



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

断続的な設備投資 (Lumpy Investment) :

Generalized (S,s) モデルに基づいた実証分析

池田大輔*

daisuke.ikeda@boj.or.jp

西岡慎一*

shinichi.nishioka@boj.or.jp

No.06-J-15
2006年7月

日本銀行
〒103-8660 日本橋郵便局私書箱 30号

* 調査統計局

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局までご相談ください。転載・複製を行う場合は、出所を明記してください。

断続的な設備投資 (Lumpy Investment) :

Generalized(S, s) モデルに基づいた実証分析

池田大輔*・西岡慎一**

【要 旨】

マイクロデータでみた設備投資は、比較的滑らかに変動するマクロデータとは対照的に、断続的に変動することが米国の実証研究で報告されている。一方、日本を対象とした実証例は乏しい。こうした状況を踏まえて、本稿は、わが国製造業の設備投資が断続性を持つか否かについて、Caballero and Engel (1999) の Generalized (S, s) モデルに基づき、実証分析を行った。実証分析の結果、米国と同様に日本の製造業においても、設備投資の断続性が有意に存在することが示された。これは、マクロの設備投資は、各企業の最適資本ストックからの乖離幅の分布に依存し、その分布が最適資本ストックからの乖離を拡大させる方向へ歪むほどマクロショックに対する反応が大きくなることを意味する。加えて、設備投資の条件付実施確率は、設備投資待機期間が長くなるほど高まることが確かめられた。さらに、推計結果を利用してモデルの数値解析を行い、設備投資の断続性をもたらす固定費用を試算したところ、固定費用は粗利潤の約 20% との結果を得た。

キーワード：断続的な設備投資 (lumpy investment)、Generalized (S, s) モデル、固定費用、ハザード関数

* 日本銀行調査統計局 E-mail : daisuke.ikeda@boj.or.jp

** 日本銀行調査統計局 E-mail : shinichi.nishioka@boj.or.jp

本稿の作成にあたり、嶋恵一助教授 (弘前大学)、阿部修人助教授 (一橋大学) のほか、日本銀行スタッフから数多くの有益な示唆を受けた。記して感謝したい。もちろん、有り得べき誤りは全て筆者達に帰するものである。また、本稿に記された意見・見解は筆者達個人のものであり、日本銀行及び調査統計局の公式見解を示すものではない。

1 はじめに

マイクロデータでみた設備投資の変動は、比較的滑らかな変動パターンを持つマクロデータと比べて断続的 (lumpy) すなわち、設備投資は短期間で集中的に行われる傾向があることが、米国を対象とした実証分析で明らかにされている。Doms and Dunne (1998) は、米国センサスの長期調査データ (Longitudinal Research Datafile) の工場別データを用いて、半数以上の工場が単年度のみで 50% 近くの資本ストックの伸びを経験した、

17 年間の設備投資合計額のうち 25% 以上が単年度のみで実施された、等の事実を報告した。これは、 q 理論をはじめ、設備投資がマイクロレベルでも連続的に行われるとする従来の研究の前提を覆す重要なファクト・ファインディングであると捉えられ、断続的な設備投資 (lumpy investment) に関する研究の発端となった¹。

断続的な設備投資は、資本ストックの限界的な変化に対して、不連続な調整費用が存在する場合に生じ得る。この場合、少量の資本ストック調整は、軽微な便益しか生み出さず、費用を賄うことができないため実施されない。言い換えると、費用を賄うに足りる大幅な資本ストック調整のみが実施されるため、設備投資は断続性を持つことになる。こうした点を踏まえて、Abel and Eberly (1994) は、資本ストック調整の不可逆性が存在する場合、すなわち資本ストックの売却価格と購入価格が異なる場合、設備投資は限界 q と非線形の関係を持ち、ある領域の q に対して設備投資が実施されないことを示した。また、Caballero and Leahy (1996) は、設備投資実施時に固定費用が発生する場合、設備投資は限界 q の非単調関数となることを示し、限界 q は、設備投資を説明する指標として不十分であると主張した。

これらのモデルは、マイクロレベルにおける設備投資の断続性を説明することが可能であるが、代表的企業を仮定するだけでは、一見滑らかに変動するマクロレベルの設備投資の動きを説明することはできない。そこで Caballero and Engel (1999) は、マイクロレベルにおける断続的な設備投資に加え、企業の異質性を導入することによりこの問題の解決を図った。具体的には、調整費用として固定費用を想定し、この固定費用が確率変数であると仮定することで企業の異質性を取り入れた。このとき、固定費用が存在することから、マイクロレベルの設備投資は断続的、すなわち、固定費用が十分に小さい場合にのみ設備投資は実施される。一方、固定費用は確率変数であることから、固定費用の大きさは各企業で異なる。従って、設備投資を実施する企業と実施しない企業が共に存在し、集計されたマクロレベルの設備投資は滑らかに推移する。Caballero and Engel (1999) が提示したこのモデルは、マイクロレベルとマクロレベル双方の設備投資の変動パターン

¹ Caballero (1999) は、伝統的な設備投資理論から断続的な設備投資理論に至るまで包括的なサーベイを行なっている。

を整合的に説明することが可能で、Generalized (S, s) モデルと呼ばれている。

更に Caballero and Engel (1999) は、この Generalized (S, s) モデルに基づき、ハザード関数の形状について実証分析を行った。ここで、ハザード関数とは、設備投資実施確率の最適資本ストックからの乖離幅に関する関数である。Generalized (S, s) モデルの下では、最適な資本ストックからの乖離幅が大きくなるほど、設備投資を実施したときの企業価値の増分が固定費用を上回る可能性が高まることから、設備投資実施確率は、最適資本ストックからの乖離幅に関する増加関数となる。Caballero and Engel (1999) は、米国製造業におけるマクロレベルの設備投資データを用いて、ハザード関数が増加関数となることを示し、設備投資が断続的であることを明らかにした。こうした結果は、マイクロデータを用いてハザード関数が増加関数であることを示した Caballero, Engel and Haltiwanger (1995) と整合的である。

一方、Cooper, Haltiwanger and Power (1999) は、ハザード関数が、最適資本ストックからの乖離幅に関して増加関数である場合、設備投資実施確率は、設備投資待機期間に関しても増加関数となることを示した。更に、マイクロデータを用いた推計の結果、設備投資実施確率は、設備投資待機期間に関する増加関数であることを示した。

以上の実証結果は、最適資本ストックからの乖離幅と設備投資待機期間、いずれの観点からみても、米国の設備投資が断続性を持つことを示している。嶋 (2005) は、日本のマイクロデータを用いて、Cooper, Haltiwanger and Power (1999) と同様の分析を行い、設備投資実施確率が、設備投資待機期間に関する増加関数であることを示した。ただし、日本のデータを用いた分析はこれまでのところ少数に止まっている。

こうした点を踏まえて、本稿はマイクロデータを用いて設備投資の断続性を計測した Caballero and Engel (1999) の Generalized (S, s) モデルに基づいた実証分析を行う。Caballero and Engel (1999) による手法の大きな特徴は、マイクロデータのみで設備投資の断続性を検証することができる点である。確率的な固定費用が存在する場合、各企業の設備投資行動は、最適資本ストックからの乖離幅に基づいた (S, s) ルールに従う。このとき、この乖離幅の動学的な推移は、 (S, s) ルールに則ると、比較的単純な法則性が存在するため、必要最小限の仮定のみで、乖離幅についての企業間の分布を解析的に導出することができる。更にこの乖離幅の企業間分布を利用すると、設備投資額を集計することが可能となる。Caballero and Engel (1999) はこの性質に着目し、マクロの設備投資額を用いて、設備投資の断続性を測った。

なお、マイクロデータを用いた Caballero, Engel and Haltiwanger (1995) の分析では、設備投資のハザード関数は、最適資本ストックからの乖離幅の増加関数であることが示されている。もっとも、Woodford (1995) が指摘する通り、これが固定費用の存在によるものか、不可逆性の存在によるものか、或いは極端に、凸型調整費用を仮定した非線形モ

デルによるものかを断定することができない。これに対して、マクロデータを用いた Caballero and Engel (1999) は、個別企業の最適化問題から設備投資の集計に至るまで、全て (S,s) モデルの枠組みで一貫しており、マイクロデータを用いた分析のように、要因の特定化や解釈が困難になることはないという利点がある。

本稿で得られた結論を予め要約すると以下の通り。設備投資のハザード関数は、資本ストックの不均衡幅に対する増加関数であることが有意に示された。これは、わが国の設備投資が断続的であることを意味する。時間に関する設備投資実施確率を計算すると、設備投資待機期間が長いほど、実施確率が大きくなる。マクロショックに対するマクロレベルの設備投資の反応は、時期によって異なり、最適資本ストックからの乖離幅が拡大する方向へ分布が歪む時期ほど、反応は大きくなる。推計結果を利用して、数値解析により固定費用の試算を行ったところ、固定費用の平均値は、粗利潤の約 20% との結果を得た。

以下、第 2 節では、Caballero and Engel (1999) で提示された Generalized (S,s) モデルについて解説する。第 3 節では、同モデルに則った実証分析を行う。第 4 節では結論を述べる。

2 Generalized(S,s)モデル

ここでは、Caballero and Engel (1999) の Generalized (S,s) モデルについて解説する。モデルの構成は次の通りである。まず、企業は、設備投資実行時にのみ固定費用が課されると仮定する。このとき、企業は、最適資本ストックからの乖離幅が小さいときに設備投資を実施したとしても、便益の増加が固定費用を上回ることができないため、設備投資を実施しない方が合理的である。換言すると、企業は、最適資本ストックからの乖離幅が十分に大きい場合にのみ設備投資を実施する、いわゆる (S,s) ルールに従うことが最適となる。次に、固定費用は確率変数と仮定すると、企業は異質、すなわち、最適資本ストックからの乖離幅が企業によって異なることになる。もっとも (S,s) ルールの下では、個々の企業を、設備投資を実施したグループと実施しなかったグループに分類できることから、最適資本ストックの乖離幅に関する企業間の分布とその時間的な推移を解析的に導出することが可能である。更にこの分布を用いると、マクロの設備投資額を集計することができる。以下では、企業の最適化問題、ハザード関数の導出、設備投資額の集計、最適資本ストックからの乖離幅の企業間分布の順に解説を行う。

2.1 企業の最適化問題

ここでは、モデルの設定と企業の最適化問題について説明する。まず、企業はコブ=ダグラス型の生産関数を持つ一方、財市場において、市場支配力を持つことから、右下がりの需要曲線に直面していると仮定する。また、労働市場は完全に伸縮的と仮定する。このとき、企業の利潤関数は以下の通り表すことができる²。

$$\Pi(K, \theta) = K^\beta \theta - (r + \delta)K \quad (1)$$

ここで、 K は資本ストック、 r は割引率、 δ は資本減耗率、 β は1より小さいパラメータ、 θ は利潤関数のショックで、需要、生産性、賃金の各ショックを合成したもの、と定義される。ここで、(1)式を最大化することによって、調整コストがない場合の最適資本ストック K^* を得ることができる。

² 生産関数を $Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$ ($0 < \alpha < 1$)、需要曲線を $P = DY^{\mu-1}$ ($0 < \mu < 1$) とし、資本ストックを所与として最適化問題を解くと、利潤関数の β と θ はそれぞれ以下の通り表すことができる。

$$\beta = \frac{\alpha\mu}{1 - \mu + \alpha\mu} < 1$$

$$\theta = [D(A/W)^{\mu(1-\alpha)} \mu(1-\alpha)]^{\frac{1}{1-\mu}} [(\mu(1-\alpha))^{-1} - 1]$$

ここで、 W は名目賃金を表す。

$$K^* = (\theta \xi^{-1})^{\frac{1}{1-\beta}} \quad (2)$$

ここで、 $\xi \equiv \frac{r+\delta}{\beta}$ を表す。これを θ について書き換えると、以下を得る。

$$\theta = \xi K^{*1-\beta} \quad (3)$$

また、実際の資本ストックと最適な資本ストックの乖離幅を z とし、以下の通り定義する。

$$z = \ln K - \ln K^*$$

従って、 z が負のとき過小資本、正のとき過剰資本を表す。これを K について書き換えると、

$$K = e^z K^* \quad (4)$$

となる。ここで、(3)式と(4)式を(1)式に代入すると、利潤関数は以下の通り書き換えられる。

$$\begin{aligned} \Pi(z, K^*) &= \xi (e^{\beta z} - \beta e^z) K^* \\ &\equiv \pi(z) K^* \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\pi(z)$ は最適資本ストック 1 単位あたりの利潤率を示している。次に、調整費用は固定費用を仮定し、次の通り定義する。

$$\begin{aligned} \text{固定費用} &\equiv \omega \{ \Pi(K, \theta) + (r + \delta) K \} \\ &= \omega (K^\beta \theta) \\ &= \omega (\xi e^{\beta z} K^*) \end{aligned} \quad (6)$$

