



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

債券市場における確信の揺らぎと群集行動： 中央銀行のコミュニケーション戦略に関する 一考察

鎌田康一郎*

kouichirou.kamada@boj.or.jp

三浦弘**

kou.miura@boj.or.jp

No.14-J-6
2014年4月

日本銀行
〒103-8660 日本郵便（株）日本橋郵便局私書箱30号

* 企画局

** 企画局（現・松江支店）

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局 (post.prd8@boj.or.jp) までご相談下さい。転載・複製を行う場合は、出所を明記して下さい。

債券市場における確信の揺らぎと群集行動*：
中央銀行のコミュニケーション戦略に関する一考察

鎌田康一郎[†]・三浦弘[‡]

平成 26 年 4 月

【要旨】

本稿では、日本銀行による量的・質的金融緩和政策導入後に観察された長期金利の変動の背景を投資家の確信の揺らぎと群集行動(ハーディング)から説明することを試みる。債券投資家は、金利の先行きに関する確信が揺らぐと、市場価格に追随する傾向が強まる。こうした投資家の行動は、しばしば売りが売りを呼び、買いが買いを呼ぶ群集行動を引き起こし、債券価格を不安定化する。本稿では、投資家の金融環境に関する確信の度合い、市場に流れる情報の有用性あるいは価値、債券市場の流動性といった様々な要因が、債券価格や取引量のボラティリティにどのような影響を及ぼしているのかを、理論モデルを構築し、それを用いた確率的シミュレーションによって明らかにする。さらに本稿では、モデルを実際のデータに当てはめ、2013 年入り後の長期金利のボラティリティの変化の背景を探る。分析結果は、日本銀行による政策変更のアナウンスメントをはじめ、市場における情報フローを投資家がどのように解釈し、彼らの確信がどのように変化したかを把握することが、この間の長期金利の動向を理解する上で鍵となることを示唆している。こうした結果は、金融政策運営におけるコミュニケーション戦略の重要性とその実行の難しさの一端を示している。

* 本稿の作成に当たって、一橋大学の楡井誠准教授から丁寧なご指導を頂いた。また、日本銀行のスタッフから多数の有益なコメントを頂いた。この場を借りて、深く感謝の意を表したい。もちろん、あり得べき誤りは筆者に属する。なお、本論文の内容や意見は、筆者個人に属するものであり、日本銀行および企画局の公式見解を示すものではない。

[†] 日本銀行企画局 (kouichirou.kamada@boj.or.jp)

[‡] 日本銀行企画局 (現・松江支店、kou.miura@boj.or.jp)

1. はじめに

2013年4月4日、日本銀行は、量的・質的金融緩和政策を発表した。この新たな政策変更は、2年を目途に2%のインフレ目標を達成する、長期国債を中心とする資産買入れによりマネタリーベースを2年で2倍にする、国債の買入れ対象の年限を従来の2倍にすることを目標とする大胆なもので、債券市場に少なからぬ衝撃を与えた¹。10年物国債利回りは、4月の月中最低水準である0.446%（終値ベース）から5月の月中最高水準である0.933%（同）まで大きく上昇し、その後の数か月間、大きめの変動を続けた（図1）。それまで穏やかな低下基調を辿ってきた利回りの突然の反転上昇と変動の高まりは、市場参加者が日本銀行の政策変更を驚きをもって受け止めたことを示している。もっとも、その後の国債市場は、深刻な混乱に陥ることもなく、再び平穏に推移している。10年物国債利回りは、変動幅を縮小しつつ低下しており、10月の月中平均は0.635%となった。

こうした2013年入り後の国債金利の動向を理解するには、投資家の金融環境に関する「確信の揺らぎ」と「群集行動」という2つの概念が鍵となると考えられる。今回の政策は、「異次元緩和」と呼ばれていることからわかるとおり、これまでに前例を見ない緩和政策である。しかし、こうした政策が、実際に日本銀行の意図するような効果を発揮するのか、投資家の評価は区々であったと推測される。将来の経済状況に関する確信が揺らげば、投資家の群集行動が相場を左右する程度も高まる。市場参加者は、自らの持っている情報が不十分であると思えば、他の市場参加者の動向を見て、そこから情報を得ようとするであろう。そうした各々の投資家による合理的行動が、市場参加者の群集行動という形になって現れ、債券相場の変動を拡大するように作用する。2013年5月以降の長期金利の変動幅の拡大は、こうした市場参加者の確信の低下とそれに伴う群集行動の拡大によって説明される部分が大きいと考えられる。この点は、長期金利の先行きに関するアンケート調査や金利変動の分布にも表れている（図2）²。逆に、そ

¹ 2013年4月5日には債券先物市場でサーキット・ブレーカーが2度発動されるなど、近年では大きめの市場ショックとなった。しかし、10年物国債金利の上昇は、運用部ショック（1998年）やVaRショック（2003年）程の規模ではなかった。

² 図2(a)は、新発10年国債利回りの6か月先の予想分布である。2013年5月の分布は、2012年10月や2013年4月と比べて予想のばらつきが大きく、市場参加者の金利環境に関する確信が揺らいだ可能性を示唆している。なお、図2(a)を作成するに当たって、株式会社QUICKから、「QUICK月次調査（債券）」の個別データの提供をうけた。図2(b)は、5月以降の長期金利の日次変化について、横軸に変化幅の対数値、縦軸にそれよりも大きい変化幅の相対度数の対数値を

の後の長期金利の変動幅の縮小は、市場参加者の確信の上昇とそれに伴う群集行動の鎮静化によって説明される。

金融市場における投資家の群集行動を表現するモデルは、ハーディング・モデル (herding model) と呼ばれ、これまでに様々な形のモデルが開発されてきた (例えば、Banerjee, 1992)。本稿が参考にしている Nirei (2013) のモデルも、そうしたハーディング・モデルの一つであり、株式投資を検討している投資家を考察の対象としている。Nirei モデルの重要な仮定は、①投資家が投資するか否かを決定する前に将来の株価に関する私的情報 (private information) を受け取る、②投資家がマーケットの需給から他の投資家が受け取った私的情報の内容を推測する、という 2 つである。投資家は、こうしたマーケット情報と自らの私的情報とを踏まえて、将来の株価に関する主観確率を形成し、これに基づいて投資すべきか否かを決定する。株価が高いほど、将来株価が上昇すると予想され、このことが更なる投資を呼び、証券価格が上昇する。逆に、株価が低いほど、将来株価が下落すると予想され、投資を断念する人が増えるため、株価が下落する。こうした買いが買いを生み、売りが売りを呼ぶ市場では、証券価格や取引額の変動が激しくなり、裾野が厚い所謂ファット・テイル (fat tail) な分布が形成される。こうしたインプリケーションを持つ Nirei モデルは、日本銀行による政策変更を引き金として発生した 2013 年度前半における国債市場における不確実性の高まりと、長期金利のボラティリティの拡大を説明する上で、有用な分析ツールであると考えられる。

ただし、2013 年 5 月頃の相対的に大きな長期金利の上昇を、私的情報のみを想定している Nirei モデルで説明しようとするのには、少なからず無理がある。長期金利上昇の引き金となった日本銀行による量的・質的金融緩和政策の発表は、市場参加者に平等に公表された公開情報 (public information) であり、各投資家に固有の私的情報ではない。そして、中央銀行の政策発表のみならず、各種統計の公表など、およそ国債市場に関連する公開情報については、Fleming and Remolona (1997, 1999) をはじめとするマーケット・マイクロストラクチャーに関する多くの先行研究によって、その相場形成における重要性が実証的に確認されている³。日本銀行による 2013 年 4 月の政策変更について

プロットしたものである。分布がファット・テイルならば、右下がりの直線が当てはまり、正規分布ならば弧を描くように急速に低下する。図によると、5 月中旬以降の長期金利の変化幅は直線上にあり、したがって、その分布は正規分布とはかなり異なると判断される。

³ 株式市場における公開情報の重要性については、Cutler et al. (1989) をはじめ、これに否定的な先行研究も多い。宮野谷他 (1999) によると、株価に関しては、新商品の開発や経営戦略の変更

も、それが公開情報として長期金利に何らかの影響を及ぼした点に疑問の余地はないし、これを私的情報と区別することは必須であると考えられる。本稿では、こうした国債市場に対する理解を踏まえ、公開情報と私的情報という2層の情報構造を取り扱えるよう、Nirei モデルの拡張を試みる。

政策変更は大規模であればあるほど、その衝撃も大きくなる。したがって、いかにして市場に混乱を招くことなく、所期の目的を達成するかという点が、政策上の課題となる。そのためには、長期金利のボラティリティの決定要因を解明し、その拡大を抑制するための手段を講ずるより他に有効な手立てはない。本稿の理論モデルでは、長期金利のボラティリティが、金融環境に関する投資家の確信の度合い、市場に流れる情報の有用性あるいは情報価値⁴、債券市場の流動性など、様々な要因に依存して決まる。このモデルを現実の長期金利のデータに当てはめれば、2013年入り後に長期金利のボラティリティが変化した要因を特定することができると期待される。近年、日本のみならず、米欧においても、政策金利がゼロ制約に近づいており、金融市場の不安定化を防ぐ施策として、フォワード・ガイダンスをはじめとする中央銀行のコミュニケーション戦略が注目を集めるようになった（例えば Blinder et al., 2008 を参照）。本稿の分析は、ここから直ちに、最適コミュニケーション戦略を導出できる訳ではないが、そうした検討を行う際に有用な基礎的な材料を提供することを目指している。

本稿の構成は以下のとおりである。2節では、私的情報のみならず、公的情報も取り扱えるように、Nirei (2013)のハーディング・モデルを拡張する。3節では、様々なシミュレーションを通じて、モデルの特徴を解説する。4節では、モデルを現実のデータに当てはめ、2013年入り後の長期金利の動向について、一つの解釈を提示する。5節は結びである。

に関する未確認情報など、私的情報が多く、株式市場では公開情報の重要性が相対的に小さくなる傾向にあると考えられる。

⁴ 本稿で言う「情報価値」とは、後に第2節で詳しく論じられるように、情報の「確からしさ」と「金利との関連性」を併せた概念である。

2. モデル

2.1. 公開情報と私的情報

本節では、債券市場の変動を表現する簡潔なモデルを構築する。その際、私的情報のみを扱う Nirei(2013)の群集行動モデルを公開情報と私的情報という2種類の情報が2層構造を成すモデルに拡張する(図3)。

いま投資家は、自分たちの置かれている金融環境について不確実な状態にあるとする。簡単化のために、金融環境は H と L の2つの状態しかないとし、それぞれの状態で成立する債券価格を p_H 、 p_L とする ($p_L < p_H$)。すなわち、状態 H は債券価格が高い低金利環境であり、状態 L は債券価格が低い高金利環境である。投資家は、いずれの金融環境にいるのかという点について、事前に主観的な確率を形成している。ここでは、確率 b_0 で状態 H であり、確率 $1-b_0$ で状態 L であると考えているとする。 $\theta_0 \equiv (1-b_0)/b_0$ とすると、 θ_0 は状態 L の状態 H に対するオッズであり、金融環境に関する投資家の「事前の確信の度合い」を表わす。特に $b_0 = 0.5$ すなわち $\theta_0 = 1$ の場合、投資家は、自分がいずれの金融環境にいるのか全く分からない、つまり、確信が全くない状態となる。後に説明するように、 b_0 および θ_0 は、すべての投資家で共通であるとする。

本稿では、公開情報を扱えるように、Nirei (2013)を拡張する。投資家は、期末に金融環境に関連する公開情報を受け取る。本稿で言う公開情報とは、全ての投資家が平等にアクセス可能な金利動向を左右する全ての情報を指す。例えば、予想インフレ率、潜在成長率、海外の金利動向など、金利形成に直接関連する統計や各種データはもとより、労働統計、各種サーベイ調査など、間接的に金利形成に関連する様々な情報をも含む概念である。とりわけ、中央銀行による政策変更や関連する講演などは、重要な公開情報である。ただし、公開情報はいつも正しく金融環境を伝える訳ではなく、間違っただけ情報が伝えられることもある。本稿では、公開情報が確率 q (> 0.5) で真の金融環境を正しく伝え、確率 $1-q$ で間違っただけ伝えるとする⁵。例えば、真の状態が H であるとき、状

⁵ 本稿では、 $q \leq 0.5$ というケースを排除している。例えば、公開情報の発信者が、真の金融環境は状態 H である、という情報を出したとする。そして、この情報の受信者は、確率 0.4 で状態 H を示すものとしてこの情報を受け取ったとする。こうした場合、本稿では、情報発信者の意図に関わらず、受信者が確率 0.6 (= 1-0.4) で状態 L を示すものとして情報を受け取る、と読み替える。

態 H を示す公開情報が出される確率は q に過ぎず、確率 $1-q$ で状態 L を示す公開情報が出される可能性がある。なお、 q は全ての投資家にとって共通であり、かつ、既知であると仮定する⁶。

以下では、 q を公開情報の「情報価値」(information value) と呼ぶこととする。 q の役割については後に詳述するとして、ここでは q が「確からしさ」(degree of certainty) と金利との「関連性」(relevance) という公開情報が持つ 2 つの性質に関連したパラメータであることを指摘しておこう。公開情報がいかに正確なものであったとしても、金利と何ら関係のない情報であるならば、債券投資家にとっては全く価値がない。また、公開情報がいかに金利と関係が深くとも、まったく出鱈目な情報であるならば、債券投資家にとってはやはり無価値である。

一方、本稿で言う私的情報とは、公開情報を予想するために各投資家が収集した非公開情報を指している。投資家は、公開情報が発信される前に、それが状態 H を示すものなのか、それとも状態 L を示すものなのかを予想したいと考えている。そこで、投資家 i は、公開情報を予想するための私的情報 x_i を各自で収集する。 x_i は、未公開の公開情報が状態 H を示すものならば分布関数 F_H に従い、状態 L を示すものならば分布関数 F_L に従うとする。また、 F_H 、 F_L の密度関数をそれぞれ f_H 、 f_L とし、尤度比 $\delta(x) \equiv f_L(x)/f_H(x)$ が x の単調減少関数であると仮定する。この仮定は、直感的に言うと、実現した x の値が高いほど、公開情報が状態 H を示すものである可能性が高く、したがって、真の金融環境が状態 H である可能性が高いと投資家が予想するということを意味している。なお、本稿のシミュレーションでは、 F_H と F_L の具体的な分布形として、平均 μ_H 、 μ_L ($< \mu_H$)、標準偏差 σ の正規分布を用いる。

2.2. 買いサイドの情報トレーダー

本稿では、私的情報を自ら収集する投資家を「情報トレーダー」(informed trader) と呼ぶこととし、私的情報を収集しない「非情報トレーダー」(uninformed trader) と区別する。さらに、情報トレーダーを、債券を買おうとしているもの(買いサイド)と売る

⁶ これらの仮定の現実妥当性については、様々な角度から議論することができる。しかし、そうした議論は、本稿のスコップをはるかに超えている。興味のある読者は、Keynes (1921) の議論やラムゼイの批判に対するケインズの返答 (Keynes, 1933) などを参照されたい。

うとしているもの（売りサイド）に分ける⁷。なお、買いサイドの情報トレーダーは常に買いサイドであり、売りサイドには回らないと仮定する。この仮定は、売りサイドの情報トレーダーについても同様である。

投資家 i は、私的情報 x_i を受け取ると、債券価格の水準を眺めながら、主観確率をアップデートする。いま市場に n^d 人の買いサイドの情報トレーダーがいたとし、このうち k 人 ($0 \leq k \leq n^d$) が実際に債券を買い、残り $n^d - k$ は何もしないとする。債券を買う場合、情報トレーダーは、非情報トレーダーの提示するアスク（売り）価格で、1単位だけ買い取る。いま、 k 人が債券を買おうとしたときのアスク価格を $p^a(k)$ とし、 k の増加関数とする。情報トレーダーもこの関数を知っており、 $p^a(k)$ が提示されると、買いサイドの情報トレーダーのうち実際に債券を買おうとしている人数が k 人であることを推論できるとする。投資家は、これらの情報を総合して、主観確率をアップデートする。状態 H にいる事後的な主観確率を b_{ii}^d 、状態 L にいる事後的な主観確率を $1 - b_{ii}^d$ とし、状態 L の状態 H に対するオッズを $\theta_{ii}^d \equiv (1 - b_{ii}^d) / b_{ii}^d$ と定義すると、 θ_{ii}^d は金融環境に関する投資家 i の「事後的な確信の度合い」を表わす。一般に、投資家の確信の度合いは、情報集合 $\{x_i, p^a(k)\}$ が与えられると、ベイズの定理を用いて、次のようにアップデートされる。

$$\theta_{ii}^d(x_i, p^a(k)) \equiv \frac{\Pr(L | x_i, p^a(k))}{\Pr(H | x_i, p^a(k))} = \frac{\Pr(x_i, p^a(k) | L)}{\Pr(x_i, p^a(k) | H)} \theta_0 \quad (1)$$

このように、 θ_0 を所与とすると、 $\Pr(x_i, p^a(k) | H)$ と $\Pr(x_i, p^a(k) | L)$ が分かれば、 θ_{ii}^d を求めることができる。

いま債券価格 $p^a(k)$ が提示されたとき、投資家は、私的情報 x_i がそれ以上ならば債券を買い、それ未満ならば何もしないという閾値 $\bar{x}(k)$ が存在するとしよう。すなわち、

$$x_i \begin{cases} \geq \bar{x}(k) & \Rightarrow \text{債券を買う} \\ < \bar{x}(k) & \Rightarrow \text{何もしない} \end{cases} \quad (2)$$

投資家は、債券価格 $p^a(k)$ が提示されると、自分以外に実際に債券を買おうとしている投資家が $k - 1$ 人、見送ろうとしている投資家が $n^d - k$ 人いることを類推する。したが

⁷ Nirei (2013)は、買いサイドの情報トレーダーのみを扱っているが、本稿では、それに加えて、売りサイドの情報トレーダーを取り扱っている。

って、真の金融環境が状態 L および状態 H である場合に、情報 $\{x_i, p^a(k)\}$ が生起する確率は、公開情報が誤っている可能性を考慮すると、それぞれ、次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \Pr(x_i, p^a(k) | L) &= qF_L(\bar{x}(k))^{n^d-k} (1-F_L(\bar{x}(k)))^{k-1} f_L(x_i) \\ &\quad + (1-q)F_H(\bar{x}(k))^{n^d-k} (1-F_H(\bar{x}(k)))^{k-1} f_H(x_i) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Pr(x_i, p^a(k) | H) &= (1-q)F_L(\bar{x}(k))^{n^d-k} (1-F_L(\bar{x}(k)))^{k-1} f_L(x_i) \\ &\quad + qF_H(\bar{x}(k))^{n^d-k} (1-F_H(\bar{x}(k)))^{k-1} f_H(x_i) \end{aligned} \quad (4)$$

