



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

トレンドインフレ率は変化したか？－レジーム スイッチング・モデルを用いた実証分析－

開発 辻平*

souhei.kaihatsu@boj.or.jp

中島 上智**

jouchi.nakajima@boj.or.jp

No.15-J-3
2015年5月

日本銀行
〒103-8660 日本郵便（株）日本橋郵便局私書箱30号

* 企画局

** 企画局

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局 (post.prd8@boj.or.jp) までご相談下さい。転載・複製を行う場合は、出所を明記して下さい。

トレンドインフレ率は変化したか？

－ レジームスイッチング・モデルを用いた実証分析 －

開発壮平[†] 中島上智[‡]

2015年5月

【要旨】

本稿は、トレンドインフレ率とフィリップス曲線の傾きをレジームスイッチング・モデルを用いて推計する新しい手法を提案する。本稿の特徴は、トレンドインフレ率のとり得る値を1%刻みで複数設定し、トレンドインフレ率がそれぞれの値をとる確率を推計している点にある。トレンドインフレ率を離散的に捉えることは、推計結果の直感的な解釈を容易にするだけでなく、頑健な推計結果を得るうえでも有用である。実証分析の結果、日本のトレンドインフレ率は、1990年代後半以降、約15年間にわたって0%であったこと、そして物価安定の目標や量的・質的金融緩和の導入後、トレンドインフレ率が0%から明確に上昇していることが示唆された。一方、米国のデータを用いた実証分析の結果からは、米国のトレンドインフレ率が1990年代後半以降、2%で安定していることが確認された。

JEL 分類番号：C22、E31、E42、E52、E58

キーワード：トレンドインフレ率、レジームスイッチング・モデル、フィリップス曲線

本稿の作成に当たり、日本銀行のスタッフから有益なコメントを頂いた。記して感謝の意を表したい。ただし、あり得べき誤りは筆者ら個人に属する。本稿の内容と意見は筆者ら個人に属するものであり、日本銀行の公式見解を示すものではない。

[†] 日本銀行企画局 (souhei.kaihatsu@boj.or.jp)

[‡] 日本銀行企画局 (jouchi.nakajima@boj.or.jp)

1. はじめに

トレンドインフレ率は、企業や家計といった民間部門が中長期的に実現すると予想しているインフレ率の平均的な水準であり、インフレ率の変動要因に関する議論において、学術的にも政策的にも、重要な位置を占めている。トレンドインフレ率が物価安定の目標に一致しているならば、インフレ率は、民間部門の経済活動を通じて、徐々に目標水準に収束していく。一方、トレンドインフレ率が物価安定目標に一致していなければ、長期間にわたってインフレ率が目標水準から乖離した状況が継続する可能性が高まる。このため、トレンドインフレ率の物価安定目標からの乖離率は、民間部門のインフレ予想がアンカーされているか否かを判断する上で、有用な情報となる。

これまで多くの先行研究が、様々な手法を用いて、トレンドインフレ率の推計を試みてきたが、いずれもそれぞれに課題を抱えている¹。トレンドインフレ率を推計する上で最大の障害は、それが事後的にも観測できない変数であるという点にある (Nason and Smith, 2008)。したがって、観測できないトレンドインフレ率を、インフレ率の実績値など、観測可能な他のマクロ経済変数といかにして関連付けるかが、トレンドインフレ率を的確に推計するための鍵となる。

従来しばしば用いられてきたアプローチとして、ベクトル自己回帰 (VAR) モデルを用いるものがある²。VAR モデルを用いてトレンドインフレ率を推計するためには、複数のマクロ経済変数間に適切な識別制約を課す必要がある。その際、VAR の識別制約が適切でなければ、トレンドインフレ率の推計にバイアスが生じることが知られている (Nason and Smith, 2008)。また、推計に用いるデータにバイアスがある可能性についても考慮する必要がある。いくつかの先行研究 (例えば Brissimis and Magginas, 2008; Kozicki and Tinsley, 2012) では、トレンドインフレ率を推計する際に、インフレ予想のサーベイデータを直接用いているが、こうした方法は、サーベイデータに含まれている様々なバイアスが、トレンドインフレ率の推計値を歪める可能性があるという点で、本質的な問題を抱えている。

¹ トレンドインフレ率の推計については、Faust and Wright (2013)、Ascari and Sbordone (2014) が包括的なサーベイを行っている。

² 例えば、Quah and Vahey (1995)、Claus (1997)、Mertens (2011)を参照。

上記とは別に、トレンドインフレ率の推計手法として、近年主流となっているのは、Unobserved Component (UC、観測不能成分) モデルを用いるアプローチである。この手法は、Stock and Watson (2007)によって提案されたもので、Cecchetti et al. (2007)、Kiley (2008)、Clark and Doh (2011)らによって、その応用が進められている。この種のモデルでは、インフレ率の変動がトレンド成分とサイクル成分に分解され、それぞれの成分が確率的ボラティリティ (stochastic volatility) によって変動する。このため、インフレ率の様々な変動を捉えることができるという意味で、柔軟性の高い枠組みになっている。もっとも、こうした柔軟性の高さが、結果として推計結果の妥当性を損ねる可能性がある。特に、推計結果が確率的ボラティリティに関する事前分布の設定に大きく影響される点には留意する必要がある。

本稿では、レジームスイッチング・モデルを用いてトレンドインフレ率とフィリップス曲線の傾き (需給ギャップにかかる係数) を同時に推計する新しい手法を提案する。本稿の特徴は、トレンドインフレ率がとり得る値を、0%、1%、2%というように、1%刻みで離散的に設定し、トレンドインフレ率が、それぞれの値をとる確率を推計する点にある。しかも、その確率は時間の経過とともに推移すると仮定されており、その動きをリアルタイムに観察することができる³。主要中央銀行が設定している物価目標が 1%刻みの値であることや、鎌田 (2008) が報告しているように、家計のインフレ予想において整数値が多いことは、1%刻みの離散値でトレンドインフレ率を捉えるという本稿のアプローチの妥当性を示していると考えられる。また、推計上も、1%刻みの離散的なレジームを設定することによって、頑健な推計結果を得ることができるというメリットがある⁴。

筆者らの知る限り、本稿はトレンドインフレ率の変動がレジームスイッチング・モデルに従うと定式化した初めての論文である。本稿の枠組みを用いれば、

³ Galati et al. (2011)は、世界的な金融危機の後、米国のインフレ予想の物価目標に対するアンカーの程度が弱まってきている可能性を指摘している。

⁴トレンドインフレ率を推計する方法としては、レジームスイッチング・モデル以外に、可変パラメータ (time-varying parameter) モデルを用いる方法も考えられる。ただし、このモデルは、Koop et al. (2009)が議論しているように、極めて自由度の高い定式化であるがゆえに、過剰識別 (over-parameterization) の可能性を抱えているという問題がある。本稿のモデルは、予め等間隔に設定されたレジームを用いて、トレンドインフレ率の変化を捕捉することにより、過剰識別に陥りにくくしている。

例えば「現在のトレンドインフレ率が 2%である確率はどの程度か？」という問いに直接答えることができる。さらに本稿では、フィリップス曲線の傾きにもレジームスイッチング・モデルを適用している。これにより、インフレ率の変動が、トレンドインフレ率の変化に起因するのか、それともフィリップス曲線の傾きの変化に起因するのかを検証することができる⁵。

本稿の構成は以下のとおりである。2 節では、レジームスイッチング・モデルを用いたトレンドインフレ率のモデルについて解説する。3 節では、マルコフ連鎖モンテカルロ (Markov chain Monte Carlo, MCMC) 法を用いたモデルの推計方法について説明する。この節は専門的な内容を多く含むため、実証結果にのみ興味のある読者は読み飛ばして、4 節に進みたい。4 節では、日本と米国のデータを用いた実証結果を報告する。5 節は結びである。

2. 推計モデル

2.1 フィリップス曲線

本稿で用いるのは、以下のハイブリッド型フィリップス曲線である。このモデルは、今期のインフレ率が、過去のインフレ率と将来のインフレ予想を表すトレンドインフレ率の両方に依存している、という意味で「ハイブリッド型」と呼ばれている。

$$\pi_t = \sum_{i=1}^k \alpha_i \pi_{t-i} + (1 - \sum_{i=1}^k \alpha_i) \mu_t + \beta_t x_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2), \quad t = 1, \dots, n \quad (1)$$

ここで、 π_t はインフレ率、 μ_t はトレンドインフレ率、 x_t は需給ギャップ、 β_t はフィリップス曲線の傾き、 ε_t は誤差項である。インフレ率のラグ項の係数 $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_k)$ は、条件 $|\sum_{i=1}^k \alpha_i| \leq 1$ を満たすと仮定する。

(1)式におけるトレンドインフレ率の性質を理解するために、(1)式の $\beta_t x_t$ がゼロとなるような定常状態を考えよう。このとき、インフレ率のラグ項 π_{t-i} とトレンドインフレ率 μ_t の係数の和が 1 になるという制約により、 $\lim_{\tau \rightarrow \infty} E_t \pi_{t+\tau} = \mu_t$ とい

⁵ フィリップス曲線の傾きがフラット化することを分析している先行研究として、例えば、De Veirman (2009)を参照。

う式が導出できる⁶。この式は、インフレ率の条件付期待値が、時間の経過と共にトレンドインフレ率に収束することを意味している。言い換えると、(1)式のトレンドインフレ率は、インフレ率が長期的に到達する水準に関する予想を表していると解釈することができる。

2.2 レジームスイッチング・モデル

トレンドインフレ率とフィリップス曲線の傾きが時間を通じて変化するモデルとしては、可変パラメータ・モデルとレジームスイッチング・モデルの2つが考えられる。マクロ経済分析の分野では、可変パラメータ・モデルが主流となっている。しかし、Koop et al. (2009)が指摘しているように、可変パラメータ・モデルでは、パラメータの変化する度合いが高く推計される結果、いわゆる過剰識別 (over-parameterization) に陥る可能性が否定できない。この問題を回避するために、Koop et al. (2009)は、パラメータには可変である時期と不変である時期があると仮定することを提案している。本稿では、トレンドインフレ率やフィリップス曲線の傾きが、可変パラメータ・モデルではなく、レジームスイッチング・モデルに従うと仮定しているが、トレンドインフレ率やフィリップス曲線の傾きは、まれにしか変化しないと考えることによって、過剰識別に陥りにくくしている。

