



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

ソブリン CDS プレミアムの要因分解

池田 慧*

kei.ikeda@boj.or.jp

平木 一浩†

kazuhiro.hiraki@boj.or.jp

山田 健‡

takeshi.yamada@boj.or.jp

No.12-J-9
2012年9月

日本銀行
〒103-8660 郵便事業（株）日本橋支店私書箱第30号

* 金融市場局

† 横浜支店

‡ 国際局

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局 (post.prd8@boj.or.jp) までご相談下さい。転載・複製を行う場合は、出所を明記して下さい。

ソブリン CDS プレミアムの要因分解

池田 慧*・平木 一浩†・山田 健‡

要 旨

本稿では、ソブリン CDS が含む各国の信用リスクに関する情報を抽出し、その特性を分析する。ソブリン CDS プレミアムには各国の信用リスクの他にリスク・プレミアムが含まれているが、本稿では誘導型アプローチによりソブリン CDS プレミアムを信用リスクに対応した「信用リスク要因」と「リスク・プレミアム要因」に分解し、それぞれの特徴を考察した。分析の結果、各年限のソブリン CDS プレミアムの変動は、平行移動を表す1つの要因でほとんどが説明されること、ソブリン CDS プレミアムにはリスク・プレミアム要因が相応に含まれており、その変動を考慮せずにデフォルト確率を推計すると過大評価になること、リスク・プレミアム要因の水準は国や時期により異なること、リスク・プレミアム要因を考慮して抽出した信用リスク要因はそれを考慮しない場合と比べ期間構造の形状が異なり得ることなどがわかった。日本、欧州、米国のリスク・プレミアム要因は互いに連動していて、特に欧州から米国、日本への影響が高い。また、各国のリスク・プレミアム要因はそれぞれの国の経済変数とも連動し、特に欧州周縁国では株価や長期金利と連動していることもわかった。

キーワード：ソブリン CDS プレミアム、信用リスク要因、リスク・プレミアム、
グレンジャー因果性検定

JEL classification: C22, F34, G13

* 日本銀行金融市場局 (E-mail: kei.ikeda@boj.or.jp)

† 日本銀行横浜支店 (E-mail: kazuhito.hiraki@boj.or.jp)

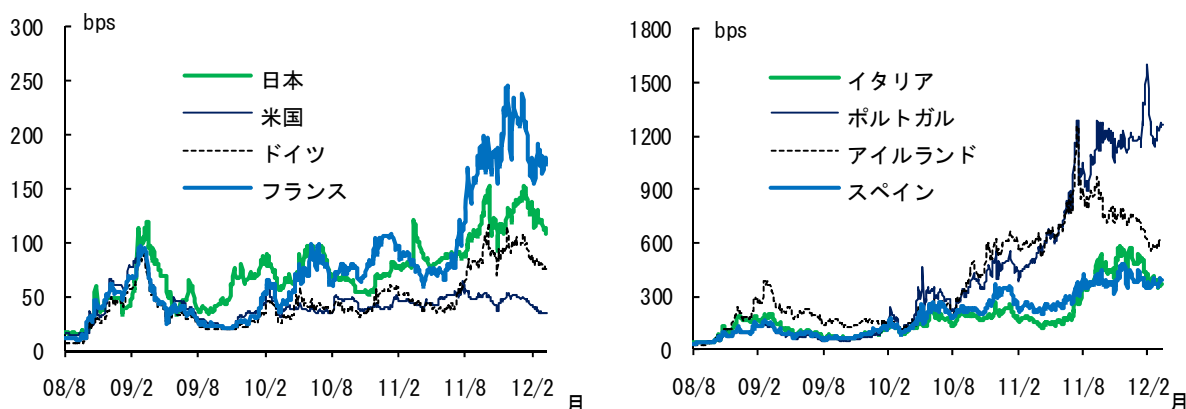
‡ 日本銀行国際局 (E-mail: takeshi.yamada@boj.or.jp)

本稿の作成過程で、高橋明彦教授（東京大学）および日本銀行のスタッフから有益なコメントを頂戴した。この場を借りて、深く感謝の意を表したい。なお、本稿に示されている意見は、筆者たち個人に属し、日本銀行の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りはすべて筆者たち個人に属する。

1. はじめに

国際金融資本市場においては、欧州債務問題の高まりを契機に、ソブリン・リスクに対する注目が集まっている。このことは、各国国債の信用リスクを参照する金融商品であるソブリン CDS のプレミアムが、欧州諸国を中心に高まっていることから確認できる（図表 1）。CDS とは、ある企業や国（ソブリン）等の債務を参照資産とし、参照資産にデフォルト（バンクラプシー、支払不履行、リストラクチャリング等）が発生した時に、CDS 契約の売却側から購入側にキャッシュ・フローが発生する商品である。デフォルトの発生前は、CDS 契約購入側から売却側に、契約満期までプレミアムが定期的に支払われる。よって、CDS プレミアムには、参照資産の信用リスクに関する情報、すなわちデフォルト確率やデフォルト時の回収率に関する情報、が内包されていると考えられる。

図表 1：各国の CDS プレミアム（5 年満期）



CDS プレミアムは¹、信用リスクに関する情報だけでなく、一般的な金融商品価格がその価格変動リスクから生じるリスク・プレミアムを含むのと同様に、信用リスクに関する不確実性の対価としてのリスク・プレミアムも含んでいると考えられる。このため、CDS プレミアムから信用リスクに関する情報のみを定量的に抽出することは必ずしも容易ではなく、実務上や先行研究などでは、リスク・プレミアムは存在しない、またはリスク・プレミアムは定数であるといった強い仮定をおいて信用リスクの多寡を推計することが多い。本稿では、Pan and Singleton (2008)や Longstaff *et al.* (2010)等にならない、各国債券を参照するソブリン CDS に焦点をあて、それが含む信用リスクとリスク・プレミアムの変動を一定の仮定の下でそれぞれ抽出する。また、それらの特性と各国間での因果関係や他の経済変数との関係などを分析する。具体的には、無裁定に基づく

¹ 「CDS スプレッド」と呼ばれることも多いが、本稿では「CDS プレミアム」と呼ぶ。

信用リスクの評価モデルを用いて、CDS プレミアムを信用リスクに対応した「信用リスク要因」と信用リスクに関する不確実性の対価を含むその他の要因である「リスク・プレミアム要因」に分解し、それらの特徴を分析する。なお、本稿における「信用リスク要因」とは、CDS プレミアムに含まれる本源的なデフォルト要因を表し、「リスク・プレミアム要因」とは、CDS プレミアムから「信用リスク要因」を差し引いた値として定義した。この結果、信用リスク以外の、例えば流動性リスク要因やそのリスク・プレミアム要因等は「リスク・プレミアム要因」に含まれていることに注意が必要である。分析の結果、以下の点などが明らかにされる。

- ソブリン CDS プレミアムは、複数の満期のものが取引されているが、それらの変動は、平行移動を表す 1 つの要因でほとんどが説明される。
- ソブリン CDS プレミアムには、リスク・プレミアム要因が相応に含まれており、その変動を考慮せずにソブリンの信用リスクを推計すると、(リスク・プレミアム要因の変動を考慮する場合と比べ) 過大評価することになる。
- デフォルト確率の期間構造は、リスク・プレミアム要因を考慮して推計すると、それを考慮しない場合と比べ形状が大きく変わり得る。
- 日本、欧州、米国のソブリン CDS に含まれるリスク・プレミアム要因は、各国間で連動している。本分析で用いた期間では、全般に欧州から米国、日本への影響が大きい。また、これらのリスク・プレミアム要因は、欧州周縁国を中心に、自国の株価や長期金利と連動している。

本稿の構成は以下の通りである。2 節では、予備的な分析として、各国のソブリン CDS プレミアムの変動における基本的な特徴を、主成分分析を用いて調べる。各国ソブリン債を参照資産とした CDS 契約には複数の満期が存在するが、それらの変動の大部分は 1 つの要因で説明可能なことが示される。3 節では、2 節の結果を踏まえてモデルを設定し、ソブリン CDS プレミアムを、「信用リスク要因」と「リスク・プレミアム要因」に分解する。また、それぞれの要因の特性を述べる。4 節では、3 節で推計したリスク・プレミアム要因を用いて、各国間での連関を、グレンジャーの因果性検定により分析する。また、各国のリスク・プレミアム要因の時系列についてそれぞれの国の経済変数との間で回帰分析を行い、それらの関係について分析する。5 節では、結論を述べる。

使用するデータは日本、米国、ドイツ、フランス、イタリア、スペイン、アイルランド、ポルトガル、それぞれのソブリン債を原資産とする 1、3、5、7、10 年満期の CDS プレミアムである。また、分析は断りのない限り 2008 年 8 月

から 2012 年 3 月末までの日次データを用いて行った²。

2. ソブリン CDS 期間構造に対する主成分分析

本節では、3 節で行う要因分解の準備として、ソブリン CDS の期間構造（1、3、5、7、10 年満期の CDS プレミアム）データに主成分分析を適用し、期間構造の変動を説明する要因を抽出する。また、抽出した各要因の特徴と説明力について考察する。主成分分析を用いて期間構造の変動要因を説明する研究は、Litterman and Scheinkman (1991)が 米国債券や米国金利スワップの期間構造データを用いて、それらの変動が「平行移動」、「傾き」、「曲率」の 3 つの要因で説明できること示したことを契機として、多く行われている。多くの国の債券や金利スワップの期間構造についても米国のそれら同様に 3 つの要因で説明されることが知られている。