これらを(1)式に代入して整理すると、

$$\theta_{ii}^d(x_i, p^a(k)) = \frac{qA(\bar{x}(k))^{n^d-k} B(\bar{x}(k))^{k-1} \delta(x_i) + 1-q}{(1-q)A(\bar{x}(k))^{n^d-k} B(\bar{x}(k))^{k-1} \delta(x_i) + q} \theta_0 \quad (5)$$

ただし、

$$A(x) \equiv \frac{F_L(x)}{F_H(x)} \quad (6)$$

$$B(x) \equiv \frac{1-F_L(x)}{1-F_H(x)} \quad (7)$$

$\delta(x)$ は x の減少関数なので、次の不等式が成立する。

$$A(x) > \delta(x) > B(x) \quad (8)$$

さらに、 $A(x)$ 、 $\delta(x)$ 、 $B(x)$ は、いずれも x の減少関数である (Nirei, 2013)。

モデルを閉じるためには、閾値 $\bar{x}(k)$ を求める必要がある。まず、情報トレーダーはリスク中立的であり、債券価格が上がると思えば、債券を買って期末に売却すると仮定する。ゼロ・クーポン債市場を考えると、投資家 i は次の条件が成立するなら債券を買う。

$$b_{ii}^d p_H + (1-b_{ii}^d) p_L \geq p^a \quad (9)$$

$$\Rightarrow \frac{p_H - p^a}{p^a - p_L} \geq \theta_{li}^d \quad (10)$$

定義によって、 $x_i = \bar{x}(k)$ のとき、債券の売買による利益がちょうどゼロとなる。したがって、 $\theta_{li}^d(\bar{x}(k), p^a(k))$ を介して、(5)式と(10)式が等号で結ばれる必要がある。すなわち、

$$\frac{p_H - p^a(k)}{p^a(k) - p_L} = \frac{qA(\bar{x}(k))^{n^d-k} B(\bar{x}(k))^{k-1} \delta(\bar{x}(k)) + 1 - q}{(1-q)A(\bar{x}(k))^{n^d-k} B(\bar{x}(k))^{k-1} \delta(\bar{x}(k)) + q} \theta_0 \quad (11)$$

これで $\bar{x}(k)$ を求めることができた。

ここで、 $\bar{x}(k)$ を基準とする投資行動が、インセンティブ・コンパチブルであることを確認しておこう。 $\delta(x)$ は x の減少関数なので、 $C_i \equiv A(\bar{x}(k))^{n^d-k} B(\bar{x}(k))^{k-1} \delta(x_i)$ とおくと、 C_i も x_i の減少関数である。さらに、 $q > 0.5$ の仮定の下では、(5)式の右辺は C_i の増加関数である。したがって、(5)式の右辺は x_i の減少関数になる。債券を買おうとしている投資家の私的情報は $x_i \geq \bar{x}(k)$ を満たしているはずである。このことから、(5)式の右辺は(11)式の右辺よりも小さいことが分かる。つまり、(10)式が満たされている。したがって、買いサイドの情報トレーダーの行動ルールはインセンティブ・コンパチブルである。

次に、買いサイドの情報トレーダーの需要関数について考えてみよう。まず、Nirei(2013)と同様に、 n^d が無限大になるとき、 $\bar{x}(k)$ は k の減少関数であることを示すことができる（補論の補題 1 を参照）。図 4(a)は、横軸が需要量 k 、縦軸が私的情報 x_i であり、右下がりの曲線が閾値 $\bar{x}(k)$ を表わしている。いま投資家 1 が私的情報 x_1 を受け取ったとする。この場合、投資家 1 は、債券価格が $p^a(k_1)$ 以上であれば債券を購入し、それに満たなければ何もしない。また、投資家 2 は私的情報 $x_2 (> x_1)$ を受け取ったとする。この場合、投資家 2 は、債券価格が $p^a(k_2)$ 以上であれば債券を購入し、それに満たなければ何もしない。仮に買いサイドの情報トレーダーが 2 人しかいなければ、需要関数はこれらを積み上げた図 4(b)のようになる。図が示す需要関数は右上がりであり、これこそが市場参加者の群集行動の結果である。

図 4(b)の右上がりの需要関数は、教科書で見られる通常的需求関数が右下がりであるのと対照的である。仮に、市場参加者が、債券価格から他の市場参加者の私的情報を類推せず、自分の私的情報のみを頼りに投資するか否かを決定するとしよう。これは、(11)

式で $A(\bar{x}(k))^{n^d-k} B(\bar{x}(k))^{k-1} = 1$ とおいたケースに等しい。債券価格が上昇すると、(11) 式の左辺は低下する。 $\delta(x)$ は x の減少関数なので、左辺に合わせて右辺が低下するためには、 $\bar{x}(k)$ は図 5(a) のように k の増加関数でなければならない。ここで、投資家 1 と 2 が以前と同じ私的情報 x_1, x_2 を受け取ったとする。この場合、投資家 1 は、債券価格が $p^a(k_1')$ 以下であれば債券を購入し、投資家 2 は、債券価格が $p^a(k_2')$ 以下であれば債券を購入する。これらを積み上げて、需要関数を作ると、図 5(b) のように右下がりになる。

債券価格と取引量は、以下のように、需給が均衡するところで決定される。いま債券市場には競り人がいるものと仮定し、この競り人が価格 $p^a(k)$ を提示したとしよう。買いサイドの情報トレーダーは、各々、閾値 $\bar{x}(k)$ と自分の受け取った私的情報 x_i を比較し、私的情報が閾値以上であれば、債券を 1 単位需要する。もし、私的情報が閾値に満たなければ、需要量は 0 である。全ての買いサイドの情報トレーダーについて需要量を集計したものが、市場における総需要量である。それを $\Gamma^a(k)$ と表記しよう。一方、市場における非情報トレーダーの債券の供給量は定義によって k である。したがって、需給を均衡させる取引量 k^* は、 $\Gamma^a(k^*) = k^*$ を満たすように決定される（均衡の存在については補論の命題 1 を参照）。これを満たす k^* は複数存在しているかもしれない。その場合は、本稿では、Nirei (2013) にならって、最小の k^* を解として選択することとする。

2.3. 売りサイドの情報トレーダー

売りサイドの情報トレーダーについても同様の議論が可能である。売りサイドの情報トレーダーが市場に n^s 人いたとする。また、売りサイドの情報トレーダーのうち h 人が実際に債券を売る場合の非情報トレーダーのビッド価格を $p^b(h)$ とし、 h の減少関数とする。いま投資家は私的情報 x_j がそれ以下ならば債券を売り、それより大きいならば何もしないという閾値を $\underline{x}(h)$ とする。すなわち、

$$x_j \begin{cases} \leq \underline{x}(h) & \text{債券を売る} \\ > \underline{x}(h) & \text{何もしない} \end{cases} \quad (12)$$

売りサイドの投資家は、債券価格 $p^b(h)$ が提示されると、自分以外に実際に債券を売ろうとしている投資家が h 人おり、何もしない投資家が $n^s - h$ 人存在することを類推する。したがって、状態 L の状態 H に対するオッズ θ_{ij}^s は投資家 j の「事後的な確信度」

を表わし、次のように計算される、

$$\theta_{1j}^s(x_j, p^b(h)) = \frac{qA(\underline{x}(h))^{h-1} B(\underline{x}(h))^{n^s-h} \delta(x_j) + 1 - q}{(1-q)A(\underline{x}(h))^{h-1} B(\underline{x}(h))^{n^s-h} \delta(x_j) + q} \theta_0 \quad (13)$$

情報トレーダーはリスク中立的であり、債券価格が下がると思えば債券を売って期末に買い戻すと仮定する。ゼロ・クーポン債市場を考えると、投資家 j は次の条件が成立するなら債券を売る。

$$b_{1j}^s p_H + (1 - b_{1j}^s) p_L \leq p^b \quad (14)$$

$$\Rightarrow \frac{p_H - p^b}{p^b - p_L} \leq \theta_{1j}^s \quad (15)$$

定義によって、 $x_j = \underline{x}(h)$ のとき、債券の売買による利益がちょうどゼロとなる。したがって、 $\theta_{1j}^s(\underline{x}(h), p^b(h))$ を介して、(13)式と(15)式が等号で結ばれる必要がある。すなわち、

$$\frac{p_H - p^b(h)}{p^b(h) - p_L} = \frac{qA(\underline{x}(h))^{h-1} B(\underline{x}(h))^{n^s-h} \delta(\underline{x}(h)) + 1 - q}{(1-q)A(\underline{x}(h))^{h-1} B(\underline{x}(h))^{n^s-h} \delta(\underline{x}(h)) + q} \theta_0 \quad (16)$$

これで $\underline{x}(h)$ を求めることができた。これがインセンティブ・コンパチブルであることも容易に確認できる。なお、 n^s が無限大になるとき、 $\underline{x}(h)$ は h の増加関数である（補論の補題 1 を参照）。 $\bar{x}(k)$ が k の減少関数であるのと逆になっていることに注意されたい。また、 $p^b(h)$ を提示された時の売りサイドの情報トレーダーの総供給量を $\Gamma^b(h)$ と表記すると、非情報トレーダーの債券の需要量は定義によって h であるので、需給を均衡させる取引量 h^* は、 $\Gamma^b(h^*) = h^*$ を満たすように決定される（均衡の存在については補論の命題 1 を参照）。これを満たす h^* が複数存在する場合は、最小の h^* を解として選択する。

2.4. 公開情報による確信のアップデート

期末に公開情報が出ると、すべての投資家が、金融環境に関する主観的確率をアップデートする。本稿では、私的情報を、公開情報を予想するためのものに限定している。

したがって、公開情報が出れば、全ての私的情報はその価値を失う。これは、全ての投資家が同じ事後確率を持つことを意味する。Nirei (2013)は、私的情報が公開情報によってリセットされず、蓄積されていくケースを取り扱っている。この場合、時間の経過とともに、それぞれの投資家が持つ情報構造は複雑化する。しかし、国債市場を描写するには、本稿の私的情報の定義の方がより現実的であるし、モデルを大幅に単純化することができるという付加的なメリットもある。

投資家の確信の度合いのアップデートの仕方は、実際に流れた公開情報が、状態 H と L のいずれを示すものであるかによって異なる。時間の経過が分かるように、期初に投資家が持っていた状態 H の事前の主観確率とオッズをそれぞれ $b_0(t)$ 、 $\theta_0(t)$ と表記すると、事後的な主観確率とオッズは次のようにアップデートされる。これらが、来期初における事前の主観確率とオッズとして利用される⁸。

$$b_0(t+1) = \begin{cases} \frac{qb_0(t)}{qb_0(t) + (1-q)(1-b_0(t))} & \text{状態Hを示す公開情報} \\ \frac{(1-q)b_0(t)}{(1-q)b_0(t) + q(1-b_0(t))} & \text{状態Lを示す公開情報} \end{cases} \quad (17)$$

これは、 $\eta \equiv q/(1-q)$ とおくと、次のように簡潔に表現できる。

$$\theta_0(t+1) = \begin{cases} \eta^{-1}\theta_0(t) & \text{状態Hを示す公開情報} \\ \eta\theta_0(t) & \text{状態Lを示す公開情報} \end{cases} \quad (18)$$

いま時点 0 の確信度 $\theta_0(0)$ から出発して、 t 期が経過したとし、その間に状態 H、L を示す公開情報が、それぞれ $\tau_H(t)$ 回と $\tau_L(t)$ ($=t-\tau_H(t)$) 回発表されたとする。この場合、時点 t の確信の度合いは次のようになる。

$$\theta_0(t) = \eta^{\tau_L(t) - \tau_H(t)} \theta_0(0) \quad (19)$$

この式は、初期時点の確信度を所与とすると、投資家の確信の度合いが、いずれの公開情報がより多く発表されたか、発表回数の差のみに依存していることを示している。状

⁸ 本稿では、期初の q と期末の q は同一であると仮定している。しかし、特に公開情報の価値が想定外に大きかった場合など、これら 2 つが異なることは十分考え得る。このような場合、リリース前の債券価格のボラティリティが大きくなるとは限らない。

状態 L を示す公開情報がより多く発表されれば、状態 L に対する確信の度合いは初期時点よりも高くなるし、状態 H を示す公開情報の方が多ければ、状態 L に対する確信度は初期時点よりも低下する。真の金融環境が状態 L であるとする、時間の経過とともに、状態 L を示す公開情報の相対的な頻度は高まっていくと予想されるため、状態 L に対する確信の度合いは無限大になる。これとは逆に、真の金融環境が状態 H であるとする、状態 L に対する確信の度合いは 0 に収束していくと予想される。

最後に、債券価格には、私的情報を受け取った後に動き得る一定の範囲が存在していること、また、その範囲は、公開情報が出る期末（ないし来期初）に成立する債券価格と密接に関連していることを指摘しておく。(11)式の右辺にある $\bar{C} \equiv A(\bar{x}(k))^{n-k} B(\bar{x}(k))^{k-1} \delta(\bar{x}(k))$ は、ゼロから無限大までの値をとることができる。また、(16)式の右辺にある $\underline{C} \equiv qA(\underline{x}(h))^{n-h} B(\underline{x}(h))^{h-1} \delta(\underline{x}(h))$ もゼロから無限大の値をとることができる。したがって、 $p^a(k)$ と $p^b(h)$ の可動域は、次の不等式で表わされる。

$$\frac{(1-q)b_0 p_H + q(1-b_0)p_L}{(1-q)b_0 + q(1-b_0)} \leq p^b(h), p^a(k) \leq \frac{q b_0 p_H + (1-q)(1-b_0)p_L}{q b_0 + (1-q)(1-b_0)} \quad (20)$$

(20)式の右辺は状態 H を示す公開情報が出たときの期待債券価格と同じであり、左辺は状態 L を示す公開情報が出たときの期待債券価格と同じであることに注意されたい。この不等式が成立する理由は明快である。債券価格は、状態 H を示す公開情報が出る確率が高まるほど上昇するが、状態 H を示す公開情報が出ることを知っている場合ほどには上昇しない。同様に、債券価格は、状態 L を示す公開情報が出る確率が高まるほど下落するが、状態 L を示す公開情報が出ることを知っている場合ほどには下落しない。この事実は、実際の債券価格あるいは金利のボラティリティの変化を検討する際に重要な手掛かりを与えてくれる。

2.5. 非情報トレーダーのアスク価格関数とビッド価格関数

最後に、本稿で用いる非情報トレーダーのアスク価格関数とビッド価格関数を定義する。

$$p^a(k) = p_0 + \lambda \phi^a \left(\frac{k}{n^d} \right)^\gamma \quad \text{for } 0 \leq k \leq n^d \quad (21)$$

$$p^b(h) = p_0 - \lambda \phi^b \left(\frac{h}{n^s} \right)^\gamma \quad \text{for } 0 \leq h \leq n^s \quad (22)$$

ここで、 p_0 、 ϕ^a 、 ϕ^b は次のように定義されている。

$$p_0 = p_L + \frac{1}{1+\theta_0}(p_H - p_L) \quad (23)$$

$$\phi^a = \left(\frac{1}{1+\eta^{-1}\theta_0} - \frac{1}{1+\theta_0} \right) (p_H - p_L) \quad (24)$$

$$\phi^b = \left(\frac{1}{1+\theta_0} - \frac{1}{1+\eta\theta_0} \right) (p_H - p_L) \quad (25)$$

また、 λ は債券の市場流動性を表わすパラメータである。 $0 \leq \lambda \leq 1$ を仮定しており、 λ が 1 に近いほど、債券の市場流動性が低く、 λ が 0 に近いほど、市場流動性が高い⁹。

これらの関数について、いくつかコメントしておくことが適当であろう。

① (23)式は、次式を変形したものである。

$$p_0 = b_0 p_H + (1-b_0) p_L \quad (26)$$

つまり、 p_0 は期初における債券のフェア・プライスに設定されている。仮に、アスク価格がフェア・プライスよりも低く設定されていれば、情報トレーダーは、全く新しい情報を仕入れていないにもかかわらず、債券をアスク価格で買ってフェア・プライスで売れば、利益を得ることができる。しかし、アスク価格がフェア・プライスよりも高く設定されていれば、情報トレーダーには、市場で債券を売買するインセンティブはない。ここでは需要者がゼロの場合のアスク価格がちょうどフェア・プライスになると仮定した ($p^a(0) = p_0$)。ビッド価格についても同様に考えた ($p^b(0) = p_0$)。

② 私的情報を受け取った後に債券価格が動き得る範囲を規定する(20)式を変形すると、

⁹ 本稿では、 $\bar{x}(k)$ や $\underline{x}(h)$ が内点解を持つように $0 \leq \lambda \leq 1$ と仮定している。しかし、これは必要な仮定ではない。代替的仮定として、例えば、 $\lambda > 1$ として、実際のアスク価格は、(21)式が指示するアスク価格と(20)式で定義される債券価格の上限の小さい方で定義するというものも考え得る。同様に、実際のリッド価格を、(22)式が指示するリッド価格と(20)式で定義される債券価格の下限の大きい方で定義するという仮定もあり得る。また、(21)式と(22)式では、共通の λ を用いているが、国債市場で品薄感が強まれば、(21)式の λ の方が(22)式の λ よりも大きくなることもあり得る。

$$\begin{aligned}
p_L + \frac{1}{1+\eta\theta_0}(p_H - p_L) &\leq p^b(h) \leq p_0 \\
&\leq p^a(k) \leq p_L + \frac{1}{1+\eta^{-1}\theta_0}(p_H - p_L)
\end{aligned} \tag{27}$$

なお、アスク価格関数とビッド価格関数の定義 ((21)式と(22)式) から、必ず2番目と3番目の不等号が成立する。以下、(27)式の最左辺から最右辺で表わされた範囲を債券価格の「情報で制約された可動域」と呼び、債券価格の上限 p_H と下限 p_L に挟まれた「最大可動域」と区別する。

③ 本稿では、 $\lambda = 1$ のとき、債券のアスク価格の最高値 ($p^a(1) = p_0 + \phi^a$) が、「情報で制約された可動域」の上限に一致するように、 ϕ^a をセットしている。また、債券のビッド価格の最安値 ($p^b(1) = p_0 - \phi^b$) が、同じ可動域の下限に一致するように、 ϕ^b をセットしている。

④ $\lambda < 1$ のときに得られる債券価格の「流動性を考慮した可動域」は、「情報で制約された可動域」よりも狭い。また、(21)式と(22)式が示しているように、 λ が大きく、市場流動性が低い場合には、債券価格の可動域が大きくなり、逆に、 λ が小さく、市場流動性が高い場合には、債券価格の可動域が小さくなる。

⑤ 最後に、本稿でシミュレーションを行う際には、先行研究 (例えば、Lillo et al., 2003 を参照) にならって、 $\gamma = 0.5$ と仮定する¹⁰。