レジームスイッチング・モデルでは、それを仮定した変数が時間の経過とともに、離散的な値の間を推移 (スイッチ) していく。本稿のモデルでは、トレンドインフレ率が、各時点で、0%、1%、2%といった具合に、1%刻みの離散的な値をとるものと仮定する。歴史的にも、物価安定に関するインフレ率の目標水準は1%刻みの値で設定されることが多いようである。現在も、物価安定の目標を掲げる国の多くは2%という整数値を目標としている。日本銀行は2001年に量的緩和政策を導入する際、新しい金融市場調節方式をインフレ率が安定的に0%以上となるまで、継続するとした。また、2012年にはインフレ率1%を「中長期的な物価安定の目途」、2013年にはインフレ率2%を「物価安定の目標」とした。また、鎌田 (2008) は、家計のインフレ予想について、日本銀行の『生活意識に関するアンケート調査』を用いて分析しており、インフレ予想の回答は、整数であるこ

⁶ ここで、 $\mu_t = E_t \mu_{t+1}$ という関係を用いた。これは、現時点のトレンドインフレ率が、将来のトレンドインフレ率の最適予測になっていることを意味しており、2.2節でこの関係が成り立つようにトレンドインフレ率を定式化する。

とが非常に多いことを報告している。この事実は、家計がインフレ予想を整数で考える傾向にあることを示唆している。こうした点を踏まえると、本稿のモデルでトレンドインフレ率を 1%刻みのレジームとしてモデル化することは、自然な設定であると考えられる。

以下では、具体的なレジームスイッチング・モデルの定式化について解説する。トレンドインフレ率 μ_t は、各時点で離散的な値 $\{\tilde{\mu}_1, \dots, \tilde{\mu}_L\}$ のうち 1 つを、フィリップス曲線の傾き β_t は、離散的な値 $\{\tilde{\beta}_1, \dots, \tilde{\beta}_M\}$ のうち 1 つをとると仮定する。これらレジームの値は等間隔に設定する。マクロ経済分析で用いられるレジームスイッチング・モデルでは、レジームの値は未知であり、推計すべき対象として取り扱われることが多いが、本稿では、レジームの値が予め設定されていると仮定する⁷。

レジーム間の推移は、1 次のマルコフ過程に従うと仮定する⁸。さらに、推移する位置が現在の位置から離れているほど、推移する確率が小さくなるを考える。 p_μ と p_β をそれぞれトレンドインフレ率とフィリップス曲線の傾きが現在のレジームにとどまる（スイッチしない）確率と定義する。すなわち、

$$p_\mu \equiv \Pr[\mu_t = \tilde{\mu}_i \mid \mu_{t-1} = \tilde{\mu}_i], \quad \text{for all } i \in \{1, \dots, L\}$$

$$p_\beta \equiv \Pr[\beta_t = \tilde{\beta}_i \mid \beta_{t-1} = \tilde{\beta}_i], \quad \text{for all } i \in \{1, \dots, M\}$$

とする。また、他のレジームにスイッチする確率を次のように仮定する⁹。

$$\Pr[\mu_t = \tilde{\mu}_i \mid \mu_{t-1} = \tilde{\mu}_j] = 2^{-|i-j|} q_{\mu,j}, \quad \text{for } i, j \in \{1, \dots, L; i \neq j\}$$

$$\Pr[\beta_t = \tilde{\beta}_i \mid \beta_{t-1} = \tilde{\beta}_j] = 2^{-|i-j|} q_{\beta,j}, \quad \text{for } i, j \in \{1, \dots, M; i \neq j\}$$

ただし、 $q_{\mu,j}$ と $q_{\beta,j}$ は、それぞれ、全ての j について $\sum_{i=1}^L \Pr[\mu_t = \tilde{\mu}_i \mid \mu_{t-1} = \tilde{\mu}_j] = 1$ 、 $\sum_{i=1}^M \Pr[\beta_t = \tilde{\beta}_i \mid \beta_{t-1} = \tilde{\beta}_j] = 1$ を満たす、 p_μ および p_β の関数である。なお、トレンドインフレ率とフィリップス曲線の傾きは、それぞれ独立に推移すると仮定し

⁷ 例えば、Kim and Nelson (1999)、Kim et al. (2014)を参照。

⁸ すなわち、トレンドインフレ率が今期の位置にいる確率は前期の位置のみに応じて決まる。

⁹ 対称な推移確率を仮定しているため、レジームの範囲を十分に広く取ることにより、注 6 で述べた $\mu_t = E_t \mu_{t+1}$ が成り立つ。

ていることに注意されたい。推計では、 p_μ と p_β のほか、モデルのパラメータおよび μ_t や β_t 等の潜在変数を同時推計する。

2.3 可変分散

モデルをできるだけ簡潔にするため、(1)式で表されるフィリップス曲線は、インフレ率とトレンドインフレ率、そして需給ギャップのみで定式化されている。このため、インフレ率に影響を与えるその他の要因、例えば為替レートやコモディティ価格などの影響は、全て誤差項で捉えることになる。本稿では、誤差項の分散が時間の経過と共に変化するものと仮定する。誤差項の可変分散の仮定は、最近のマクロ時系列分析で標準的な考え方になってきており、Cogley and Sargent (2005)やPrimiceri (2005)等、多くの文献で採用されている¹⁰。

具体的には、誤差項の分散に対数をとったものを $h_t \equiv \log \sigma_t^2$ と定義し、先行研究と同様に、次式のランダム・ウォーク過程に従うと仮定する。

$$h_{t+1} = h_t + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, v^2)$$

これは、確率的ボラティリティ (stochastic volatility) と呼ばれる可変分散の定式化であり、ファイナンスやマクロ計量経済の分野でしばしば使われている¹¹。

3. 推計方法

3.1 ベイズ推計法

本稿では、ベイズ推計法の枠組みにおけるマルコフ連鎖モンテカルロ (Markov chain Monte Carlo, MCMC) 法を用いて、モデルの推計を行う。本稿で取り扱うレジームスイッチング・モデルは、潜在変数の個数が多く、モデルの尤度を簡単に求めることができない。与えられたパラメータに対して、シミュレーションとフィルタリング手法を用いて尤度を近似的に計算することは可能であるが、計算負荷が高く、最尤法による推計は困難である。本稿で用いる MCMC 法は、こうした場合にも適用できる強力なツールである。以下、本節では、推計方法のアウ

¹⁰ もっとも、コモディティ価格の変動が国内物価に与える影響度の変化など、誤差項では捉えきれない要因がある可能性には留意する必要がある。

¹¹ 例えば、Shephard (2005)やCogley and Sargent (2005)を参照。

トラインのみを説明する。詳細に関心のある読者は、補論を参照されたい。また、本節は専門的な内容を多く含むため、実証結果にのみ関心のある読者は、本節を読み飛ばして、4節に進めたい。

MCMC法では、モデルのパラメータに事前分布を設定し、同時事後分布からのサンプリングを行う。以下のように、標準的な方法を用いてパラメータや潜在変数のサンプリングを行う。すなわち、トレンドインフレ率やフィリップス曲線の傾きは、Carter and Kohn (1994)やChib (1996)によって提案されたレジームスイッチング・モデルのマルチムーブ・サンプラーによってサンプリングする。また、確率的ボラティリティは、Shephard and Pitt (1997)およびWatanabe and Omori (2004)によって考案されたマルチムーブ・サンプラーを用いてサンプリングする。その他のモデルのパラメータについては、共役事前分布を設定することにより、条件付事後分布からのサンプリングを容易に行うことができる。

3.2 実証分析における推計の詳細

ここでは、次節において日本と米国の実証分析を行うにあたって必要となる各種の設定について説明しておく。トレンドインフレ率のレジームについて、日本は $(-2, -1, 0, 1, 2, 3)$ 、米国は $(0, 1, 2, 3, 4, 5)$ と設定した(単位は%)。このレジームの範囲は、インフレ率の実績値が、推計期間において実際に推移した範囲を全てカバーするように設定した。フィリップス曲線の傾きのレジームについては、回帰式をローリング推計した結果から、日本は $(0.00, 0.05, \dots, 0.30)$ 、米国は $(0.00, 0.02, \dots, 0.12)$ と設定した¹²。

モデルのラグ次数 k は、ベイズ情報量規準(BIC)によって決定する。その結果、日本は8四半期、米国は4四半期となった。パラメータの事前分布は以下のとおりである。 α は、 $\alpha \sim TN_{\Omega}(0_{k \times 1}, I_{k \times k})$ とした。ただし、 TN_{Ω} は切断多変量正規分布であり、条件 $\Omega \equiv \{\alpha \mid |\sum_{i=1}^k \alpha_i| \leq 1\}$ を満たす範囲でのみ正の密度をもつ。 v は、 $v^2 \sim IG(5, 0.2)$ であり、 IG は逆ガンマ分布を表す。また、 $p_{\mu} \sim B(990, 10)$ 、 $p_{\beta} \sim B(990, 10)$ であり、 B はベータ分布を表す。これらの遷移確率の事前分布は、

¹² 具体的には、(1)式のトレンドインフレ率、フィリップス曲線の傾き、可変分散を通期一定とした回帰式を推計した。

通常のレジームスイッチング・モデルで用いられるものと同様、同じレジームにとどまる確率が高くなるように設定されている。稼働検査期間 (burn-in period) として最初の 1,000 個を捨てた後、10,000 個のサンプルを発生させる¹³。

次節の分析では、潜在変数の推計値を 2 種類の方法で報告する。1 つは、通常用いられる「平滑化された (smoothed) 事後推計値」である。もう 1 つは、「フィルターされた (filtered) 事後推計値」である。平滑化されたレジーム確率 $p^s(\mu_t = \tilde{\mu}_i) \equiv \Pr[\mu_t = \tilde{\mu}_i | y]$ は、全推計期間における情報 $y \equiv (\pi_1, \dots, \pi_n)$ を用いて算出された、時点 t での確率である。この確率は、時点 t より先の情報も影響するため、変化を先取りしやすく、リアルタイムの推計値と大きく乖離することがある。そこで、各時点 t までの情報から算出される推計値として、フィルターされたレジームの事後確率を考える。すなわち、 $q(\mu_t = \tilde{\mu}_i | \theta, \beta, h) \equiv \Pr[\mu_t = \tilde{\mu}_i | \pi_1, \dots, \pi_t, \theta, \beta, h]$ と定義し、フィルターされた事後確率を

$$p^f(\mu_t = \tilde{\mu}_i) \equiv \int q(\mu_t = \tilde{\mu}_i | \theta, \beta, h) p(\theta, \beta, h | y) d\theta d\beta dh$$