主成分分析とは、互いに関係のある複数の変数に対し、より個数が少なくかつ独立した変数で、元の変数の散らばりを説明する手法である。具体的に本稿では、1、3、5、7、10 年満期のソブリン CDS プレミアムの時系列データに関する相関行列を用いて、5 個の互いに関係のある変数から、それら変数の線形結合の散らばりが最大となるように独立した変数を選び出す。この独立した変数を主成分と呼び、その散らばりの全体に対する割合が大きい主成分の順に第 1 主成分、第 2 主成分、…と呼ぶ

図表 2 は相関係数に基づく主成分分析の結果のうち、固有値（上段）と累積寄与率（下段）を示している。ソブリン CDS の期間構造はその第 1 主成分のみ大きく、第 2 以下の主成分が非常に小さくなっている。全ての国において、第 1 主成分で CDS 期間構造全体の変動における大部分が説明され、一部の国では 98% 以上が説明される。

² 出所：Thomson Reuter Datastream

図表 2：固有値（上段）と累積寄与率（下段、%）

	第1主成分	第2主成分	第3主成分
日本	4.31	0.65	0.03
	86.28	99.26	99.86
米国	4.65	0.26	0.09
	92.99	98.11	99.86
ドイツ	4.63	0.34	0.02
	92.65	99.49	99.94
フランス	4.90	0.09	0.00
	98.00	99.87	99.96
スペイン	4.92	0.08	0.00
	98.39	99.92	99.98
アイルランド	4.95	0.05	0.00
	98.91	99.93	99.97
ポルトガル	4.96	0.04	0.00
	99.18	99.90	99.96
イタリア	4.94	0.06	0.00
	98.83	99.94	99.98

各主成分に対する固有ベクトルからは³、第1主成分が期間構造の平行移動を、第2主成分は期間構造の傾きを、第3主成分はその曲率を表すことがわかる。このように、第3主成分までの固有ベクトルは、金利の期間構造とほぼ同様の構造を持っている。もっとも、先にみた固有値の大きさと累積寄与率を踏まえると、ソブリンCDSの期間構造の変化はほぼ第1主成分、すなわち平行移動で説明されることになる。

次に、第1主成分スコア⁴を用いて、各年限のソブリンCDSプレミアムが第1主成分スコアに関する時系列でどの程度説明されるかを見ると⁵、全ての国において、第1主成分に関する変動で各年限の変動の大部分が説明されること、ただし、満期1年等の年限の短いCDSプレミアムは相対的に説明力が低いことがわかる。これは、満期1年程度のCDSプレミアムは他の満期との連関が低いこ

³ 固有ベクトルは、参考図表1で示した。第1主成分は全ての年限に対し同程度の水準で同符号であることから、期間構造の平行移動を表していることがわかる。第2主成分は、1、3年満期のソブリンCDSプレミアムと5、7、10年で符号が逆になっている。1、3年のCDSプレミアムが一方向に動く時に5年超のCDSプレミアムは逆に動くことになり、このことから、第2主成分は期間構造の傾きを表していることがわかる。第3主成分は、その形状から曲率を表している。

⁴ 主成分スコアとは各主成分の固有値に対応するデータと固有ベクトルを各々掛け合わせて合計した値である。

⁵ 第1主成分スコアを用いた回帰分析の結果は、参考図表2で示した。

とを示唆している。年限の短い CDS プレミアムは相対的に説明力が低いことは、新興国のソブリン CDS プレミアムを用いて主成分分析を行った Pan and Singleton (2008)でも指摘されている。

3. ソブリン CDS プレミアムの要因分解

本節では、前節の分析結果を踏まえ、各国ソブリン CDS の期間構造データを用いて、各時点での瞬間的なデフォルト確率を表す「デフォルト・インテンシティ」を推計する。そのうえで、ソブリン CDS プレミアムを、信用リスク要因とリスク・プレミアム要因に分解する。

(1) 誘導型アプローチを用いた CDS プレミアムの評価モデル

本稿では、デフォルトを誘導型アプローチと呼ばれる方法を用いてモデル化する。同アプローチでは、ある確率過程がジャンプする時刻にデフォルトが発生すると定義し、そのジャンプの起こりやすさをデフォルト・インテンシティと呼ばれる別の確率過程を用いて表す。ここでデフォルト・インテンシティとはある時刻まで生存している条件のもとでその直後にデフォルトが発生する確率である。その上で、CDS プレミアムは、プロテクション購入側とプロテクション売却側それぞれに発生しうる将来キャッシュ・フローについて、リスク中立確率下での期待値が等しくなるように決定される⁶。信用リスクを含む金融商品に関し、無裁定に基づく評価の厳密な枠組みは楠岡・中川・青沼 (2001) や Duffie and Singleton (2001)を参照されたい。誘導型アプローチを用いてソブリン CDS プレミアム、リスク・プレミアムの評価を行った研究は Longstaff *et al.* (2010)、Pan and Singleton (2008)、Zhang (2008)などがある。

満期 M 年で半年ごとに支払いが発生する CDS 契約の年率換算したプレミアムを $c(M)$ 、各時点におけるデフォルト・インテンシティを λ_t とする。各時点における無リスク金利を r_t 、回収率を R とすると、CDS プレミアムは以下で表すことができる。

$$c(M) = \frac{\int_t^{t+M} E_t^Q \left[2(1-R)\lambda_u e^{-\int_t^u (r_s + \lambda_s) ds} \right] du}{E_t^Q \left[\sum_{i=1}^{2M} e^{-\int_t^{t+i/2} (r_s + \lambda_s) ds} \right]} \quad (1)$$

⁶ 本稿では、無裁定条件が成立することとリスク中立確率が存在することを仮定する。このとき、金融派生商品の価格は、将来時点のキャッシュ・フローを無リスク金利で割り引いた割引期待値を、リスク中立確率で計算することによって与えられる。

ここで、期待値はリスク中立確率の下で計算される点に注意されたい

前節では、主成分分析を用いて、ソブリン CDS プレミアムの期間構造はその変動の大部分が 1 変数で説明されることを示した。本稿ではソブリン CDS プレミアムの変動がデフォルト・インテンシティの変動で説明されると仮定する。CDS プレミアム 3 つのリスク要因、デフォルト・インテンシティ、無リスク金利、回収率で説明されるが、このうち、無リスク金利は (1) 式の分母、分子両方に含まれているため、その影響はある程度相殺される。また、回収率は、その推計にデフォルト・インテンシティとの関係に強い仮定が必要であり、独立で扱うことが困難である。以下では、デフォルト・インテンシティの変動の不確実性が、1 つのブラウン運動で表現されると仮定する。具体的には、デフォルト・インテンシティの非負性を考慮し、デフォルト・インテンシティは以下のコックス=インガソル=ロス (CIR) モデル (Cox, Ingersoll, and Ross [1985]) 型の確率過程に従うと仮定し、そのリスク中立確率下での形は以下とする

$$d\lambda_t = (a^Q + b^Q\lambda_t)dt + \sigma\sqrt{\lambda_t}dW_t^Q \quad (2)$$

ここで a^Q 、 b^Q 、 σ は定数で W_t^Q はリスク中立確率の下でブラウン運動とする。(2) 式は、デフォルト・インテンシティがリスク中立確率の下で従う確率過程を示しているが、これは、(1) 式で示した CDS プレミアムの評価に用いる確率で、デフォルト・インテンシティが実際に従う確率 (実確率) とは異なる。ここで実確率とリスク中立確率を橋渡しするリスクの市場価格 A_t を以下のように定義すると、実確率下のデフォルト・インテンシティが従う確率過程が得られる⁷

$$A_t = v_1\sqrt{\lambda_t} + \frac{v_2}{\sqrt{\lambda_t}} \quad (3)$$

$$d\lambda_t = (a^P + b^P\lambda_t)dt + \sigma\sqrt{\lambda_t}dW_t^P \quad (4)$$

ここで、 $a^P = a^Q + \sigma v_2$ 、 $b^P = b^Q + \sigma v_1$ 、 W_t^P は実確率下でのブラウン運動である。CIR モデルを仮定した時の CDS プレミアム価格の計算の詳細は、補論にまとめてある

⁷ 本稿における実確率上のデフォルト・インテンシティとは、金融市場で観測できない実確率下におけるそれ、 λ^P ではなく、金融市場で観測される λ^Q の実確率下のそれである。より正確には $(\lambda^Q)^P$ と表記されるものである。本稿では λ^P と λ^Q の比である “jump-to-default” リスクは考慮していない。これは “jump-to-default” リスクの推計には別途デフォルト確率の推計が必要のためである。この議論の詳細は Jarrow, Lando and Yu (2005)、Pan and Singleton (2008)、Yu (2002)を参照されたい。