すなわち、固定費用は、粗利潤に比例するかたちで定義されている。これは、設備投資の実施に伴い、プラントの停止等、利潤の一部が毀損されると想定している。また、 ω は確率変数と仮定する³。従って、設備投資を I とすると、調整費用は、以下の通り書くことができる。

³ 従って、固定費用は企業によって異なるため、企業の異質性を仮定したことと同義である。また、固定費用は、時間についても変化することになる。この仮定により、集計された設備投資を、より現実的な形で表現することが可能となる。この点が、固定費用を一定とした通常の (S, s) モデルと Generalized (S, s) モデルとの大きな違いである。

$$\text{調整費用} = \begin{cases} 0 & \text{if } I = 0 \\ \omega(\xi e^{\beta z} K^*) & \text{if } I \neq 0 \end{cases}$$

すなわち、設備投資実行時にのみ固定費用がかかると仮定する。

ここで、企業の最適化問題は以下の通り定式化できる。

$$V^*(z_t, K_t^*, \omega_t) = \max \{V(z_t, K_t^*), V(c, K_t^*) - \omega_t \xi e^{\beta z_t} K_t^*\}$$

右辺の $V(z_t, K_t^*)$ は、設備投資を行わない場合の企業価値、 $V(c, K_t^*) - \omega_t \xi e^{\beta z_t} K_t^*$ は設備投資を行う場合の企業価値、 c は最適に決定される収益点を表す⁴。このとき、設備投資を行わない場合の企業価値は以下の通り表現できる。

$$V(z_t, K_t^*) = \pi(z_t) K_t^* + \frac{1}{1+r} E_t [V^*(z_{t+1}, K_{t+1}^*, \omega_{t+1})]$$

ここで、利潤関数(5式)と固定費用(6式)は、 K^* に関する1次同次であることを踏まえて、企業価値をそれぞれ、以下の通り定義する。

$$v(z) \equiv \frac{V(z, K^*)}{K^*}$$

$$v^*(z, \omega) \equiv \frac{V^*(z, K^*, \omega)}{K^*}$$

また、

$$\frac{K_{t+1}^*}{K_t^*} = (1 - \delta) e^{-\Delta z_{t+1}}$$

との関係を用いると、企業の最適化問題は以下の通り書き換えることができる。

$$v^*(z_t, \omega_t) = \max \{v(z_t), v(c) - \omega_t \xi e^{\beta z_t}\}$$

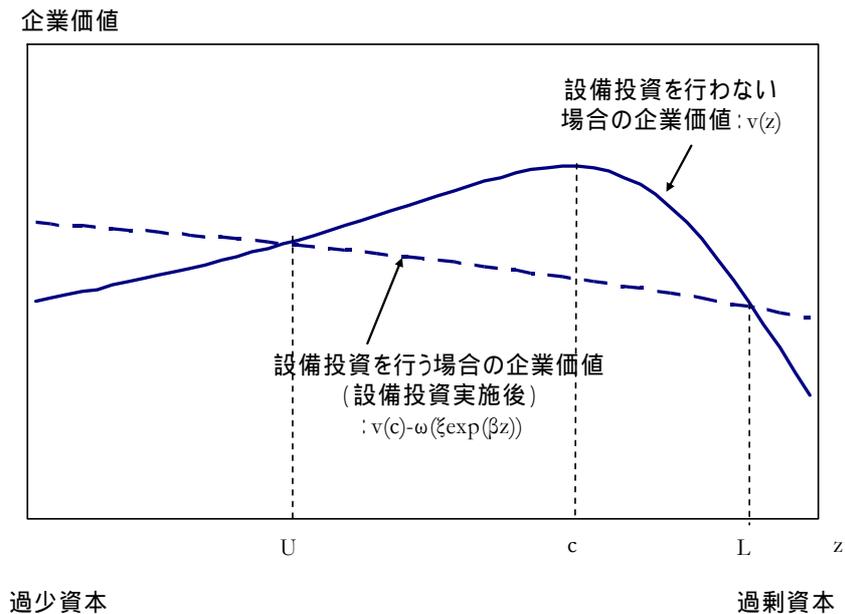
⁴ 企業の最適な z 点は、ゼロではなく $c > 0$ となることに注意されたい。設備投資の実施には固定費用が発生するため、できるだけ長期に亘って、設備投資を実施せずに K^* 付近に資本ストックを維持することが、企業にとって望ましい行動となる。一方、每期資本減耗 δ が発生し、定期的に過小資本方向へ z が移動する。従って、企業は資本減耗による最適資本ストックからの乖離を見越して、できるだけ長く K^* の近傍に止まることができるように、 K^* よりも多めに資本ストックを積み上げることが最適となる。

ここで、 $v(z_t)$ は以下の通り書ける。

$$v(z_t) = \pi(z_t) + \frac{1-\delta}{1+r} E_t \left[v^*(z_{t+1}, \omega_{t+1}) e^{-\Delta z_{t+1}} \right]$$

図表 1 は、この最適化問題を図示したものである。図の縦軸は企業価値、横軸は z を示し、実線は設備投資を行わない場合の企業価値を、点線は、設備投資を行う場合の企業価値（設備投資実施後）を表している。このとき、両者の交点 U 、 L 点が z の閾値となる。仮に、 z が U と L の間に存在する場合、設備投資を行わない方が企業価値は高いため、設備投資額はゼロとなる。これは、設備投資を実施したとしても、企業価値の改善幅が小さく、固定費用を上回ることができないことによる。一方、 z が U を下回る場合、設備投資を行った方が企業価値は高まるため、設備投資は実施される。このとき、 c が最適な z の水準となるため、 z が c と一致するように設備投資額が決定される。一方、 z が L を上回る場合は、資本の売却が行われることになる。

(図表 1) 企業の最適化問題



2.3 ハザード関数の導出

設備投資を行う場合と行わない場合の企業価値が等しい（バリュー＝マッチング条件が満たされる）とき、以下が成立する。

$$v(z_t) = v(c) - \omega_t \xi e^{\beta z_t}$$

これを満たす ω_t を $\bar{\omega}_t$ とした上で、 $\bar{\omega}_t$ について解き、これを z の関数として定義する。

$$\begin{aligned}\bar{\omega}_t &= \xi^{-1} e^{-\beta z_t} (v(c) - v(z_t)) \\ &\equiv \Omega(z_t)\end{aligned}$$

これは、 z_t を所与としたときの ω_t の閾値を表している。 ω_t は確率変数で、分布関数 $G(\omega)$ に従うと仮定する。ここで $\omega_t < \bar{\omega}_t$ のとき、すなわち、実際の固定費用 ω が固定費用の閾値 $\bar{\omega}$ より低い場合、設備投資が行われる。従って、 $G(\bar{\omega})$ は設備投資の実施確率を表している。図表2左はこの概念図を示している。次に、 $\bar{\omega} = \Omega(z)$ を分布関数 $G(\omega)$ に代入し、これを、ハザード関数 $\Lambda(x)$ として定義する。

$$\begin{aligned}G(\Omega(z)) &= G(\Omega(x+c)) \\ &\equiv \Lambda(x)\end{aligned}$$

ここで、 x は以下の通り定義される。

$$x \equiv z - c$$

x は資本ストックの不均衡幅 z を最適点 c で基準化したものであり、 $x = 0$ のとき企業価値が最大となる。 $\Lambda(x)$ は、 x を所与としたときの設備投資を実施する確率を表している。更に、ハザード関数 $\Lambda(x)$ として、以下を仮定する⁵。

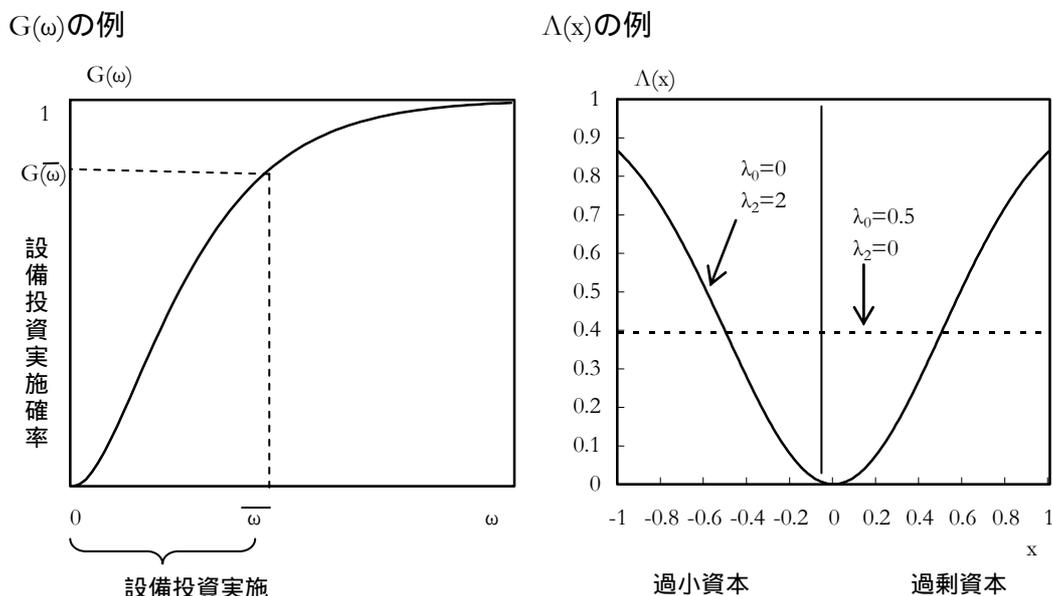
$$\Lambda(x) \equiv 1 - e^{-\lambda_0 - \lambda_2 x^2}$$

図表2右はハザード関数の例を示している。 $\lambda_2 > 0$ のとき、ハザード関数は x の絶対値

⁵ Caballero and Engel (1999) は、企業の最適化問題において適当なパラメータ値を設定、 ω の分布関数としてガンマ分布を仮定し、数値計算によりハザード関数を導出した結果、その形状は、ここで仮定した関数で十分近似が可能としている。また、ここでのハザード関数は $x = 0$ に対して左右対称と仮定されている。Caballero and Engel (1999) は、ハザード関数を非対称と仮定した推計を行っているが、対称と仮定した場合と結果は変わらないとしている。これは、分布の計算において、過小資本企業のウエイトに比べて、過剰資本企業のウエイトが小さいため、ハザード関数の推定の際、負の設備投資をそれほど考慮する必要がないことによるものと思われる。こうした点を踏まえて、本稿では、ハザード関数は左右対称と仮定した。

に関する増加関数となる一方、 $\lambda_2 = 0$ のとき x によらず一定の確率をとることがわかる。

(図表 2) 分布関数 $G(\omega)$ とハザード関数 $\Lambda(x)$ の例



2.4 集計された設備投資比率

K_t^c を $z = c$ ($x = 0$) における資本ストック水準とすると、(設備投資を実施する場合における) 設備投資額は次の通り書ける⁶。

$$\begin{aligned} I_t &= K_t^c - K_t \\ &= e^{-(z-c)} K_t - K_t = (e^{-x} - 1) K_t \end{aligned}$$

