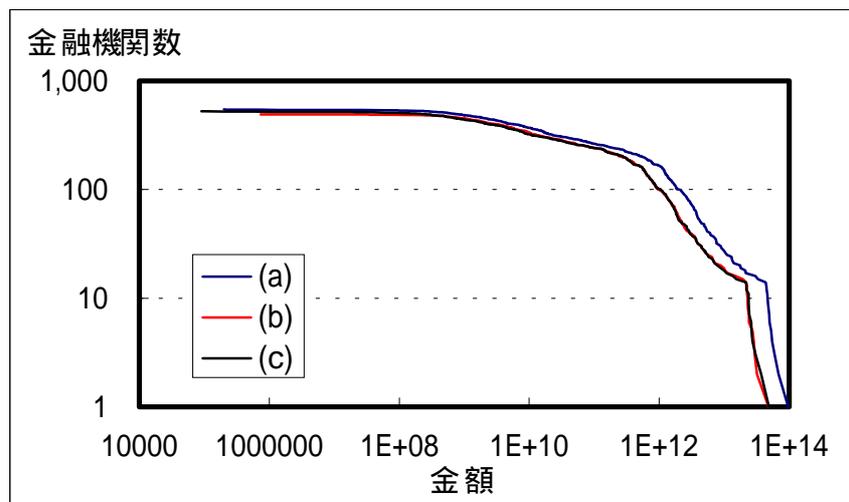


図 1 4 : 金融機関ごとの決済額の累積分布。横軸は金額、縦軸は金融機関の累積数。( a ) 決済の総額、( b ) 支払額、( c ) 受取額。

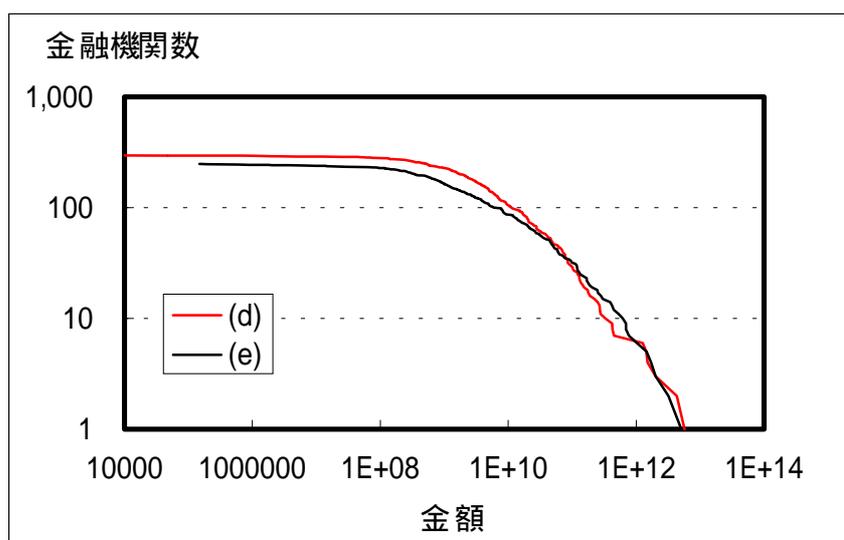


図 1 5 : 金融機関ごとの収支の累積分布。横軸は金額、縦軸は金融機関の累積数。( d ) 支払超過額、( e ) 受取超過額。

### A . 3 金融機関ごとの決済数に関する分布

図 16 に各金融機関の決済数の累積分布を示す。( a ) は支払い受取りに関わらず、金融機関が決済に関わった回数の累積分布であり、( b ) は支払いを行った回数、( c ) は受け取った回数の累積分布である。決済の総数の累積分布 ( a ) によれば、ひとつの金融機関が行う決済の総数は 1 回から 1 万回強の範囲に分布している。また、決済額の分布の場合と同様、支払い数 ( b ) と受取り数 ( c ) の累積分布の関数形は、決済総数の累積分布 ( a )