(2) パラメータ推定

次に、疑似最尤法を用いてデフォルト・インテンシティが従う確率過程のパラメータを推計する。Pan and Singleton (2008)と同様に、推計には1、3、5、7、10年満期のソブリン CDS プレミアムのデータを用いるが、このうち最も流動性が高いと思われる満期5年の CDS プレミアムについては(1)式の価格が市場から観測されると仮定し、5年満期以外の CDS プレミアムについては(1)式の価格に観測誤差が含まれると仮定する。なお、各国のソブリン CDS プレミアムのデータを独立に用いて、国毎に推計を行った。

(4)式で定義した実確率下のデフォルト・インテンシティの条件付き確率は、非心 χ^2 乗分布に従う(詳細は Brigo and Mercurio (2010)の3.2節を参照)。5年満期以外のソブリン CDS プレミアムに関する観測誤差は、正規分布に従い各年限で独立と仮定する。推計では、(1)式の左辺にソブリン CDS プレミアムの市場データを代入し、右辺にデフォルト・インテンシティのリスク中立確率下のパラメータを代入し、数値計算でデフォルト・インテンシティを求める。得られたデフォルト・インテンシティの実確率下での尤度を最大化するように実確率下、リスク中立確率下のパラメータをそれぞれ推計する⁸。推計したパラメータは参考図表3、デフォルト・インテンシティは参考図表4にまとめてある。

(3) ソブリン CDS プレミアムの要因分解

CDS プレミアムの価格式(1)式をもとに、リスク中立下ではなく実確率下での推計されたパラメータを用いて、実確率下での期待値計算を行い、以下の変数を定義する。

$$c^P(M) := \frac{\int_t^{t+M} E_t^P \left[2(1-R)\lambda_u e^{-\int_t^u (r_s + \lambda_s) ds} \right] du}{E_t^P \left[\sum_{i=1}^{2M} e^{-\int_t^{t+i/2} (r_s + \lambda_s) ds} \right]} \quad (5)$$

これは、市場が織り込む実確率下での信用リスクに関する情報のみから計算されたものであり、CDS プレミアムが本来持つ信用リスクに対する保険である「信用リスク要因」をプレミアムで表現した変数である。実確率下とリスク中

⁸ 本稿では、回収率は定数、割引率は以下に示す実際の値を用いた。すなわち、日本と欧州各国のソブリン CDS プレミアムはドル建て、米国のソブリン CDS プレミアムはユーロ建てであるため、それぞれ、米国、ドイツの無リスク金利を割引金利、具体的には Federal Reserve Board と Bundesbank が提供するスベンソン・モデルによる国債金利のパラメータを用いて計算される各年限の割引率を用いた。回収率は25%の定数と仮定した。

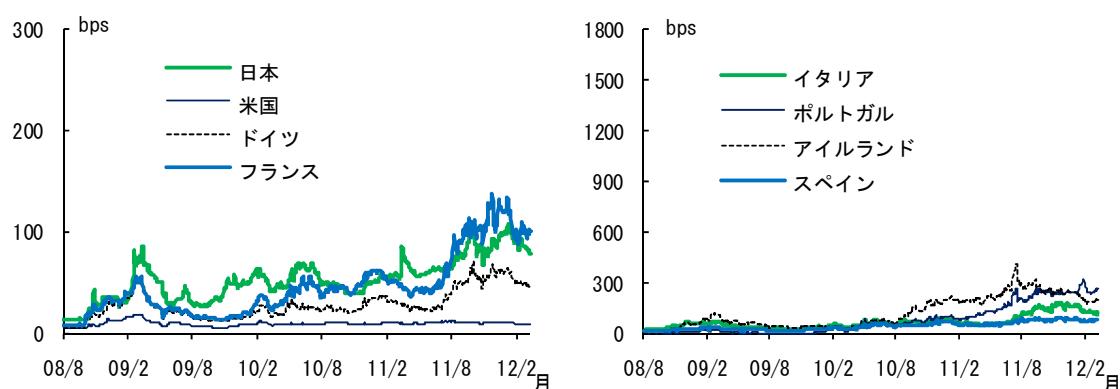
立確率下の CDS プレミアムが一致しないことは、投資家がリスク中立的ではなく、リスク・プレミアム要因が実際のソブリン CDS プレミアムに織り込まれていることを示唆している

(1) 式を用いて計算したリスク中立確率下での CDS プレミアムを $c^Q(M)$ としたうえで、以下の変数を定義する⁹。

$$\text{Risk Premium} := c^Q(M) - c^P(M) \quad (6)$$

これは、CDS プレミアムから信用リスク要因を除いたものであり、CDS プレミアムが内包するリスク・プレミアム要因に対応する。すなわち、信用リスクの不確実性を取引することに対して投資家が要求する超過収益（リスクの市場価格）やその他本稿では考慮していないリスク要因等をプレミアムで表現したものである。

図表 3：各国のリスク・プレミアム要因(5年満期)



図表 3 では、各国のソブリン CDS プレミアム（5年満期）に含まれる上記のリスク・プレミアム要因の推移を示している（全ての国・年限については参考図表 6 を参照）。図表 1 で示したソブリン CDS プレミアム自体の水準が高い国では、リスク・プレミアム要因の水準も高くなっているが、各国間での水準の違いは、CDS プレミアムほどは大きくないことがわかる。

図表 4 では、各国のソブリン CDS プレミアムに占める、上記のリスク・プレミアム要因の平均割合をまとめており、各国間で区々となっていることがわかる。これらのリスク・プレミアム要因は、ソブリン CDS の期間構造の形状と変動幅によって決まる。すなわち、日本やドイツはソブリン CDS プレミアムの水準が低く、期間構造が比較的スティーブなことを映じてリスク・プレミアム要

⁹ $c^Q(M)$ は、推計したパラメータを用いて計算されており、データから推計誤差を除いた値である。

因の割合が比較的大きい。同程度にソブリン CDS プレミアムの水準が低い米国は期間構造が比較的フラットなため、リスク・プレミアム要因が比較的小さくなっている。ソブリン CDS プレミアムの水準が高く、その期間構造が比較的フラットな欧州周縁国ではリスク・プレミアム要因の水準は相応に高いがソブリン CDS プレミアムに占める割合は小さくなっている。いずれの国においても、リスク・プレミアムは CDS プレミアムの満期が長くなると大きくなっているが、これは満期の長い CDS プレミアムは変動の不確実性が大きく、より多くのリスク・プレミアム要因が含まれていると考えられる（参考図表 6 を参照）。なお、リスク・プレミアムの割合の大きさはデフォルト可能性の水準とは無関係であり、すぐ後で述べるように、もともとリスクが高い国は「信用リスク要因」に反映されている。

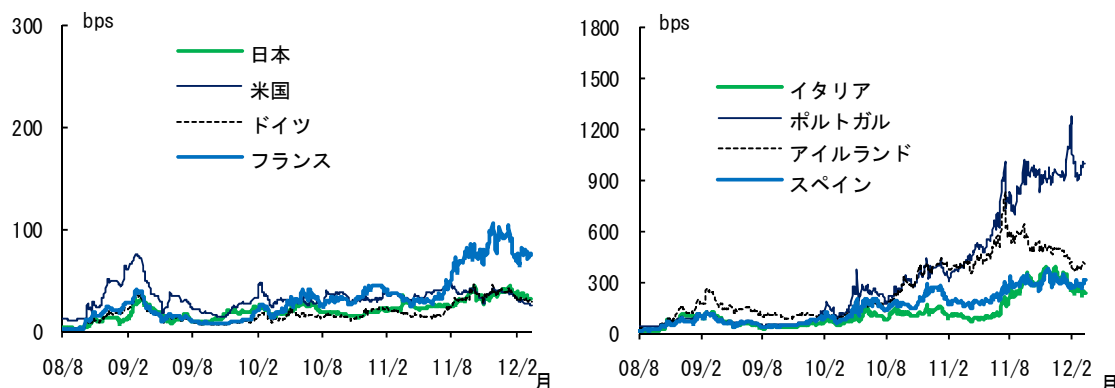
図表 4：リスク・プレミアム要因が CDS プレミアムに占める割合

	1年	3年	5年	7年	10年
日本	44.36	58.47	72.16	83.61	83.78
米国	12.77	18.94	22.98	30.05	39.72
ドイツ	29.83	51.65	61.31	73.64	73.98
フランス	24.36	47.73	59.58	71.35	73.20
スペイン	9.90	19.14	26.00	32.35	37.82
アイルランド	10.12	21.81	29.34	33.29	35.33
ポルトガル	4.31	10.06	14.59	17.24	19.21
イタリア	17.09	30.74	39.41	46.72	50.82

図表 5 では、各国のソブリン CDS プレミアム（5 年満期）に占める、信用リスク要因の推移を示している（全ての国・年限については参考図表 7 を参照）。図表 1 で示したソブリン CDS プレミアム自体の推移と比べると、例えばソブリン CDS プレミアムがサブプライム・ショック以降、国家財政への懸念を受けて変動し始めた 2008 年後半の時期に米国の信用リスク要因は比較的高かったことや、欧州債務問題が深刻化するにつれて一部の周縁国（特にポルトガル）の信用リスク要因が特に高まっていることなどがわかる。また、日本のソブリン CDS プレミアムは、上述の通りリスク・プレミアム要因の割合が大きく、その分（差し引きで）信用リスク要因は小さくなることから、信用リスク要因の上昇ペースは、CDS プレミアム自体と比べると緩やかであることもわかる。信用リスク要因の各年限をみると（参考図表 7）、各国のソブリン CDS プレミアムの信用リスク要因は、リスク・プレミアム要因と異なり、満期が長くなるほど低下する傾向がみられる。したがって、リスク・プレミアムの変動を考慮せずに信用リスクを推計すると、それを考慮する場合と比べて信用リスクを過大評価するこ