従って、個別企業の期待設備投資額は、上式に設備投資実施確率 $\Lambda(x)$ を乗じたものとして表すことができる。

$$E[I_t | x] = \Lambda(x) (e^{-x} - 1) K_t \quad (7)$$

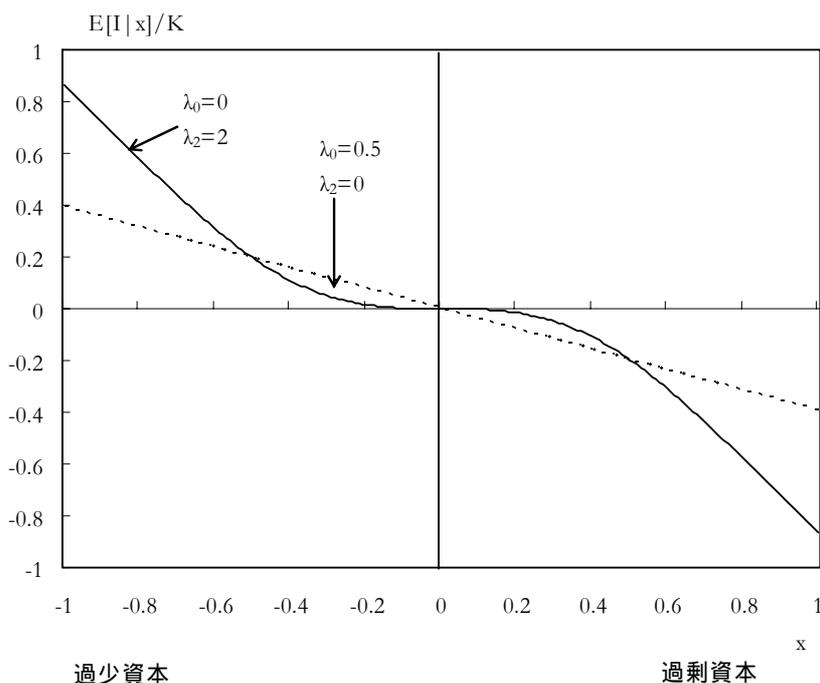
図表 3 は、上式に基づき、個別企業の期待設備投資比率と x の関係を示したものである。ハザード関数における λ_2 が正の場合、すなわち、設備投資実施確率が x に依存する場合、

⁶ 定義により、 K_t^c は以下の通り導出できる。

$$\begin{aligned} c &= \ln K_t^c - \ln K_t^* \\ \Rightarrow K_t^c &= e^c K_t^* = e^c e^{-z} K_t = e^{-(z-c)} K_t \end{aligned}$$

設備投資比率は x のある領域でゼロに近く、 x が大きくなるほど高くなる。これは、設備投資が断続的、すなわち、最適資本ストックからの乖離が小さい場合は、固定費用を回収することができないため、設備投資を行わないという性質を示している。一方、ハザード関数が一定 ($\lambda_2 = 0$) の場合、設備投資は x と線形の関係を持つ。

(図表 3) 個別企業の設備投資比率と x の関係



(注) $e^{-x} - 1 \simeq -x$ として計算。

次に、設備投資の集計について考える。 $\tilde{f}(x, t)$ を企業間における x の密度関数と定義すると、集計された設備投資比率 I_t^A / K_t^A は、以下の通り近似できる⁷。

$$\frac{I_t^A}{K_t^A} \simeq \int (e^{-x} - 1) \Lambda(x) \tilde{f}(x, t) dx \quad (8)$$

従って、企業間の分布 $\tilde{f}(x, t)$ が特定されれば、集計された設備投資比率を導出すること

⁷ (7)式を用いると、集計された設備投資額は、

$$I_t^A = \int \Lambda(x) (e^{-x} - 1) \bar{K}_t \tilde{f}(x, t) dx$$

と書ける。ここで、 \bar{K}_t は資本ストックの企業間の平均値を表す。上式を書き換えると、

$$\frac{I_t^A}{K_t^A} = \int \Lambda(x) (e^{-x} - 1) \tilde{f}(x, t) dx + \int \Lambda(x) (e^{-x} - 1) \left(\frac{\bar{K}_t}{K_t^A} - 1 \right) \tilde{f}(x, t) dx$$

となる。ここで右辺第 2 項は、 $\Lambda(x) (e^{-x} - 1)$ と \bar{K}_t / K_t^A の共分散を表すが、計算の簡単化のため、これらの相関はゼロとみなす。

ができる。

2.5 最適資本ストックからの乖離幅に関する企業間分布

2.5.1 最適資本ストックからの乖離幅 x の動き

x の企業間分布の設定の前に、個々の企業における x の動きについて説明する。初めに、 K^* の成長率はランダム・ウォークで、マクロショック v_t と個別企業ショック ε_t に分割できるとする⁸。

$$\Delta \ln K_t^* \equiv v_t + \varepsilon_t$$

次に、設備投資実施とショックの発生のタイミングを次の通り定義する。図表 4 ではこの設定の概念図を示している。まず、 t 期入り後、資本減耗 (δ) とマクロショック (v_t) が発生する。次に、設備投資の実施を決定する。最後に、個別企業ショック (ε_t) が発生する。このときの x_t の動きは、図表 4 の通りである。資本減耗とマクロショックが発生した時点では、 $x_t = x_{t-1} - \delta - v_t$ となり、この x_t に基づいて設備投資実施の有無を決定する。設備投資を実施する企業は、 $x_t = 0$ となるように設備投資を行う一方、設備投資を実施しない企業の x_t は、据え置かれる。最後に個別企業ショックが生じて、設備投資実施企業は、 $x_t = -\varepsilon_t$ 、未実施企業は、 $x_t = x_{t-1} - \delta - v_t - \varepsilon_t$ となる。

x_t の動きがこのように記述できる理由は、以下の通りである。まず、 x_t の定義により、

$$\begin{aligned} x_t &= Z_t - c \\ &= \ln K_t - \ln K_t^* - c \\ &= x_{t-1} + \underbrace{\Delta \ln K_t}_{\ln(1-\delta+I/K)} - \underbrace{\Delta \ln K_t^*}_{v_t+\varepsilon_t} \end{aligned}$$

と書ける。ここで、定義により $\Delta \ln K_t = \ln(1 - \delta + I_t / K_{t-1})$ 、 $\Delta \ln K_t^* = v_t + \varepsilon_t$ である。仮に、設備投資を行わない場合、 $\Delta \ln K_t \simeq -\delta$ と近似できるので、 x_t は以下の通り書き換えることができる。

$$\begin{aligned} x_t &= x_{t-1} + \Delta \ln K_t - \Delta \ln K_t^* \\ &= x_{t-1} - \delta - v_t - \varepsilon_t \end{aligned}$$

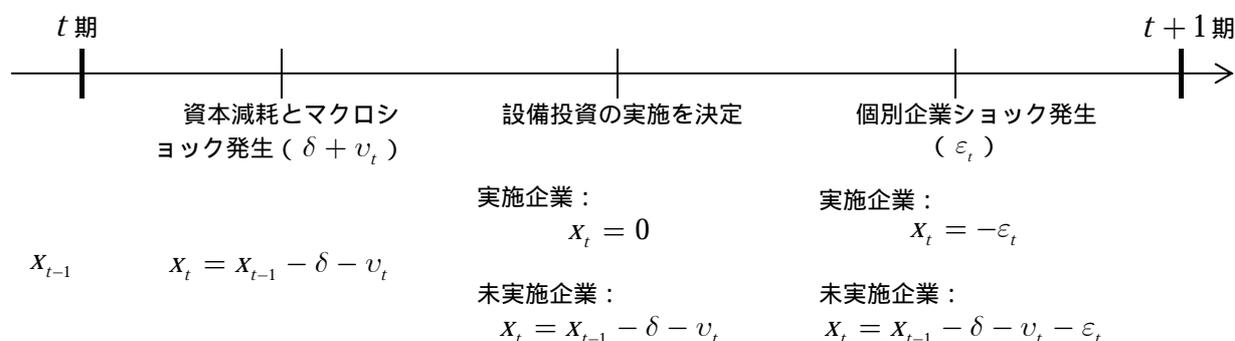
⁸ K^* は、(2)式の通り $K^* = (\theta\xi^{-1})^{1/(1-\beta)}$ として表される。これは以下の通り書き換えることができる。

$$\ln K_t^* - \ln K_{t-1}^* = \frac{1}{1-\beta} (\ln \theta_t - \ln \theta_{t-1})$$

従って、ここでの仮定は、利潤関数のシフトパラメータ (需要、生産性、賃金ショックを合成したショック) が幾何ブラウン運動に従うと仮定していることと同義。

一方、設備投資を行う場合は、期中で $x_t = 0$ となるよう I/K が決定された後、期末において $x_t = -\varepsilon_t$ となる。

(図表 4) 設備投資実施とショックの発生のタイミング



2.5.2 x の分布

個別企業レベルの x は設備投資の実施・未実施の二通りに分かれる。一方、マクロレベルでは、前期までの設備投資の未実施期間、すなわち、何期連続で設備投資を実施していないか、によって企業が属するグループを分類することができる。これを示したものが図表 5 である。前期までに $n-1$ 期連続で設備投資をしなかった企業が、今期においても設備投資を実施しなかった場合は、翌期において、 n 期連続で設備投資を実施しなかったグループに移行する。一方、設備投資を実施した場合は、翌期において、設備投資を行ったグループに、すなわち $n=0$ のグループに移行する。

ここで、 $t-1$ 期末において、 $n-1$ のグループに属する企業の経済全体に占めるウェイトを $w_{n-1,t-1}$ 、 t 期入り後、 $n-1$ に属する企業が設備投資を行う確率を $\phi_{n-1,t}$ とすると、設備投資を行わない $n-1$ グループのウェイトは、 $w_{n-1,t-1}(1-\phi_{n-1,t})$ となり、これが、 t 期末における n グループのウェイトとなる。一方、 t 期末において、設備投資を実施した企業の経済全体のウェイトは、 $w_{n-1,t-1}\phi_{n-1,t}$ を全ての n で集計したものとなる。

次に、それぞれのグループにおける分布について考える。設備投資を実施した企業は、 t 期末において、 $x = -\varepsilon_t$ であった。ここで、個別企業ショック ε_t は以下の正規分布に従うと仮定する。

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

従って、今期中に、設備投資を行った企業は、今期末、上の正規分布に従う。一方、今期、設備投資を行わなかった企業は、次の正規分布に従うことを証明することができる（以下の導出方法は補論 1 を参照）。

$$x_n \sim N(\mu_{n,t}, \sigma_{n,t}^2) \quad (n \geq 1)$$

ここで、 μ 、 σ^2 は、以下の通り表すことができる。

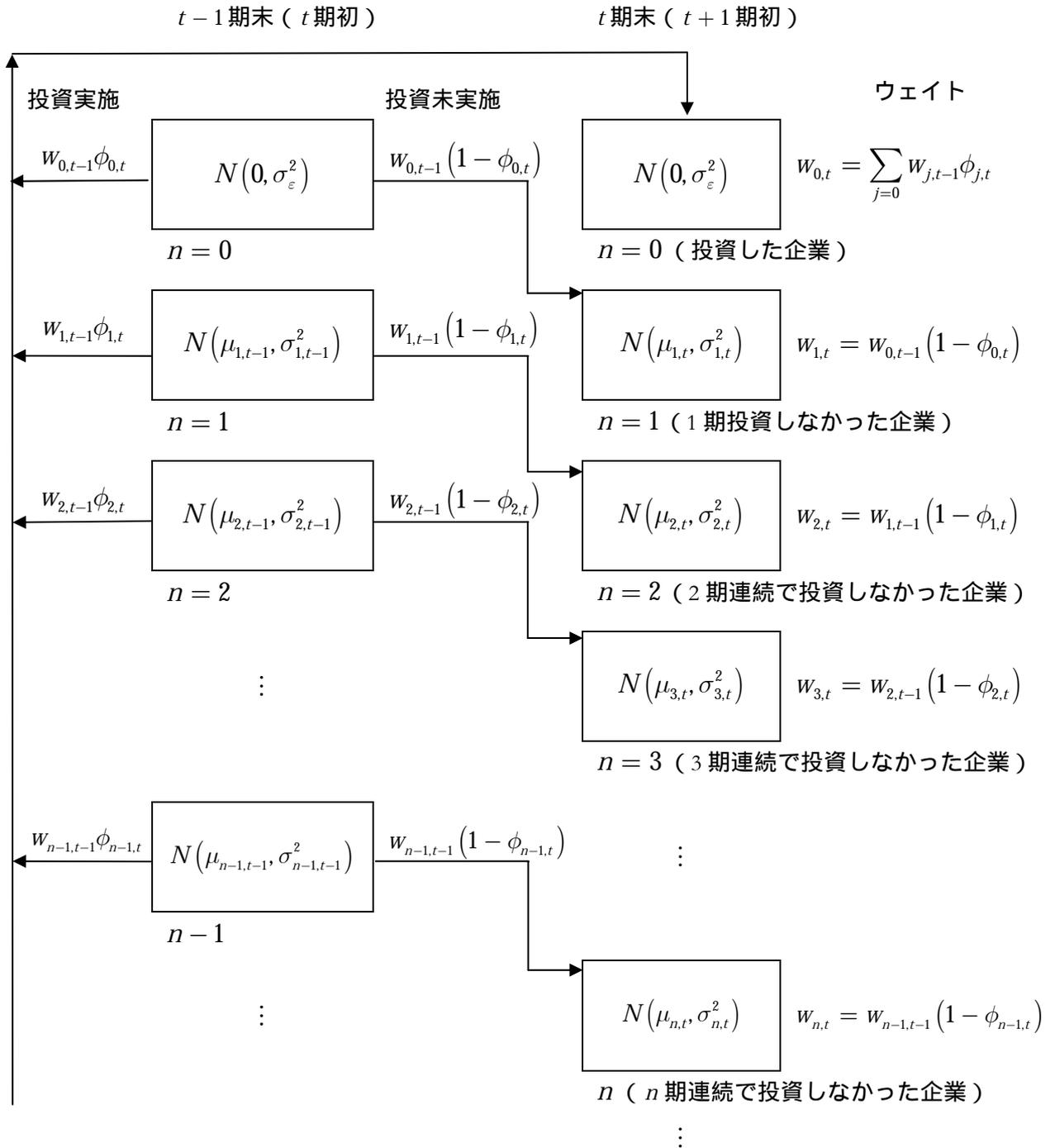
$$\begin{aligned} \mu_{n,t} &= \frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n-1,t-1}^2} (\mu_{n-1,t-1} - \delta - v_t) \\ \sigma_{n,t}^2 &= \frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n-1,t-1}^2} \sigma_{n-1,t-1}^2 + \sigma_\varepsilon^2 \end{aligned}$$