とする。ただし、 $\theta = \{\alpha, p_\mu, p_\beta, v\}$ 、 $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ 、 $h = (h_1, \dots, h_n)$ である。以下、「平滑化されたトレンドインフレ率の加重平均値」を $\sum_{i=1}^L \tilde{\mu}_i p^s(\mu_t = \tilde{\mu}_i)$ と定義して報告する。すなわち、各レジームの値に平滑化されたレジーム確率を掛け合わせた加重平均値である。同様に、「フィルターされた加重平均値」は、フィルターされたレジーム確率 $p^f(\mu_t = \tilde{\mu}_i)$ を用いて算出される。

4. 日本と米国のデータを用いた実証分析

4.1 データ

ここでは、本稿のモデルを日本と米国のインフレ率データに適用し、実証分析を行う。推計には、四半期データを用い、日本は 1981/Q1 から 2014/Q4 まで、米国は 1983/Q1 から 2014/Q4 までを推計期間とする。日本の分析には、インフレ率として CPI (総合除く生鮮食品、消費税率引き上げの影響を除く)、需給ギャップ

¹³ MCMC 法によって得られたサンプルの標本自己相関関数は、いずれのパラメータについても十分に減衰しており、標本経路も安定している。Chib (2001) の方法によって算出された MCMC 法の非効率性因子 (inefficiency factor) は、いずれのパラメータについても 30 以下であり、レジームの値が未知のモデルに比して非常に小さい。このことから、本稿のモデルに用いた MCMC 法は、効率的な推計方法であることがわかる。

として日本銀行調査統計局の試算値を用いた。米国の分析には、インフレ率としてCPI(総合除く食料およびエネルギー)、需給ギャップとして「失業率ギャップ」を用いた。この失業率ギャップは、失業率(季節調整済み、16歳以上の市民)からそのサンプル期間平均を引いた系列である¹⁴。図1は、これらデータの時系列プロットである。失業率ギャップは需給ギャップと推計結果の符号の解釈を合わせるために、符号を反転させている。推計では、2四半期ラグの需給ギャップと失業率ギャップを用いた。

4.2 日本のトレンドインフレ率の推計結果

図2は、トレンドインフレ率のレジーム確率を、リアルタイムの確率評価である「フィルターされた確率」と全推計期間の情報を織り込んだ「平滑化された確率」で示したものである。フィルターされた確率をみると、1990年代後半に、トレンドインフレ率が1%から0%にスイッチしたことがわかる。その後、2012年末まで、トレンドインフレ率が0%である確率が最も高い状態が続いた。この間、実際のインフレ率が数年間にわたってゼロを下回る時期もあったが、トレンドインフレ率は0%にとどまっており、-1%の確率が大きく上昇することはなかった。一方、平滑化された確率は、レジームが入れ替わる局面において、変化を先取りしやすい傾向があり、フィルターされた確率の場合よりもなだらかな動きになっていることが確認できる。

図3は、トレンドインフレ率およびフィリップス曲線の傾きの推計値(レジーム確率による加重平均値)を、フィルターされた系列と平滑化された系列に分けて示したものである。平滑化されたフィリップス曲線の傾きの推計値をみると、1980年代から1990年代中盤にかけて緩やかに低下しており、フィリップス曲線のフラット化が進行していたことがわかる。こうした動きは、De Veirman (2009)等の先行研究と整合的である。フィリップス曲線の傾きは1990年代後半以降、推計期間の終わりまでほとんど変化しておらず、この時期については、傾きの変化

¹⁴ 米国については、CBO (Congressional Budget Office) が推計している需給ギャップを用いる方法もある。ただし、Weidner and Williams (2009, 2015)が指摘しているとおり、世界的な金融危機後、CBOの需給ギャップは過小推計されている可能性があり、本稿では、失業率ギャップを用いることとした。

はインフレ率の変動に影響を与えていなかった可能性が示唆される¹⁵。図 4 は、可変分散の推計値を示しており、2000 年代前半は低水準であった一方、2007 年から 2010 年にかけて大きく上昇していることがわかる。これは、世界的なコモディティ価格の高騰と金融危機の影響を反映したものと考えられる。

図 5 は、こうしたフィリップス曲線の各構成要素がインフレ率に与える影響を要因分解したものである。これによると、日本のインフレ率の変動要因として需給ギャップの影響が大きいことが確認できる。実際のインフレ率がマイナスであった期間、例えば 1990 年代後半から 2000 年代前半について、その要因を確認すると、主として需給ギャップのマイナス幅拡大が背景となっていることがわかる。一方、1990 年代後半から 2012 年にかけて、トレンドインフレ率要因はインフレ率にほとんど影響を与えていないことが確認できる。これは、この期間のトレンドインフレ率が 0%であったことを反映している。

図 6 は、トレンドインフレ率のフィルターされたレジーム確率を特定の時点で分布として描いたものである。図 6(1)と(2)を比べると、トレンドインフレ率の最頻値が 1%から 0%に変化していることがわかる。図 6(2)–(4)は、トレンドインフレ率が 0%であった時期に対応しており、分布の裾に多少の変動がみられるが、基本的には分布が 0%近傍に収斂していることが確認できる。

次に、2013 年以降の変化に、注目してみよう。図 2 のトレンドインフレ率のレジーム確率をみると、2013 年以降 1%の確率が高まっているほか、2%の確率も急速に上昇していることがわかる。この間、トレンドインフレ率が 0%である確率は大幅に低下しており、その結果として、2014 年末の時点ではトレンドインフレ率が 1%である可能性が最も高くなっている。この変化は、図 6(5)と(6)の違いからも確認できる。また、既に述べたとおり、この時期にフィリップス曲線の傾きは変化していない(図 3)。その上で、図 5 の要因分解をみると、2013 年以降のインフレ率の上昇基調は、トレンドインフレ率の上昇と需給ギャップのマイナス幅縮小によって形成されていることがわかる。

¹⁵ パラメータの推計結果(表 1)を確認すると、フィリップス曲線の傾きのレジーム不変確率(p_{β})は、トレンドインフレ率の不変確率(p_{μ})に比べて高くなっており、フィリップス曲線の傾きの方が変化しにくいという特徴がみとれる。これは図 3 において、フィリップス曲線の傾きの推移の方がトレンドインフレ率に比べて安定的であることから推察できる。

以上の推計結果をまとめると、1990年代後半から約15年間、トレンドインフレ率は0%であった可能性が高く、その後、2013年にトレンドインフレ率が0%から明確に上昇したことが示唆される。この急激な変化の原因として、2013年1月に導入された物価安定の目標や同年4月に導入された量的・質的金融緩和が、人々の中長期的なインフレ予想に影響を与えている可能性が考えられる。

4.3 米国のトレンドインフレ率の推計結果

米国のインフレ率は、「大いなる安定 (Great Moderation)」を享受した1980年代から2000年代の間に、その水準を少しずつ切り下げてきた。その後、変動を伴いつつも、概ね2%を中心に推移している。図7は、推計されたトレンドインフレ率のレジーム確率であり、1980年代の5%から1990年代後半の2%まで、トレンドインフレ率が段階的に低下してきたことを示している。驚くべきことに、1990年代後半から推計期間の終わりに至るまで、トレンドインフレ率が2%である確率が極めて高い状態が持続している。リアルタイムの確率評価である「フィルターされた確率」でみると、トレンドインフレ率が2%である確率が2005年頃に若干低下し、1%である確率が上昇していることがわかる。これはITバブル後のデイスインフレーションの影響を反映したものであると考えられる。この時期に連邦準備制度理事会 (FRB) は金融緩和を続けることを決定し、結果として実績のインフレ率が1%にまで低下することはなかった。このことが、トレンドインフレ率が2%から1%に低下することを防いだ可能性がある。

図8および9は、フィリップス曲線の各構成要素の推計値であり、レジーム確率によって加重平均されたトレンドインフレ率が1980年代から緩やかに低下していることがわかる。また、日本と同様にフィリップス曲線がフラット化してきている可能性を指摘できるほか、1990年代から2000年代前半は、誤差項のボラティリティが他の時期より低水準だったことが確認できる。図10は実績インフレ率の要因分解を示しており、インフレ率がトレンドインフレ率の影響を大きく受けていることがわかる。2000年代以降はトレンドインフレ率の寄与が安定的に約2%となっており、米国のインフレ率がこの水準にアンカーされているという議論と整合的である。興味深いのは、2012年にFRBが物価目標を導入する前においても、トレンドインフレ率が安定的に2%で推移していたことである。

4.4 推計の頑健性

ここでは、本稿のモデルの特徴であるレジームを等間隔に設定するという方法について、異なる間隔を設定して日本のデータに適用し、推計結果の頑健性を確認する。具体的には、トレンドインフレ率のレジームを1%、0.5%、0.25%刻みに変更する。また、フィリップス曲線の傾きのレジームの間隔を0.5または0.25に変更する（図11の右下の表を参照）。ベースラインは4.2節で報告した推計の設定である¹⁶。

図11は、5つのケースについて、トレンドインフレ率のフィルターされた推計値を示している。いずれのケースの平均値もベースラインとほとんど差がみられない。ただ、仔細にみれば、トレンドインフレ率のレジームが0.5%刻みや0.25%刻みになると、1990年代後半の平均値がやや高く推計される傾向がある。この時期は、ベースライン設定でトレンドインフレ率が1%から0%に低下する時期である。レジームの刻みが細かくなると、1%と0%の間の値をとることができるため、レジームの変化が緩やかになり、ベースラインとの違いが生じた可能性がある。また、標準偏差のバンドをみると、1990年代初頭はレジームの刻みが1%より細かいと、小さくなる傾向がある。一方、フィリップス曲線の傾きのレジーム間隔の違いはトレンドインフレ率の推計にほとんど影響を与えない。2000年代以降の推計値をみると、いずれのケースにおいても、ベースラインとほぼ同じ推計値が得られていることから、本稿のモデルはレジームの設定の違いについて頑健な枠組みであると評価できる。

図12は、5つのケースについてトレンドインフレ率の分布を示したものである。レジームの間隔が細くなるほど、分布が滑らかになっていき、ある1つの連続的な分布に近づいているようにみえる。分布の大まかな形状はいずれのケースも同じような姿である。図には2012/Q4と2014/Q4の分布が描かれており、この間、日本銀行による物価安定の目標や量的・質的金融緩和の導入を経て、トレンドインフレ率の分布が変化したことは、頑健な結果であることがわかる。この中で最