3. シミュレーション

3.1. 債券価格と取引量の分布のファット・テイル性

本稿のモデルでは、債券価格や取引量の分布はベキ乗則に従い、ファット・テイルになる。これは、本稿のモデルが、基本的には Nirei (2013) を拡張したものであり、その

¹⁰ γ は、 λ と並んで、国債の市場流動性を規定するパラメータである。例えば、Gabaix et al. (2006) は、取引で変化した在庫を適正水準に戻すのに要するコストは市場流動性に依存していること、したがって、本稿で言うところの非情報トレーダーがリスク回避的な場合、(21)式で表わされるアスク価格関数を理論的に導出できることを示した。もっとも、市場流動性を考察する際には、もっぱら λ について議論すれば十分であり、 γ は不変であると仮定して差し支えない。

最も重要な性質を受け継いでいるからである。本節では、この点をシミュレーションによって確認する。その際、以下のパラメータをベンチマークとした。すなわち、 $n^d = n^s = 10000$ 、 $\mu_H = 1$ 、 $\mu_L = -1$ 、 $\sigma = 200$ 、 $q = 0.8$ ($\eta = 4$)、 $\lambda = 0.8$ 、 $p_H = 100$ 、 $p_L = 86$ とし、 F_H を用いて私的情報を発生させ、買いサイド、売りサイドそれぞれについて 25,000 回シミュレーションを行った。

図 6(a)は、ベンチマーク・パラメータを用いた場合の価格変化率の分布である。横軸は債券価格の変化率、縦軸は相対度数の対数値である。比較のために正規分布を用いた場合の理論値を重ねてみると、モデルを用いた結果はファット・テイルになっていることがわかる¹¹。

ベキ乗則を確認するためには、横軸に債券価格の変化率の対数値、縦軸に債券価格の変化率が横軸の値よりも大きかった度数分布の対数値をプロットしてみるのが有効である。分布がベキ分布ならば、右下がりの直線が当てはまり、正規分布ならば弧を描くように急速に低下するはずである。図 6(b)は、債券価格の分布についてこの実験を行ったもので、正規分布に比べて直線的になっていることがわかる。図 7 は、債券取引量 (k^*/n^d 、 h^*/n^s) をシミュレーションした結果であり、債券の価格変化と同様、ベキ乗則に従っていることがわかる。

3.2. 投資家の確信の度合いが債券市場に及ぼす影響

最初に、投資家の確信の度合いが債券相場の水準に及ぼす影響を考える。債券相場は、非情報トレーダーのアスク価格関数とビッド価格関数に依存している。これらを合体させると図 8 のような S 字型の曲線になり、以下、ビッド・アスク価格関数と呼ばれる。これらの関数の位置や形状は様々なパラメータに依存している。特に、その平均的な高さは、 p_0 によって規定されている。そして、 p_0 も、(26)式 (あるいは(23)式) にみられるように、複数のパラメータに依存している。他のパラメータを所与とすると、 p_0 は θ_0 の減少関数になっている。したがって、状態 L に対する確信が相対的に高まれば (θ_0 の上昇)、債券相場は平均的に低下する。さらに、(19)式にみられるとおりの、 θ_0 は、状態 L を示す公開情報が状態 H を示す公開情報よりも、どれほど多く発表されたかに依存する。したがって、状態 L を示す公開情報がより多ければ、債券相場は平均的に低くなる。

¹¹ 図 6(a)で、分布が右に歪んでいるのは、 F_H を用いて私的情報を発生させているからである。

次に、投資家の確信の度合いが、債券価格のボラティリティに及ぼす影響を考える。債券価格はビッド・アスク価格関数によって決定されるが、本稿ではこのビッド・アスク価格関数が情報によって制約された債券価格の可動域（(27)式）と連動するように設定されている。したがって、債券価格のボラティリティの決定要因を探るためのひとつの手掛かりは、この債券価格の可動域にある。(27)式を用いてその幅を求めると、次式のようになる。

$$\left(\begin{array}{l} \text{情報によって制約} \\ \text{された可動域の幅} \end{array} \right) = \left(\frac{1}{1+\eta^{-1}\theta_0} - \frac{1}{1+\eta\theta_0} \right) (p_H - p_L) \quad (28)$$

簡単な計算によって、この可動域の幅は $\theta_0 = 1$ のとき最大となることがわかる¹²。図8からも、 θ_0 が1から遠ざかるにつれて、S字型のビッド・アスク価格関数が狭まっていく様子がみてとれる。したがって、金融環境に関する市場参加者の確信の度合いが低下する（ θ_0 が1に近づく）と、債券価格のボラティリティが大きくなる。

図9(a)は、シミュレーションによって得られた債券の価格変動の分布である。横軸は債券価格の変化率、縦軸は相対度数の対数値である。ここでは、 θ_0 として0.1、1、10という3つの値を想定した。結果を見ると、 $\theta_0 = 1$ のときに分布の裾が最も広がっていることがわかる。一方、図9(b)は、シミュレーションによって得られた取引量（ k^*/n^d 、 h^*/n^s ）の分布であるが、特に目立った傾向を見出すことはできない。

3.3. 公開情報の価値が債券市場に及ぼす影響

最初に、公開情報の価値が、債券価格のボラティリティに及ぼす影響を検証する。図10は、 $q = 0.8$ および0.6として、2つのビッド・アスク価格関数を描いたものである。 q の増加とともに、ビッド・アスク価格関数が上下両方向に広がることからわかる。この点は、情報によって制約された可動域の幅を示す(28)式が、 η したがって q の増加関数になっていることから確認できる。このように、公開情報の価値が高まれば（ q の上昇）、債券価格のボラティリティは拡大する。

¹² (24)式と(25)式から、アスク価格とビッド価格の可動域はそれぞれ ϕ^a と ϕ^b に依存している。これらが最大となる θ_0 の値を計算すると、それぞれ、 $\eta^{1/2}$ 、 $\eta^{-1/2}$ となり、やはり、1の近傍で最大となることがわかる。

図 11(a)は、債券価格の変動をシミュレートした結果である。ここでは、 q として0.6、0.8という2つの値を想定した(対応する η はそれぞれ1.5、4)。 $q=0.8$ のときの方が、 $q=0.6$ の場合よりも、分布の裾が厚くなっていることがわかる。つまり、公開情報の価値が高いときの方が、債券価格の変動幅が大きくなっている。

次に、図 11(b)にある取引量の分布に目を転じると、 q が異なるにもかかわらず分布はほぼ同じである。実は、本稿のモデルでは、 $\theta_0=1$ のとき、 q の変化は価格に吸収されてしまい、取引量に全く影響を及ぼさないことを解析的に示すことができる(この結果は、 λ の水準にも依存していない)。この結果は、情報によって制約された可動域に合わせてビッド・アスク価格関数に変化するという本稿の仮定に依存している。しかし、こうした現象が起こる可能性は高いとも考えられる。例えば、 q が大きいと、期末に公開情報がリリースされたとき、債券価格が大きく変動するため、情報トレーダーは大きな収益機会を得る。しかし同時に、非情報トレーダーもアスク価格を引き上げ、ビッド価格を引き下げて、債券の価格変動から利益を得ようとするであろう。これが情報トレーダーの収益機会を奪い去り、結果的に取引量の拡大を抑制してしまう。また、実務家の間でも、国債市場の特徴の一つとして、主要な統計発表の前後に取引量の変動に先んじて金利のボラティリティが高まることがよくあると指摘されている(宮野谷他、1999)。こうした経験則を踏まえると、ここでのシミュレーション結果は、ある程度、市場の現実に即した結果であると言える。

3.4. 市場流動性が債券市場に及ぼす影響

本稿の非情報トレーダーは、債券を情報トレーダーに売る際、市場に出回っている債券の数量が減少するほど、在庫を復元するコストが大きくなると予想する。パラメータ λ は、そうしたコストを捉えたもので、市場流動性が低くなるほど上昇する。図 12は、 $\lambda=0.4, 0.8, 0.6$ として、3つのビッド・アスク価格関数を描いたものである。市場流動性が低い(λ の上昇)ほど、ビッド・アスク価格関数が上下両方向に広がるのがわかる。 $\lambda=1$ のとき、債券価格の可動域が最大となり、情報に制約された債券相場の可動域に一致する。

上の議論は、市場流動性が高まると、債券価格のボラティリティに縮小圧力が加わることを示している。しかし、その一方で、市場流動性が高まると、債券価格のボラティリティを拡大する圧力も同時に加わることに注意されたい。これは、市場流動性の高ま

りと共に、非情報トレーダーから情報トレーダーに対し有利な価格が提示されるので、より多くの情報トレーダーが利益を求めて市場に惹きつけられてくるからである。債券価格のボラティリティは、これら2つの圧力のバランスとして決定されるため、市場流動性が高まっても、縮小するとは限らない。一方、債券取引量のボラティリティは、市場流動性が高まると必ず拡大する。

図13(a)は、シミュレーションによって得られた相場変動の分布である。ここでは、 λ として0.4、0.8、1という3つのケースを想定した。シミュレーション結果をみると、市場流動性が高まっても、債券価格のボラティリティは縮小していないことがわかる。その一方で、図13(b)から容易に読み取れるように、市場流動性が高いほど、債券取引量のボラティリティが大きくなっている。

3.5. 私的情報の精度が債券市場に及ぼす影響

最後に、投資家が収集する私的情報の精度が、債券市場に及ぼす影響についてみる。本稿のモデルでは、公開情報が状態HとLのいずれの示しているかに応じて、私的情報が F_H と F_L のいずれかの確率分布から発せられる。これらの確率分布を規定しているのは平均 μ_H 、 μ_L と標準偏差 σ である。私的情報の精度が上昇するとは、これら2つの分布の平均の較差が大きい、あるいは、標準偏差が小さいことを指す。私的情報の精度が高いほど、その情報の価値が高くなるため、市場参加者の群集行動を促進し、債券価格や取引量のボラティリティを拡大する。

図14は、平均較差として1、2という2つのケースを想定し、シミュレーションを通じて得られた分布である。これによると、平均較差が大きいほど、つまり、私的情報の精度が高いほど、債券価格や取引量のボラティリティが大きくなっている。また、図15は、標準偏差として200、400という2つのケースを想定し、シミュレーションを通じて得られた分布である。この場合は、標準偏差が小さいほど、つまり、私的情報の精度が高いほど、債券価格や取引量のボラティリティが大きくなっている¹³。

¹³ ここでの議論は、中央銀行の情報セキュリティの向上が、市場の安定性を確保するという観点からも極めて重要であることを示唆している。

4. 実証分析

4.1. モデルのデータへの当てはめ

本節では、モデルを実際のデータに当てはめて、その現実妥当性をチェックする。その際、債券価格のトレンド(あるいは平均的な水準)を決めているのは公開情報であり、トレンド周りの債券価格の変動を決めているのは私的情報であると仮定して、モデルを推計する。 q (したがって η) は固定であるとするが、この仮定は後に本節で緩められる。

最初に、 p_H と p_L について考えよう。近年のわが国の経済動向をみると、潜在成長率は年率 0.5%程度である。インフレ率は、これまでゼロ%近傍ないし若干のマイナスで推移してきた。もっとも、日本銀行は、2013年1月から、目標とするインフレ率を2%に引き上げており、期待インフレ率もそれに対応して変化している可能性がある。そこで、期待インフレ率のレンジは-0.5%から2%であると仮定する。また、長期金利には、ターム・プレミアムが上乘せされる。ターム・プレミアムは可変である。実際、日本銀行はこれを圧縮する政策をとっている。また、その大きさは不確実であり、計測誤差を伴う。こうした点を考え合わせ、ターム・プレミアムの大きさについては、0%~0.5%と幅を持たせておく。これらを合計すると、長期金利は、0~3%の間にあることになる。これらを

$$\text{国債価格} = 100 \times e^{-10 \times \text{国債金利}} \quad (29)$$

という関係式を用いて、ゼロ・クーポン債価格に変換すると、 $p_H = 100$ 、 $p_L = 74$ となる¹⁴。

債券価格のトレンドは(23)式で与えられる。これを確信の度合いの階差方程式である(19)式と組み合わせると、

$$\frac{p_H - p_0(t)}{p_0(t) - p_L} = \eta^{\tau_L(t) - \tau_H(t)} \theta_0(0) \quad (30)$$

¹⁴ 長い目で見れば、 p_H や p_L も不変ではない。潜在成長率や中長期的なインフレ率に変化すれば、それに合わせてこれらの数値も変化すると考えられる。

両辺の対数を取って整理すると次のような線形の関係式を得る。

$$y(t) = \alpha + \beta z(t) + \varepsilon(t) \quad (31)$$

ここで、 t は公開情報が出されたタイミングを示している。 $\varepsilon(t)$ は誤差項であり、被説明変数と説明変数は次のように定義される。

$$y(t) = \ln \frac{p_H - p_0(t)}{p_0(t) - p_L} \quad (32)$$

$$z(t) = \tau_L(t) - \tau_H(t) \quad (33)$$

また、係数 α と β は次のようにして、オリジナルのパラメータと関連している。

$$\theta_0(0) = e^\alpha \quad (34)$$

$$\eta = e^\beta \Rightarrow q = e^\beta / (1 + e^\beta) \quad (35)$$

実証分析では、10年物国債（ゼロ・クーポン債）の価格の2週間平均を p_0 とし、それを用いて、 y に関するデータを作成した¹⁵。 z は、時点 t までに状態 L を示す公開情報が出た回数と状態 H を示す公開情報が出た回数の差として定義される。しかし、実際にどちらの公開情報が出たのか、より正確に言うと、どちらの公開情報であると市場が認識したのかはわからない。したがって、(31)式を推計するためには、時系列 z 自体を推計する必要がある。本稿では、次のようにして z を求める。 z は每期同じ大きさだけ上昇するか、下落するかのいずれかである。したがって、推計期間を T とすると、時系列 $z \equiv \{0, z(1), \dots, z(T-1)\}$ には、全部で 2^{T-1} 通りの可能性がある。これらのうち最も決定係数が高くなるものを z の推計値とする¹⁶。

推計パフォーマンスを確認するために、モデル予想を実際の債券価格の動きと比較し

¹⁵ 本稿の実証分析では、1期間を2週間としている。これは以下のような理由に基づく。毎月開催される金融政策決定会合を基準にすれば1期間を1か月とすることもあり得る。しかし、その間にも、総裁などによる講演に加え、各種統計が発表されることもある。この点を考慮すると、1期間は1か月よりも短い方が望ましい。しかし、長期金利のトレンドを捉えるためには、1期間を1週間とするのは短すぎる。こうした点を考慮すると、1期間を2週間とするのは、リーズナブルな選択であると考えられる。

¹⁶ 推計の際には $\eta > 1$ であることに注意。

てみよう。図 16(a)では、実線が 2013 年 1 月以降の長期金利のトレンド、点線が理論値である。理論値は、実現値を大まかにトレースできていることがわかる。なお、この場合の q の推計値は 0.53 程度であった。さらに、得られた推計値を基に、情報によって制約された可動域を算出すると、図 16(b)の点線で描かれたバンドのようになる。実際の長期金利の日次ベースの動き（実線）をみると、大まかにみれば、このバンド内に収まっていることがわかる。

4.2. 2013 年中の金利ボラティリティの変動要因

図 16 をみると、本稿のモデルは、実際の長期金利の全体的な推移を上手く捉えてはいるものの、仔細に見ると、推計されたトレンドの 2013 年 6 月以降の上下動は、現実の長期金利の動きがスムーズなのと比較して、かなり不自然である。また、モデルは、同じ時期の金利ボラティリティの縮小を捉え切れていない。そこで、以下では、2013 年中における金利ボラティリティの変化をより正確に捉えるべく、これまでの仮定を再検討し、推計モデルの改善を試みる。

本稿のモデルでは、債券市場におけるボラティリティの拡大は、次の 4 つのうちいずれかが原因で発生する。すなわち、①投資家の確信の度合いの低下 (θ_0 の 1 への接近)、②公開情報の価値の上昇 (q ないし η の上昇)、③私的情報の精度の上昇 (μ_H と μ_L の乖離、 σ の低下)、④債券価格の最大可動域の拡大 ($p_H - p_L$ の上昇)である¹⁷。このうち、投資家の確信の度合いの低下については、上の実証分析の中で既に考慮されていた。つまり、図 16 は、投資家の確信の度合いの変化のみでは、この間の金利ボラティリティの変化を説明するには十分ではないことを示唆している。私的情報の精度の上昇については、債券市場におけるボラティリティ要因としての可能性を否定する訳ではないが、関連するデータに乏しいため、実証分析にはなじまない。

債券価格の最大可動域の拡大については、債券価格のボラティリティの拡大要因となり得ることは理論的に自明であり、前節では取り上げなかった。しかし、近年の日本銀行の政策の変遷を辿るとき、それが 2013 年中における金利ボラティリティの変化の背景となったか否か、意見が分かれるであろう。2006 年 3 月、日本銀行は、「0~2%程度

¹⁷ 国債の市場流動性の低下については、3 節のシミュレーションが示しているとおおり、金利のボラティリティを大きく変えるものではないので、ここでの検証の対象から外す。

であれば、各委員の『中長期的な物価安定の理解』の範囲と大きく異ならないとの見方で一致した。また、委員の中心値は、大勢として、概ね1%の前後で分散していた」（日本銀行、2006）という「中長期的な物価安定の理解」を導入した。その後、何度かの点検を経て、2012年2月に、「中長期的な物価安定の目途」が新たに導入され、「2%以下のプラスの領域にあると判断しており、当面は1%を目途とする」（日本銀行、2012）ことが決定された。さらに、2013年1月、2%を物価安定の目標として金融政策を運営することが決定された。

このように、日本銀行の物価安定に関する考え方は、「理解」、「目途」、「目標」と名称を変えてきたものの、2%という物価安定の上限は変わっていない。したがって、債券価格の下限である p_L が2013年のはじめに変化したとは限らない。ただし、1%の物価上昇率の目途から2%の目標への変化は、実質的には、物価安定の上限の引き上げに等しいという意見もあり得る。仮にこれが正しいとすると、金利の上限が上昇し、 p_L が低下するため、 $p_H - p_L$ を拡大させる結果、金利ボラティリティが拡大したであろう。もっとも、この場合には、同時に物価安定の下限も同じだけ上昇したであろうから、金利の下限、したがって p_H も同様に变化した可能性がある。この点を考え合わせると、たとえ物価安定の上限が変化していたとしても、 $p_H - p_L$ したがって金利のボラティリティは不変である。さらに言うと、たとえこれで4、5月の金利ボラティリティの拡大を説明できたとしても、6月以降の金利ボラティリティの縮小は説明できない。