従って、今期の μ と σ^2 は、 λ_2 、 δ 、 v_t 、 σ_ε^2 が与えられれば、前期の μ と σ^2 を用いて導出することができる。また、 ϕ は、

$$\phi_{n,t} = 1 - \sqrt{\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n,t-1}^2}} e^{-\lambda_0 - \lambda_2 \left(\sqrt{\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n,t-1}^2}} (\mu_{n,t-1} - \delta - v_t) \right)^2} \quad (9)$$

と導出できる。

(図表5) x の企業間分布の変遷



$w_{n,t}$: t 期における状態 n の企業の比率

$\phi_{n,t}$: t 期において、状態 n の企業が投資を実施する確率

($t-1$ 期までに n 期間投資しなかった企業が t 期に投資を実施する確率)

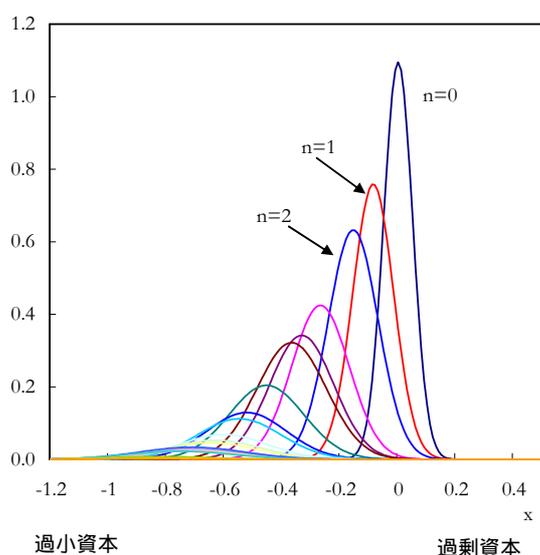
以上の議論から、 t 期末におけるマクロの企業の分布 $f(x, t)$ は、以下の通り、正規分布の加重和として書くことができる。

$$f(x, t) = \sum_{n=0} w_{n,t} N(\mu_{n,t}, \sigma_{n,t}^2) \quad (10)$$

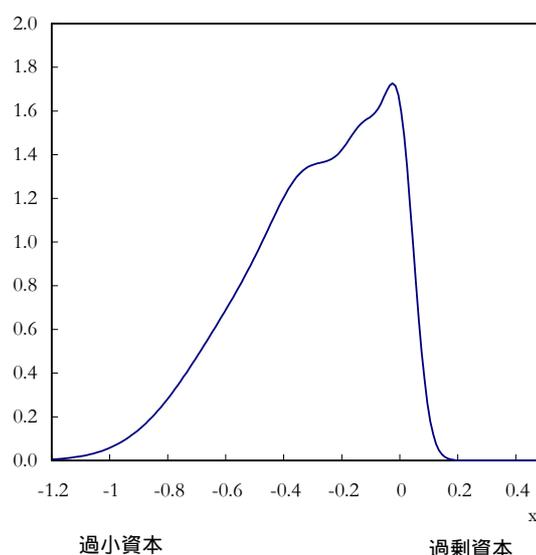
初期時点の分布を設定すれば⁹、毎期のウェイト w_n 、 $N(\mu_n, \sigma_n)$ は繰り返し計算により得ることができる（詳細は補論 2 参照）。図表 6 は x の分布例を示している。左図はグループに応じた分布を示しており、この例では、設備投資待機期間が伸びるほど、過小資本方向へ分布がフラットとなっている。右図はマクロレベルの分布で、各グループの分布の和がとられている。

（図表 6） x の分布例

グループに応じた x の分布 ($w_n N(\mu_n, \sigma_n)$)



マクロレベルの x の分布 ($f(x)$)



⁹ 次節の実証分析では、初期時点の分布として定常分布を用いた。定常分布は、設備投資比率の標本期間中の平均値が、マクロショックが一定の下で、每期算出されるように求められた分布を指す。

3 実証分析

3.1 推計式

これまでの議論から、推計式は以下の通り定式化できる¹⁰。

$$\frac{I_{it}^A}{K_{it}^A} = \int \left(e^{-(x-\delta_i-v_{it})} - 1 \right) \left(1 - e^{-\lambda_0 - \lambda_2(x-\delta_i-v_{it})^2} \right) f_i(x, t-1) dx \quad (11)$$

業種別に集計されたデータを用いるため、添字 i は業種を表すこととする。ここで、パラメータは λ_0 と λ_2 、誤差項はマクロショック v_{it} である。ここで、 $\mathbf{v}_t \equiv (v_{1t}, \dots, v_{Jt})'$ とし、 \mathbf{v}_t は時間に関して独立な多変量正規分布に従うと仮定すると、上式を最尤法により推計することが可能となる（推計方法は補論 2 参照）。

ここで、ハザード関数 $\Lambda(x)$ が x に依存しない場合（ $\lambda_2 = 0$ ）(11)式は、以下の通り、部分調整モデルとして近似することが可能となる¹¹。

$$\frac{I_{it}^A}{K_{it}^A} \simeq \Lambda_0 (\delta_i + v_{it}) + (1 - \Lambda_0) \frac{I_{it-1}^A}{K_{it-1}^A} \quad (12)$$

ここで、 $\Lambda_0 \equiv 1 - e^{-\lambda_0}$ を表す。

¹⁰ (11)式の解析解は補論 2 の通り。

¹¹ $\exp(-(x - \delta - v_t)) - 1 \simeq -(x - \delta - v_t)$ 、 $\Lambda_0 \equiv 1 - \exp(-\lambda_0)$ を用いると、

$$I_t^A / K_t^A = - \int (x - \delta - v_t) \Lambda_0 f(x, t-1) dx = -\Lambda_0 (\bar{x}_{t-1} - \delta - v_t)$$

と書ける。ここで、

$$\begin{aligned} \bar{x}_t &= \bar{x}_{t-1} + \Delta \ln K_t - \Delta \ln K_t^* \\ &\simeq \bar{x}_{t-1} + I_t^A / K_t^A - \delta - v_t \end{aligned}$$

との関係を用いると、

$$\begin{aligned} I_t^A / K_t^A &= -\Lambda_0 (\bar{x}_t - I_t^A / K_t^A) \\ \Rightarrow I_t^A / K_t^A &= -\frac{\Lambda_0}{1-\Lambda_0} \bar{x}_t \end{aligned}$$

と書ける。更に、上式の階差をとることで、

$$\Delta(I_t^A / K_t^A) = -\frac{\Lambda_0}{1-\Lambda_0} \Delta \bar{x}_t = -\frac{\Lambda_0}{1-\Lambda_0} (I_t^A / K_t^A - \delta - v_t)$$

$$\Rightarrow I_t^A / K_t^A = \Lambda_0 (\delta + v_t) + (1 - \Lambda_0) I_{t-1}^A / K_{t-1}^A$$

となり、(12)式を導出することができる。

3.2 データ

設備投資比率データは、深尾他 (2003) で作成された「JIP (Japan Industry Productivity) データベース」、財務省「法人企業統計季報」、内閣府「民間企業資本ストック」を使用した。いずれも業種別 (製造業) に集計されたデータで、データの周期は年次である。

JIP データは、データ期間が 1970 年度から 1998 年度で、業種は 29 業種のうち、民間企業資本ストックの業種分類に基づき、13 業種に集約した。総標本数は 377 である。資本減耗率は、資本ストックと設備投資データにより逆算して求めた。また、JIP データは、資本種類別のデータが存在することから、設備投資合計に加えて、Caballero and Engel (1999) に倣い、「機械 (equipment)」と「建物 (structure)」に資本ストックの種類を分割したのもも推計対象とした¹²。

法人企業統計季報と民間企業資本ストックは、データ期間が 1961 年度から 2003 年度で、業種数は 10 業種、総標本数は 430 である。資本ストックデータは、小川・北坂 (1997) に倣い、1960 年度をベンチマークとした恒久棚卸法により試算した。この際、資本減耗率は、Hayashi and Inoue (1991) により使用された値を用いた。なお、法人企業統計季報については、社会工学研究所 (1976) に従って断層調整を行い、設備投資の年次データは、四半期データを足し上げることにより作成した。設備投資比率の時系列データの推移は、補論図表 1 - 1、1 - 2 に掲載した¹³。

¹² 機械と建物は以下の通り分類した。

機械：家具類、家庭用機器、その他の金属製品、蒸気機関・タービン、一般機械、
工具・金型、鉱山・建設機械、化学機械、金属工作・加工機械、農業機械、
特殊産業機械、複写機、その他の事務用機械、サービス用機器、民生用電気機器、
コンピューター関連機器、電気通信機器、ビデオ・電子応用機器、送配電機器、
照明機器、乗用車、トラック・バス、自動二輪車・自転車、その他の輸送機械、
船舶、内燃機関、鉄道車両、航空機、その他の工業製品

建物：建築 (非住宅) 公共事業・その他の建設

¹³ JIP データについては、紙幅の都合上、精密機械を掲載していない。以下の補論図表についても同様である。

3.3 推計結果

図表 7 は、推計結果を示している。尤度比検定は、 $\lambda_2 = 0$ としたモデルの尤度を比較した検定を示している。設備投資の断続性を決定する λ_2 は、JIP、民間企業資本ストック、法人季報、いずれのデータを用いた場合でも、正で有意となった¹⁴。また、JIPデータのうち、機械と建物に分割した場合についても、いずれも λ_2 は正で有意となっている。また、建物の方が、機械に比べて λ_2 の値が大きく、より断続性の強い資本である可能性がある。

図表 8 左は、ハザード関数 ($\Lambda(x)$) の形状を示している。このうち実線は、上記推計結果に基づいたもの(以下、断続性モデル)、点線は、 $\lambda_2 = 0$ と仮定した上で推計した結果に基づいたもの(以下、部分調整モデル)である。これによると、ハザード関数は、断続性モデルでは、 x について増加関数となる一方、部分調整モデルでは x によらず一定となっており、両者の形状はかなり異なることがわかる。また、図表 8 右は、個別企業の I/K と x との関係を見たものである。これによると、断続性モデルでは、設備投資を待機する領域が存在し、 x がある値を超えると、設備投資が増加する非線形の形状となっている。一方、部分調整モデルでは、 x に対して線形となる。