とになる。

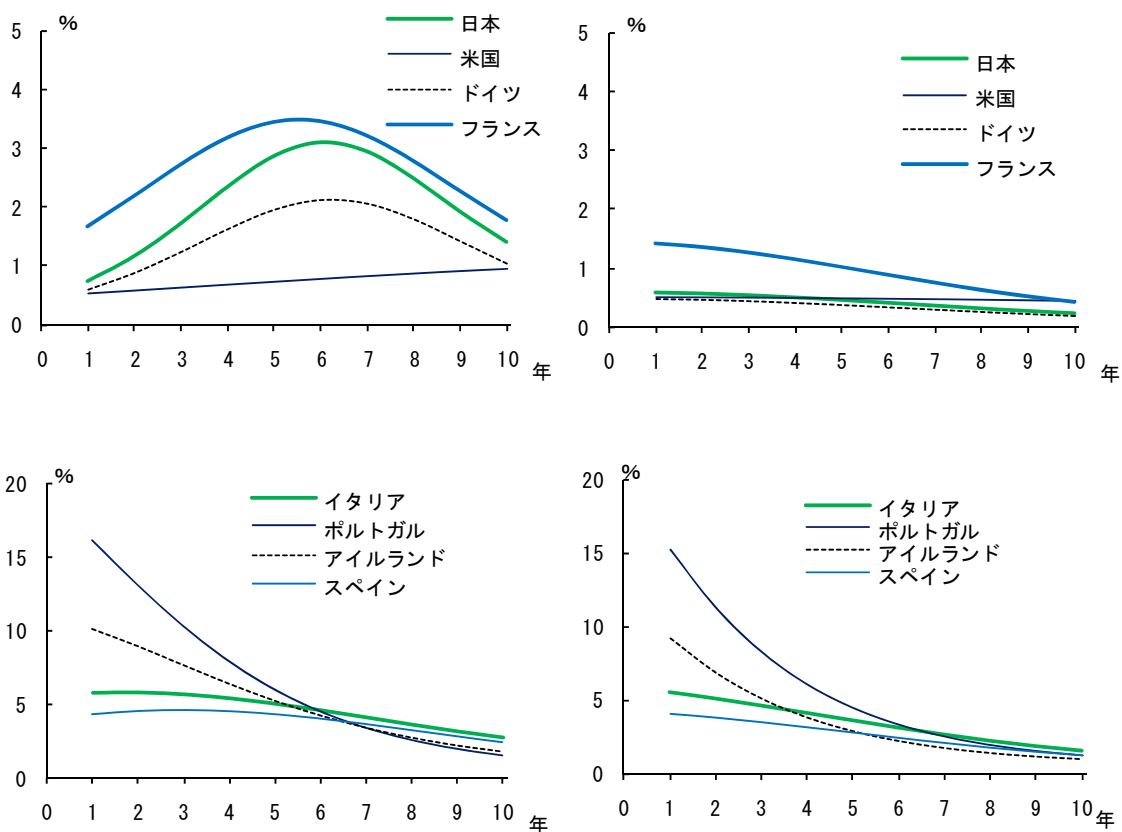
図表 5：各国の信用リスク要因(5年満期)



最後に、図表 6 では、上記の推計結果をもとに、2012 年初時点における各国のソブリン CDS プレミアムから示唆される、先行きのデフォルト確率（フォワード・デフォルト確率）を示している。それぞれの図表で、左側のパネルには、リスク・プレミアム要因を考慮しないで CDS プレミアムから計算されたデフォルト確率が、右側のパネルには、リスク・プレミアム要因を考慮して計算されたデフォルト確率が示されている。これらから、リスク・プレミアム要因を考慮したフォワード・デフォルト確率（右側）は、それを考慮しないフォワード・デフォルト確率よりも低くなることがみてとれる。ただし、低くなる程度は国や年限により異なる。リスク・プレミアムが CDS プレミアムに占める割合が相対的に小さい米国や周縁国ではリスク・プレミアムを調整してもフォワード・デフォルト確率は大きく低下しない。

また、同じ図表 6 からは、リスク・プレミアム要因を考慮しないフォワード・デフォルト確率は中期や短期で最も高いが、それを考慮したフォワード・デフォルト確率は短期で最も高いこともわかる。この結果は、CDS プレミアムが内包するデフォルトが、相対的に短い年限に織り込まれていることを意味している。なお、デフォルト確率は CDS プレミアムが上昇するに連れて上昇することが多い点にも留意が必要である。例えば、日本のリスク・プレミアム調整後 1 年フォワード・デフォルト確率は、このところ日本の CDS プレミアムが上昇傾向にあるため、低い水準とはいえ 2012 年初時点で 0.50% となっているが、データ期間全体で平均した同確率は 0.31% である。このほか、これらデフォルト確率に関する結果は回収率に関する仮定に大きく依存しているため、結果の解釈は幅を持ってみる必要がある。

図表 6：2012 年初時点における各国のフォワード・デフォルト確率
(年率換算、左：リスク・プレミアム要因調整前、右：調整後)



4. リスク・プレミアム要因に関する分析

前節では 8 か国のソブリン CDS プレミアムを、それぞれ信用リスク要因とリスク・プレミアム要因に分解し、それらの特徴を考察した。本節では、各国間のリスク・プレミアム要因の関係や、他の経済変数との関係について考察する。なお、本節の分析は、各国のリスク・プレミアム要因を分析対象としているが、CDS プレミアム自体や信用リスク要因を分析対象としても、結果の回帰係数の符号や有意となる変数等の大枠は変わらなかった。ただし、被説明変数として CDS プレミアムまたは信用リスク要因を用いた場合には、グレンジャー因果性検定および回帰分析ともに、リスク・プレミアム要因を分析対象とした結果と比べて説明力が幾分低下するケースが多かった。若干結論を先取りすることになるが、今次欧州債務問題が長引くもとでイタリア、ポルトガル、スペインなど周縁国の信用リスクは連動しており、ドイツなど先進国を含めると信用リスク要因の連動性は幾分薄れるが、CDS プレミアム全体で見ると各国の連動性は有意に存在している。これは、信用リスク以外のリスク・プレミアム要因が金

利や株価とともに各国間の連動性を有していることによるものと推察される。

(1) 各国間でのリスク・プレミアム要因の連動性

まず、前節で抽出したリスク・プレミアム要因の各国間での連動性について、グレンジャー因果性検定を用いて検証する。具体的には、日本からドイツや米国、ドイツから米国や日本、米国から日本やドイツへの影響の有無を検証する¹⁰。また、ドイツ以外の欧州に関しても、ドイツ以外の平均値を用いてドイツとは独立に、日本、米国からの影響や米国、日本への影響について検証した。例えば、米国から日本への影響の有無を検証する場合、以下の式について回帰分析を行った上で、 $\beta_3 = \beta_4 = 0$ を帰無仮説とする F 検定を行う¹¹。

$$\begin{aligned} \Delta \text{Risk Premium}_t^{\text{JP}} = & \alpha + \beta_1 \Delta \text{Risk Premium}_{t-1}^{\text{JP}} + \beta_2 \Delta \text{Risk Premium}_{t-2}^{\text{JP}} \\ & + \beta_3 \Delta \text{Risk Premium}_{t-1}^{\text{US}} + \beta_4 \Delta \text{Risk Premium}_{t-2}^{\text{US}} + \epsilon_t \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 $\Delta \text{Risk Premium}_t^{\text{JP}}$ は日本の当期のリスク・プレミアム要因、 $\Delta \text{Risk Premium}_{t-1}^{\text{JP}}$ 、 $\Delta \text{Risk Premium}_{t-2}^{\text{JP}}$ はそれぞれ日本の 1 期、2 期前のリスク・プレミアム要因、 $\Delta \text{Risk Premium}_{t-1}^{\text{US}}$ 、 $\Delta \text{Risk Premium}_{t-2}^{\text{US}}$ はそれぞれ米国の 1 期、2 期前のリスク・プレミアム要因それぞれの前日差である。

検定の結果、ドイツおよび欧州から米国、米国から日本といった形で時差の順番に沿ってリスク・プレミアムが影響していることが分かる（図表 7 参照）。また、決定係数をみると、日本のリスク・プレミアム要因は米国のリスク・プレミアム要因やドイツのリスク・プレミアム要因からの影響を受け、特にドイツのリスク・プレミアム要因からの影響が大きいことが分かった（詳細は参考図表 8 から参考図表 9 を参照）。また米国のリスク・プレミアム要因も日本と同様にドイツのリスク・プレミアム要因により影響を受けている。その一方で、ドイツに関しては、日本や米国のリスク・プレミアム要因からの影響を受けるものの、日本や米国のそれよりも低く、日本、米国からの影響が相対的に小さいことが窺われる¹²。ドイツの代わりにその他欧州各国（フランス、イタリア、