そこで、以下、要因②に焦点を絞り、 q が時間と共に変化すると考えよう。まず、本稿では、 q は、ある期間内に出された様々な公開情報をひとまとめにして、総体としての情報の価値を表わしていることに注意されたい。金融環境に関連する統計の量や重要度は每期変化する。日本銀行による情報発信も、政策発表のみならず、講演や各種レポートなどを含めると、回数も違えば、それぞれが持つ内容や意味合いも毎回異なり得る。したがって、総体としての公開情報が持つ価値は異なると仮定する方がむしろ自然であるかもしれない。そこで、2013年における金利ボラティリティの変化の背景について、より踏み込んだ考察を加えるために、以下では、変化する q を2つの方法で推計することを試みる。第1の手法では、計測期間中（2013年1～9月）、 q が2度だけ変化したと仮定する。第2の手法では、計測期間中、 q が連続的に変化したと仮定する。

第1の手法を適用するために、 q が t_1 と t_2 の2つの時点で変化したと仮定し、以下のような2つのダミー変数を定義する。

$$d_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < t_1 \\ (\tau_L(t) - \tau_H(t)) - (\tau_L(t_1) - \tau_H(t_1)) & \text{for } t_1 \leq t \end{cases} \quad (36)$$

$$d_2(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < t_2 \\ (\tau_L(t) - \tau_H(t)) - (\tau_L(t_2) - \tau_H(t_2)) & \text{for } t_2 \leq t \end{cases} \quad (37)$$

これらのダミー変数を含めて(31)式を推計すれば、 q の変化を織り込むことができる。その際、 t_1 と t_2 についても、決定係数が最大となるように同時推計した。図 17 は推計結果を示したものである。図 17(a)をみると、推計モデルが 6 月以降の金利トレンドを自然な形でトレースできていることがわかる。また、図 17(b)をみても、推計モデルが金利ボラティリティの 4、5 月における拡大と 6 月以降における縮小を上手く捉えている。

図 18(a)は、ダミー変数を織り込んだ q の推計値である。これによると、 q は 2013 年 2 月前半に一旦上昇し、その後、6 月後半に大きく低下したことがわかる¹⁸。図中、白い棒は公開情報が状態 H を示す内容であったケース、黒い棒は公開情報が状態 L を示す内容であったケースを示している。2013 年 2、3 月は、白棒が高くなっており、長期金利が低下するという価値の高い公開情報が出ていたことを示している。一方、2013 年 4、5 月、6 月前半は、黒棒が高くなっている。これは、それまでとは逆に、長期金利が上昇するという価値の高い公開情報が出ていたことを示している。その後は、低い白棒が並んでおり、長期金利が低下するという内容の公開情報が出続けていることを示している。

第 2 の手法は、次のようにして実行される。まず、 η が可変であるとする、(30)式を完全に満たすことができることに注意しよう。次に、実際の 10 年物国債価格の 2 週間中心平均を見て、それが上昇している場合は状態 H、下落している場合は状態 L を示す公開情報が出たと考える。すると、次のようにして、 $\theta_0(0)$ と $\{\eta(1), \eta(2), \dots, \eta(T-1)\}$ を求めることができる。

¹⁸ 例えば、6 月後半以降のケースでは、2 つのダミー変数に係るパラメータを β_1 と β_2 とすると、ダミー変数を織り込んだ q は、 $e^{\beta+\beta_1+\beta_2} / (1+e^{\beta+\beta_1+\beta_2})$ と計算される。

$$\theta_0(0) = \frac{p_H - p_0(0)}{p_0(0) - p_L} \quad (38)$$

$$\eta(t) = \begin{cases} \frac{p_H - p_0(t)}{p_0(t) - p_L} / \frac{p_H - p_0(t+1)}{p_0(t+1) - p_L} & \text{状態Hを示す公開情報} \\ \frac{p_H - p_0(t+1)}{p_0(t+1) - p_L} / \frac{p_H - p_0(t)}{p_0(t) - p_L} & \text{状態Lを示す公開情報} \end{cases} \quad (39)$$

図 18(b)は、こうして推計された q の系列である。結果の解釈は第 1 の手法の場合とほぼ同じなので省略する。

図 18 は、中央銀行のコミュニケーション戦略を考える上でいくつかの重要な論点を提示していると考えられる。第 1 に、2013 年 4 月～6 月前半の黒棒は、中央銀行のコミュニケーションは、政策の転換点において特に難しくなることを示している。日本銀行は、2013 年 1 月の金融政策決定会合で、1%の物価安定の目途を 2%の物価安定の目標へと変更した。こうした政策変更は、金融緩和を告げる確度の高い情報であると市場参加者に受け取られ、名目金利がさらに低下するという期待を生み出した。これに対し、4 月の政策変更は、多数の市場参加者によって、日本銀行が金利上昇を容認したと誤って受け取られた。しかし、日本銀行にそうした意図がなかったことは、その後の政策対応からも明らかである。

第 2 に、2013 年 6 月後半以降の q の低さは、中央銀行が q の大きさを自在に制御できるものではないことを示唆している。日本銀行がターム・プレミアムの圧縮を企図して大規模な資産買入れを継続する中、6 月後半以降、その情報発信は名目金利の低下を示唆するものと受け取られていると考えられる。しかし、 q の大きさは 2013 年 1 月のレベルに戻っていない。日本銀行が q の大きさを自在に高めることはできない理由の一つは、日本銀行の発する情報は、大きな影響力を持つものとはいえ、多くの情報の中の一つに過ぎないということである。他に日本銀行の政策スタンスとは逆の内容を示唆する情報がある場合には、その相対的価値は低下する。例えば、量的緩和政策からの出口を巡るバーナンキ米国連邦準備制度理事会（FRB）議長による 2013 年 5、6 月の証言以来（Bernanke, 2013a, b）、米国では長期金利が上昇をはじめ、わが国の長期金利に上方向への圧力がかったことは十分に考え得る。このことが、 q を低いままに押しとどめている可能性は相応に高いと考えられる。

ただし、 q は大きければ大きいほどよいという訳ではないことにも注意が必要である。

図 19 は、 $q = 0.55$ および 0.6 として、情報によって制約された可動域が時間と共にどのように変化するかを見たものである。 q が大きいとき、可動域の幅は一時的に拡大するが、その後、急速に狭まっていく。これに対し、 q が小さいとき、可動域の幅はあまり拡大しないが、その後、ゆっくりとしか狭まっていかない。こうした状況を前提として、中央銀行は、最適な選択を行わなければならない。すなわち、市場参加者の確信の度合いを速やかに高めるために一時的な金利ボラティリティの増幅を許容することもできれば、金利ボラティリティの増幅を避けつつ時間をかけて市場参加者の確信の度合いを高めていくことも可能である。ここで推計された q は、少なくとも部分的には、そうした中央銀行の最適な選択を反映したものと考えることができる。

5. 結び

本稿は、債券市場における確信の揺らぎと群集行動という 2 つのキーワードを用いて、長期金利のボラティリティの変化をモデル化した。また、モデルを実際のデータに当てはめたところ、ごく大まかにではあるが、日本銀行による量的・質的緩和政策の導入前後の長期金利の動向を説明できることがわかった。さらに、モデルの当てはまりを追求していく過程で、中央銀行からの情報発信を含め、公的情報の情報価値が、2013 年中の長期金利の変動を説明する上で、重要なファクターになることが明らかになった。

政策金利がゼロ制約に直面する中、長期金利を制御する手段として、コミュニケーション戦略に高い政策的プライオリティーが置かれることは想像に難くない。この意味で、情報フローに着目した本稿の議論は、フォワード・ガイダンスをはじめとする中央銀行の情報発信はもとより、一般に量的緩和を中心とする非伝統的金融政策の効果を分析する際の一つの方向を示すものとなり得る。この結びでは、中央銀行のコミュニケーション戦略に焦点を絞って、ここまでに得られた主要な結論を整理しておこう。その際、市場における情報の階層構造を表わした図 3 に立ち返って議論することが有益である。

本稿の分析は、図 3 における「真の金融環境」から「公開情報」へというリンクを確実にすることが何よりも重要であること、また、中央銀行はその意図を市場参加者に的確に伝えるために慎重に言葉を選ぶ必要があることを示している。その際、市場参加者が、中央銀行が発した情報をどう読み、どう行動するかは、市場参加者自らの収益・リスク観に基づいていることを念頭に置くべきである。本稿の実証分析は、日本銀行の政

策変更が先行きの金利水準にどのような形で帰結するのか、市場参加者がそのビジョンを明確に描き切れなかったことが、2013年4、5月における長期金利の上昇とボラティリティの拡大に繋がった可能性を示唆している。市場参加者とのコミュニケーションの難しさは常に万国共通であり、米国でも、2013年5、6月のバーナンキFRB議長による量的緩和政策からの出口を巡る発言が、その意図に反して長期金利の急上昇を招いたことは4節で触れたとおりである。

また、「公開情報」から「債券価格の変動」へというステージでは、次の2つの論点が重要である。第1に、中央銀行は、公開情報の価値を自在に制御できるものではない。中央銀行の発する情報は、多くの情報の中の一つに過ぎず、その価値は他の公開情報との相対的な関係で決まる。米国をはじめとする海外経済から発せられる情報は特に重要であり、わが国の長期金利に大きな影響を与えてきた。そうした国際金融市場の密接なつながりの中で、日本銀行が自らの情報の価値を維持していくのは必ずしも容易なことではない。第2に、中央銀行は、公開情報を活用して、いかなるペースで市場参加者の確信の度合いを高めていくのが望ましいかという点について、明確なイメージを持つことが重要である。本稿で構築したハーディング・モデルでは、公開情報の価値が高まると、一時的に、金利のボラティリティが大きくなる。しかし、公開情報の価値が高いほど、投資家の確信の度合いが高まるスピードが速まるため、少し長い目で見ると、金利ボラティリティの抑制につながる。中央銀行は、こうした短期的な市場の安定と長期的な市場の安定の間にあるトレードオフを前提に、最適なコミュニケーション戦略を実行する必要がある。

補論. 市場均衡の存在証明

補題1 n^d が十分大きいならば、 $\bar{x}(k)$ が k の単調減少関数になる。また、 n^s が十分大きいならば、 $\underline{x}(h)$ が h の単調増加関数になる。

(11)式を変形すると、次のように書ける。

$$V^a(k) = A(\bar{x}(k))^{n^d-k} B(\bar{x}(k))^{k-1} \delta(\bar{x}(k)) \quad (\text{A1})$$

ここで、

$$V^a(k) \equiv \frac{(1-q) - q \frac{1}{\theta_0} \frac{p_H - p^a(k)}{p^a(k) - p_L}}{(1-q) \frac{1}{\theta_0} \frac{p_H - p^a(k)}{p^a(k) - p_L} - q} \quad (\text{A2})$$

(A1)式の両辺の対数階差をとると、

$$\begin{aligned} & \ln \frac{A(\bar{x}(k))}{B(\bar{x}(k))} + \ln \frac{V^a(k+1)}{V^a(k)} \\ &= (n^d - k - 1) \ln \frac{A(\bar{x}(k+1))}{A(\bar{x}(k))} + k \ln \frac{B(\bar{x}(k+1))}{B(\bar{x}(k))} + \ln \frac{\delta(\bar{x}(k+1))}{\delta(\bar{x}(k))} \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

まず、(8)式から、左辺第1項は正值である。(21)式から明らかなおり、 n^d が大きくなるにつれ、 $(k+1)/n^d$ と k/n^d の差が0に収束し、 $p^a(k+1)$ と $p^a(k)$ の差も0に収束する。このため、 $V^a(k+1)$ と $V^a(k)$ の差も0に収束し、左辺第2項もゼロに収束する。したがって、十分大きい n^d に対して、(A3)式の左辺全体が正值になる。ここで、 $A(x)$ 、 $B(x)$ 、 $\delta(x)$ がいずれも x の減少関数であることを想起すると、右辺が正值となるためには、 $\bar{x}(k) > \bar{x}(k+1)$ 、すなわち、 $\bar{x}(k)$ が k の単調減少関数である必要がある。同様に、 n^s が十分大きいとき、 $\underline{x}(h)$ が h の増加関数となることを、(8)式と(22)式を用いて証明することができる。

命題 1 n^d が十分大きいならば、 $\Gamma^a(k^*) = k^*$ を満たす k^* が存在する。また、 n^s が十分大きいならば、 $\Gamma^b(h^*) = h^*$ を満たす h^* が存在する。

補題1より、 $\bar{x}(k)$ は k の単調減少関数である。したがって、 Γ^a は単調写像になる。したがって、Nirei (2013)と同様に、離散単調写像に関するTarskiの不動点定理を用いれば、均衡解 k^* が存在することを示すことができる。同様に、均衡解 h^* の存在についても示すことができる。

【参考文献】

- 宮野谷篤・井上広隆・肥後秀明 (1999)、「日本の国債市場のマイクロストラクチャーと市場流動性」、金融市場局ワーキングペーパーシリーズ、99-J-1.
- Banerjee, Abhijit V. (1992), “A Simple Model of Herd Behavior,” *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, No. 3, pp. 797-817.
- Bernanke, Ben (2013a), Statement by Ben S. Bernanke Chairman Board of Governors of the Federal Reserve System before the Joint Economic Committee, May 22, 2013.
- (2013b), Transcript of Chairman Bernanke’s Press Conference, June 19, 2013.
- Blinder, Alan S.; Michael Ehrmann; Marcel Fratzscher; Jakob De Haan; and David-Jan Jansen (2008), “Central Bank Communication and Monetary Policy: A Survey of Theory and Evidence,” *Journal of Economic Literature*, Vol. 46, No. 4, pp. 910-945.
- Cutler, David M.; James M. Poterba; and Lawrence H. Summers (1989), “What Moves Stock Prices?” *Journal of Portfolio Management*, Vol. 15, pp. 4-12.
- Fleming, Michael J., and Eli M. Remolona (1997), “What Moves the Bond Market?” FRBNY Economic Policy Review, December, 1997, pp. 31-50.
- and ----- (1999), “Price Formation and Liquidity in the U.S. Treasury Market: The Response to Public Information,” *Journal of Finance*, Vol. LIV, No. 5, pp. 1901-1915.
- Gabaix, Xavier; Parameswaran Gopikrishnan; Vasiliki Plerou; and H. Eugene Stanley (2006), “Institutional Investors and Stock Market Volatility,” *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 121, No. 2, pp. 461-504.
- Keynes, John M. (1921), *A Treatise on Probability*, reprinted in the *Collected Writings of John Maynard Keynes*, Vol. VIII, London: Macmillan.
- (1933), *Essays in Bibliography*, reprinted in the *Collected Writings of John Maynard Keynes*, Vol. X, London: Macmillan.
- Lillo, Fabrizio; J. Dooyne Farmer; and Rosario N. Mantegna (2003), “Master Curve for Price-Impact Function,” *Nature*, Vol. 421, pp. 129-130.

Nirei, Makoto (2013), "Beauty Contests and Fat Tails in Financial Markets,"
<http://ssrn.com/abstract=2362341>.

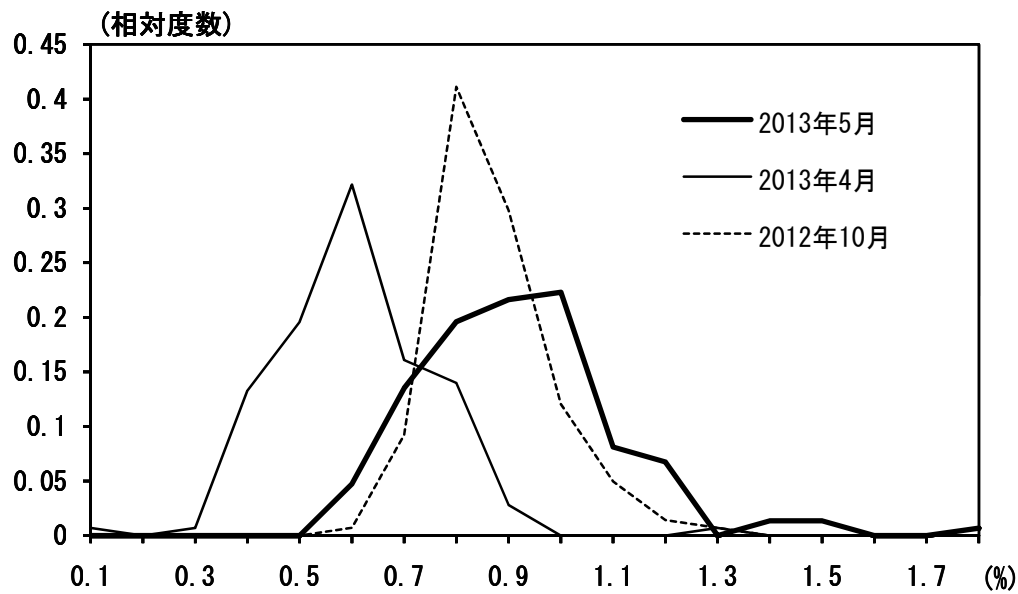
図 1. 長期金利の推移



出所: Bloomberg

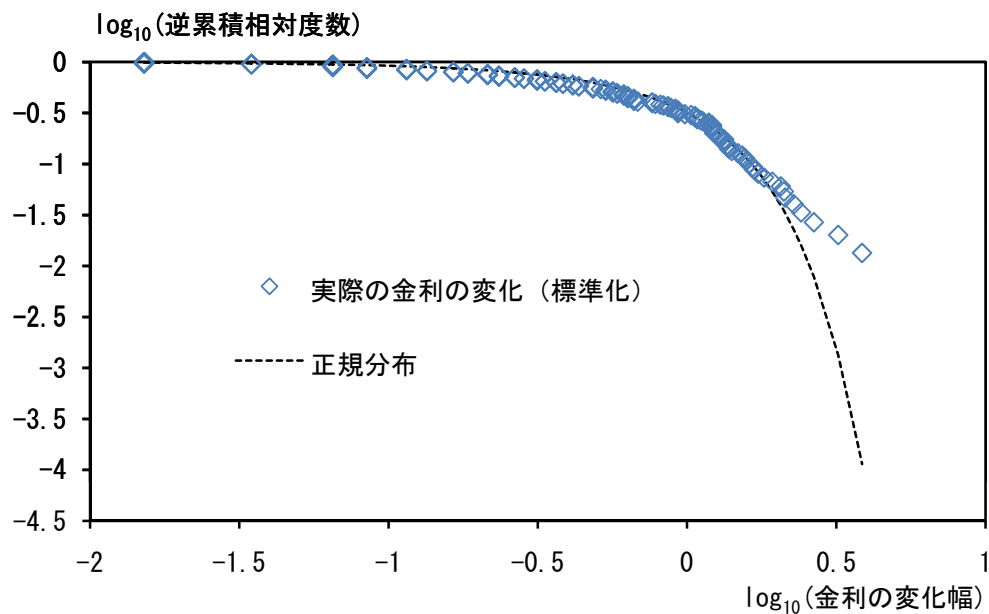
図2. 確信の揺らぎと群衆行動

(a) 新発10年物国債利回りの6か月後予想の分布



出所: QUICK月次調査(債券)