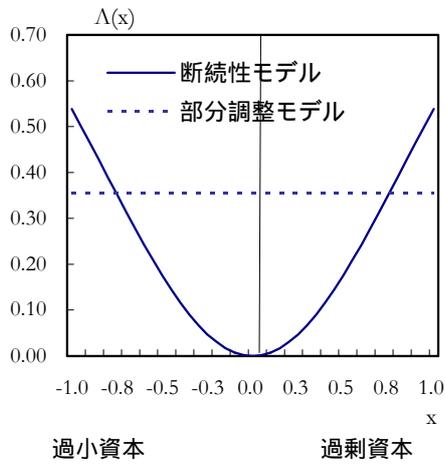
¹⁴ Caballero and Engel (1999) は、(11)式の右辺に定数項を加えたモデルを推計している。これは、設備投資を待機しているにも関わらず、設備投資額はゼロではなく、ある一定額が行われることを意味している。こうした仮定は、固定費用が課される断続的な設備投資のほか、経営維持に必要な更新投資が存在することを考慮したものと思われる。これに倣って、定数項を入れたモデルを推計したところ、 λ_2 は有意となった。もっとも、定数項の追加は、理論モデルから逸脱した仮定であるため、推計結果は割愛した。

(図表7) 推計結果

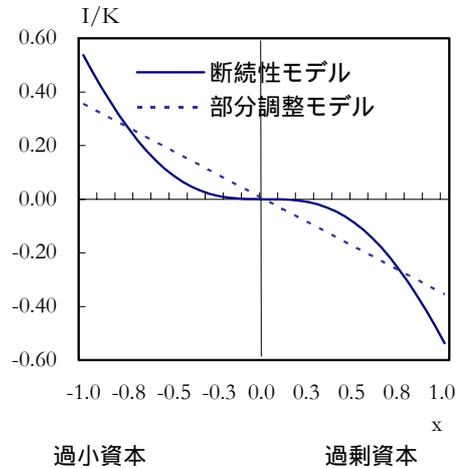
	λ_0	λ_2	対数尤度	尤度比検定 ($H_0: \lambda_2=0$)
合計	0.000 (0.111)	0.773 *** (0.145)	1078.1	33.596 ***
JIP				
機械	0.002 (0.127)	0.386 *** (0.089)	998.6	14.961 ***
建物	0.000 (0.066)	1.057 *** (0.159)	1146.3	84.504 ***
法人季報	0.232 (0.159)	2.217 *** (0.703)	1132.2	33.200 ***
民間企業資本ストック	0.115 (0.089)	1.336 *** (0.164)	1197.6	191.20 ***

(図表8) ハザード関数の形状と I/K と x の関係

ハザード関数



個別企業の I/K と x



(注) 1. JIP (合計) の推計結果を使用。
 2. 点線は $\lambda_2=0$ として推計したもの。

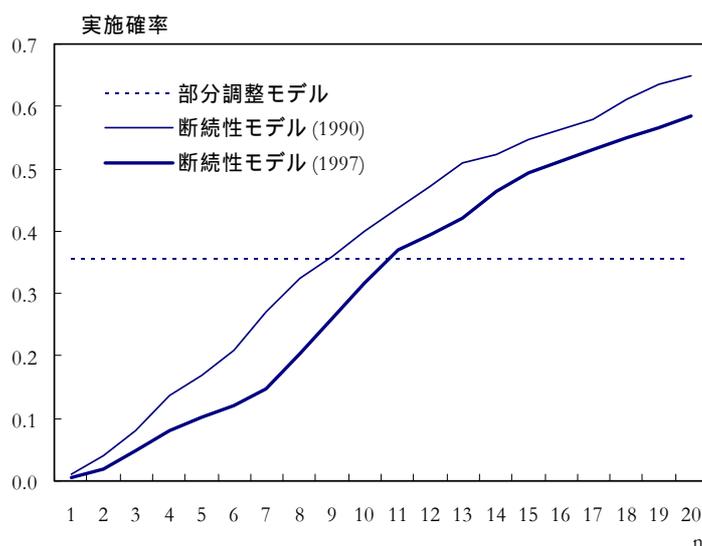
3.4 時間に関する設備投資実施確率 ($\phi_{n,t}$)

ここでは、時間に関する設備投資実施確率、すなわち、前期まで n 期間投資をしなかった企業が今期投資を実施する確率、を計算した。これは、(9)式の ϕ の定義に基づいて算出することができる。時間に関する設備投資実施確率は、企業間の分布に依存するため、業種・時点によって形状が異なる。図表 9 は、例として、1990 年度と 1997 年度における全業種を平均した設備投資実施確率を示している¹⁵。これによると、断続性モデルでは、設備投資実施確率は、いずれの時点においても、時間に関して増加、すなわち、設備投資待機期間が長くなるほど、設備投資を実施する確率が高くなることを示している。嶋 (2005) は、マイクロデータを用いて、時間に関して増加するハザード関数を導出しているが、ここでの結果は、こうした先行研究とも整合的であると言える。

設備投資実施確率が時間に関して増加する理由として、資本減耗率 δ が每期発生することにより、期を経るに連れ、企業の分布が過少資本方向へ移動すること、設備投資待機期間が長い企業ほど、マクロショックと個別企業ショックが累積することにより企業の分布の裾野が長くなる分、設備投資実施確率も高まること、が考えられる。

また、部分調整モデルの実施確率は、時間によらず一定となる。すなわち、最適資本ストックからの乖離によらず一定となるハザード関数は、時間に対して一定の実施確率をとる¹⁶。

(図表 9) 時間に関する設備投資実施確率
(JIP 合計、全業種平均)



¹⁵ 業種別の時間に関する設備投資実施確率は、補論図表 2 に掲載。

¹⁶ ϕ の定義により、 $\lambda_2 = 0$ のとき、 $\phi_{n,t} = 1 - e^{-\lambda_2}$ となり、 n に関して一定となる。

3.5 ショックに対する設備投資比率の反応

図表 10 は、マクロショックに対する設備投資比率の反応 ($\partial(I_t^A / K_t^A) / \partial v_t$) を描いたものである^{17,18}。これによると、断続性が存在する場合、設備投資のショックに対する反応は時期によって異なり、景気順循環的に変動することがわかる。これは、資本が過小資本方向に存在する時期（好況期）では、設備投資を実施する割合が高く、ショックに対する設備投資の反応は大きくなる一方、資本が最適資本近傍に存在する時期（不況期）では、ショックが生じた場合でも、設備投資を待機する割合が相対的に高く、ショックに対する設備投資の反応は鈍くなることによる。実際、 x の平均値、分散、歪度の推移（図表 11）をみると、これらの指標とショックに対する設備投資の反応は高い連動性を持ち、ショックの反応が x の分布の形状に依存することが窺われる。

Caballero and Engel (1999) でも、マクロショックに対する設備投資の反応は、景気順循環的で、かつ部分調整モデルよりも振幅が大きいことを示している。また、Caballero, Engel and Haltiwanger (1995) 等では、企業間分布の分散・歪度が、マクロの設備投資変動を説明する上で重要であると指摘している。本稿の結果は、こうした先行研究の主張が、日本の設備投資についても妥当する可能性があることを示している。

設備投資の断続性がミクロレベルで観察されたとしても、集計すると均されるため、マクロレベルにおける議論において、断続性を殊更に強調する必要はないとする考え方が存在する。もっとも、断続性が存在する場合、マクロの設備投資は、ショックへの反応が大規模な時期と小規模な時期が混在する。従って、断続性の存在が、他の経済変数と比較して、設備投資の振幅が大きい理由の一つとなっている可能性がある。

¹⁷ 業種別のショックに対する反応は補論図表 3 に掲載。

¹⁸ I_t^A / K_t^A を v_t で微分すると、

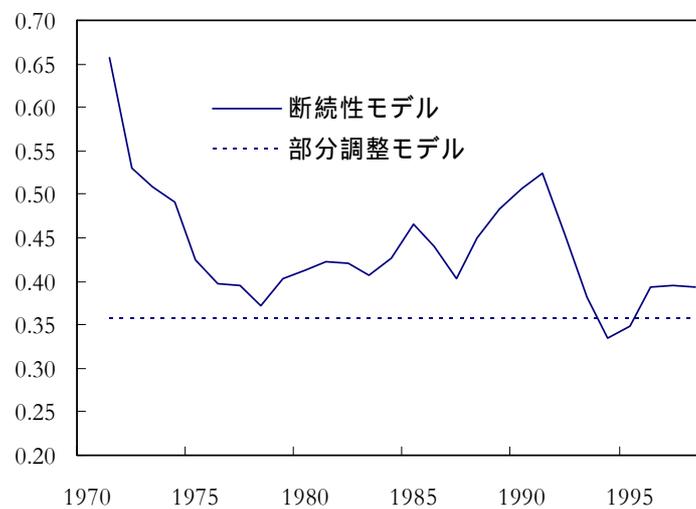
$$\frac{\partial(I_t^A / K_t^A)}{\partial v_t} = \frac{I_t^A}{K_t^A} + \int \Lambda(x - v_t - \delta) f(x, t - 1) dx - \int (e^{-(x - v_t - \delta)} - 1) \Lambda'(x - v_t - \delta) f(x, t - 1) dx$$

となり、 I_t^A / K_t^A の水準に依存する。そこでショックに対する設備投資比率の反応として、以下を定義した。

$$\text{ショックに対する反応} \equiv \frac{\partial(I_t^A / K_t^A)}{\partial v_t} - \frac{I_t^A}{K_t^A}$$

ここで部分調整モデルの場合、 $\Lambda(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ と x に関して独立であることから、ショックに対する反応は、 $\frac{\partial(I_t^A / K_t^A)}{\partial v_t} - \frac{I_t^A}{K_t^A} = 1 - e^{-\lambda}$ と一定である。

(図表 10) マクロショックに対する設備投資比率の反応
(JIP 合計、全業種平均)



(図表 11) x の平均、分散、歪度 (JIP 合計、全業種平均)



(注) 平均と歪度は逆目盛。

3.6 固定費用の試算

推計結果を基に、固定費用の計算を行う。推計においては、ハザード関数はアドホックなカタチで定式化されており、固定費用の分布 ($G(\omega)$) は明示されていなかった。そこで、ここでは、固定費用 ω はガンマ分布に従うと仮定した上で、企業の動的最適化問題を数値計算により解き、そこから得られたハザード関数が、推計によって得られたハザード関数を複製するよう、ガンマ分布のパラメータを導出する(詳細は補論3参照)。企業の最適化問題を再掲すると以下の通りである。

$$\begin{aligned}v^*(z_t, \omega_t) &= \max\{v(z_t), v(c) - \omega_t \xi e^{\beta z_t}\} \\v(z_t) &= \pi(z_t) + \frac{1-\delta}{1+r} E_t[v^*(z_{t+1}, \omega_{t+1}) e^{-\Delta z_{t+1}}] \\ \pi(z_t) &= \frac{r+\delta}{\beta} (e^{\beta z_t} - \beta e^{z_t})\end{aligned}$$

ここで、パラメータは、 $r = 0.02$ 及び 0.06 、 $\delta = 0.1$ 、 $\beta = 0.4$ とした。数値計算によって得られたガンマ分布のパラメータを基に、固定費用 ω の期待値を計算すると、 $r = 0.02$ のとき、 ω の期待値は 0.210 、 $r = 0.06$ のとき、 ω の期待値は 0.237 となった。すなわち、固定費用の期待値は、粗利潤の 20% 強程度という結果となった。ちなみに、Caballero and Engel (1999) では、固定費用の期待値は、粗利潤に対し、 0.166 (機械)、 0.228 (建物) となっているほか、パネルデータを用いたシミュレーションを行った Cooper and Haltiwanger (2000) では、粗利潤に対し 0.204 という結果を導いており、米国における推定においても、固定費用は、粗利潤の 20% 前後という結果となっている。

4 おわりに

本稿は、Caballero and Engel (1999) の Generalized(S, s)モデルに基づいて、わが国製造業の設備投資が断続性を持つかどうかについて検証した。実証分析の結果、設備投資は、米国と同様、断続性を持つという仮説が有意に示された。すなわち、設備投資のハザード関数は、最適資本ストックからの乖離幅に対する増加関数となる。また、マクロショックに対する設備投資の反応は時期によって異なり、最適資本ストックからの乖離が拡大する方向へ企業の分布が歪む時期では、反応は大きくなる。これは、設備投資が連続的に行われる（ハザード関数が乖離幅に対して一定）と仮定した、いわゆる部分調整モデルでは、ショックの反応が常に一定となる点と対照的である。更に、数値解析により、固定費用の試算を行ったところ、固定費用の平均値は、粗利潤に対して 20%程度となった。