とよく似た特徴をもっており、累積分布 ( b ) と ( c ) はほぼ同一の関数に従っている。

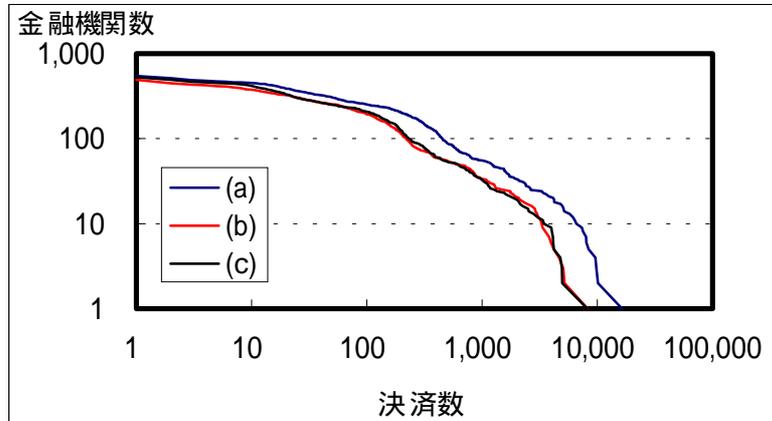


図 1 6 : 金融機関ごとの決済数の累積分布。横軸は回数、縦軸は金融機関の累積数。( a ) 決済の総数、( b ) 支払回数、( c ) 受取回数。

付録 B : 金融機関のグループ分けの方法。

$N$  個の金融機関からなる系で金融機関のグループ分けを考える。

まず、二つの金融機関  $i$  と  $j$  を結ぶリンクの長さを考える。

それぞれの金融機関の決済の回数を、それぞれ、 $m_i$ 、 $m_j$  とし、リンク上の決済の回数

$\bar{n}_{ij}$  が  $m_i$ 、 $m_j$  のみで決まると仮定する。

この仮定から理論的に決まる決済回数  $\bar{n}_{ij}$  のうち、最も単純なものとして

$$\bar{n}_{ij} = m_i m_j \quad (11)$$

のようなものが考えられる。このように、相互作用  $\bar{n}_{ij}$  が二つの要素の規模を決める量  $m_i$ 、

$m_j$  の積によって決まる場合を平均場相互作用という。式 11 を少々一般化した

$$\bar{n}_{ij} = m_i^\alpha m_j^\alpha \quad (12)$$

もまた平均場相互作用と呼ばれる。 $\alpha$  は正数である。ここで、二つの金融機関のみからなる系を考えると、 $m_1 = m_2 = \bar{n}_{ij}$  であることから、式 12 が成立するためには  $\alpha = 1/2$  でなければならない。

実際には金融機関  $i$ 、 $j$  の間の決済回数  $n_{ij}$  は必ずしも  $\bar{n}_{ij}$  に比例しない。そこで、 $i$ 、 $j$  を結ぶリンクの長さ  $l_{ij}$  を

$$l_{ij} = \bar{n}_{ij} / n_{ij} \quad (13)$$

により定義する。 $l_{ij}$  の逆数は、平均場相互作用により予想される決済数で規格化した実際の決済数であり、二つの金融機関の親密さの度合いを表していると考えることができる。

次に、任意の 2 金融機関の間の距離を計算する。

任意の二つの金融機関  $i$ 、 $j$  を考える。この二つの金融機関は、必ずしもリンクで直接結ばれているとは限らないが、ともに金融ネットワークに属しており、いくつかのリンクを辿ることで、互いに他に到達できるとする。このとき、 $i$ 、 $j$  の距離  $d_{ij}$  は、 $i$  から  $j$  に至る経路上のリンクの長さ  $l$  の総和によって定義する。金融機関  $i$ 、 $j$  を結ぶ経路が複数存在する場合には、最短経路の長さを  $d_{ij}$  とする。

金融機関をリンク数の多い順に並べ、上位から  $N_G$  の金融機関を選び、グループの核とする。核  $a$  から距離  $d$  の範囲に入る金融機関の数を  $n_a(d)$  とし

$$N_G = \sum_{i=1}^{N_G} n_a(d) \quad (14)$$

を考える。グループの半径  $r_G$  を  $N_G = 2N$  となる距離  $d$  で定義する。このグループ半径  $r_G$  を用いて、核  $a$  からの距離が  $r_G$  以下の金融機関はグループ  $a$  に属する、という規則で金融機関のグループ分けを行う。

ここで説明したグループ分けでは、ある金融機関が核  $a$  から半径  $r_G$  以内にあり、同時に、核  $b$  から半径  $r_G$  以内にある、ということが起こり得る。つまり、重複を許したグループ分

けになっている。そこで、グループ間の重複の程度を考えることで、グループ相互の関係について考察することができる。

グループ  $a$  と  $b$  の重複の程度を表す量として

$$S_{ab} = \sum_{i=1}^N \exp \left[ - \left( \frac{d_{ai} + d_{bi}}{N_G} \right)^2 \right] \quad (15)$$

を定義する。 $S_{ab}$  は、グループ  $a$ 、 $b$  に同時に属する金融機関の数が多いほど大きくなる。特に、 $S_{aa}$  を考えると、これは、グループ  $a$  に属する金融機関の数が多いほど大きくなるので、グループの規模をあらわす量であると言える。一方、グループの規模自体が大きくとも、他のグループとの重複が大きければ、そのグループの独立性は低いと言える。そこで、グループの独立性を表す尺度として

$$M_a = S_{aa} - \sum_{b \neq a} S_{ab} \quad (16)$$

を導入する。これはグループ  $a$  の規模から他グループとの重複の効果を引いたものになっている。

## 参考文献

- 1 : R. N. Mantegna and H. E. Stanley, An introduction to econophysics: correlation and complexity in finance (Cambridge Univ. Press, 1999).
- 2 : Empirical science of financial fluctuations: The advent of econophysics, edited by H. Takayasu (Springer Verlag, 2002).
- 3 : H. E. Stanley, Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena (Oxford University Press, New York, 1987).
- 4 : M. Faloutsos, P. Faloutsos, and C. Faloutsos, Comput. Commun. Rev. **29**, 251 (1999).
- 5 : R. Albert, H. Jeong, and A.-L. Barabási, Nature (London) **401**, 130 (1999).
- 6 : A.-L. Barabási and R. Albert, Science **286**, 509 (1999).
- 7 : B. B. Mandelbrot, The Fractal Geometry of Nature (Freeman, San Francisco, 1982).
- 8 : R. Albert, H. Jeong, and A.-L. Barabási, Nature **406**, 378 (2000).