(b) 2013年5月以降の10年物国債利回りの日次変化



注: 1. 横軸は、10年物国債利回りの日次変化幅を、その平均と標準偏差で標準化し、対数をとったもの。縦軸は、それよりも大きい変化幅の相対度数の対数をとったもの。

2. サンプル期間は2013年5月15日から2013年12月6日。

図3. モデルの情報構造

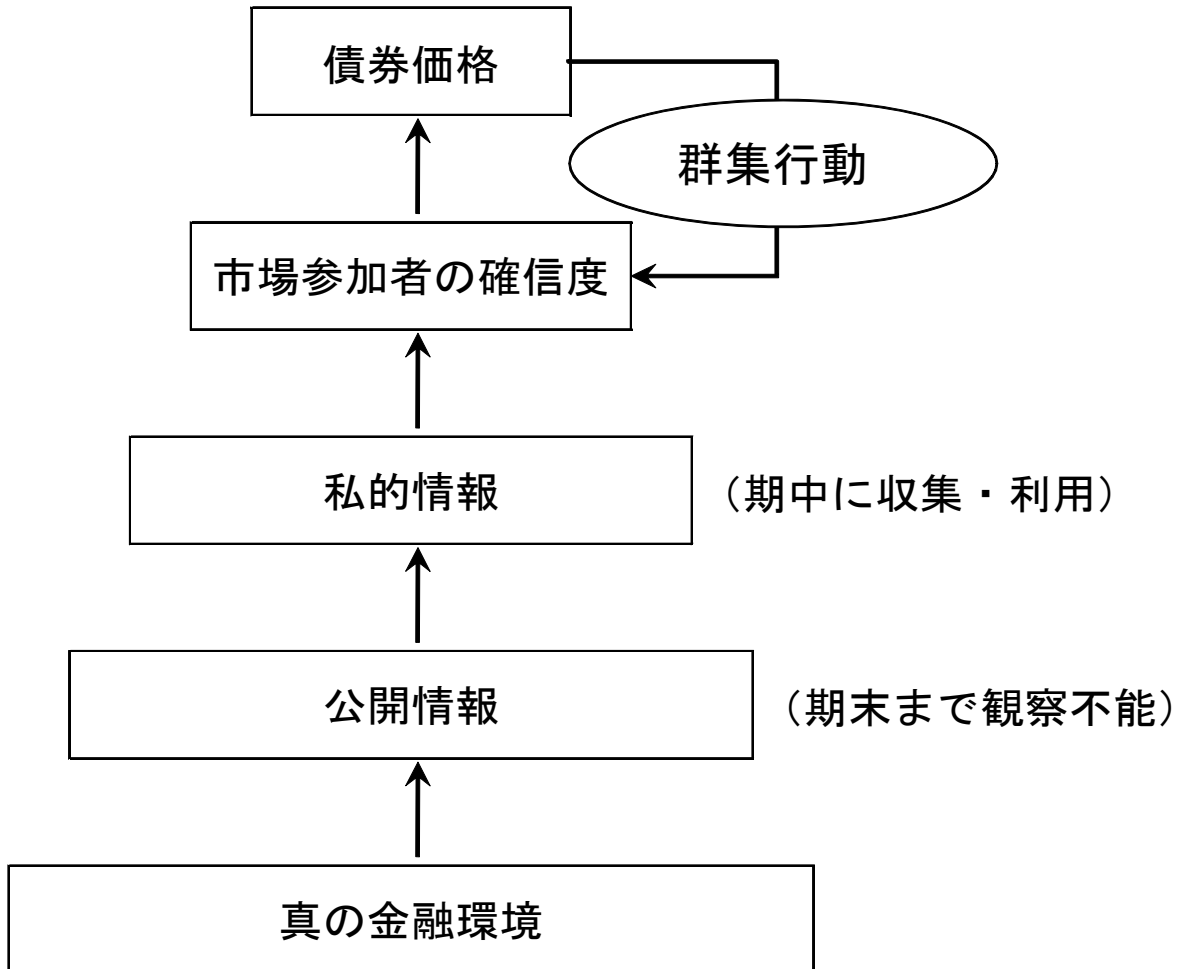
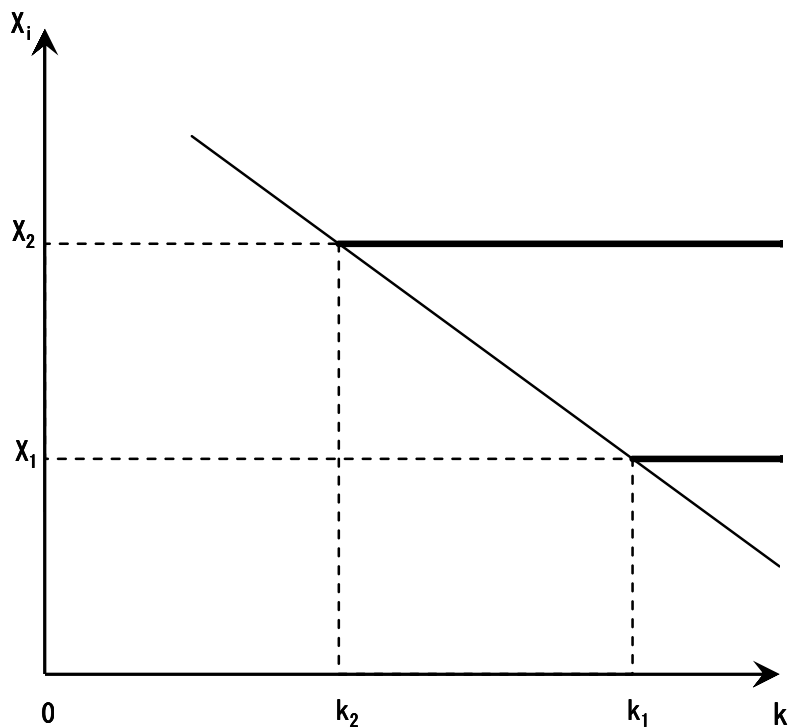


図4. 買いサイドの情報トレーダーの行動

(a) 私的情報に基づく投資の決定



(b) 情報トレーダーの総需要関数

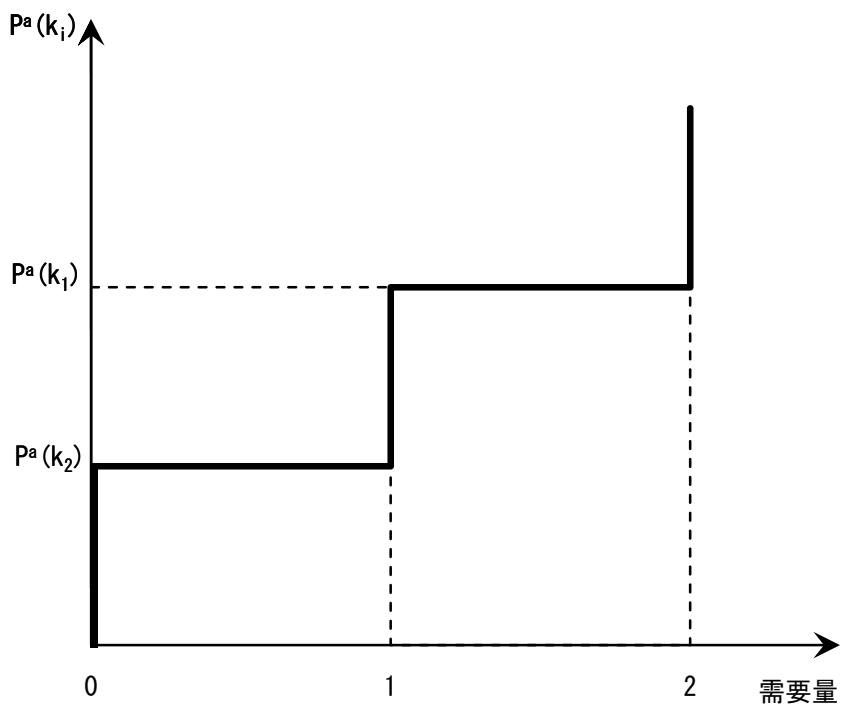
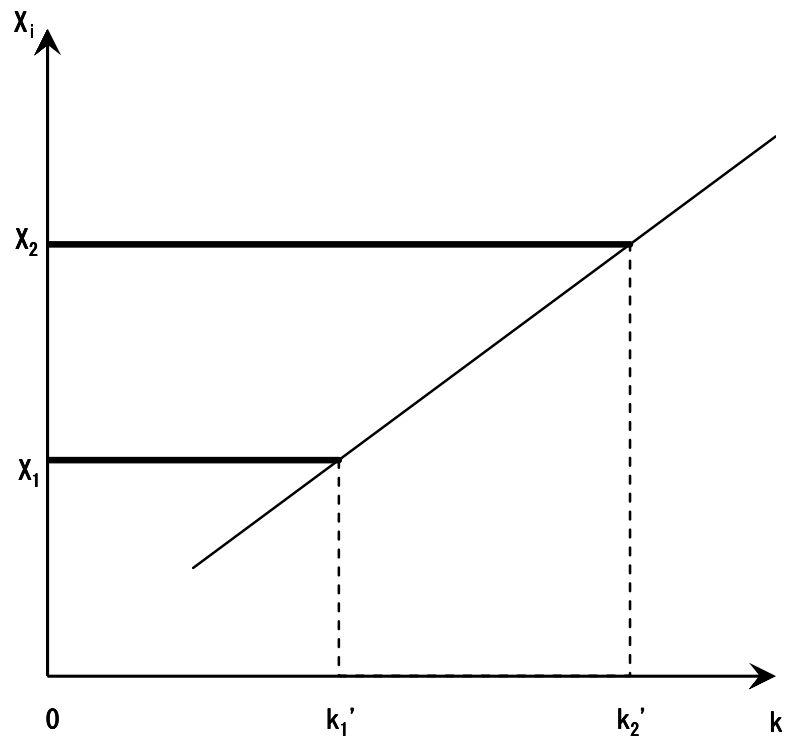


図5. 群集行動がない場合の買いサイドの情報トレーダー

(a) 私的情報に基づく投資の決定



(b) 情報トレーダーの総需要関数

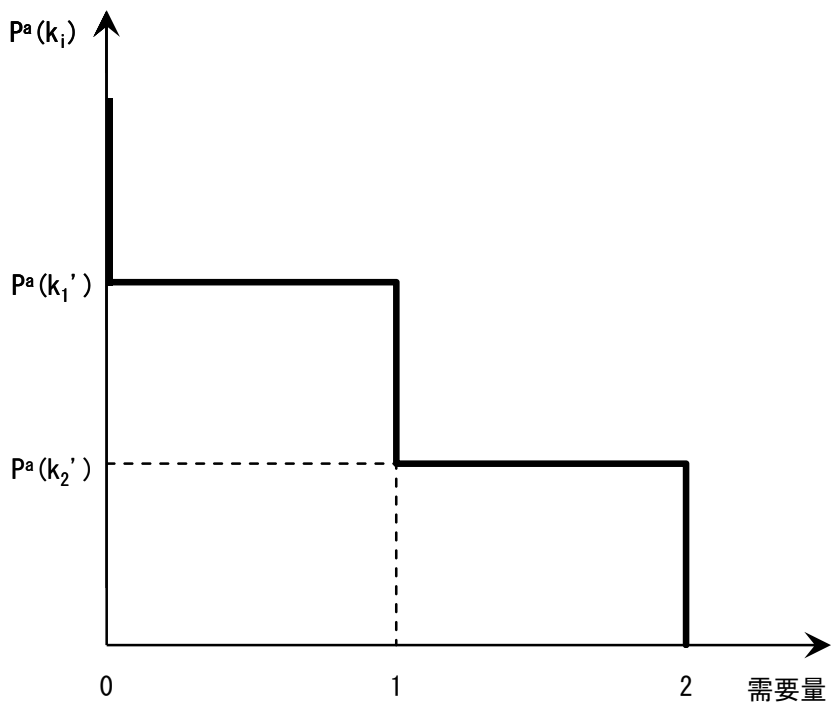
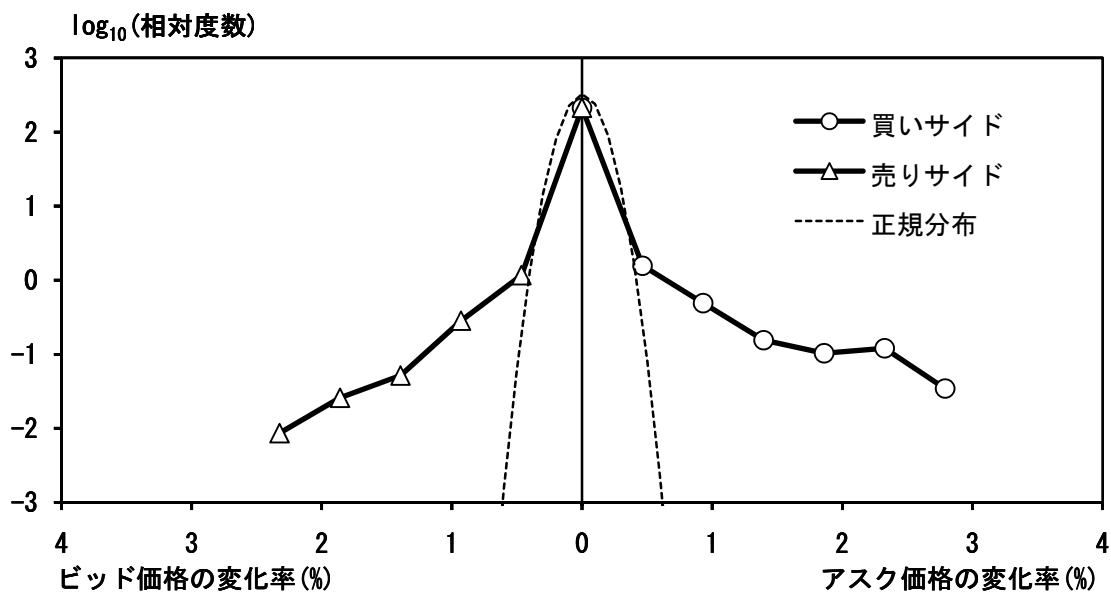
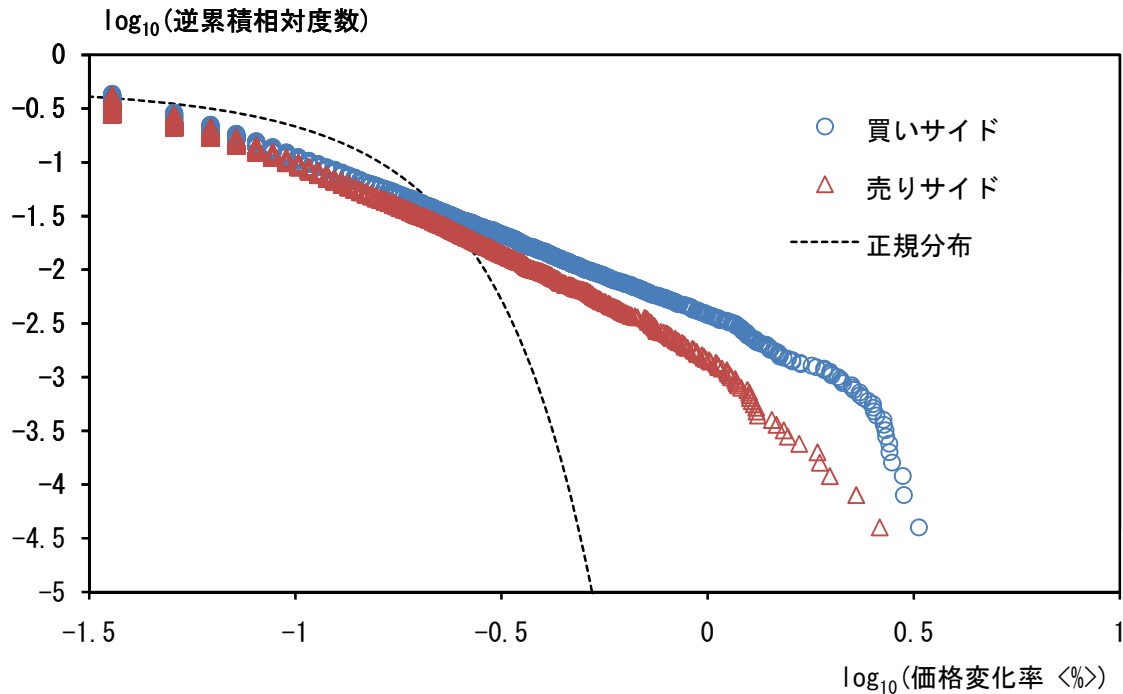