¹⁶ なお、トレンドインフレ率のレジームの範囲については、ベースラインと同様に、-3%から2%まで、フィリップス曲線の傾きについては、0から0.3までとする。これよりも範囲を広げたレジームについても推計を行ったが、端の方のレジーム確率が多少変化するのみであった。

もレジーム間隔が細かいケース 2 や 5 からは、2014/Q4 の時点でトレンドインフレ率がマイナスまたはゼロとなる確率は、相当小さいことが推察される。

5. おわりに

本稿では、レジームスイッチング・モデルを用いて、フィリップス曲線におけるトレンドインフレ率と傾きの時間的変化を推計する新しい手法を提案した。トレンドインフレ率のレジームを 1%刻みで離散的に設定している点が本稿の特徴であり、直感的に解釈しやすく、かつ、頑健な推計結果を得ることができる。

実証分析の結果、日本のトレンドインフレ率については、1990 年代後半から約 15 年にわたって 0%が続いていたこと、また、2013 年の物価安定の目標や量的・質的金融緩和の導入後、トレンドインフレ率が明確に上昇していることが示唆された。また、米国のトレンドインフレ率は 1990 年代後半以降、安定的に 2%を維持していることが判明した。これは先行研究における、米国のインフレ率が 2%にアンカーされているという議論と整合的である。

本稿で提示した分析の枠組みはシンプルであり、様々なモデルに拡張することができる。例えば、Kiley (2008)や Garnier et al. (2013)はいくつかのインフレ率の系列に共通するトレンドインフレ率の抽出を試みており、本稿のモデルもこうした多変量のインフレ率のモデルに拡張可能である。こうした分析は興味深いモデルの拡張として今後の課題としたい。

補論. 推計方法の詳細

当補論では、本稿のモデルを MCMC 法によって推計する方法を解説する。まず、 $y = (\pi_1, \dots, \pi_n)$ 、 $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ 、 $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ 、 $h = (h_1, \dots, h_n)$ と定義する。モデルのパラメータ $\theta \equiv \{\alpha, p_\mu, p_\beta, v\}$ に対して事前分布を設定し、同時事後分布 $p(\theta, \mu, \beta, h | y)$ からのサンプリングを次のステップに従って行う。

1. $\mu | \alpha, p_\mu, \beta, h, y$ からサンプリングする。
2. $\beta | \alpha, p_\beta, \mu, h, y$ からサンプリングする。
3. $h | \alpha, \mu, \beta, y$ からサンプリングする。
4. $\alpha | \mu, \beta, h, y$ からサンプリングする。
5. $p_\mu | \mu$ からサンプリングする。
6. $p_\beta | \beta$ からサンプリングする。
7. $v | h$ からサンプリングする。

以下、各サンプリングの詳細を説明する。

(ステップ 1、2) レジームスイッチングの潜在変数のサンプリング

ステップ 1 において、 (μ_1, \dots, μ_n) の同時条件付事後分布からのサンプリングを行うために、通常のレジームスイッチング・モデルに使われている、Carter and Kohn (1994)や Chib (1996)のマルチムーブ・サンプラーを用いる。 $s_t \in \{1, \dots, L\}$ を、 t 時点のトレンドインフレ率がどのレジームにいるかを表す潜在変数とする。すなわち、 $\mu_t = \bar{\mu}_i$ のとき、 $s_t = i$ である。また、 $\vartheta = (\alpha, p_\mu, \beta, h)$ 、 $Y_t = \{\pi_\ell\}_{\ell=1}^t$ と定義する。サンプリングではまず、2つのステップを $t = 1, \dots, n$ の順に繰り返し行う。

$$\text{予測: } p(s_t | Y_{t-1}, \vartheta) = \sum_{i=1}^L p(s_t | s_{t-1} = i, \vartheta) p(s_{t-1} = i | Y_{t-1}, \vartheta)$$

$$\text{フィルター: } p(s_t | Y_t, \vartheta) \propto p(s_t | Y_{t-1}, \vartheta) f(\pi_t | s_t, \vartheta)$$

ただし、

$$f(\pi_t | s_t, \vartheta) \propto \exp \left\{ -\frac{(\pi_t - \alpha \pi_{t-1:t-k} - \bar{\alpha} \mu_{s_t} - \beta_t x_t)^2}{2\sigma_t^2} \right\}$$

および、 $\pi_{t-1:t-k} = (\pi_{t-1}, \dots, \pi_{t-k})'$ 、 $\bar{\alpha} = 1 - \sum_{i=1}^k \alpha_i$ である。次に、 s_n を $p(s_n | Y_n, \vartheta)$ か

らサンプリングし、 $t = n - 1, \dots, 1$ の順に s_t を確率 $p(s_t | Y_t, \vartheta) \times p(s_{t+1} | s_t, \vartheta)$ に従ってサンプリングする。ステップ 2 の β についても、同様の方法を用いてサンプリングすることができる。

(ステップ 3) 確率的ボラティリティのサンプリング

次式の確率的ボラティリティ・モデルを考える。

$$y_t^* = \exp(h_t/2)e_t$$

$$h_t = h_{t-1} + \eta_t$$

$$\begin{pmatrix} e_t \\ \eta_t \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & v^2 \end{pmatrix}\right)$$

ただし、 $y_t^* = \pi_t - \alpha\pi_{t-1:t-k} - \bar{\alpha}\mu_t - \beta_t x_t$ 、である。Shephard and Pitt (1997)および Watanabe and Omori (2004)の確率的ボラティリティ・モデルのマルチムーブ・サンプラーを使って、サンプリングを行う。そのアルゴリズムは、Nakajima (2011)の Appendix A.2 に詳しくまとめられているので、参照されたい。

(ステップ 4-7) その他のパラメータのサンプリング

ステップ 4 において、 α の事前分布を $TN_{\Omega}(\alpha_0, \Sigma_0)$ とおく。ただし、 TN_{Ω} は切断多変量正規分布であり、 $\Omega \equiv \{\alpha \mid |\sum_{i=1}^k \alpha_i| \leq 1\}$ の範囲でのみ正の密度をもつ。この分布は、共役事前分布になっており、条件付事後分布は、 $\alpha \mid \mu, \beta, h, y \sim TN_{\Omega}(\hat{\alpha}, \hat{\Sigma})$ となる。ここでの変数は、 $\hat{\Sigma} = (\Sigma_0^{-1} + W'W)^{-1}$ 、 $\hat{\alpha} = \hat{\Sigma}(\Sigma_0^{-1}\alpha_0 + W'u)$ 、

$$W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

および、 $w_t = [(\pi_{t-1} - \mu_t)/\sigma_t, \dots, (\pi_{t-k} - \mu_t)/\sigma_t]$ 、 $u_t = (\pi_t - \mu_t - \beta_t x_t)/\sigma_t$ である。

ステップ 5 において、 p_{μ} の事前分布を $p_{\mu} \sim B(a_0, b_0)$ とおく。ただし、 B はベータ分布を表す。 $\hat{a} = a_0 + n_c$ 、 $\hat{b} = b_0 + (n - n_c - 1)$ とおく。ここで、 n_c は $\{\mu_{t+1} = \mu_t, 1 < t < n - 1\}$ を満たす t の個数である。すると、条件付事後分布は $p_{\mu} \mid \mu \sim B(\hat{a}, \hat{b})$ となり、サンプリングすることができる。ステップ 6 の p_{β} についても、同様の条件付事後分布を導くことができる。

ステップ7において、 v の事前分布を、 $v^2 \sim IG(n_0/2, S_0/2)$ とおく。ただし、 IG は逆ガンマ分布を表す。これは共役事前分布になっており、 $\hat{n} = n_0 + n - 1$ 、 $\hat{S} = S_0 + \sum_{t=1}^{n-1} (h_{t+1} - h_t)^2$ と定義すると、条件付事後分布は $v^2 | h \sim IG(\hat{n}/2, \hat{S}/2)$ となり、サンプリングすることができる。

参考文献

- 鎌田 康一郎 (2008)、「家計の物価見通しの下方硬直性：『生活意識に関するアンケート調査』を用いた分析」、日本銀行ワーキングペーパーシリーズ、No.08-J-8
- Ascari, G. and A. M. Sbordone (2014), "The macroeconomics of trend inflation," *Journal of Economic Literature*, 52, pp.679–739.
- Brissimis, S. N. and N. S. Magginas (2008), "Inflation forecasts and the New Keynesian Phillips curve," *International Journal of Central Banking*, 4, pp.1–22.
- Carter, C. K. and R. Kohn (1994), "On Gibbs sampling for state space models," *Biometrika*, 81, pp.541–553.
- Cecchetti, S. G., P. Hooper, B. C. Kasman, K. L. Schoenholtz, and M. W. Watson (2007), "Understanding the evolving inflation process," *US Monetary Policy Forum*, Volume 8.
- Chib, S. (1996), "Calculating posterior distributions and modal estimates in Markov mixture models," *Journal of Econometrics*, 75, pp.79–97.
- Chib, S. (2001), "Markov chain Monte Carlo methods: Computation and inference," In J. J. Heckman and E. Leamer (Eds.), *Handbook of Econometrics*, Volume 5, pp. 3569–3649, Amsterdam: North-Holland.
- Clark, T. E. and T. Doh (2011), "A Bayesian evaluation of alternative models of trend inflation," Research Working Papers, 11-16, Federal Reserve Bank of Kansas City.
- Claus, I. (1997), "A measure of underlying inflation in the United States," Bank of Canada Working Paper, 97-20.
- Cogley, T. and T. J. Sargent (2005), "Drifts and volatilities: Monetary policies and outcomes in the post WWII U.S.," *Review of Economic Dynamics*, 8, pp.262–302.
- De Veirman, E. (2009), "What makes the output-inflation trade-off change? The absence of accelerating deation in Japan," *Journal of Money, Credit and Banking*, 41, pp. 1117–1140.
- Faust, J. and J. H. Wright (2013), "Forecasting inflation," In G. Elliott and A. Timmermann (Eds.), *Handbook of Economic Forecasting*, Volume 2, pp. 3–56, Amsterdam: North-Holland.
- Galati, G., S. Poelhekke, and C. Zhou (2011), "Did the crisis affect inflation expectations?" *International Journal of Central Banking*, 7, pp.167–207.