¹⁰ 各国間の時差を考慮すると、ドイツからみた同日日付の日本の値は観測可能な過去のデータとなる。そこで、日本からドイツへの影響を検証する場合にはこの点を考慮し、日本の 1 期前には同日日付のデータを、日本の 2 期前には前日日付のデータを用いている（ドイツから米国への影響を検証する場合も同様）。

¹¹ 分析手法については、山本 (1992) を参照。

¹² 米国から日本、ドイツ、欧州への影響が相対的に小さい背景には、ソブリン CDS の取引慣行が影響している可能性がある。すなわち、主要な CDS の取引主体である金融機関は、

スペイン、ポルトガル、アイルランドの単純平均) を用いても結果の傾向は変わらない。これらの結果は、本稿の分析期間において、リスク・プレミアム要因の変動が主として欧州から米国、日本へと伝播していることを示唆している。

図表 7：各国リスク・プレミアム要因のグレンジャー因果性検定の p 値

	p値
日本 → 米国	2.60×10^{-6}
ドイツ → 日本	2.96×10^{-29}
欧州 → 日本	3.87×10^{-14}
米国 → ドイツ	6.67×10^{-3}
米国 → 欧州	1.27×10^{-1}

※欧州は、フランス、イタリア、スペイン、ポルトガル、アイルランドの単純平均

(2) 各国のリスク・プレミアム要因と各国経済変数との関係

前小節では、各国のリスク・プレミアムがどのように連関しているのかを分析した。次に各国のリスク・プレミアム要因とそれぞれの自国内の経済変数との関係について分析する。具体的には、株価指数、10 年金利を説明変数¹³とし、以下の 1 階の差分に対して回帰分析を行う。

$$\Delta \text{Risk Premium}_t = \bar{\alpha} + \bar{\beta}_1 \Delta \text{stock return}_t + \bar{\beta}_2 \Delta 10\text{y interest rate}_t + \tilde{\varepsilon}_t \quad (8)$$

ここでそれぞれの変数は、5 年満期のリスク・プレミアム要因、株価の収益率、10 年金利、それぞれの前日差である。各国の具体的な指数については参考図表 10 を参照されたい。

ソブリンと信用力の相関が高くカウンターパーティー・リスクが意識されるため、一般的に自国ソブリン CDS のプロテクションの売り手にはなり難い。このため、金融市場において大きなプレゼンスを持つ米系金融機関が、米国ソブリン CDS のプロテクションの売り手にはなり難いことで、米国ソブリン CDS は需給面で歪みを持った市場となっている可能性がある。CDS の取引慣行等については、木野・糸田 (2010) を参照。

¹³ 株価指数、10 年金利の他に株価インデックスのインプライド・ボラティリティや通貨を用いて回帰分析を行い、AIC に基づき変数選択を行った。この結果、株価指数と 10 年金利を説明変数とする組み合わせの当てはまりが相対的に良好であった。

図表 8：リスク・プレミアム要因の各国経済変数による回帰係数

	自由度調整済R ²	10年金利	株価
日本	16	2.05	-53.19*
米国	3	-0.19	-2.56*
ドイツ	17	-6.65*	-17.87*
フランス	8	0.26	-4.83*
スペイン	45	12.73*	-45.24*
アイルランド	31	23.09*	-55.03*
ポルトガル	36	13.34*	-101.53*
イタリア	46	19.19*	-69.02*

*は5%有意

回帰分析の結果は、図表 8 にまとめてある。決定係数は区々であるが、欧州周縁国の決定係数は比較的高い。全ての国で株価は有意であり、株価が下落する際にリスク・プレミアム要因が上昇する関係にある。この結果の背後では各国のソブリン CDS プレミアムのリスク・プレミアム要因と株価に含まれるリスク・プレミアム要因が連動している可能性が考えられる。10 年金利も欧州周縁国では有意となっていて、金利上昇時にリスク・プレミアム要因が上昇している。もっともドイツは 10 年金利の係数が負で有意なっており、金利が上昇するとリスク・プレミアムが低下していて、欧州周縁国とは逆の動きとなっている。

なお、変数間には内生性が疑われるため説明変数に 1 日ラグをいれた回帰分析も行った。自由度調整済み R² は全ての国で 5% 以下となり大きく低下するが、株は殆どの国で有意であり、金利は周縁国で有意となった。もっとも自由度調整済み R² が 5% 以下であることを踏まえると、各国の経済変数が持つリスク・プレミアムの予測力は高いとは言えない。

5. おわりに

本稿では、無裁定に基づく信用リスク評価の枠組みにより推計したデフォルト・インテンシティを用いて、ソブリン CDS プレミアムを信用リスクに対応した「信用リスク要因」と信用リスクの不確実性に対するプレミアムである「リスク・プレミアム要因」に分解し、それぞれの特徴を考察した。ソブリン CDS プレミアムにはリスク・プレミアム要因が相応に含まれており、その変動を考慮せずにデフォルト確率を推計すると過大評価になること、リスク・プレミアム要因の水準は国や時期により異なること、リスク・プレミアム要因を考慮して抽出した信用リスク要因はそれを考慮しない場合と比べ期間構造の形状が大

大きく異なり得ることなどがわかった。日本、欧州、米国のリスク・プレミアム要因は互いに連動していて、特に欧州から米国、日本への影響が高い。また、各国のリスク・プレミアム要因はそれぞれの国の経済変数とも連動している。特に欧州周縁国では株価や長期金利との連動が高いことがわかった。

本稿で得られた結果は、デフォルト・インテンシティを1変数のCIRモデルと仮定し、回収率を一定と置くなど、いくつかの仮定のもとに得られている。そのため、結果の解釈は幅を持つ必要がある。また、CDSプレミアムはデフォルト・インテンシティと回収率、金利で定まるとし、流動性リスク等は考慮していない。異なるモデルで手法の頑健性を調べることや推計期間を変えることでの結果の頑健性を調べる等が今後の課題としてあげられる。

本稿では信用リスク要因をCDSプレミアムから引いた値をリスク・プレミアム要因として定義したため、リスク・プレミアム要因にはCDSプレミアムに影響を与える信用リスク以外の要因、例えば流動性等が含まれている。CDSプレミアムに影響を与えるリスクは様々でありこれらを識別した上で明示的に考慮することは将来の課題としたい。また、CDSプレミアム自体の各国間における連動や経済変数間の関係、予測力の有無について考察することや、各経済変数に含まれるリスク・プレミアムを抽出し、それらリスク・プレミアムの関係を考察することも今後の課題としてあげられる。

参考文献

- 木野勇人・糸田真吾、『ビッグバン後のクレジット・デリバティブ』、財経詳報社、2010年
- 楠岡成雄・青沼君明・中川秀敏、『クレジット・リスク・モデル』、金融財政事情研究会、2001年
- 山本拓、『時系列分析とその経済分析への応用』、大蔵省財政金融研究所「フィナンシャル・レビュー」、1992年
- ハル、ジョン、三菱UFJ証券市場商品本部訳、『フィナンシャルエンジニアリング』第7版、金融財政事情研究会、2009年
- Brigo, D. and F. Mercurio *Interest Rate Models-Theory and Practice: With Smile, Inflation and Credit*, 2nd edition, Springer 2006.
- Cox, J. C., J. E. Ingersoll, and S. A. Ross “A Theory of the Term Structure of Interest Rates,” *Econometrica*, 53(2), 1985, pp. 385–407.
- Jarrow, R. A., D. Lando, and F. Yu “Default Risk and Diversification: Theory and Empirical Implications,” *Mathematical Finance*, 15(1), 2005, pp. 1–26.
- Litterman, R. and J. Scheinkman “Common Factors Affecting Bond Returns,” *Journal of Fixed Income*, 1(1), 1991, pp. 54–61.
- Pan, J. and K. J. Singleton “Default and Recovery Implicit in the Term Structure of Sovereign CDS Spreads,” *Journal of Finance*, 63(5), 2008, pp. 2345–2384.
- Longstaff, F. A., J. Pan, L. H. Pedersen and K. J. Singleton “How sovereign is sovereign credit risk?,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, 3(2), 2011, pp. 75–103.
- Yu, F. “Modeling Expected Return on Defaultable Bonds,” *Journal of Fixed Income*, 12(2), 2002, pp.69–81.
- Zhang, F. “Market Expectations and Default Risk Premium in Credit Default Swap Prices: A Study of Argentina Default,” *The Journal of Fixed Income*, 18(1), 2008, pp. 37–55.