今後の設備投資に関する理論・実証研究を展望すると、ミクロ理論の精緻化と、一般均衡モデルへの拡張、という2つの方向へ既に議論が進行している。第1の点は、本稿で扱った Caballero and Engel (1999) の Generalized(S, s)モデルが、 q 理論といった標準的な設備投資理論と比較検証できないという批判と関連している。すなわち、本稿では、固定費用を仮定した場合、設備投資が断続性を持つことが示されたが、 q 理論との相対的重要性は検証されていない。こうした問題意識に促されて、Cooper and Haltiwanger (2000) は、パネルデータを用いたシミュレーションによって、固定費用や凸型調整費用等を含んだ包括的な費用関数のパラメータを推計している。

第2の点は、Generalized(S, s)モデルは部分均衡モデルであるが、一般均衡モデルにおいて、設備投資の断続性がマクロ諸変数に影響を与えるのか、という疑問と関わる。この点に最初に取り組んだ Thomas (2002) は、設備投資の(S, s)ルールを標準的な実体的景気循環(RBC)モデルに導入し、断続的な設備投資の効果は、家計の消費平準化の効果によって相殺されるため、ほとんど無視し得るというシミュレーション結果を報告している。一方、Bachmann, Caballero and Engel (2006) は、同じく断続的な設備投資の効果に否定的な Khan and Thomas (2004) の一般均衡モデルに、いくつかの変更点を加えたところ、断続的な設備投資は RBC のパフォーマンスを改善し、マクロ的に重要な役割を果たすと主張している。

本稿は、わが国設備投資の実証研究において、上記の議論へ向けた出発点として位置付けられるに過ぎない。今後、こうした議論が進展し、わが国設備投資への理解が一段と深まることを期待したい。

補論 1 最適資本ストックからの乖離幅 x の企業間分布の導出

ここでは、 x の企業間分布を導出する。まず、 $\phi_{n,t}$ は以下の通り定義できる。

$$\phi_{n,t} = \int \Lambda(x) f_n(x + \delta + v_t, t-1) dx$$

$f(x, t-1)$ は、平均 μ_{t-1} 、分散 σ_{t-1}^2 の正規分布である。 $\Lambda(x)$ の定義を代入して、これを解くと、

$$\begin{aligned} \phi_{n,t} &= \int \left(1 - e^{-\lambda_0 - \lambda_2 x^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{n,t-1}^2}} \exp\left\{-\frac{(x+\delta+v_t-\mu_{n,t-1})^2}{2\sigma_{n,t-1}^2}\right\} dx \\ &= 1 - \sqrt{\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n,t-1}^2}} \exp\left\{-\lambda_0 - \lambda_2 \left(\sqrt{\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n,t-1}^2}} (\mu_{n,t-1} - \delta - v_t)\right)^2\right\} \\ &= 1 - \sqrt{\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n,t-1}^2}} \left[1 - \Lambda\left(\sqrt{\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n,t-1}^2}} (\mu_{n,t-1} - \delta - v_t)\right)\right] \end{aligned}$$

となる。次に、 $t-1$ 期末において、 $n-1$ グループに属する企業が、設備投資を実施した場合の t 期末に従う分布を考える。これは以下の通り定義できる。

$$\begin{aligned} f_0(x, t) &= \left[\int \Lambda(y) f(y + \delta + v_t, t-1) dy \right] g_\varepsilon(-x) \\ &= \phi_{n-1,t} N(0, \sigma_\varepsilon^2) \end{aligned}$$

ここで、 $g_\varepsilon(\cdot)$ は個別企業ショックの確率密度関数を表し、期待値ゼロ、分散 σ_ε^2 である。更に、 $t-1$ 期末において、 $n-1$ グループに属する企業が、設備投資を実施しなかった場合の t 期末に従う分布を考える。これは以下の通り定義できる。

$$f_n(x, t) = \int [1 - \Lambda(x + \varepsilon_t)] f_{n-1}(x + \delta + v_t + \varepsilon_t, t-1) g_\varepsilon(-\varepsilon_t) d\varepsilon_t$$

ここで、 $f_n(x, t)$ は t 期末において n グループの企業が従う確率密度関数を表す。これを展開し、整理すると、

$$\begin{aligned}
f_n(x, t) &= \int \exp\{-\lambda_0 - \lambda_2(x + \varepsilon_t)^2\} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{n-1,t-1}^2}} \exp\left\{-\frac{(x+\delta+v_t+\varepsilon_t-\mu_{n-1,t-1})^2}{2\sigma_{n-1,t-1}^2}\right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\varepsilon^2}} \exp\left\{-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right\} d\varepsilon_t \\
&= \sqrt{\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n-1,t-1}^2}} \exp\left\{-\lambda_0 - \lambda_2\left(\sqrt{\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n-1,t-1}^2}}(\mu_{n-1,t-1} - \delta - v_t)\right)^2\right\} \\
&\quad \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\left(\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n-1,t-1}^2}\sigma_{n-1,t-1}^2 + \sigma_\varepsilon^2\right)}} \exp\left\{-\frac{\left(x - \frac{\mu_{n-1,t-1} - \delta - v_t}{1+2\lambda_2\sigma_{n-1,t-1}^2}\right)^2}{2\left(\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n-1,t-1}^2}\sigma_{n-1,t-1}^2 + \sigma_\varepsilon^2\right)}\right\} \\
&= (1 - \phi_{n-1,t})N(\mu_{n,t}, \sigma_{n,t}^2)
\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
\mu_{n,t} &= \frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n-1,t-1}^2}(\mu_{n-1,t-1} - \delta - v_t) \\
\sigma_{n,t}^2 &= \frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n-1,t-1}^2}\sigma_{n-1,t-1}^2 + \sigma_\varepsilon^2
\end{aligned}$$

と書ける。従って、マクロの分布は、

$$\begin{aligned}
f(x, t) &= \sum_{n=1} w_{n-1,t-1} [f_0(x, t) + f_n(x, t)] \\
&= \sum_{n=1} w_{n-1,t-1} [\phi_{n-1,t}N(0, \sigma_\varepsilon^2) + (1 - \phi_{n-1,t})N(\mu_{n,t}, \sigma_{n,t}^2)] \\
&= \left(\sum_{n=1} w_{n-1,t-1}\phi_{n-1,t}\right)N(0, \sigma_\varepsilon^2) + \sum_{n=1} w_{n-1,t-1}(1 - \phi_{n-1,t})N(\mu_{n,t}, \sigma_{n,t}^2) \\
&= \sum_{n=0} w_{n,t}N(\mu_{n,t}, \sigma_{n,t}^2)
\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
\mu_{n,t} &= \begin{cases} 0 & \text{for } n = 0 \\ \frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n-1,t-1}^2}(\mu_{n-1,t-1} - \delta - v_t) & \text{for } n \geq 1 \end{cases} \\
\sigma_{n,t}^2 &= \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 & \text{for } n = 0 \\ \frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n-1,t-1}^2}\sigma_{n-1,t-1}^2 + \sigma_\varepsilon^2 & \text{for } n \geq 1 \end{cases} \\
w_{n,t} &= \begin{cases} \sum_{i=1} w_{i-1,t-1}\phi_{i-1,t} & \text{for } n = 0 \\ w_{n-1,t-1}(1 - \phi_{n-1,t}) & \text{for } n \geq 1 \end{cases} \\
\phi_{n,t} &= 1 - \sqrt{\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n,t-1}^2}} \left[1 - \Lambda\left(\sqrt{\frac{1}{1+2\lambda_2\sigma_{n,t-1}^2}}(\mu_{n,t-1} - \delta - v_t)\right)\right]
\end{aligned} \tag{13}$$

となる。

補論 2 推計方法の概要

ここでは推計方法について説明する。業種 i ($i = 1, \dots, J$) の設備投資比率は、以下の通り書ける。

$$\frac{I_{it}^A}{K_{it}^A} = \int \left(e^{-(x-\delta_i-v_{it})} - 1 \right) \Lambda(x - \delta_i - v_{it}) f_i(x, t-1) dx$$

$f(x, t-1)$ と $\Lambda(x)$ を上式に代入すると、以下を得る。

$$\frac{I_{it}^A}{K_{it}^A} = \sum_{n=0} W_{i,n,t-1} \left[\int \left(e^{-(x-\delta_i-v_{it})} - 1 \right) \left(1 - e^{-\lambda_0 - \lambda_2 (x-\delta_i-v_{it})^2} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{i,n,t-1}^2}} e^{-\frac{(x-\mu_{i,n,t-1})^2}{2\sigma_{i,n,t-1}^2}} dx \right]$$

これを計算すると、以下の通り書ける。

$$\frac{I_{it}^A}{K_{it}^A} = \sum_{n=0} W_{i,n,t-1} \left[e^{-(\mu_{i,n,t-1} - \delta_i - v_{it} - \frac{1}{2}\sigma_{i,n,t-1}^2)} - 1 - (1 - \phi_{i,n,t}) \left(e^{\frac{-1}{1+2\lambda_2\sigma_{i,n,t-1}^2}(\mu_{i,n,t-1} - \delta_i - v_{it} - \frac{1}{2}\sigma_{i,n,t-1}^2)} - 1 \right) \right] \quad (14)$$

これが I_{it}^A / K_{it}^A の解析解となる。推計においては、 λ_0 と λ_2 は推計されるべきパラメータ、 I_{it}^A / K_{it}^A と δ_i は実際のデータを使用する。また、 σ_ε は 0.05 とした¹⁹。このとき、 μ 、 σ^2 、 ϕ 、 w は、(13)式に基づき、繰り返し計算により求めることができる。

ここで、 $\mathbf{v}_t \equiv (v_{1t}, \dots, v_{Jt})'$ と定義し、 \mathbf{v}_t は以下の平均 $\boldsymbol{\mu}$ 、分散 Σ の多変量正規分布を仮定する。

$$(2\pi)^{-\frac{J}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{v}_t - \boldsymbol{\mu})' \Sigma^{-1} (\mathbf{v}_t - \boldsymbol{\mu}) \right\}$$

ここでは、 Σ の非対角要素はゼロを仮定しない、すなわち、業種間の相関を許容している。ここで上式を用いて変換を行うと、以下の I_{it} / K_{it} が従う分布を求めることができる。

$$(2\pi)^{-\frac{J}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\mathbf{v} \left(\frac{1}{\mathbf{K}} \right)_t - \boldsymbol{\mu} \right)' \Sigma^{-1} \left(\mathbf{v} \left(\frac{1}{\mathbf{K}} \right)_t - \boldsymbol{\mu} \right) \right\} \left| \frac{\partial \mathbf{v}_t}{\partial (\mathbf{I}/\mathbf{K})_t} \right|$$

ここで、 $(\mathbf{I}/\mathbf{K})'_t \equiv (I_{1t}^A / K_{1t}^A, \dots, I_{Jt}^A / K_{Jt}^A)$ 、 $\left| \frac{\partial \mathbf{v}_t}{\partial (\mathbf{I}/\mathbf{K})_t} \right| \equiv \left(\left| \frac{\partial v_{1t}}{\partial (I_{1t}^A / K_{1t}^A)} \right|, \dots, \left| \frac{\partial v_{Jt}}{\partial (I_{Jt}^A / K_{Jt}^A)} \right| \right)$ を表す。この

¹⁹ σ_ε として、0.05、0.1、0.15 を仮定して推計を行ったが、推計結果に大きな違いはみられなかった。従って、本文中の推計結果は、 $\sigma_\varepsilon = 0.05$ を仮定したものを掲載した。

とき、 $|\partial \mathbf{v}_t / \partial (\mathbf{I}/\mathbf{K})_t| = |\partial (\mathbf{I}/\mathbf{K})_t / \partial \mathbf{v}_t|^{-1}$ の関係を用いると、マイナスの対数尤度関数は以下の通り書ける。

$$-\log L = \frac{TJ}{2} \log(2\pi) + \frac{TJ}{2} \log|\Sigma| + \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\mathbf{v}_t - \boldsymbol{\mu})' \Sigma^{-1} (\mathbf{v}_t - \boldsymbol{\mu}) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^J \log \left| \frac{\partial (I_{it}^A / K_{it}^A)}{\partial v_{it}} \right|$$

ここで、

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{v}_t, \quad \hat{\Sigma} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\mathbf{v}_t - \hat{\boldsymbol{\mu}})(\mathbf{v}_t - \hat{\boldsymbol{\mu}})'$$