- Garnier, C., E. Mertens, and E. Nelson (2013), "Trend inflation in advanced economies," Finance and Economics Discussion Series, 2013-74, Federal Reserve Board.
- Kiley, M. T. (2008), "Estimating the common trend rate of inflation for consumer prices and consumer prices excluding food and energy prices," Finance and Economics Discussion Series, 2008-38, Federal Reserve Board.
- Kim, C.-J., P. Manopimoke, and C. R. Nelson (2014), "Trend inflation and the nature of structural breaks in the New Keynesian Phillips curve," *Journal of Money, Credit and Banking*, 46, pp.253–266.
- Kim, C.-J. and C. R. Nelson (1999), *State-Space Models with Regime Switching*, Cambridge, MA: MIT press.
- Koop, G., R. Leon-Gonzalez, and R. W. Strachan (2009), "On the evolution of monetary policy transmission mechanism," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33, pp. 997–1017.
- Kozicki, S. and P. A. Tinsley (2012), "Effective use of survey information in estimating the evolution of expected inflation," *Journal of Money, Credit and Banking*, 44, pp. 145–169.
- Mertens, E. (2011), "Measuring the level and uncertainty of trend inflation," Finance and Economics Discussion Series, 2011-42, Federal Reserve Board.
- Nakajima, J. (2011), "Time-varying parameter VAR model with stochastic volatility: An overview of methodology and empirical applications," *Monetary and Economic Studies*, 29, pp.107–142.
- Nason, J. M. and G. W. Smith (2008), "The New Keynesian Phillips curve: Lessons from single-equation econometric estimation," *FRB Richmond Economic Quarterly*, 94, pp. 361–395.
- Primiceri, G. E. (2005), "Time varying structural vector autoregressions and monetary policy," *Review of Economic Studies*, 72, pp.821–852.
- Quah, D. and S. P. Vahey (1995), "Measuring core inflation," *Economic Journal*, 105, pp. 1130–1144.
- Shephard, N. (2005), *Stochastic Volatility: Selected Readings*, Oxford: Oxford University Press.

- Shephard, N. and M. Pitt (1997), "Likelihood analysis of non-Gaussian measurement time series," *Biometrika*, 84, pp.653–667.
- Stock, J. H. and M. W. Watson (2007), "Why has US inflation become harder to forecast?" *Journal of Money, Credit and Banking*, 39, pp.3–33.
- Watanabe, T. and Y. Omori (2004), "A multi-move sampler for estimating non-Gaussian time series models: Comments on Shephard and Pitt (1997)," *Biometrika*, 91, pp. 246–248.
- Weidner, J. and J. C. Williams (2009), "How big is the output gap?" *FRBSF Economic Letter*, 2009-19.
- Weidner, J. and J. C. Williams (2015), "Update of 'How big is the output gap?'" Manuscript, Federal Reserve Bank of San Francisco.

表 1. パラメータの推計結果

	日本		米国	
	平均	標準偏差	平均	標準偏差
α_1	1.1474	0.1104	1.0762	0.1132
α_2	-0.2435	0.1495	-0.0987	0.1348
α_3	-0.0405	0.1406	-0.0993	0.1323
α_4	-0.4981	0.1280	-0.0591	0.0969
α_5	0.6017	0.1318		
α_6	-0.0541	0.1456		
α_7	-0.1643	0.1253		
α_8	0.0495	0.0739		
p_μ	0.9148	0.0155	0.9129	0.0171
p_β	0.9348	0.0100	0.9614	0.0075
v	0.2743	0.0627	0.2496	0.0549

図 1. 日本と米国のデータ

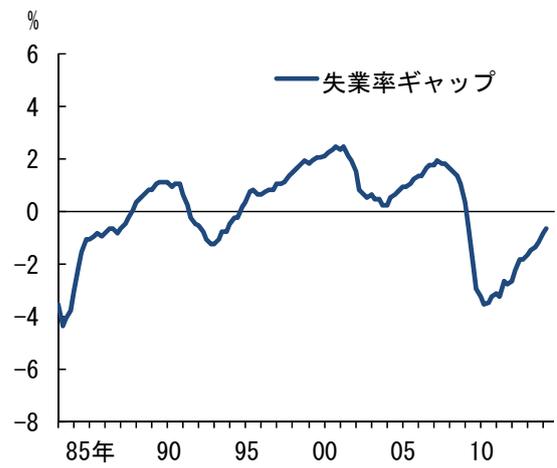
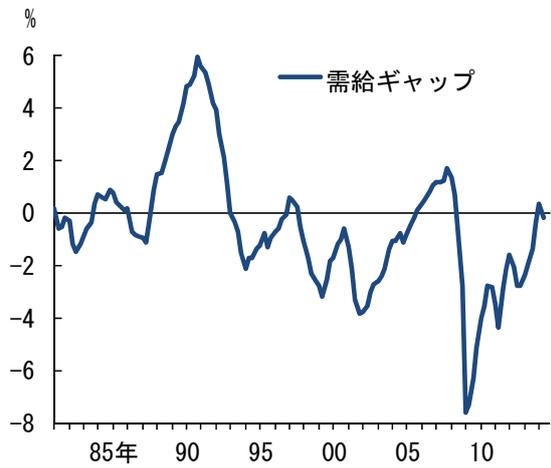
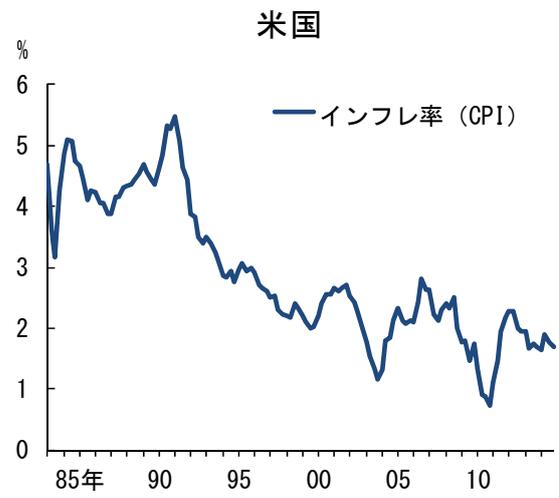
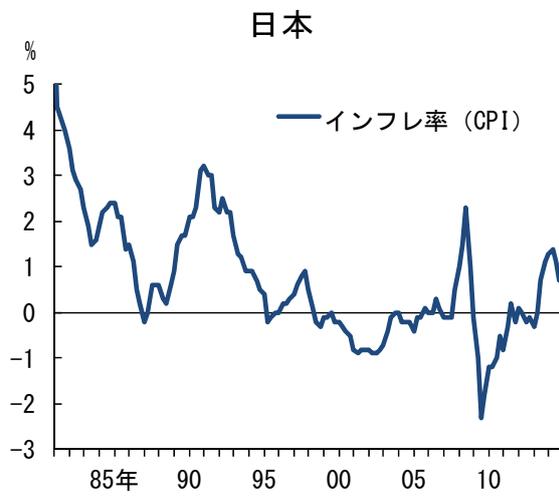