図6. 債券価格のファット・テイル性

(a) 債券価格変化率の度数分布



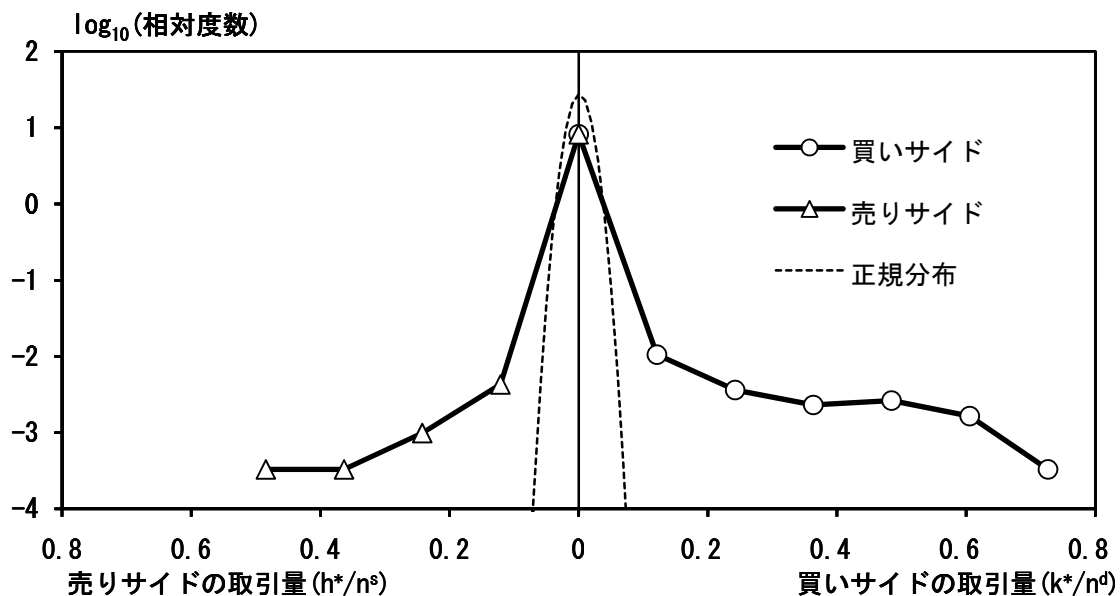
(b) 債券価格変化率の逆累積度数分布



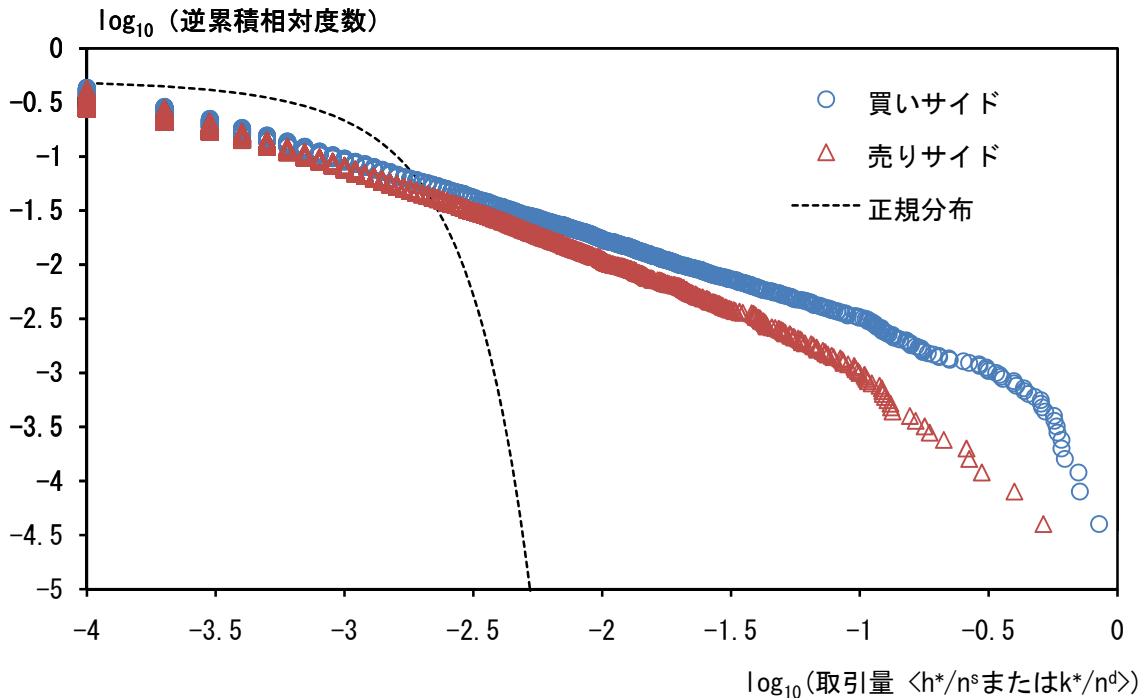
- 注: 1. $n^d = n^s = 10000$ 、 $\mu_H = 1$ 、 $\mu_L = -1$ 、 $\sigma = 200$ 、 $\lambda = 0.8$ 、 $q = 0.8$ 、 $\theta_0 = 1$ 、 $P_H = 100$ 、 $P_L = 86$ 。
 2. 私的情報を F_H から発生させ、買いサイド、売りサイドそれぞれについて、25000回ずつシミュレーションを実行。

図7. 債券取引量のファット・テイル性

(a) 債券取引量の度数分布

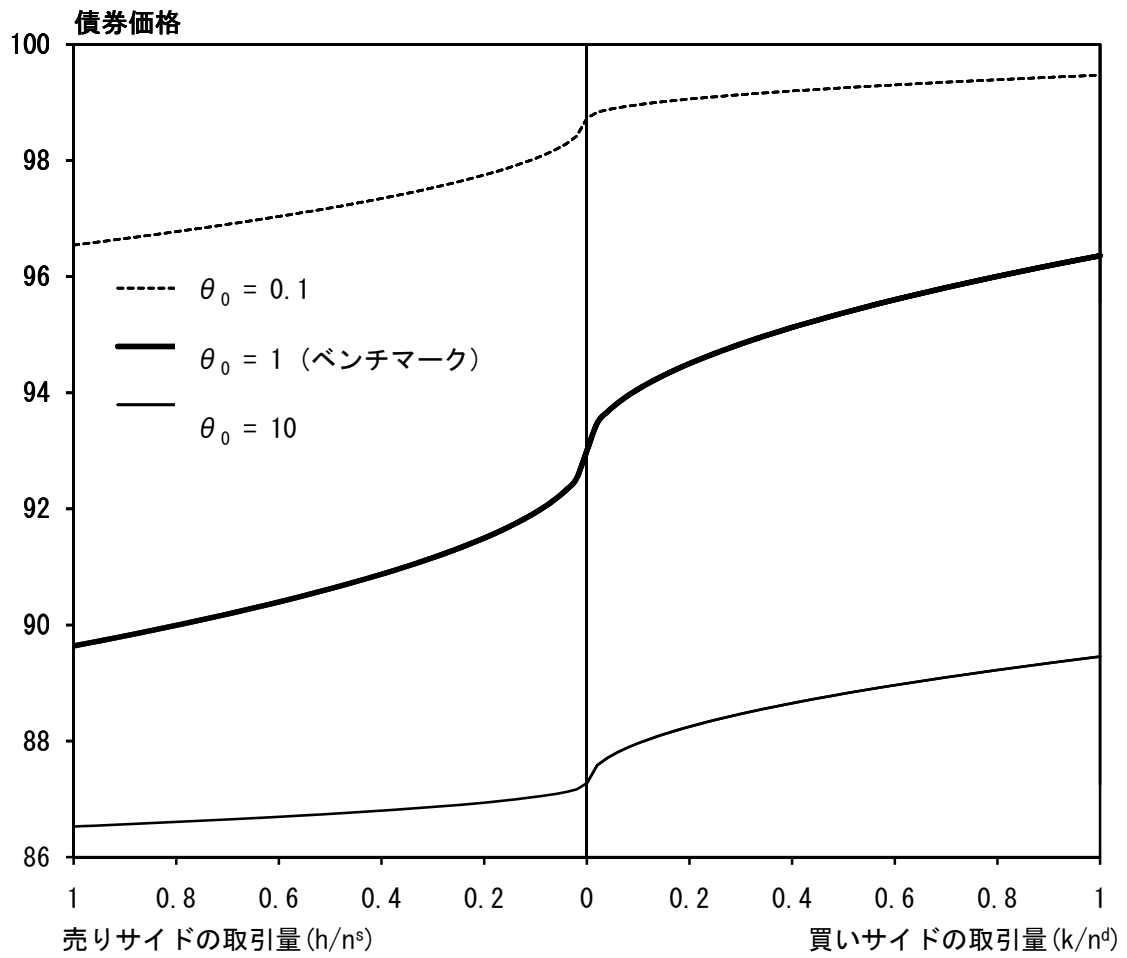


(b) 債券取引量の逆累積度数分布



- 注: 1. $n^d = n^s = 10000$ 、 $\mu_H = 1$ 、 $\mu_L = -1$ 、 $\sigma = 200$ 、 $\lambda = 0.8$ 、 $q = 0.8$ 、 $\theta_0 = 1$ 、 $P_H = 100$ 、 $P_L = 86$ 。
 2. 私的情報を F_H から発生させ、買いサイド、売りサイドそれぞれについて、25000回ずつシミュレーションを実行。

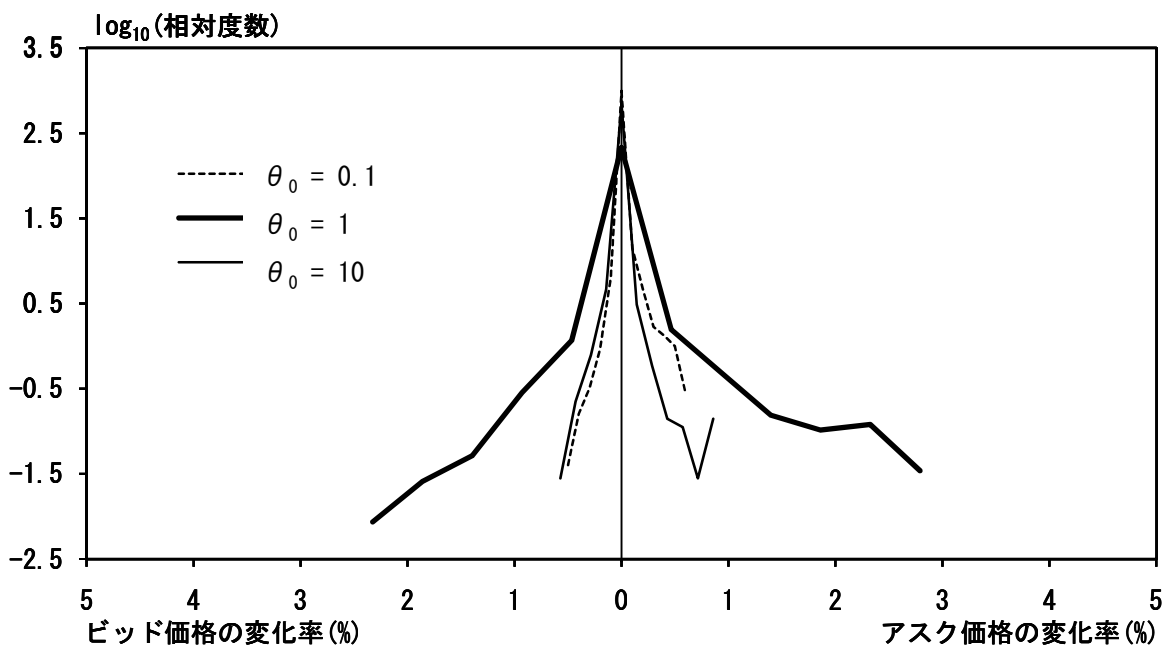
図 8. 投資家の確信の度合いが価格関数に及ぼす影響



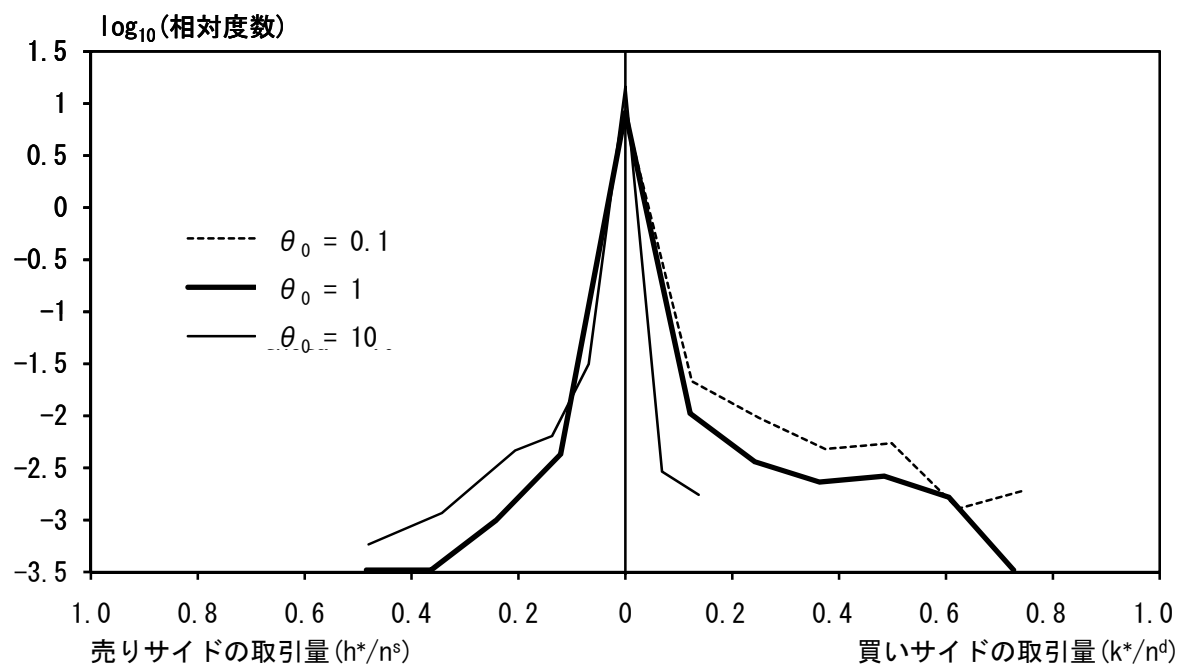
注: $\lambda = 0.8$ 、 $q = 0.8$ 、 $P_H = 100$ 、 $P_L = 86$ 。

図9. 投資家の確信の度合いが債券市場に及ぼす影響

(a) 債券価格の分布

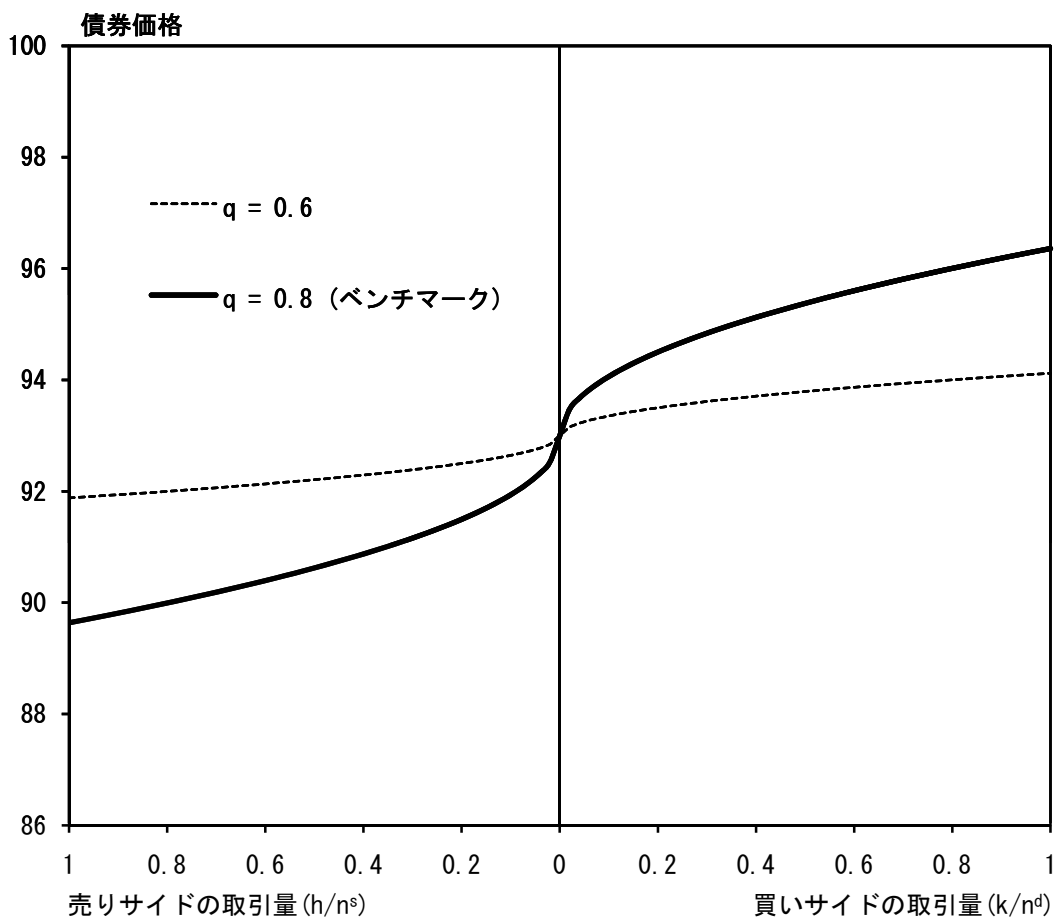


(b) 債券取引量の分布



- 注: 1. $n^d = n^s = 10000$ 、 $\mu_H = 1$ 、 $\mu_L = -1$ 、 $\sigma = 200$ 、 $\lambda = 0.8$ 、 $q = 0.8$ 、 $P_H = 100$ 、 $P_L = 86$ 。
 2. 私的情報を F_H から発生させ、買いサイド、売りサイドそれぞれについて、25000回ずつシミュレーションを実行。

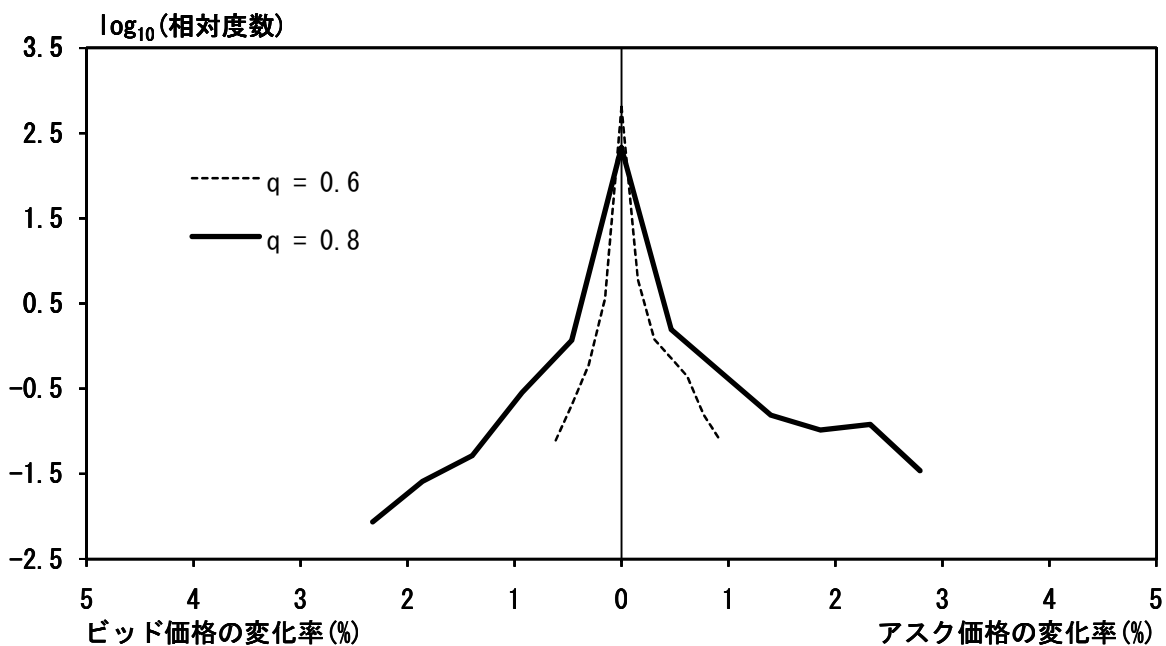
図10. 公開情報の価値が価格関数に及ぼす影響



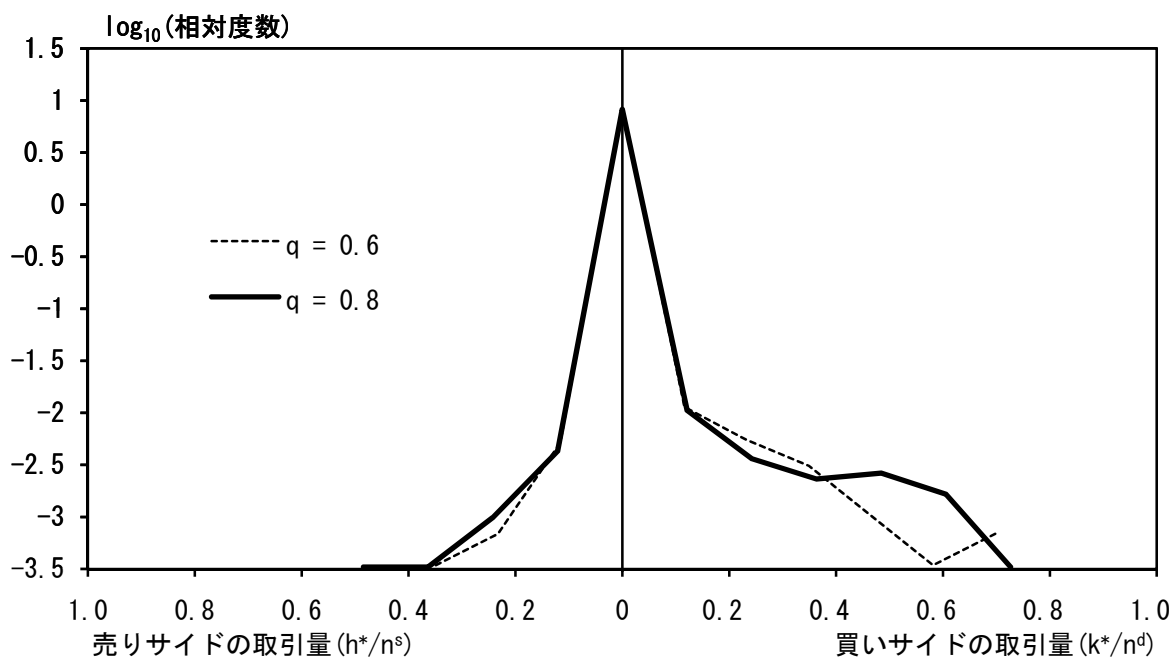
注: $\theta_0 = 1$ 、 $\lambda = 0.8$ 、 $P_H = 100$ 、 $P_L = 86$ 。