と表すことができることから、これを用いて対数尤度は次の通り書き換えることができる。

$$-\log L = \text{const.} + \frac{TJ}{2} \log \left| \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\mathbf{v}_t - \hat{\boldsymbol{\mu}})(\mathbf{v}_t - \hat{\boldsymbol{\mu}})' \right| + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^J \log \left| \frac{\partial (I_{it}^A / K_{it}^A)}{\partial v_{it}} \right| \quad (15)$$

ここで、 $\partial (I_{it}^A / K_{it}^A) / \partial v_{it}$ は、 I_{it}^A / K_{it}^A を v_{it} で微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial (I_{it}^A / K_{it}^A)}{\partial v_{it}} &= \frac{I_{it}^A}{K_{it}^A} + \sum_{n=0} w_{n,t} \phi_{n,t} + \sum_{n=0} w_{n,t} \left[e^{\frac{-1}{1+2\lambda_2 \sigma_{n,t-1}^2} (\mu_{n,t-1} - \delta - v_t - \frac{1}{2} \sigma_{n,t-1}^2)} - 1 \right] \frac{\partial \phi_{n,t}}{\partial v_{it}} \\ &\quad + \sum_{n=0} w_{n,t} \left[\frac{2\lambda_2 \sigma_{n,t-1}^2}{1+2\lambda_2 \sigma_{n,t-1}^2} (1 - \phi_{n,t}) e^{\frac{-1}{1+2\lambda_2 \sigma_{n,t-1}^2} (\mu_{n,t-1} - \delta - v_t - \frac{1}{2} \sigma_{n,t-1}^2)} \right] \end{aligned}$$

となる。ここで、

$$\frac{\partial \phi_{n,t}}{\partial v_{it}} = -\frac{2\lambda_2}{1+2\lambda_2 \sigma_{n,t-1}^2} (\mu_{n,t-1} - \delta - v_t) \left(1 - \Lambda \left(\sqrt{\frac{1}{1+2\lambda_2 \sigma_{n,t-1}^2}} (\mu_{n,t-1} - \delta - v_t) \right) \right)$$

従って、 \mathbf{v}_t の系列が判明すれば、(15)式の対数尤度を計算することができる。(14)式を用いると、 I_{it}^A / K_{it}^A と δ のデータ系列、及びパラメータ λ_0 と λ_2 を与えれば、 \mathbf{v}_t の系列を逆算して得ることができる。得られた \mathbf{v}_t を用いて、上の対数尤度を計算し、この尤度が最大となるパラメータ λ_0 と λ_2 を選択する。

補論 3 固定費用の試算

ここでは、数値計算による固定費用の試算方法について述べる。まず、企業の最適化問題を再掲する。

$$\begin{aligned} v^*(z_t, \omega_t) &= \max \{v(z_t), v(c) - \omega_t \xi e^{\beta z_t}\} \\ v(z_t) &= \pi(z_t) + \frac{1-\delta}{1+r} E_t [v^*(z_{t+1}, \omega_{t+1}) e^{-\Delta z_{t+1}}] \\ c &= \arg \max \{v(z_t)\} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 z を所与としたときの ω の閾値は次の通り表すことができた。

$$\Omega(z_t) = \xi^{-1} e^{-\beta z_t} (v(c) - v(z_t))$$

これを用いると、 $v^*(z_t, \omega_t)$ は次の通り書き換えることができる。

$$\begin{aligned} v^*(z_t, \omega_t) &= v(z_t) + \max \{0, v(c) - \omega_t \xi e^{\beta z_t} - v(z_t)\} \\ &= v(z_t) + \max \{0, (\Omega(z_t) - \omega_t) \xi e^{\beta z_t}\} \end{aligned} \quad (17)$$

また、 $v(z_t)$ の期待オペレータを明示すると、

$$v(z_t) = \pi(z_t) + \frac{1-\delta}{1+r} \int_0^\infty \left[\int_{-\infty}^\infty v^*(z + \Delta z, \omega) e^{-\Delta z} dF(\Delta z) \right] dG(\omega) \quad (18)$$

ここで、 $F(\cdot)$ は、期待値 $\ln(1 - \delta)$ 、分散 σ_0^2 の累積正規分布、 $G(\cdot)$ は累積ガンマ分布を表す。(18)式に(17)式を代入すると、

$$\begin{aligned} v(z_t) &= \pi(z_t) + \frac{1-\delta}{1+r} \int_0^\infty e^{-\Delta z} [v(z + \Delta z) \\ &\quad + \int_0^{\Omega(z+\Delta z)} (\Omega(z + \Delta z) - \omega) \xi e^{\beta(z+\Delta z)} dG(\omega)] dF(\Delta z) \end{aligned} \quad (19)$$

これは、(16)式における企業の最適化問題を単一の式で表したものである。ここで $\pi(z)$ は、以下の式で与えられる。

$$\pi(z) = \xi (e^{\beta z} - \beta e^z)$$

(19)式のベルマン方程式の解は、以下の手順により求めることができる。

初めに、 $v(z)$ の初期値 ($v_0(z)$) を与える。

最適点 c を決定する ($c_0 = \arg \max \{v_0(z)\}$) 及
 ω の閾値を求める。

$$\Omega_0(z) = \xi^{-1} e^{-\beta z} [v_0(c_0) - v_0(z)]$$

(19)式を用いて、次期の $v(z)$ を求める。

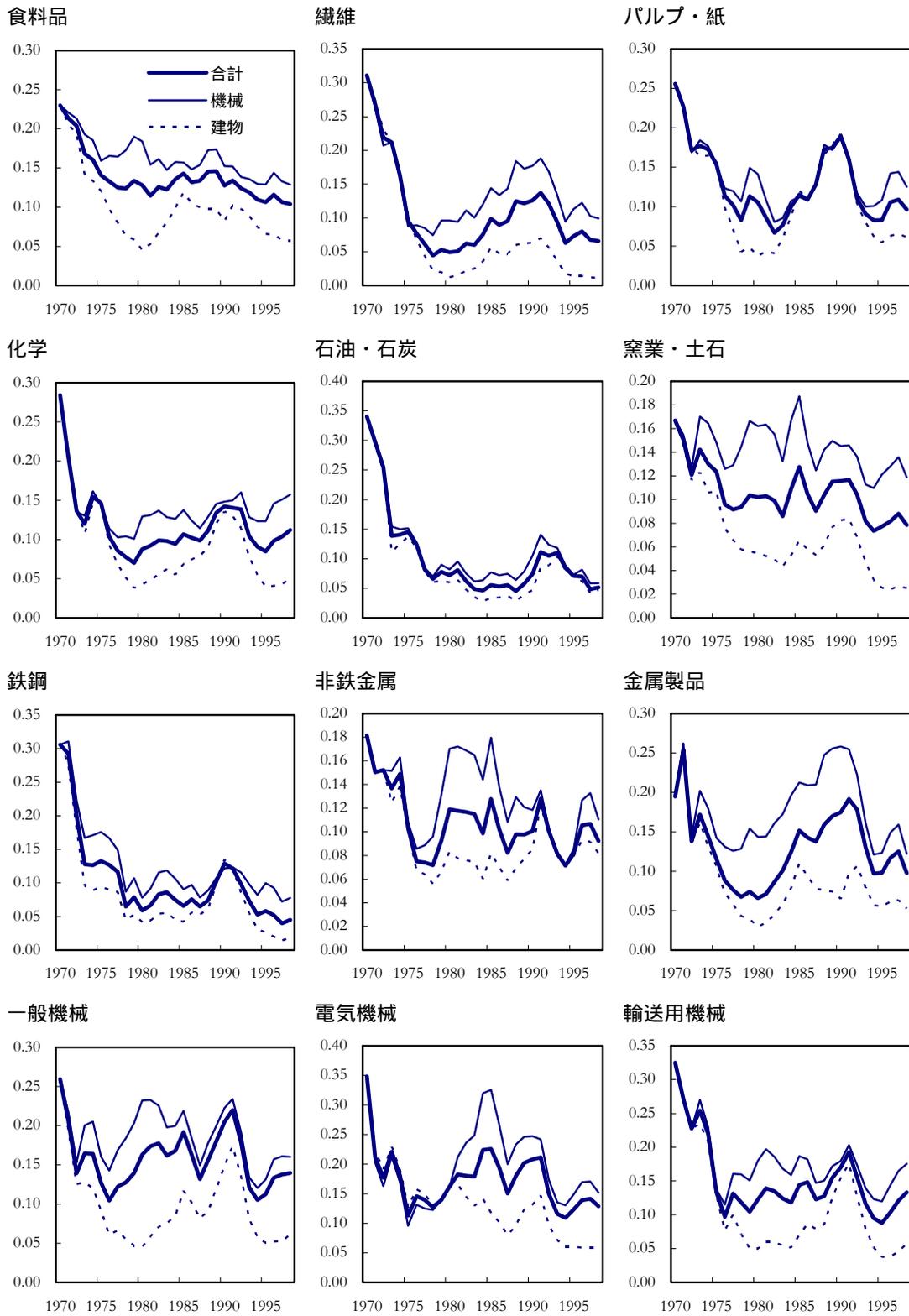
$$v_1(z) = \pi(z) + \psi \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\Delta z} [v_0(z + \Delta z) \\ + \int_0^{\Omega_0(z + \Delta z)} (\Omega_0(z + \Delta z) - \omega) \xi e^{\beta(z + \Delta z)} dG(\omega)] dF(\Delta z)$$

~ の手順を $v_n(z)$ が収束するまで繰り返す。

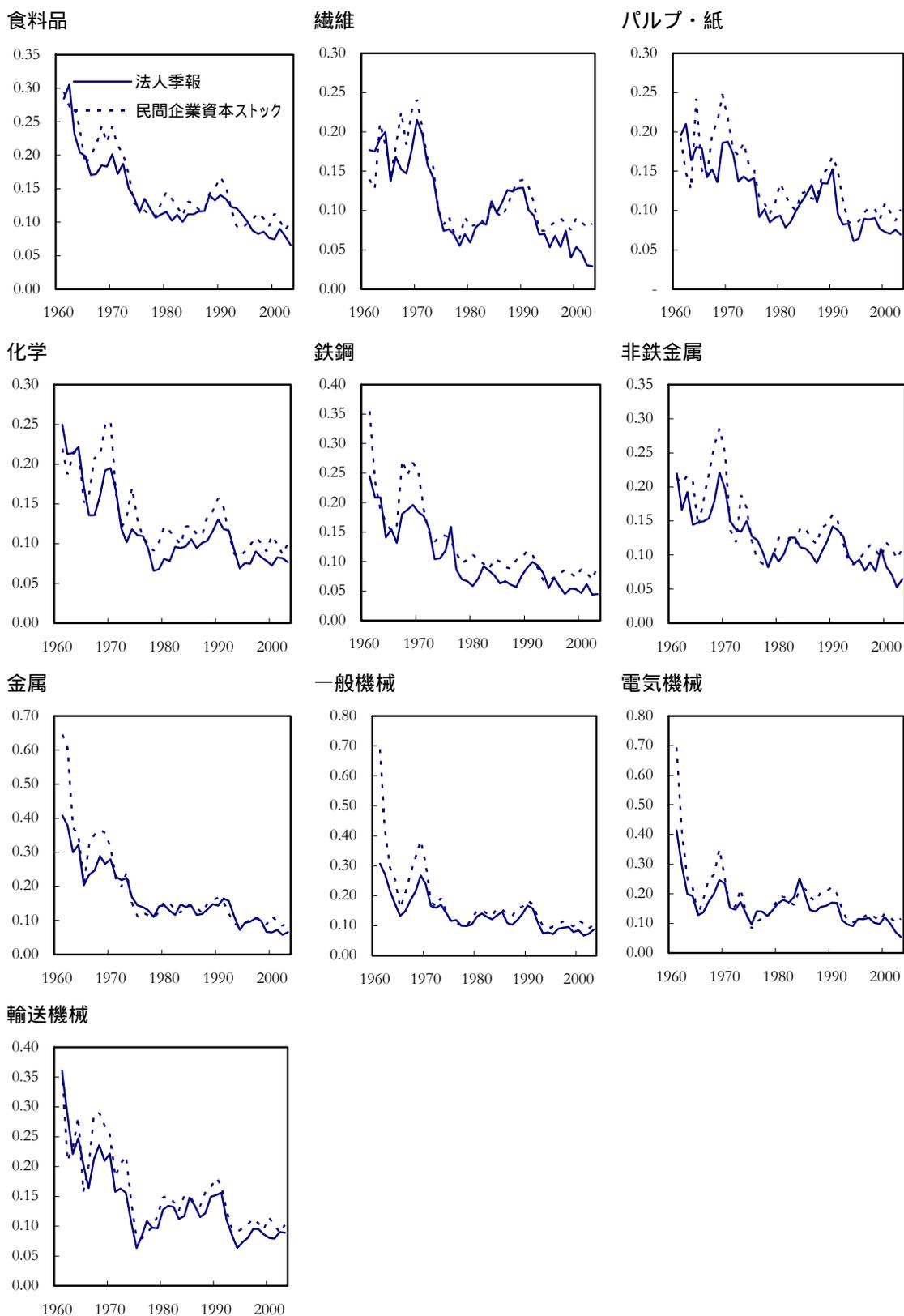
ここで、初期値として、 $v_0(z) = \pi(z)/(1 - \psi)$ を使用した。また、 z は 3.5 ~ 3.5 の間に 701 のグリッド点を設定した。 $\sigma_0 = 0.061$ を用いた²⁰。その他のパラメータは本文中の通り設定した。ここで得られたハザード関数が推定によって得られたハザード関数と一致するように、ガンマ分布のパラメータを導出する。