図 2. 日本の推計結果：トレンドインフレ率のレジーム確率（上段はフィルターされた確率、下段は平滑化された確率）

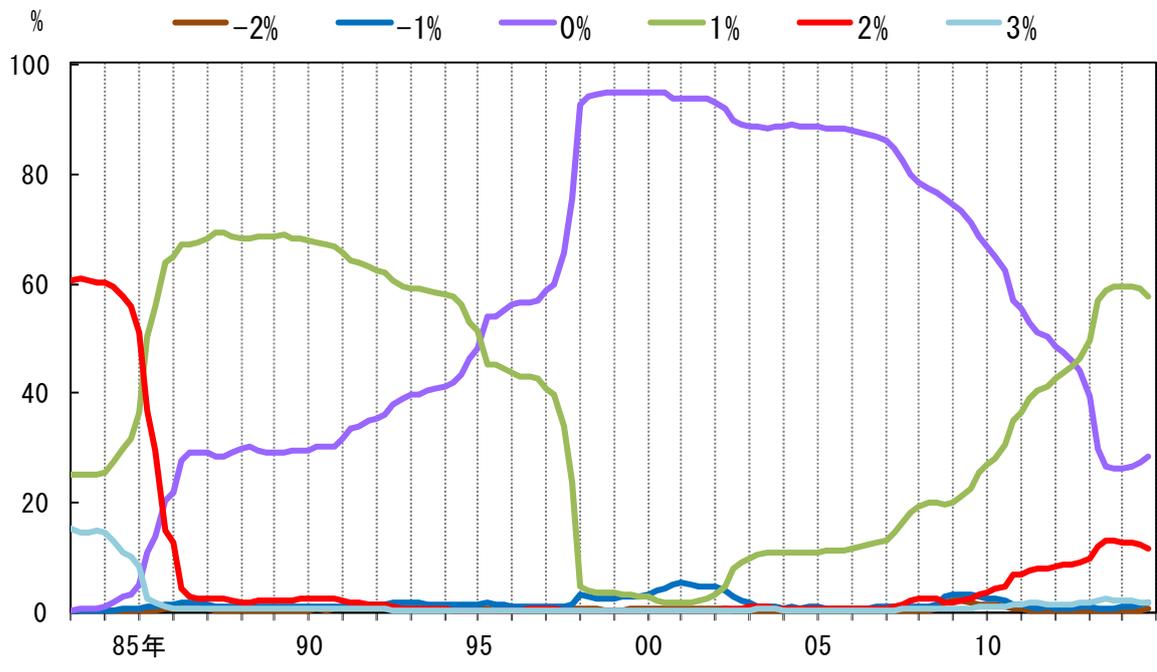
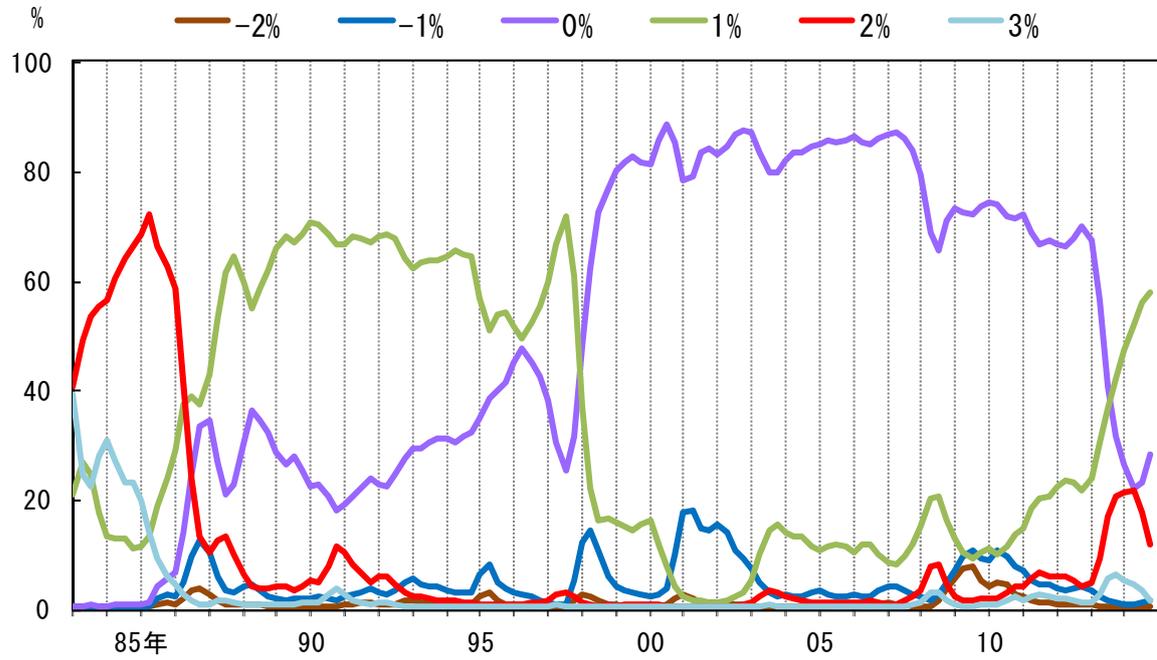
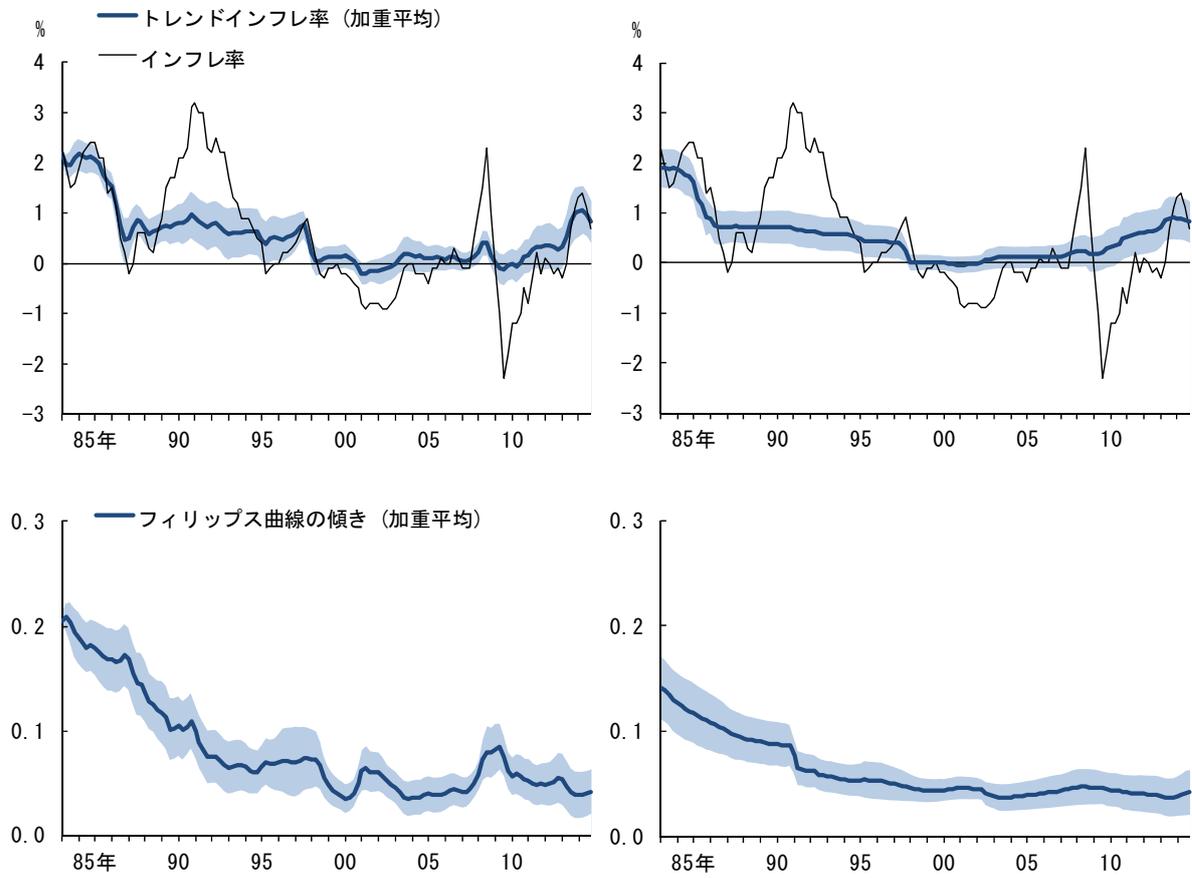
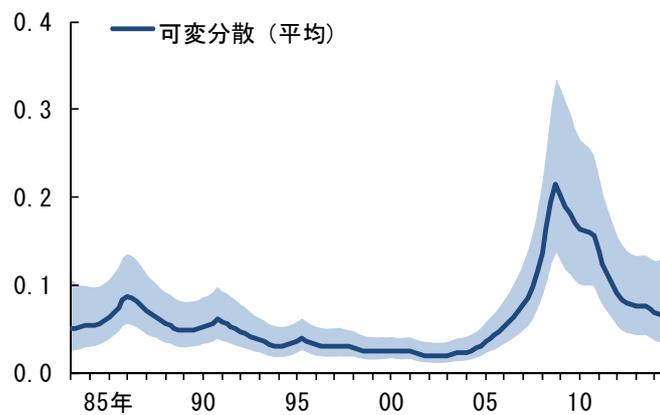


図 3. 日本の推計結果：トレンドインフレ率（上段）とフィリップス曲線の傾き（下段）（左列はフィルターされた推計値、右列は平滑化された推計値）



(注) シャドー部分は±1 標準偏差の範囲を示す。

図 4. 日本の推計結果：可変分散（平滑化された推計値）



(注) シャドー部分は±1 標準偏差の範囲を示す。

図 5. 日本の推計結果：インフレ率の要因分解（フィルターされた推計値）

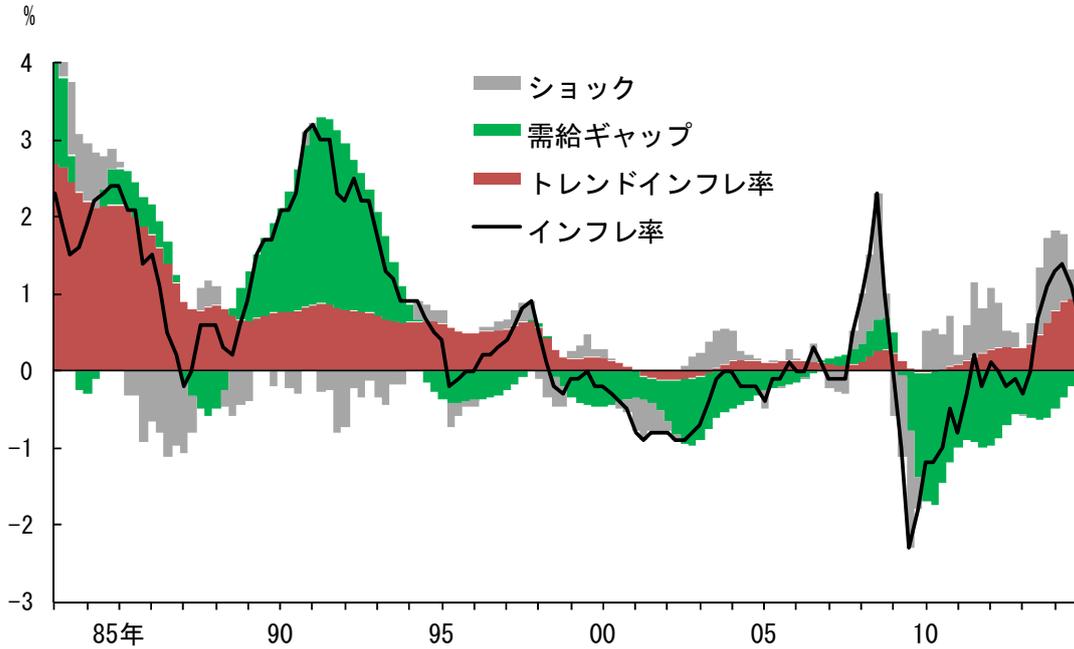
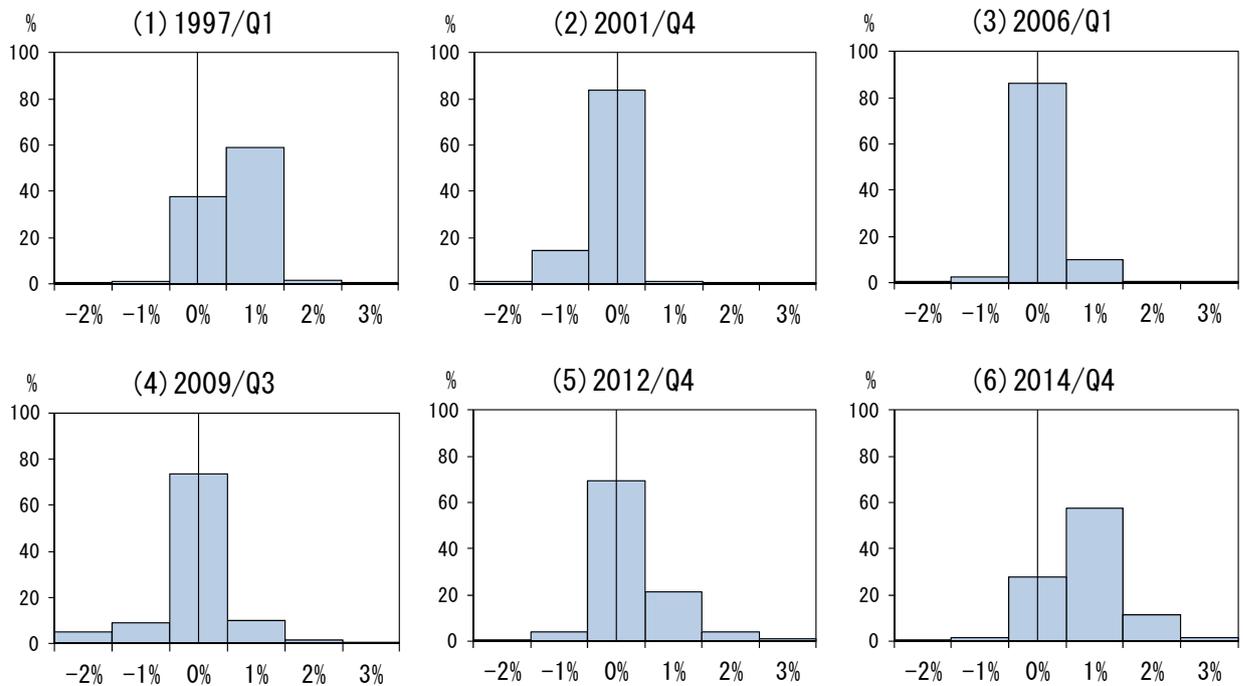