補論 A. CIR モデルを用いた CDS プレミアム

本稿では簡単化のため、瞬間的な短期金利はデフォルト・インテンシティと独立で、回収率は確定的と仮定する。その結果、 $P(t, T)$ を t 時点における T 時点満期の割引債価格とすると、(1) 式は以下のように変形できる。

$$c = \frac{2(1 - R^Q) \int_t^{t+M} P(t, t+u) E_t^Q \left[\lambda_u e^{-\int_t^u \lambda_s ds} \right] du}{\sum_{i=1}^{2M} P(t+t+i/2) E_t^Q \left[e^{-\int_t^{t+i/2} \lambda_s ds} \right]} \quad (\text{A-1})$$

デフォルト・インテンシティに 1 変数の CIR モデルを仮定すると (9) 式右辺の期待値は以下で与えられる。ここで A 、 B や \tilde{A} 、 \tilde{B} は λ に依存しない確定的な関数である。

$$E_t^Q \left[e^{-\int_t^T \lambda_s ds} \right] = \exp(A(t, T) - B(t, T) \lambda_t) \quad (\text{A-2})$$

$$A(t, T) = + \frac{2a^Q}{\sigma^2} \log \left(\frac{h \exp(-b^Q(T-t)/2)}{h \cosh(h(T-t)) - 1/2b^Q \sinh(h(T-t))} \right)$$

$$B(t, T) = \frac{\sinh(h(T-t))}{h \cosh(h(T-t)) - 1/2b^Q \sinh(h(T-t))}$$

$$\begin{aligned} E_t^Q \left[\lambda_T e^{-\int_t^T \lambda_s ds} \right] &= \exp(A(t, T) - B(t, T) \lambda_t) \left(\frac{\partial A(t, T)}{\partial T} + \lambda_t \frac{\partial B(t, T)}{\partial T} \right) \\ &= \exp(\tilde{A}(t, T) - \tilde{B}(t, T) \lambda_t) \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

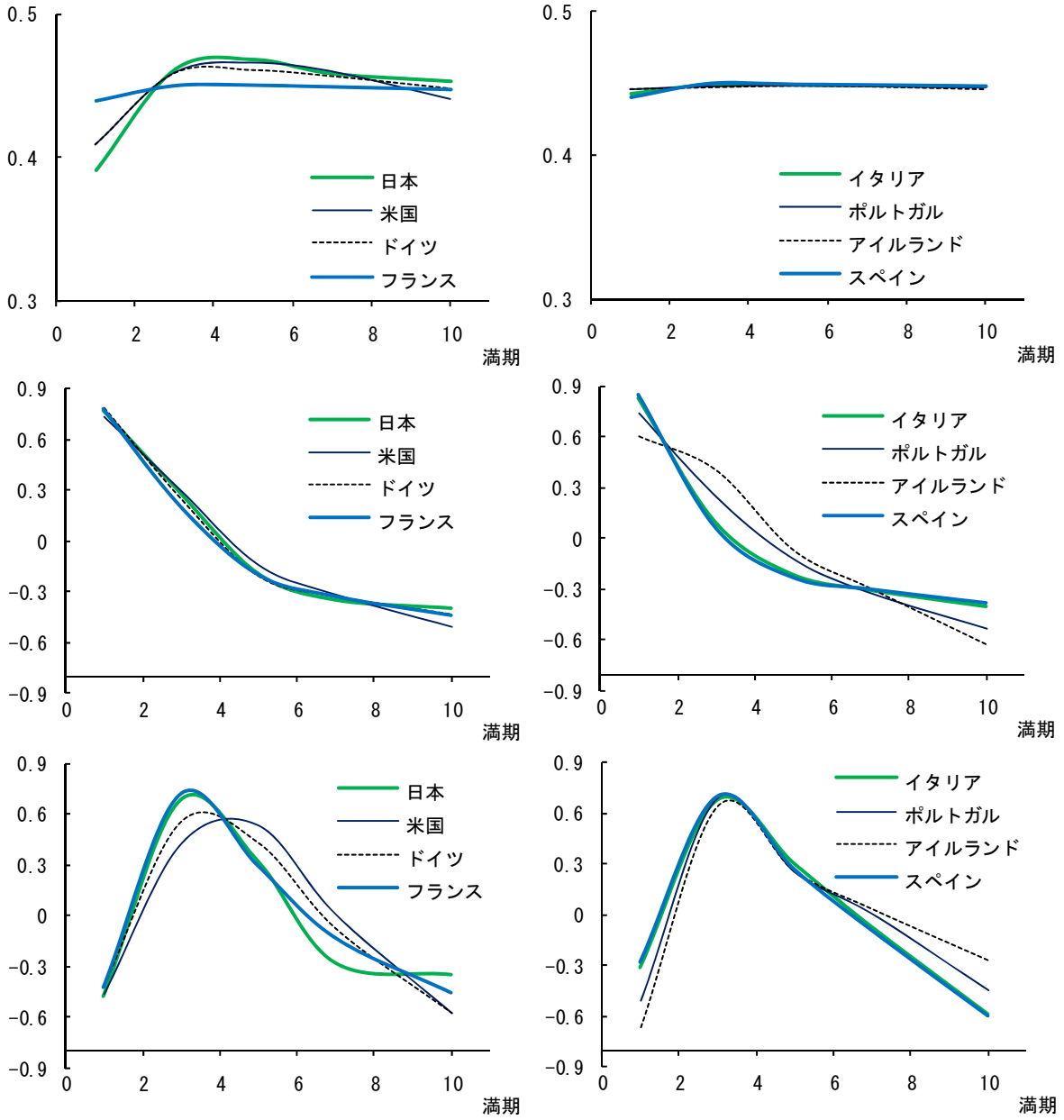
$$\tilde{A}(t, T) = A(t, T) + \log \left(-\frac{2a^Q}{\sigma^2} \left[\frac{-b^Q}{2} - \frac{h^2 \sinh(h(T-t)) + \frac{1}{2b^Q h \cosh(h(T-t))}}{g(T-t)} \right] \right)$$

$$\tilde{B}(t, T) = B(t, T) + \log \left(\frac{h^2}{\{g(T-t)\}^2} \right)$$

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{(b^Q)^2 + 2\sigma^2}$$

$$g(T-t) = h \cosh(h(T-t)) - 1/2b^Q \sinh(h(T-t))$$

参考図表 1：各固有値に対応する固有ベクトル
 (上段, 第 1 固有値, 中段: 第 2 固有値, 下段: 第 3 固有値)



参考図表 2 : 各年限の CDS プレミアムを第 1 主成分スコアで回帰した回帰係数 (β) とその決定係数 (%)

	日本		米国		ドイツ	
	β	自由度調整済R ²	β	自由度調整済R ²	β	自由度調整済R ²
1年	6.87	67.9	5.78	75.4	5.54	77.1
3年	11.36	94.4	6.40	95.1	8.46	97.0
5年	14.20	97.2	6.55	98.1	11.15	98.0
7年	16.14	93.2	6.57	95.5	12.14	96.2
10年	17.54	91.1	6.61	87.7	13.03	92.6

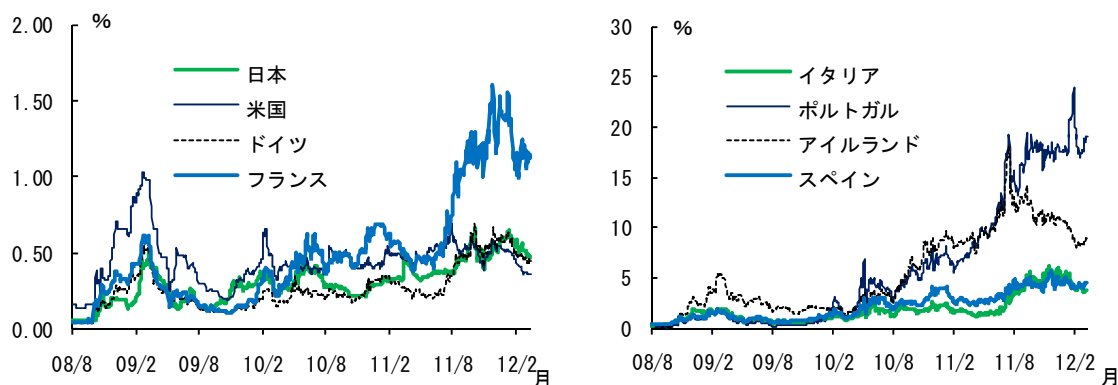
	フランス		スペイン		アイルランド	
	β	自由度調整済R ²	β	自由度調整済R ²	β	自由度調整済R ²
1年	14.77	95.0	49.76	95.5	145.97	99.2
3年	20.85	99.5	53.76	99.9	146.30	99.6
5年	24.55	99.6	53.01	99.7	119.76	100.0
7年	25.58	99.1	51.88	99.5	109.09	99.8
10年	26.58	98.3	50.15	99.1	95.74	99.1

	ポルトガル		イタリア	
	β	自由度調整済R ²	β	自由度調整済R ²
1年	227.36	99.2	61.31	97.2
3年	225.65	99.8	61.12	99.9
5年	184.73	100.0	58.22	99.8
7年	168.50	99.9	56.52	99.6
10年	149.44	99.6	54.35	99.3

参考図表 3 : CIR モデルの推計パラメータ (Σ はそれぞれ 1, 3, 7, 10 年 CDS プレミアムに含まれる誤差項の標準偏差)