²⁰ σ_0^2 は Δz の分散であり、マクロショックの分散と個別企業ショックの分散の和と捉えることができる。前節の推計結果から、マクロショックの標準偏差の業種平均は 0.035 であった。これを踏まえて、 $\sigma_0^2 = \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_v^2 = 0.05^2 + 0.035^2$ として計算した。

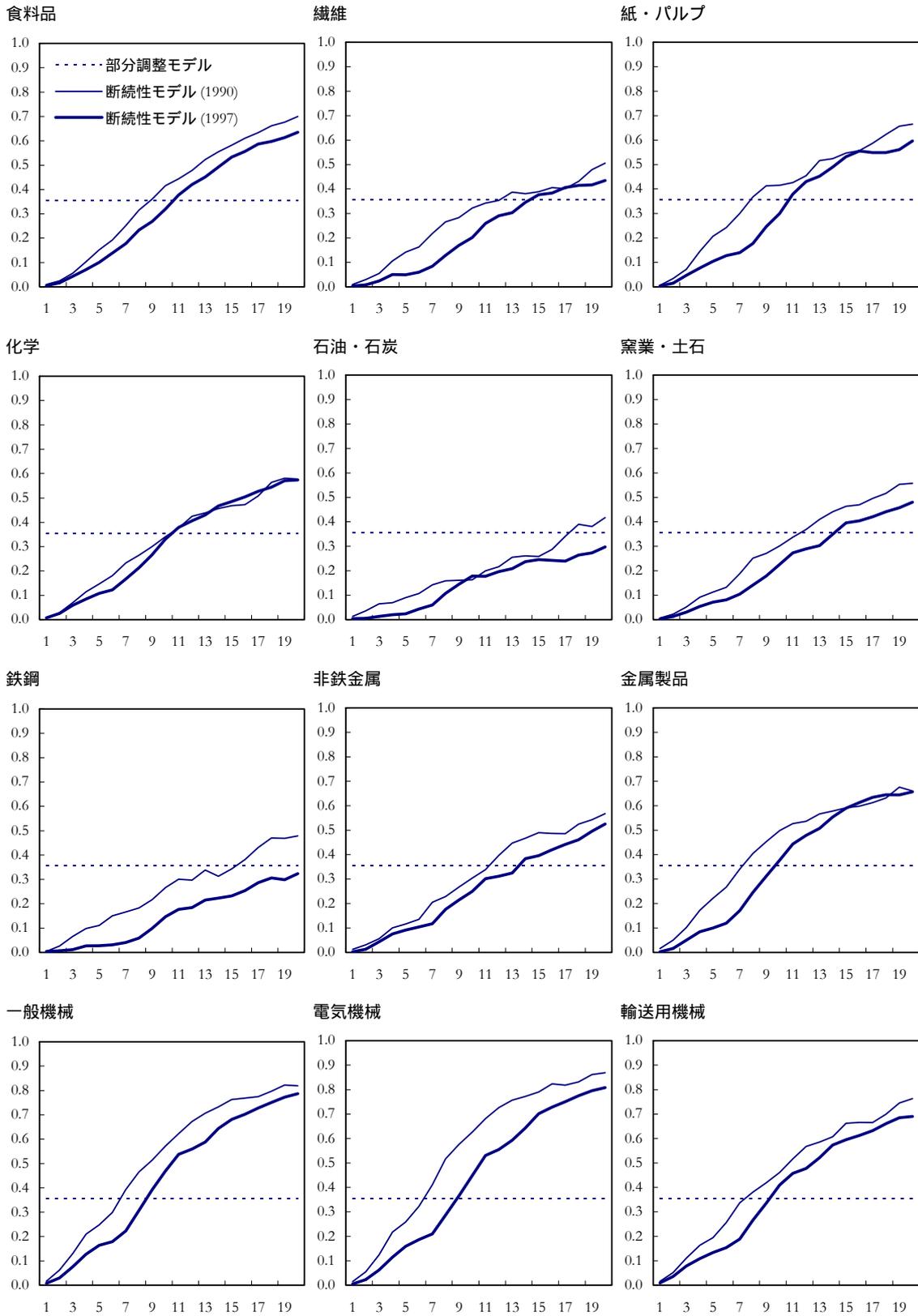
補論図表 1—1 設備投資比率の推移 (JIP データ)



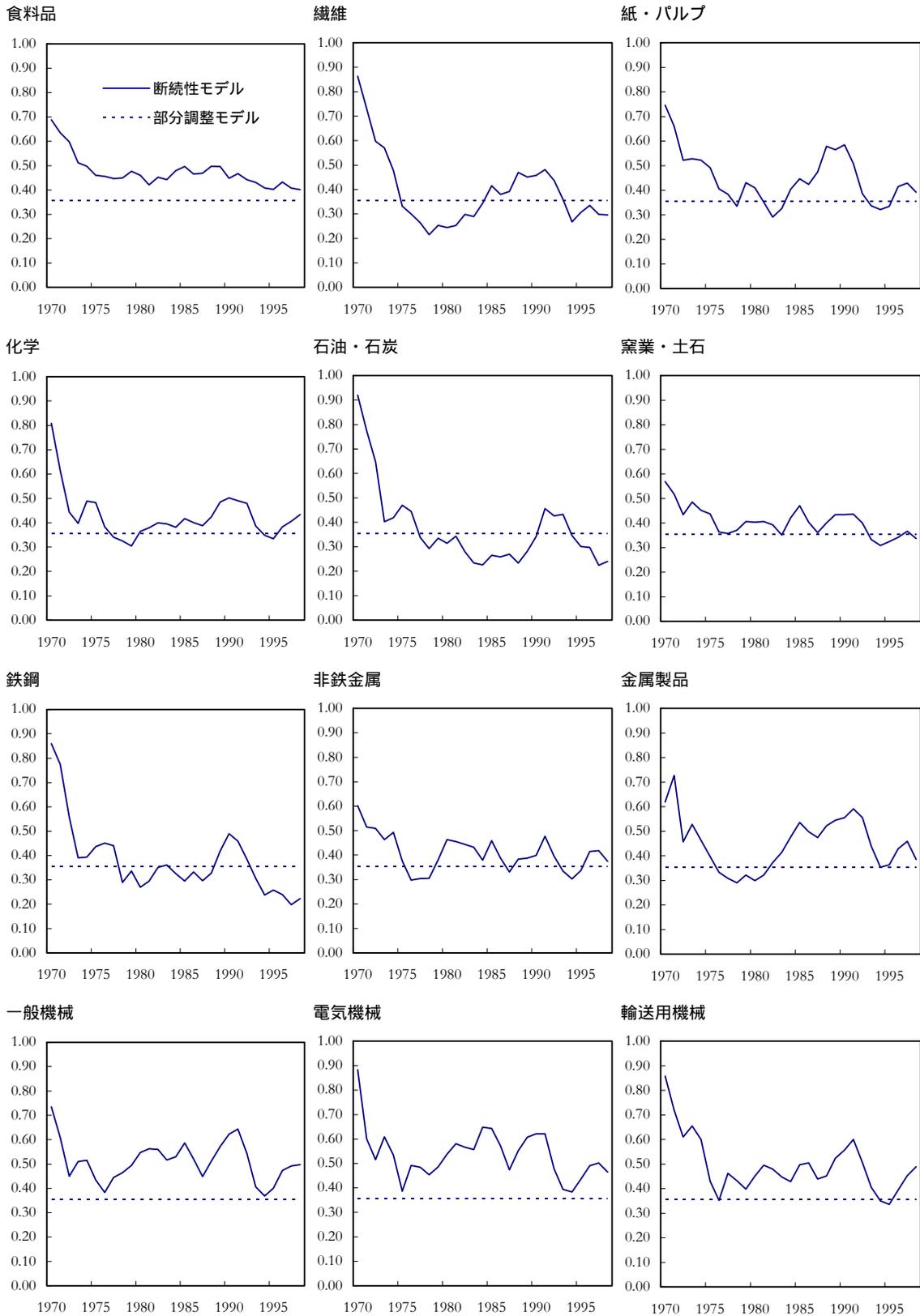
補論図表 1—2 設備投資比率の推移（法人季報、民間企業資本ストック）



補論図表 2 時間に関する設備投資実施確率 (JIP 合計、業種別)



補論図表3 ショックに対する設備投資比率の反応 (JIP 合計、業種別)



参考文献

- Abel, A. B. and J. C. Eberly (1994), "A Unified Model of Investment under Uncertainty," *American Economic Review*, Vol.84, pp.1369-1384.
- Bachmann, R., R. J. Caballero and E. Engel (2006), "Lumpy Investment in Dynamic General Equilibrium", mimeo
- Caballero, R. J. (1999), "Aggregate Investment," in J. B. Taylor and M. Woodford eds.: *Handbook of Macroeconomics*, Vol.1B., North Holland.
- Caballero, R. J. and E. Engel (1999), "Explaining Investment Dynamics in U.S. Manufacturing: A Generalized (S, s) Approach," *Econometrica*, Vol.67, pp.783-826.
- Caballero, R. J., E. Engel, and J. C. Haltiwanger (1995), "Plant Level Adjustment and Aggregate Investment Dynamics," *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol.2, pp.1-39.
- Caballero, R. J. and J. V. Leahy (1996), "Fixed Costs: the Demise of Marginal q ," NBER working paper No.5508.
- Cooper, R. W. and J. C. Haltiwanger (2000), "On the Nature of Capital Adjustment Costs," NBER working paper No.7925.
- Cooper, R. W., J. C. Haltiwanger, and L. Power (1999), "Machine Replacement and the Business Cycle: Lumps and Bumps," *American Economic Review*, Vol.89, pp.921-946.
- Doms, M. and T. Dunne (1998), "Capital Adjustment Patterns in Manufacturing Plants," *Review of Economic Dynamics*, Vol.1, pp.409-429.
- Hayashi, F. and T. Inoue (1991), "The Relation between Firm Growth and Q with multiple capital Goods: Theory and Evidence from Panel Data on Japanese Firms," *Econometrica*, Vol.59, pp.731-753.
- Khan, A. and J. K. Thomas (2004), "Idiosyncratic Shocks and the Role of Nonconvexities in Plant and Aggregate Investment Dynamics", Federal Reserve Bank of Minneapolis, Staff report no.352
- Thomas, J. K. (2002), "Is Lumpy Investment Relevant for the Business Cycle?" *Journal of Political Economy*, Vol.110, pp508-534.
- Woodford, M. (1995), "Plant Level Adjustment and Aggregate Investment Dynamics: Comments and Discussion," *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol.2, pp.40-47.

小川一夫・北坂真一 (1997)、『資産市場と景気変動』、日本経済新聞社.

嶋恵一 (2005)、「設備投資の断続性：工具器具有形固定資産によるハザード分析」電力
経済研究、No.54.

社会工学研究所 (1976)、『法人企業統計の高度利用に関する調査研究(総合解説編)』(大蔵省委託調査).

深尾京司・宮川努・河井啓希・乾友彦・岳希明・奥本佳伸・中村勝克・林田雅英・中田
一良・橋川健祥・奥村直紀・村上友佳子・浜瀧純夫・吉沢由羽希・丸山士行・山
内慎子 (2003)、「産業別生産性と経済成長：1970～98年」、内閣府経済社会総合研
究所『経済分析』第170号.