図 6. 日本の推計結果：トレンドインフレ率のレジーム確率分布（フィルターされた確率）



(注) 横軸はトレンドインフレ率のレジームを表す。

図7. 米国の推計結果：トレンドインフレ率のレジーム確率（上段はフィルターされた確率、下段は平滑化された確率）

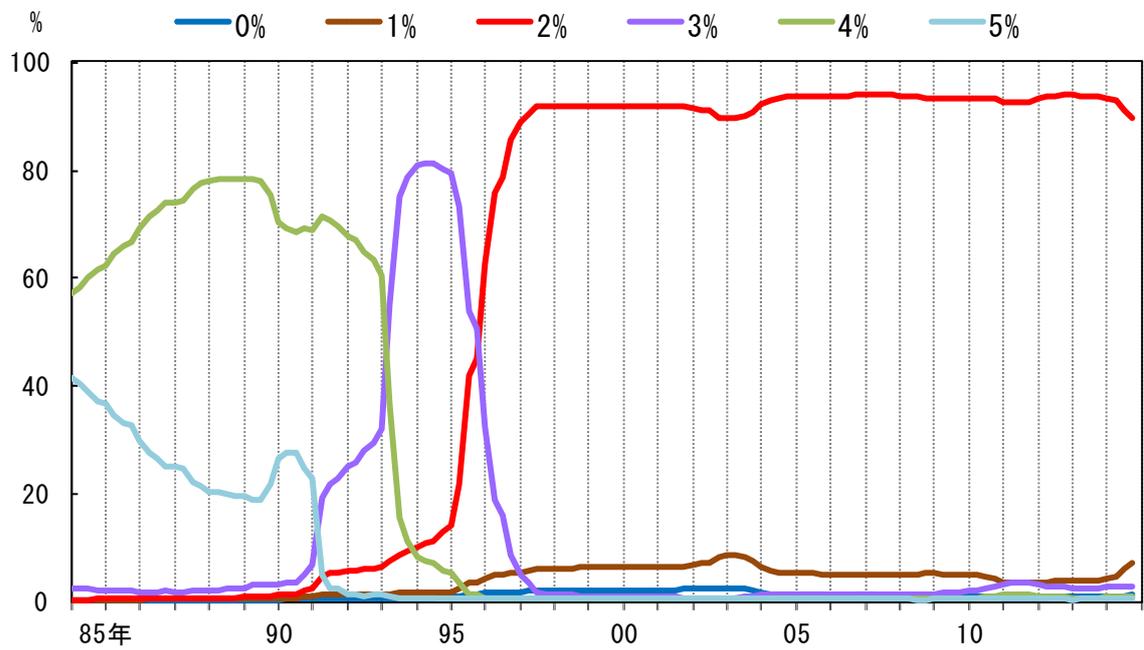
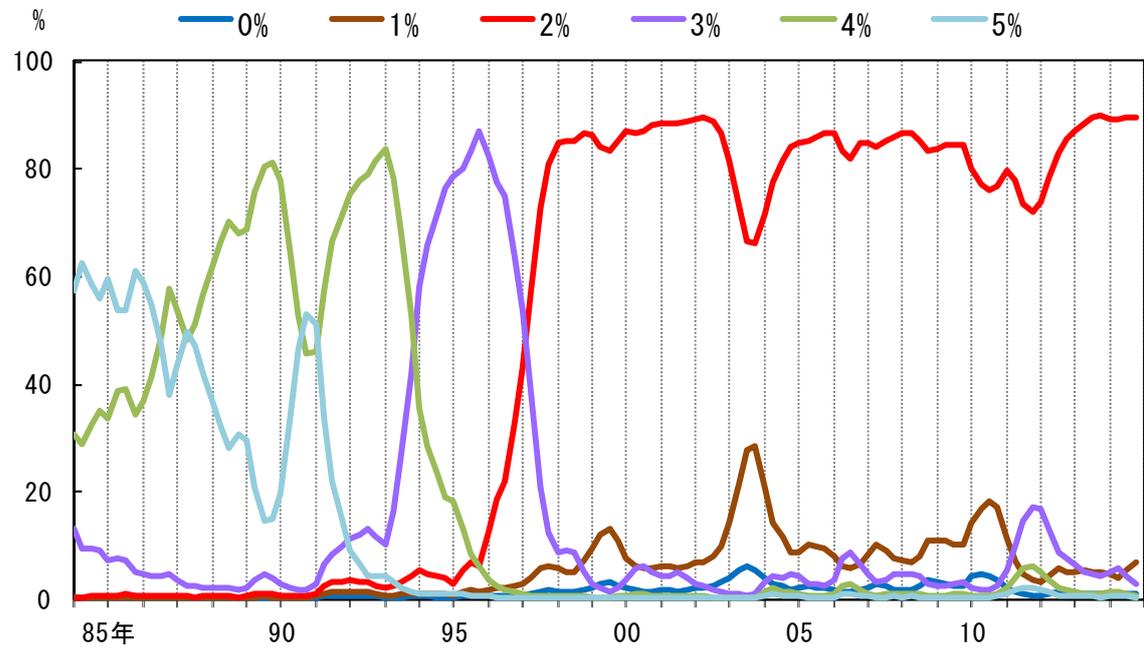
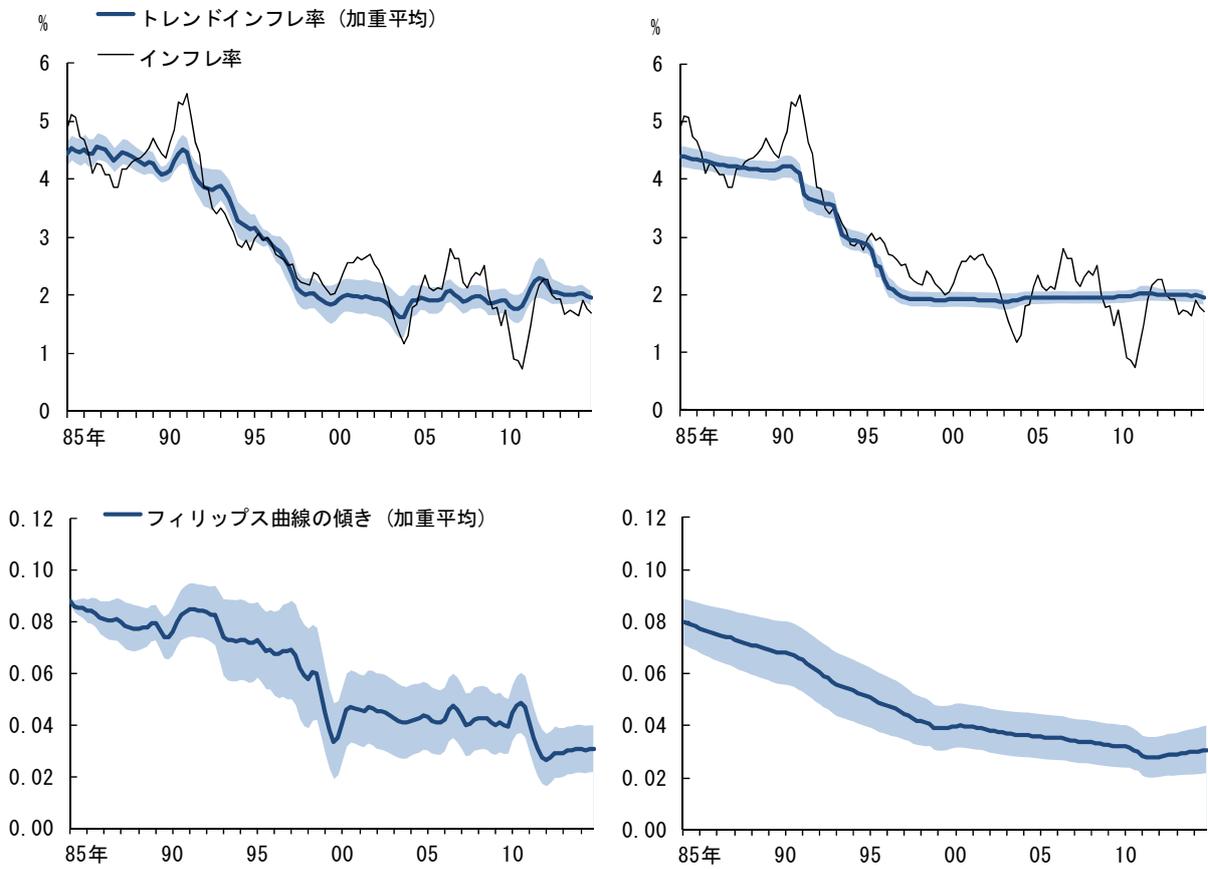
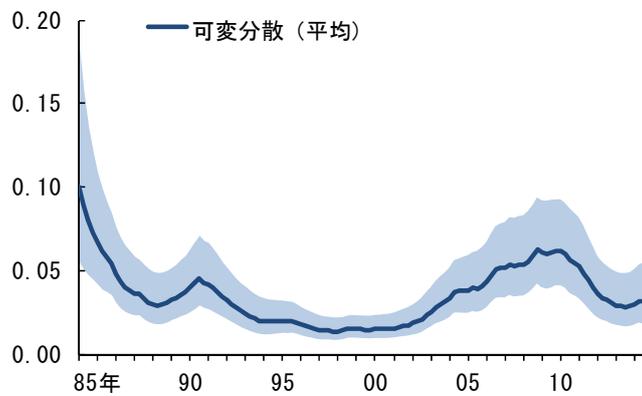