図11. 公開情報の価値が債券市場に及ぼす影響

(a) 債券価格の分布



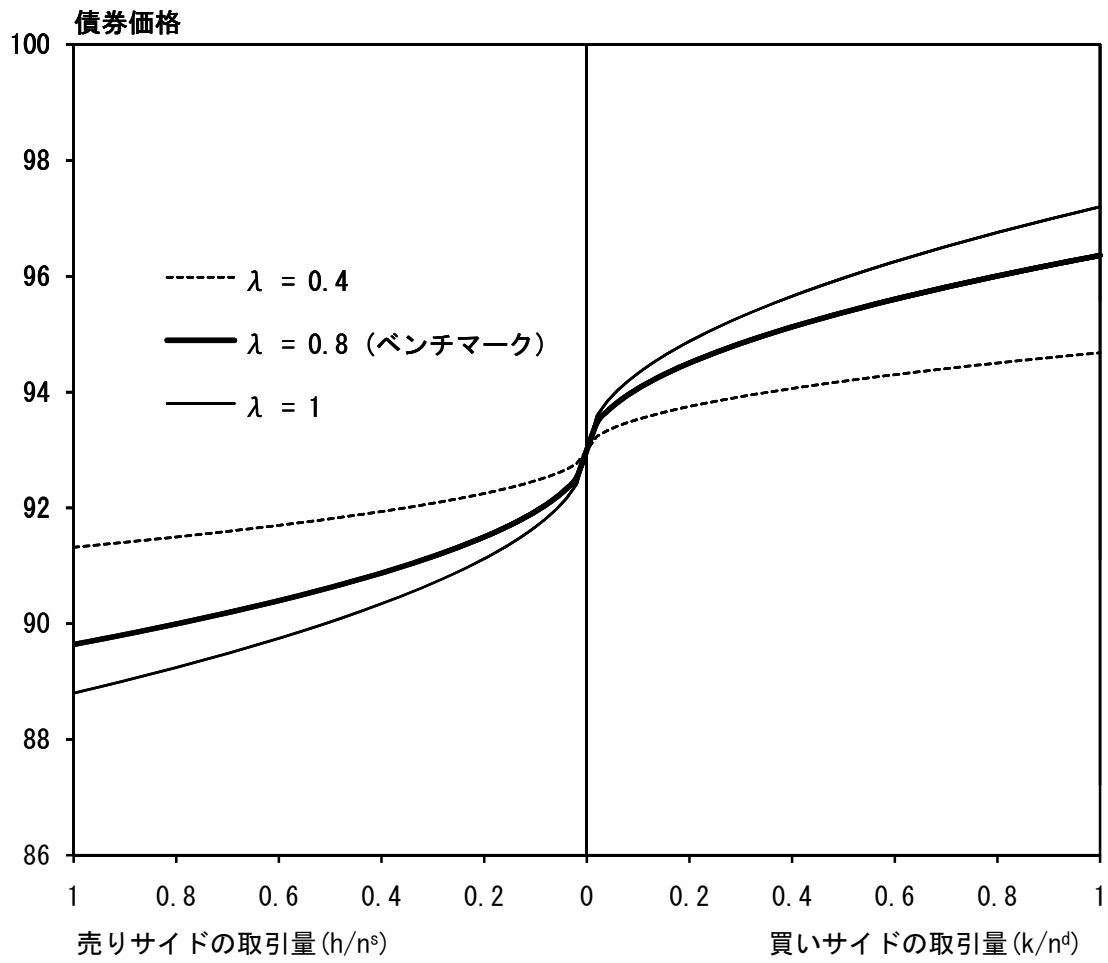
(b) 債券取引量の分布



注:1. $n^d = n^s = 10000$ 、 $\mu_H = 1$ 、 $\mu_L = -1$ 、 $\sigma = 200$ 、 $\lambda = 0.8$ 、 $\theta_0 = 1$ 、 $P_H = 100$ 、 $P_L = 86$ 。

2. 私的情報を F_H から発生させ、買いサイド、売りサイドそれぞれについて、25000回ずつシミュレーションを実行。

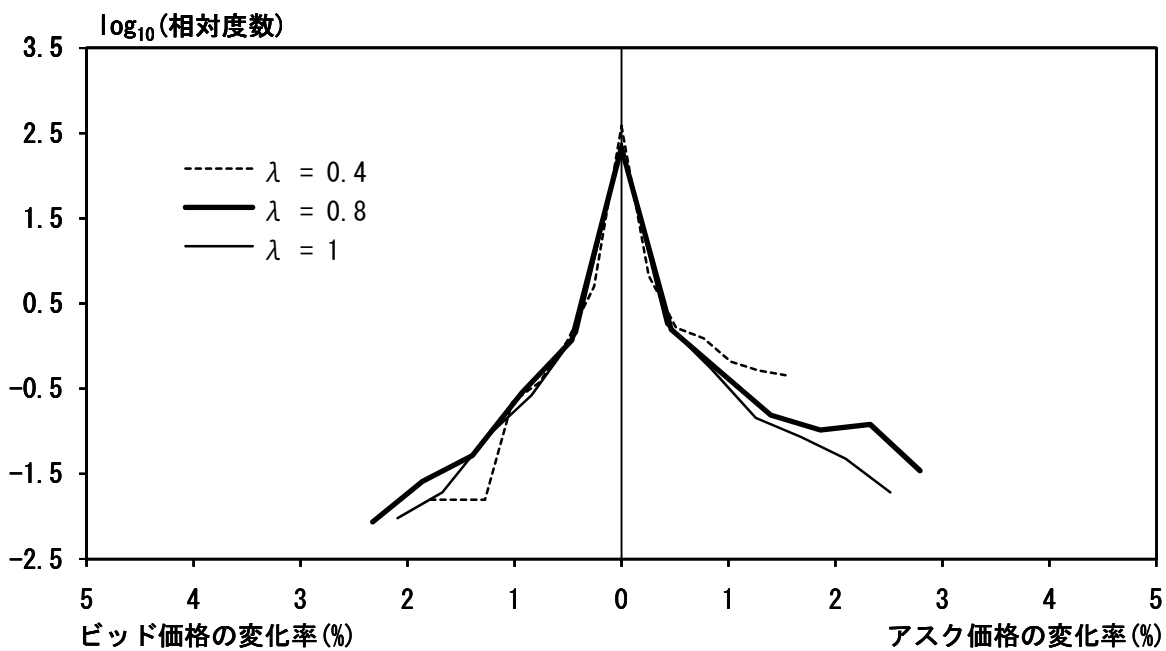
図12. 市場流動性が価格関数に及ぼす影響



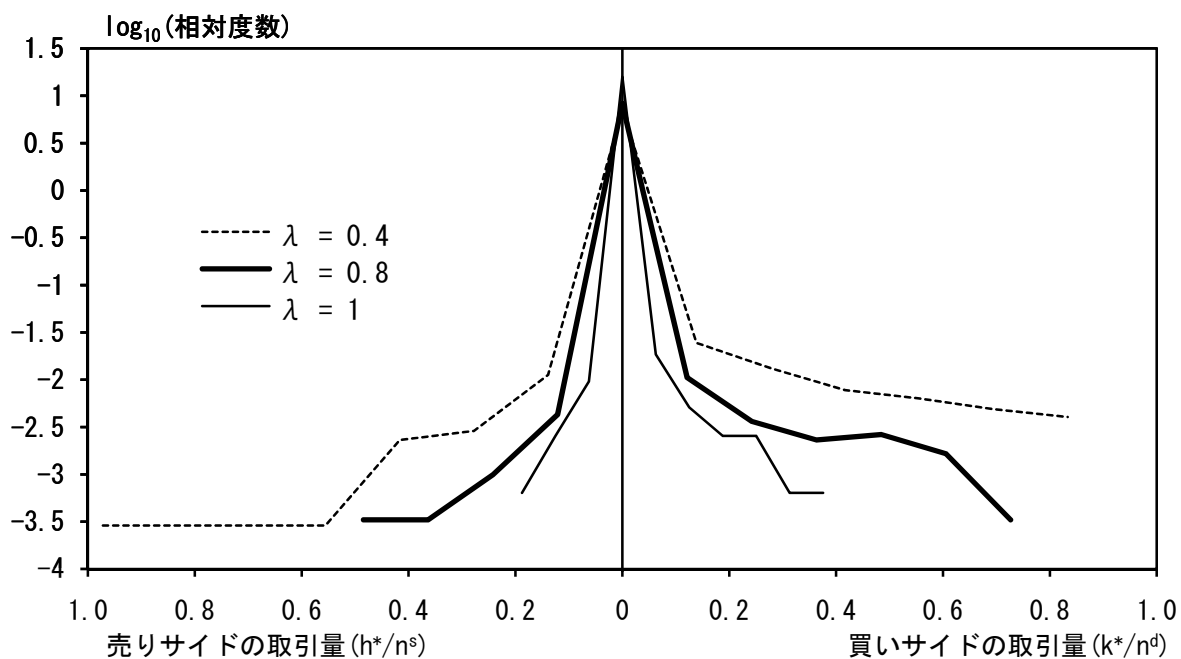
注: $\theta_0 = 1$ 、 $q = 0.8$ 、 $P_H = 100$ 、 $P_L = 86$ 。

図13. 市場流動性が債券市場に及ぼす影響

(a) 債券価格の分布



(b) 債券取引量の分布

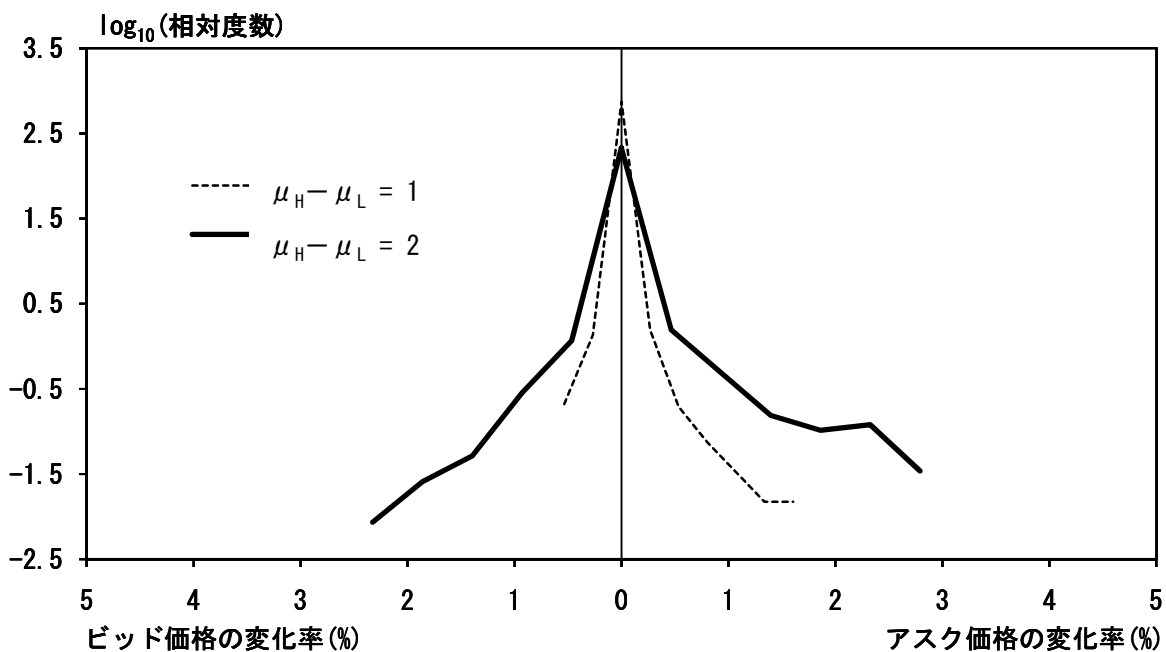


注:1. $n^d = n^s = 10000$ 、 $\mu_H = 1$ 、 $\mu_L = -1$ 、 $\sigma = 200$ 、 $q = 0.8$ 、 $\theta_0 = 1$ 、 $P_H = 100$ 、 $P_L = 86$ 。

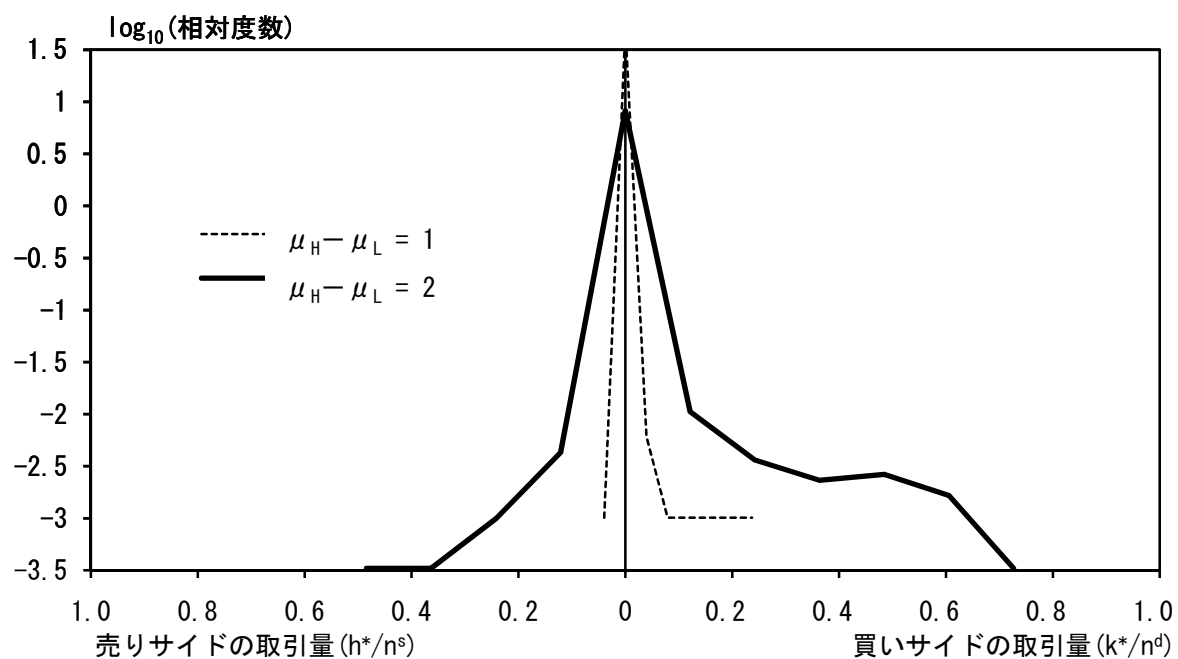
2. 私的情報を F_H から発生させ、買いサイド、売りサイドそれぞれについて、25000回ずつシミュレーションを実行。

図14. 私的情報の精度が債券市場に及ぼす影響（平均較差）

(a) 債券価格の分布



(b) 債券取引量の分布

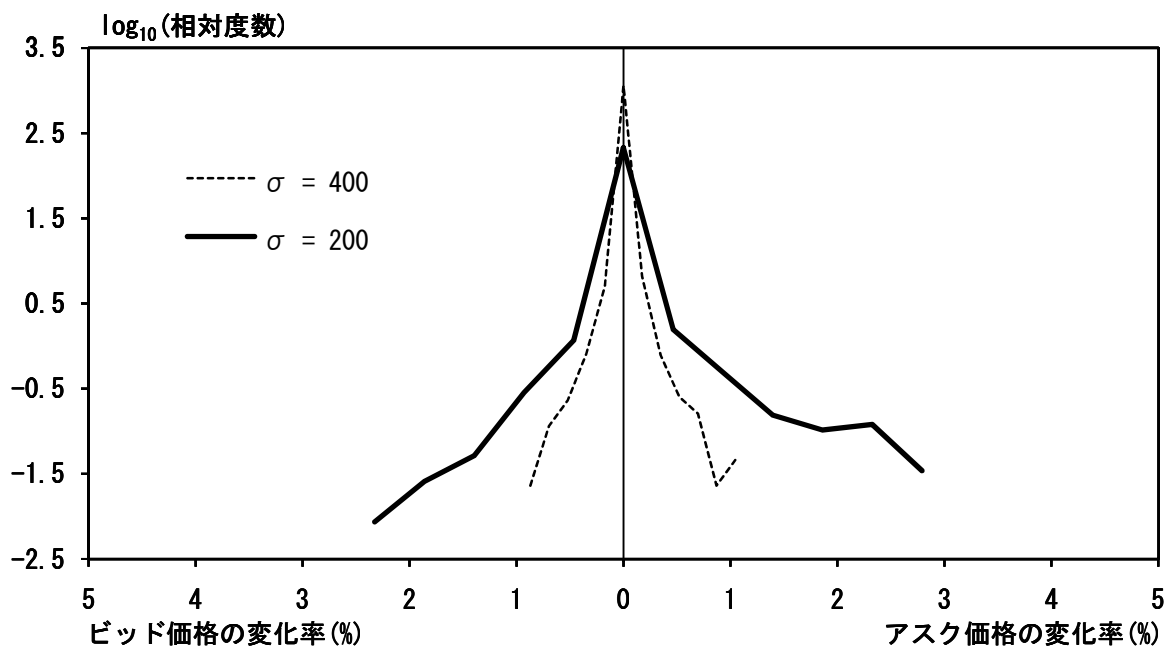


注:1. $n^d = n^s = 10000$ 、 $\sigma = 200$ 、 $\lambda = 0.8$ 、 $q = 0.8$ 、 $\theta_0 = 1$ 、 $P_H = 100$ 、 $P_L = 86$ 。