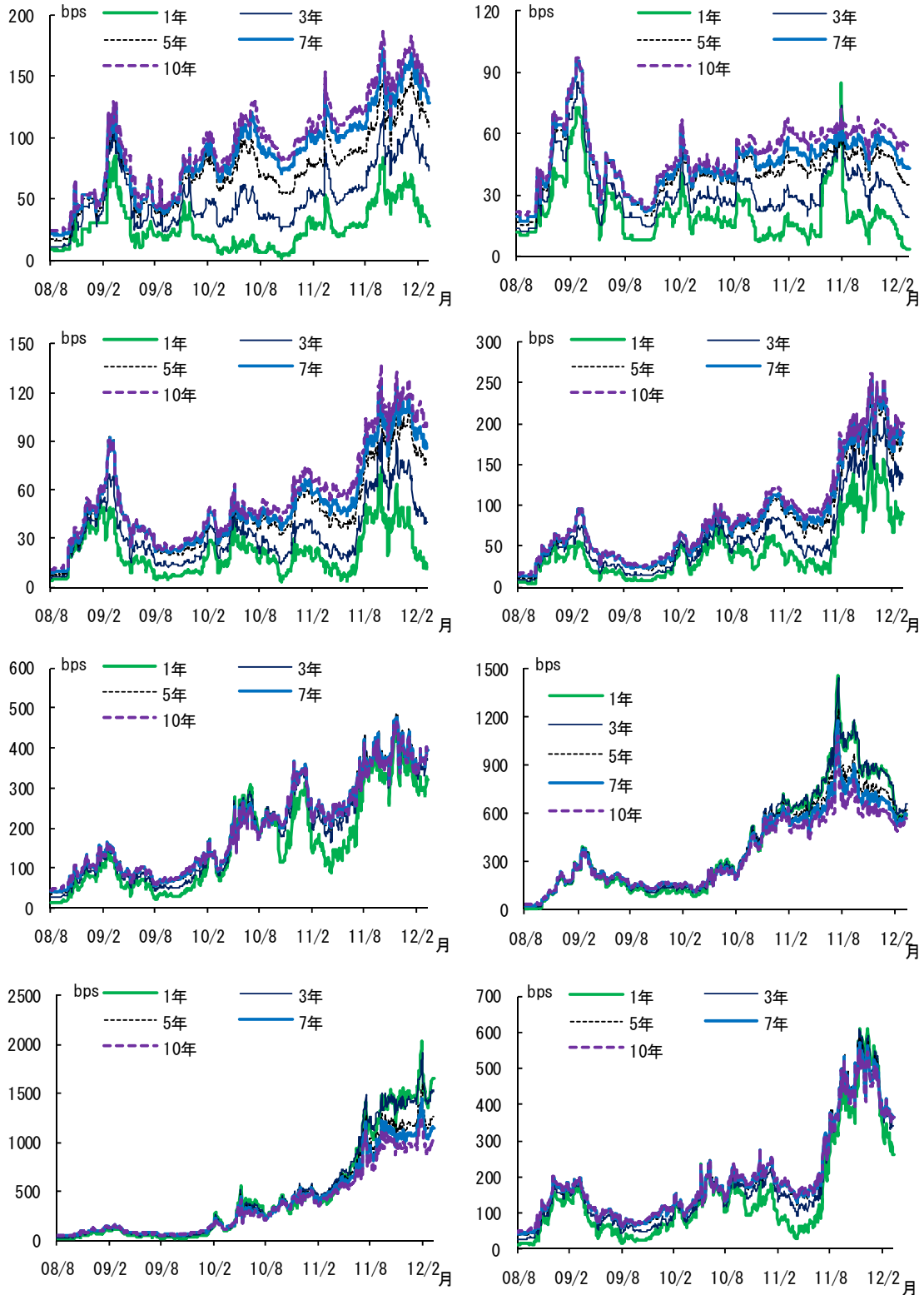
	日本	米国	ドイツ	フランス	スペイン	アイルランド	ポルトガル	イタリア
a^Q	1.12×10^{-4} (3.33×10^{-7})	1.11×10^{-4} (6.69×10^{-3})	4.11×10^{-5} (4.43×10^{-5})	1.24×10^{-4} (1.41×10^{-6})	2.68×10^{-4} (4.26×10^{-6})	1.51×10^{-3} (1.75×10^{-4})	2.17×10^{-3} (5.79×10^{-7})	6.95×10^{-4} (1.42×10^{-3})
b^Q	4.62×10^{-1} (1.79×10^{-2})	7.40×10^{-2} (2.43×10^{-1})	3.57×10^{-1} (7.48×10^{-1})	3.32×10^{-1} (2.13×10^{-2})	1.13×10^{-1} (3.73×10^{-3})	6.77×10^{-3} (2.17×10^{-3})	-1.23×10^{-3} (2.49×10^{-5})	1.62×10^{-1} (2.03×10^{-1})
σ	1.57×10^{-1} (4.03×10^{-4})	5.65×10^{-2} (1.47×10^{-1})	1.59×10^{-1} (6.19×10^{-5})	1.74×10^{-1} (6.22×10^{-3})	1.54×10^{-1} (4.23×10^{-4})	1.95×10^{-1} (8.69×10^{-3})	2.15×10^{-1} (2.02×10^{-3})	1.97×10^{-1} (8.91×10^{-2})
a^P	5.84×10^{-11} (3.41×10^{-10})	8.27×10^{-13} (1.01×10^{-12})	4.66×10^{-12} (6.48×10^{-5})	1.29×10^{-9} (1.42×10^{-7})	4.21×10^{-9} (2.53×10^{-7})	2.13×10^{-3} (1.89)	2.72×10^{-3} (1.23×10^{-2})	2.57×10^{-11} (2.20×10^{-11})
b^P	-4.12×10^{-8} (4.54×10^{-11})	-3.45×10^{-9} (4.01×10^{-9})	-2.00×10^{-8} (5.81×10^{-8})	-4.81×10^{-7} (5.22×10^{-7})	-4.62×10^{-7} (1.42×10^{-6})	-2.03×10^{-1} (5.82)	-1.25×10^{-1} (2.86×10^{-1})	-6.22×10^{-8} (1.57×10^{-11})
Σ_1	1.32×10^1 (7.03×10^{-1})	1.67×10^1 (4.98)	1.24 (4.64)	9.35 (5.72×10^{-1})	4.10×10^1 (4.38)	4.40×10^1 (2.75)	6.46×10^1 (4.98×10^{-1})	3.60×10^1 (4.17)
Σ_2	8.65 (4.52×10^{-1})	8.29 (2.36)	6.23 (1.12)	5.89 (3.08×10^{-2})	1.14×10^1 (1.08)	4.96×10^1 (6.23×10^{-1})	6.75×10^1 (8.64×10^{-1})	1.37×10^1 (2.97)
Σ_3	7.10 (4.74×10^{-1})	2.26 (1.47)	4.16 (6.35)	5.71 (6.16×10^{-2})	4.06 (3.52×10^{-1})	1.09×10^1 (2.37)	1.24×10^1 (1.79×10^{-1})	3.10 (1.18)
Σ_4	7.90 (6.52×10^{-1})	4.94 (3.03)	4.99 (6.53)	5.48 (1.23×10^{-1})	7.38 (8.95×10^{-3})	2.50×10^1 (6.51)	2.45×10^1 (7.07×10^{-1})	1.65×10^1 (4.94×10^1)