図 8. 米国の推計結果：トレンドインフレ率（上段）とフィリップス曲線の傾き（下段）（左列はフィルターされた推計値、右列は平滑化された推計値）



(注) シャドー部分は±1 標準偏差の範囲を示す。

図 9. 米国の推計結果：可変分散（平滑化された推計値）



(注) シャドー部分は±1 標準偏差の範囲を示す。

図 10. 米国の推計結果：インフレ率の要因分解（フィルターされた推計値）

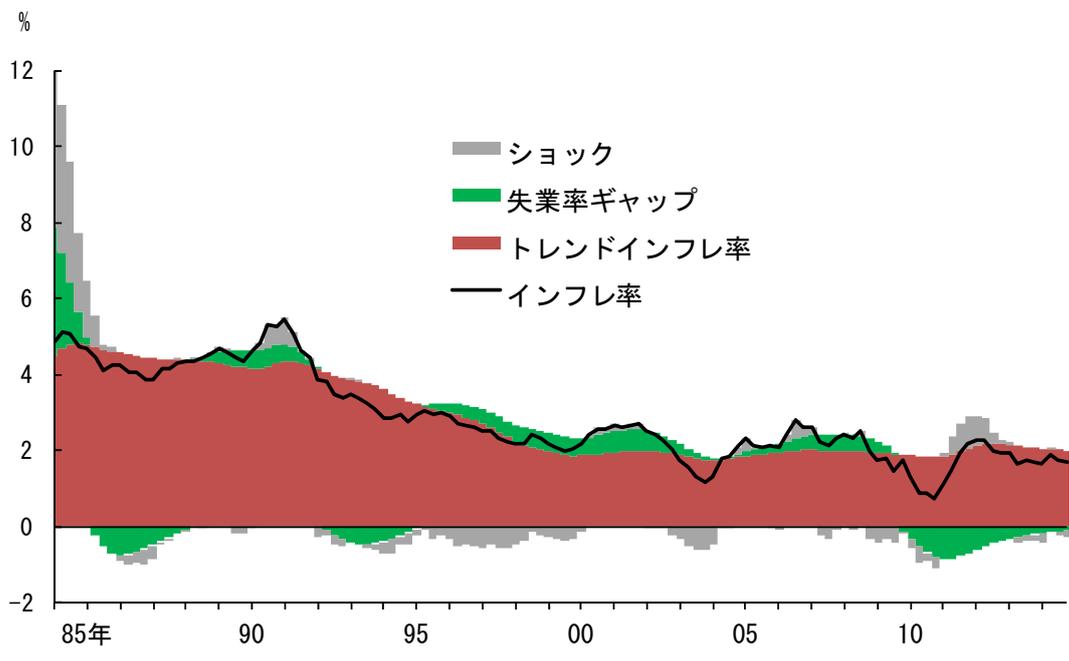
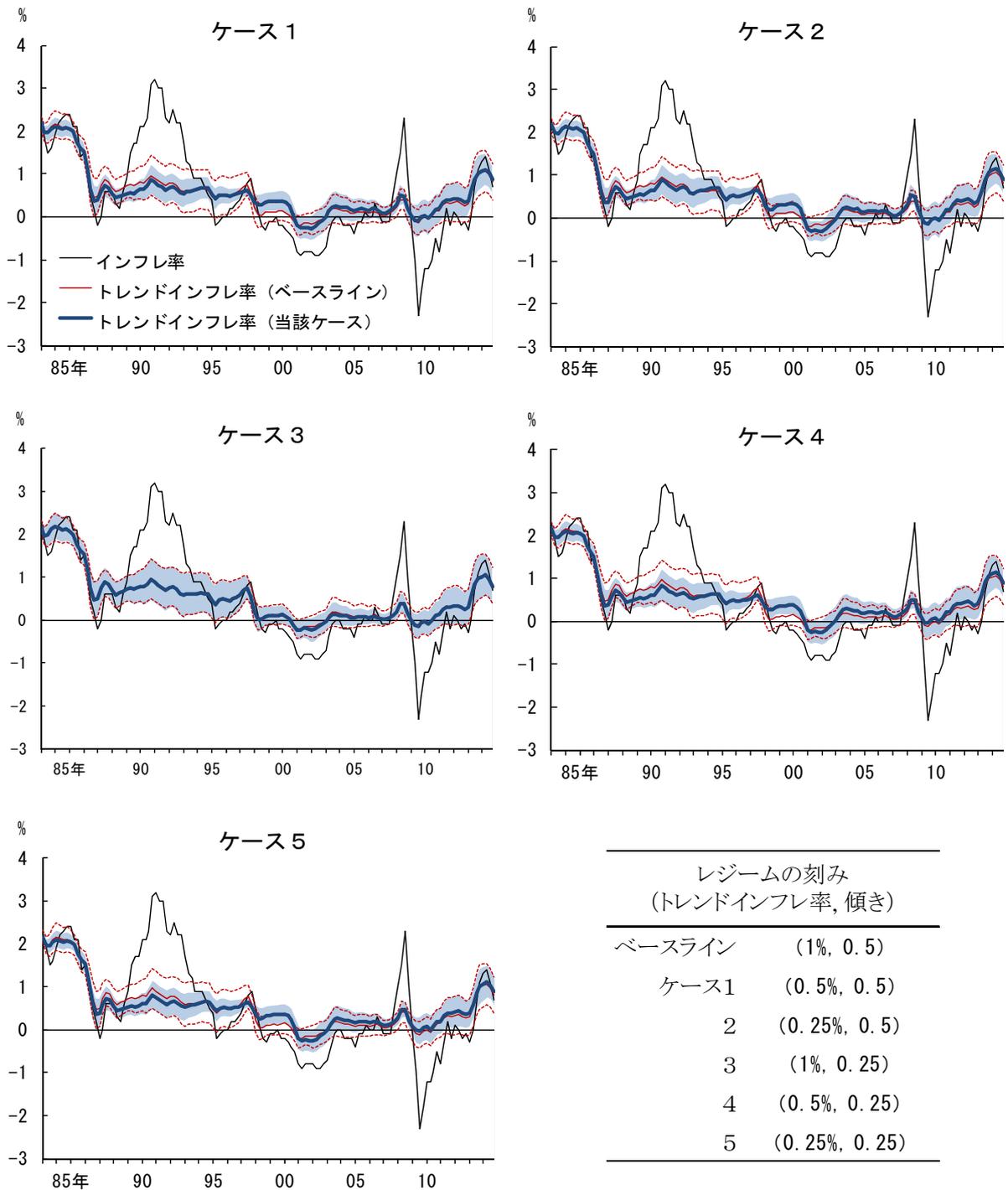
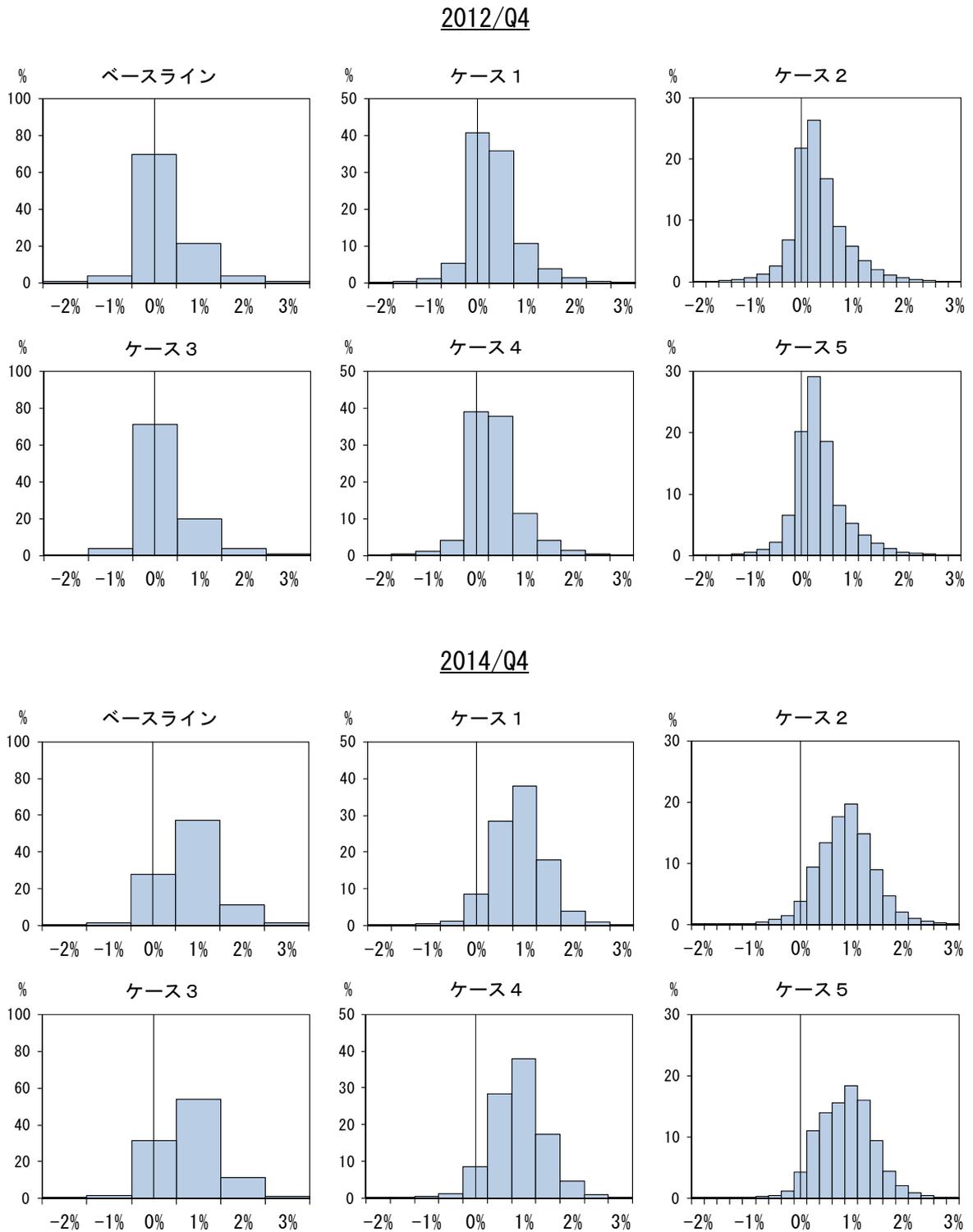


図 11. 頑健性チェックの推計結果：日本のトレンドインフレ率のフィルターされた推計値



(注) シャドー部分は当該ケースの、また、点線はベースラインの±1 標準偏差の範囲を示す。

図 12. 頑健性チェックの推計結果：日本のトレンドインフレ率のフィルターされたレジーム確率



(注) 横軸はトレンドインフレ率のレジームを表す。