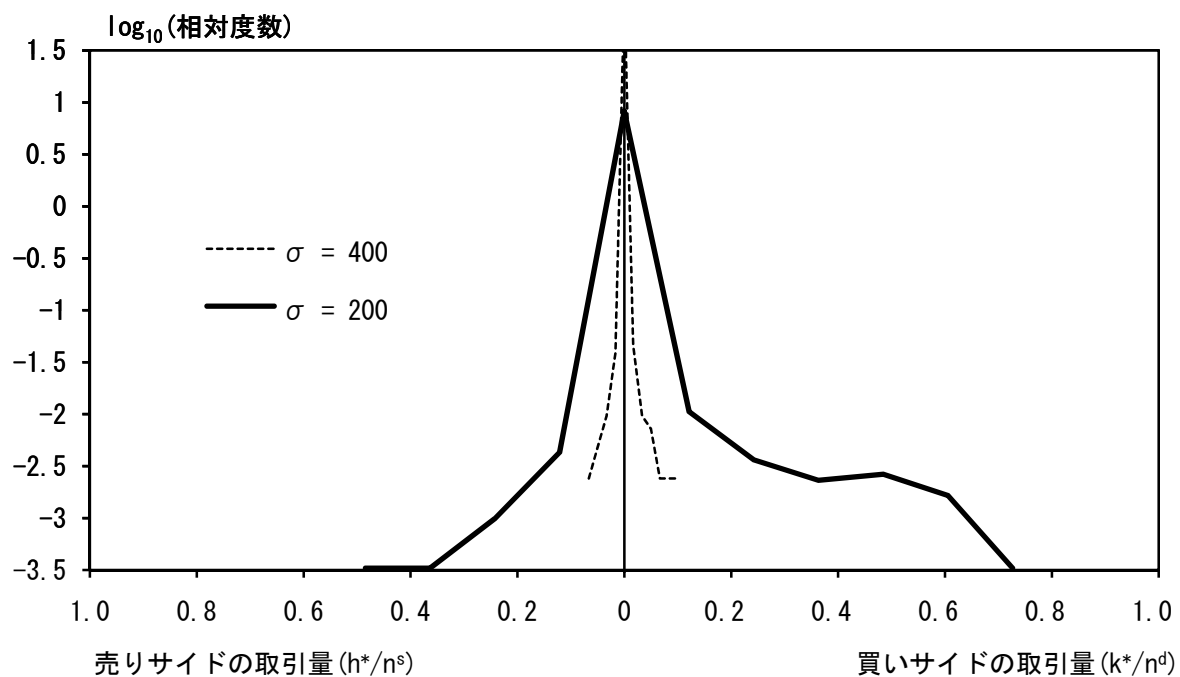
2. 私的情報を F_H から発生させ、買いサイド、売りサイドそれぞれについて、25000回ずつシミュレーションを実行。

図15. 私的情報の精度が債券市場に及ぼす影響（標準偏差）

(a) 債券価格の分布



(b) 債券取引量の分布

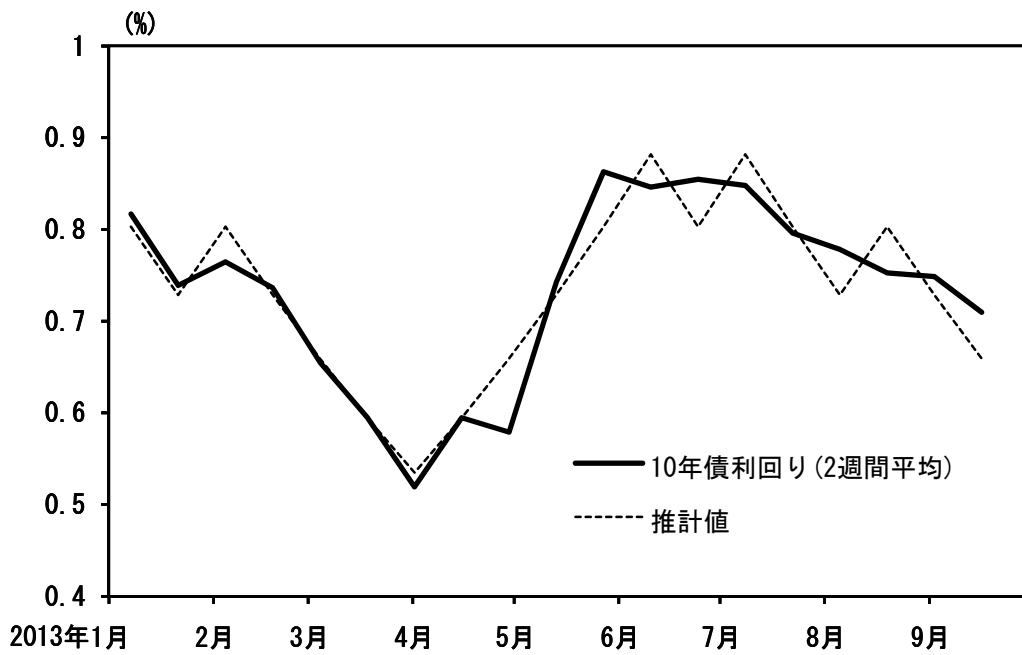


注: 1. $n^d = n^s = 10000$ 、 $\mu_H = 1$ 、 $\mu_L = -1$ 、 $\lambda = 0.8$ 、 $q = 0.8$ 、 $\theta_0 = 1$ 、 $P_H = 100$ 、 $P_L = 86$ 。

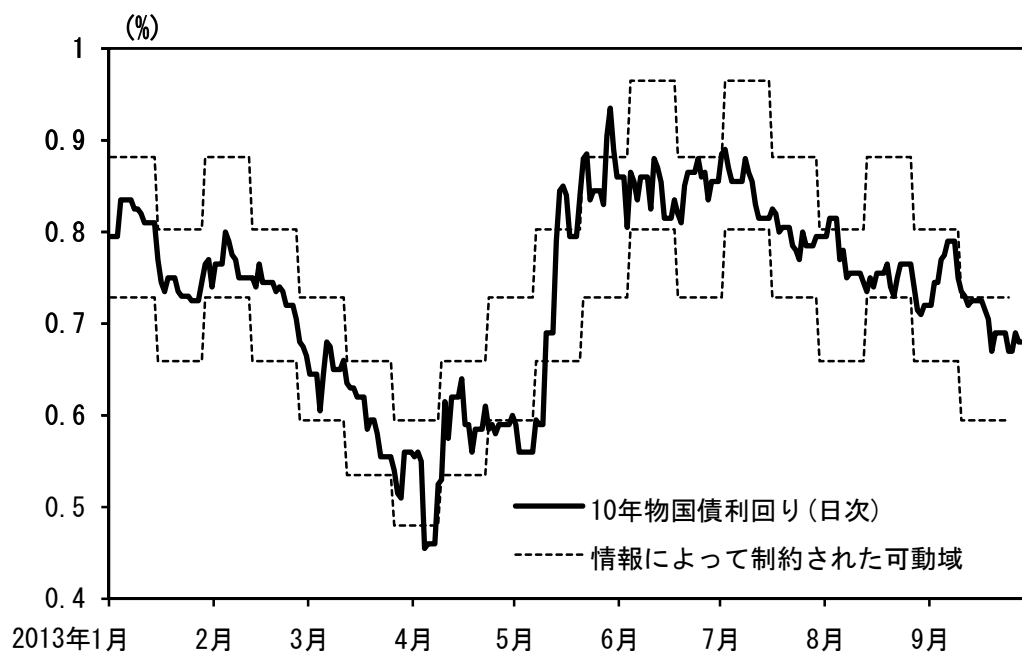
2. 私的情報を F_H から発生させ、買いサイド、売りサイドそれぞれについて、25000回ずつシミュレーションを実行。

図16. モデルの推計 (固定q)

(a) 長期金利のトレンド



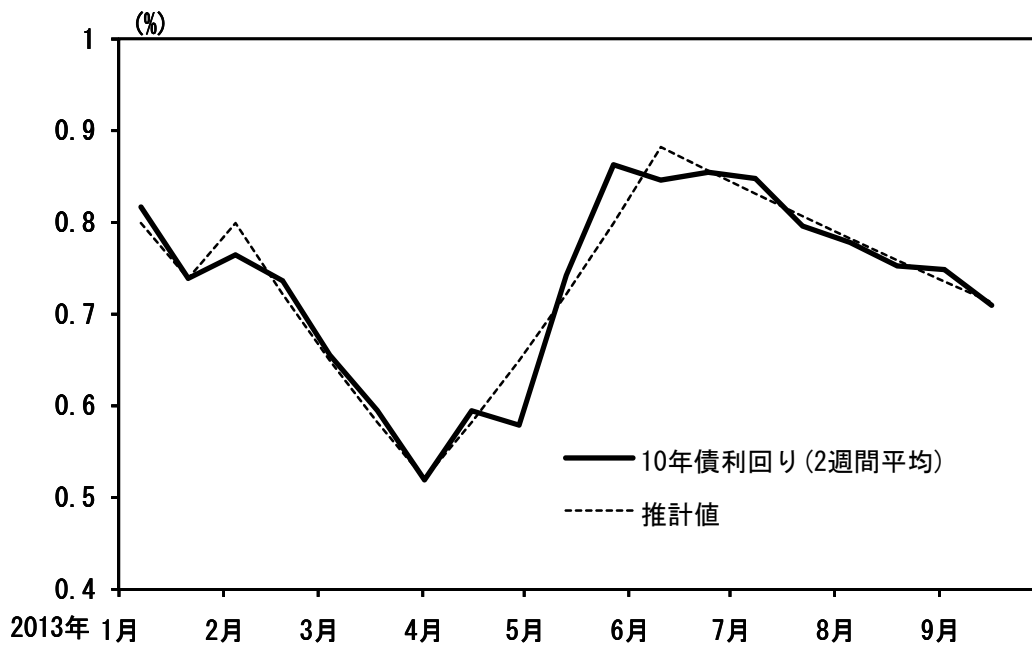
(b) 長期金利の変動



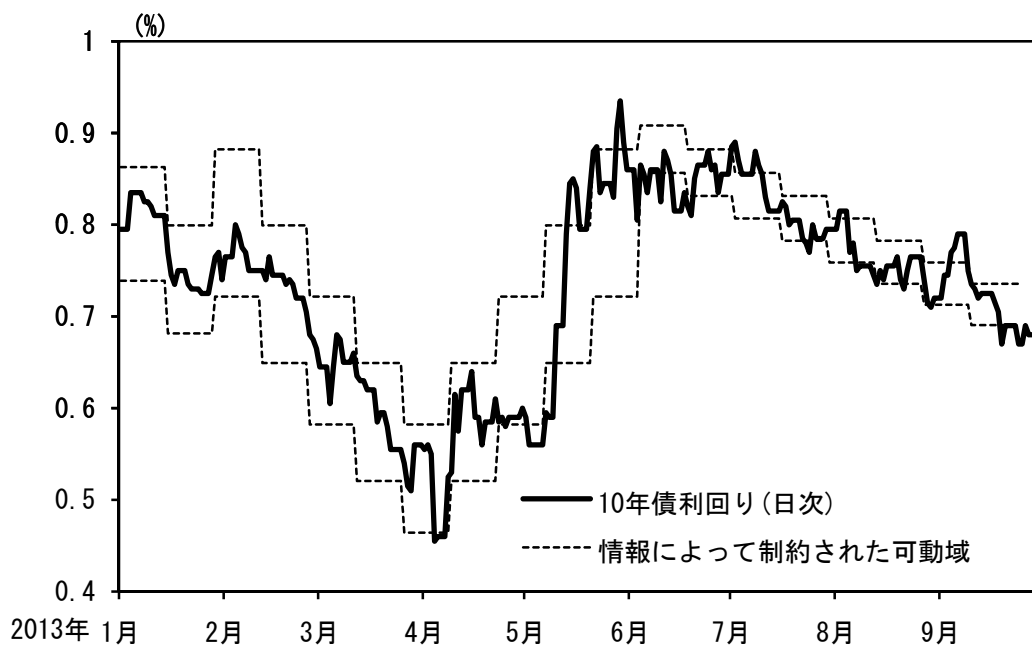
注: $P_H = 100$ 、 $P_L = 74$ として、固定 q 、 $\theta_0(0)$ 、 z を推計。

図17. モデルの推計 (可変q)

(a) 長期金利のトレンド



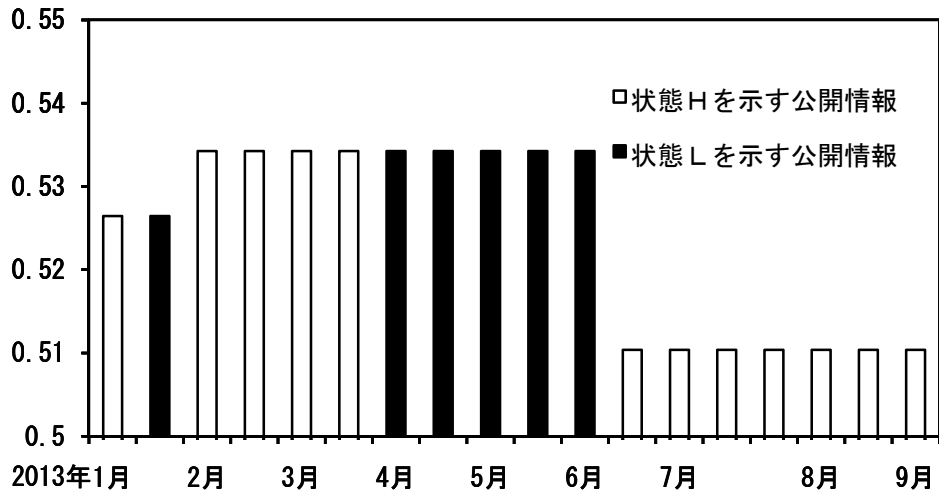
(b) 長期金利の変動



注: $P_H = 100$ 、 $P_L = 74$ として、 q およびそれが2度変化するタイミング、 $\theta_0(0)$ 、 z を推計。

図18. 可変qの推計

(a) qが2時点で可変であるケース



(b) qが常時可変であるケース

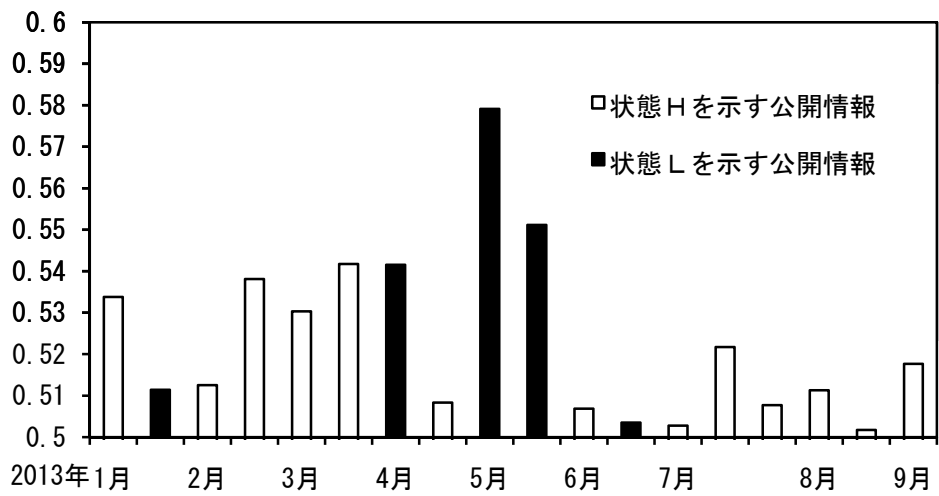
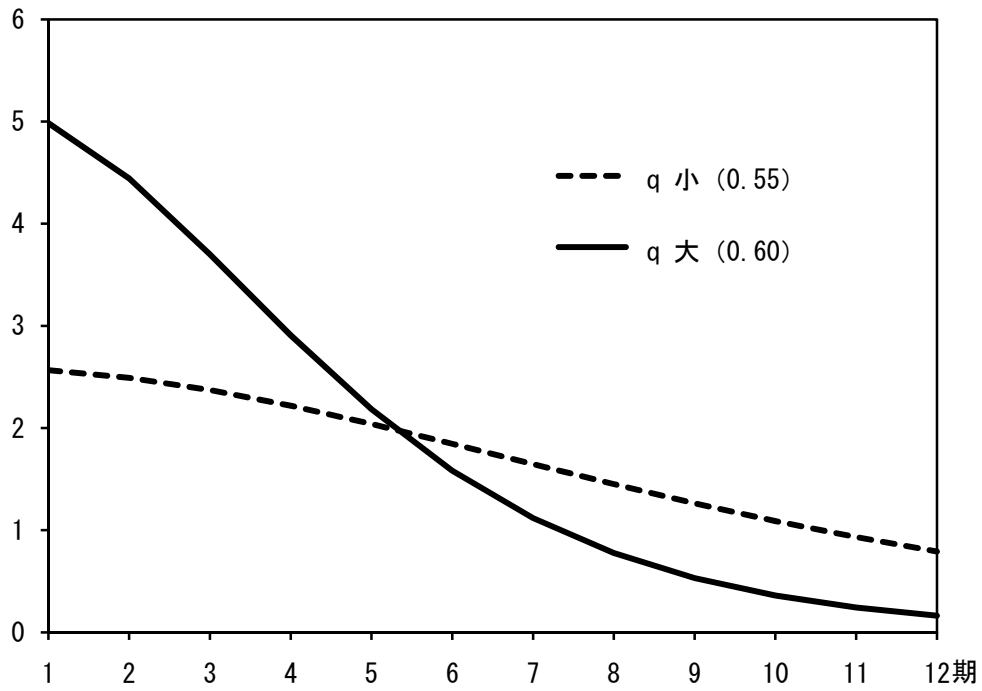


図19. 情報によって制約された可動域の幅の変化



注： $\theta_0 = 1$ からスタート。