参考図表 4 : 各国のデフォルト・インテンシティ



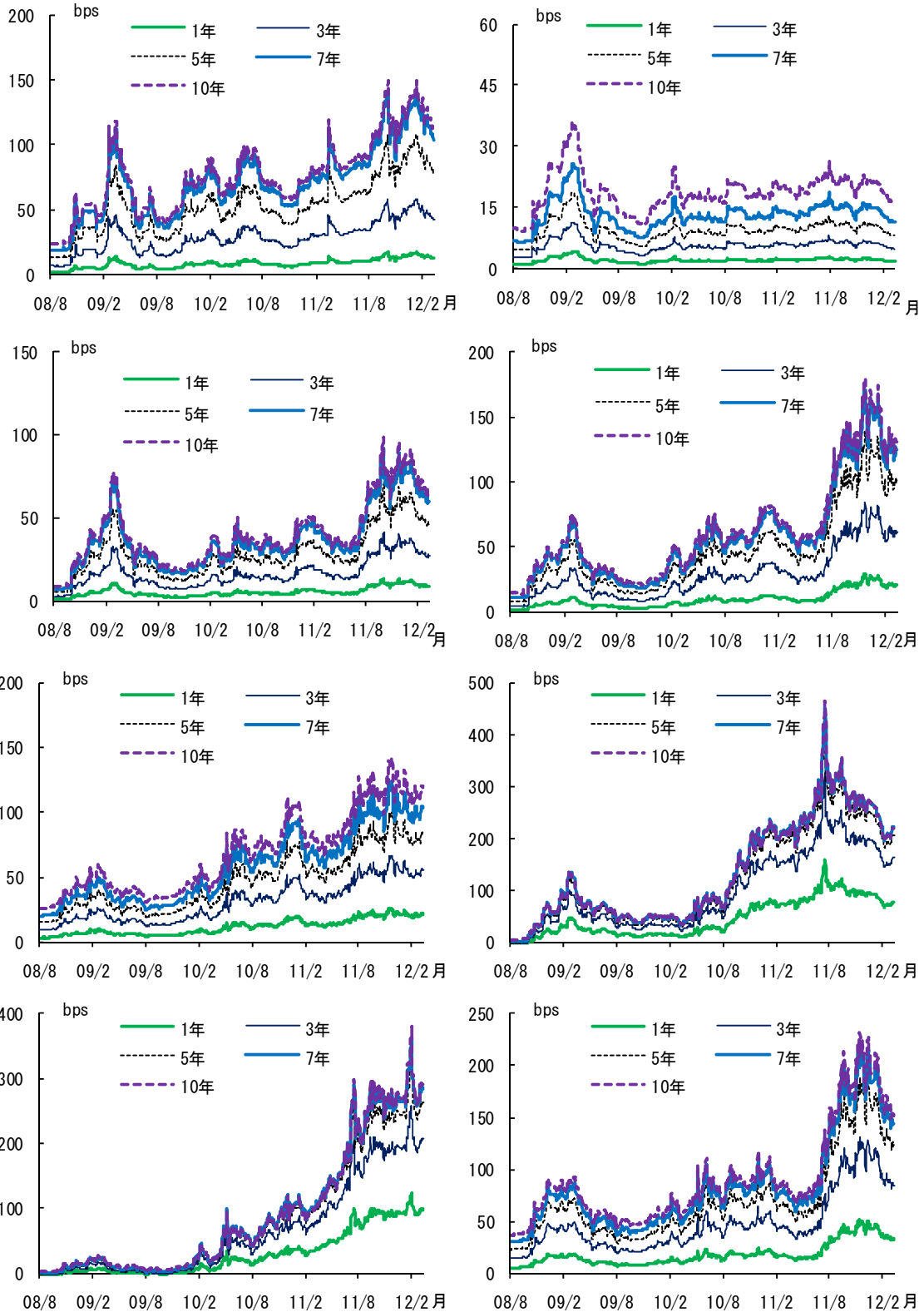
参考図表5：各国のCDSプレミアムの推移

1 段目, 左: 日本, 右: 米国, 2 段目, 左: ドイツ, 右: フランス
 3 段目, 左: スペイン, 右: アイルランド, 4 段目, 左: ポルトガル, 右: イタリア



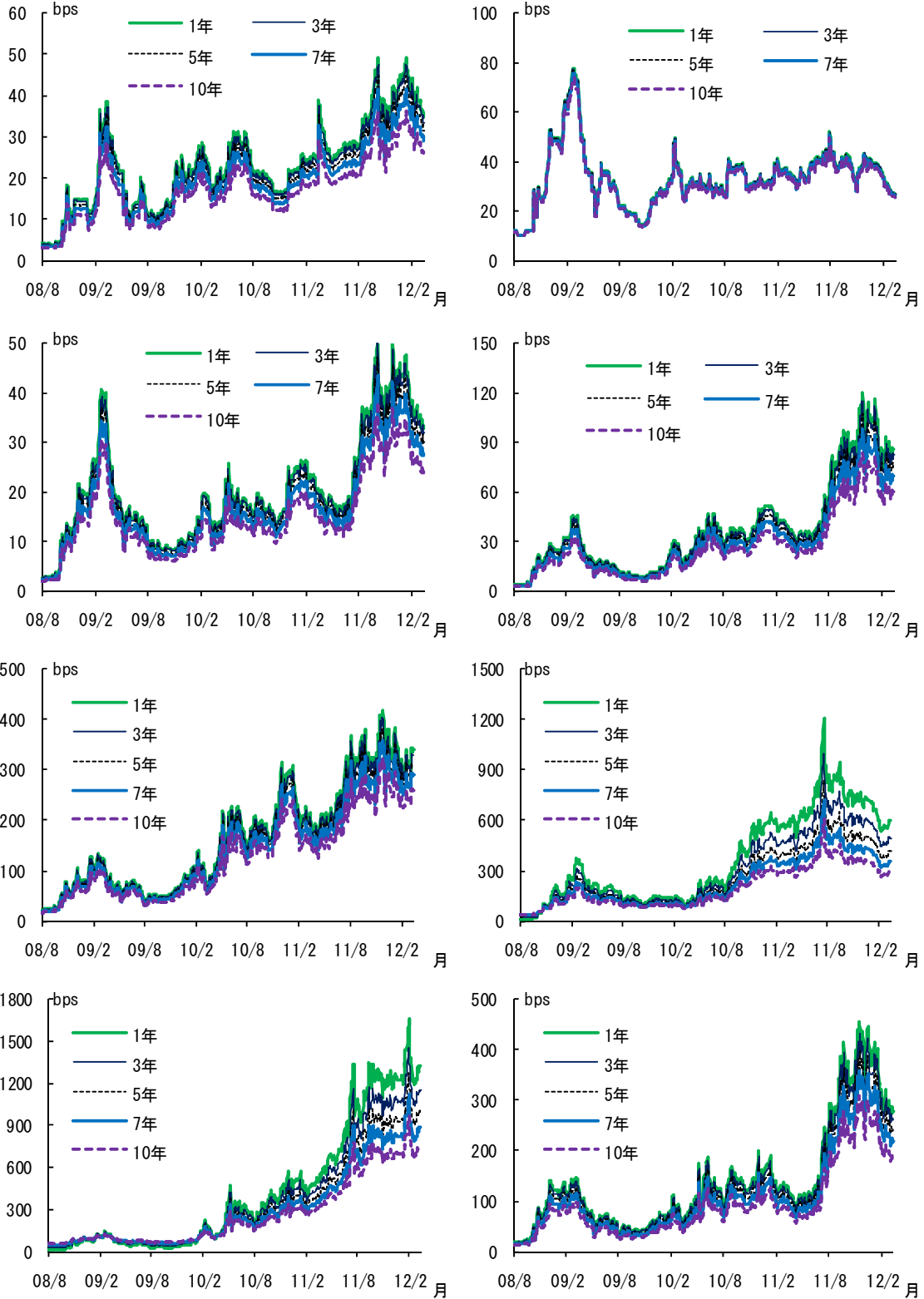
参考図表 6：各国のリスク・プレミアム要因の推移

1 段目, 左: 日本, 右: 米国, 2 段目, 左: ドイツ, 右: フランス
 3 段目, 左: スペイン, 右: アイルランド, 4 段目, 左: ポルトガル, 右: イタリア



参考図表7：各国の信用リスク要因の推移

1 段目, 左: 日本, 右: 米国, 2 段目, 左: ドイツ, 右: フランス
 3 段目, 左: スペイン, 右: アイルランド, 4 段目, 左: ポルトガル, 右: イタリア



参考図表 8：日本、ドイツ、米国のリスク・プレミアム要因を用いたグレンジャー因果性検定の決定係数と回帰係数

	決定係数R ²	日本 (1、2期前)		米国 (1、2期前)	
日本	5.20	-0.06** (0.03)	0.10* (0.03)	1.61* (0.27)	0.57* (0.27)
	決定係数R ²	ドイツ (1、2期前)		日本 (1、2期前)	
ドイツ	5.33	0.11* (0.03)	0.04 (0.03)	0.11* (0.02)	-0.02 (0.02)
	決定係数R ²	米国 (1、2期前)		ドイツ (1、2期前)	
米国	18.06	0.07* (0.03)	-0.02 (0.03)	0.08* (0.01)	0.01* (0.01)

*は5%有意、**は10%有意

	決定係数R ²	日本 (1、2期前)		ドイツ (1、2期前)	
日本	13.62	-0.11* (0.03)	0.09* (0.03)	0.58* (0.05)	0.09** (0.05)
	決定係数R ²	ドイツ (1、2期前)		米国 (1、2期前)	
ドイツ	3.59	0.14* (0.04)	-0.01 (0.04)	0.17 (0.18)	0.53* (0.18)
	決定係数R ²	米国 (1、2期前)		日本 (1、2期前)	
米国	4.28	0.12* (0.03)	0.03 (0.03)	0.02* (0.00)	-0.01** (0.00)

*は5%有意、**は10%有意

参考図表 9：日本、欧州、米国のリスク・プレミアム要因を用いたグレンジャー
因果性検定の決定係数と回帰係数 2

	決定係数R ²	欧州 (1、2期前)		日本(1、2期前)	
欧州	7.78	0.23*	0.00	0.13*	-0.11*
		(0.03)	(0.03)	(0.03)	(0.04)

	決定係数R ²	米国 (1、2期前)		欧州 (1、2期前)	
米国	14.13	0.13*	0.01	0.04*	-0.01
		(0.03)	(0.03)	(0.00)	(0.00)

	決定係数R ²	日本(1、2期前)		欧州 (1、2期前)	
日本	7.78	-0.07*	0.12*	0.25*	0.02
		(0.03)	(0.03)	(0.03)	(0.03)

	決定係数R ²	欧州 (1、2期前)		米国 (1、2期前)	
欧州	5.64	0.25*	-0.04	-0.19	0.53**
		(0.03)	(0.03)	(0.30)	(0.30)

*は5%有意、**は10%有意

参考図表 10：3 (3) 節で用いた各国の説明変数

	株価
日本	日経225
米国	S&P500
ドイツ	DAX30
フランス	CAC40
スペイン	IBEX35
アイルランド	ISEQ
ポルトガル	PSI20
イタリア	FTSE MIB

10年金利は全てジェネリック