



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

均衡イールドカーブの概念と計測

今久保 圭*

kei.imakubo@boj.or.jp

小島 治樹*

haruki.kojima@boj.or.jp

中島 上智*

jouchi.nakajima@boj.or.jp

No.15-J-4
2015年6月

日本銀行
〒103-8660 日本郵便（株）日本橋郵便局私書箱 30号

* 企画局

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局 (post.prd8@boj.or.jp) までご相談下さい。転載・複製を行う場合は、出所を明記して下さい。

均衡イールドカーブの概念と計測

今久保 圭[†] 小島 治樹[‡] 中島 上智[§]

2015年6月

【要旨】

本稿では、均衡イールドカーブの概念とその計測方法について解説する。均衡イールドカーブとは、単一の年限に限定されていた均衡実質金利の概念を、全ての年限に拡張したものである。実際の実質イールドカーブが均衡イールドカーブに一致していれば、需給ギャップはゼロに収束していく。わが国のデータを用いた実証分析によると、過去の緩和局面では、短中期ゾーンを中心にイールドカーブ・ギャップ（実際の実質イールドカーブと均衡イールドカーブとの乖離）が拡大することで、緩和的な金融環境が実現していた。これに対し、量的・質的金融緩和のもとでは、短中長期全てのゾーンで、イールドカーブ・ギャップが拡大していることが確認された。こうした均衡イールドカーブには、伝統的な金融政策のみならず、イールドカーブ全体に働きかける非伝統的な金融政策においても、政策運営上の指針となることが期待される。

JEL 分類番号：C32、E43、E52、E58

キーワード：均衡イールドカーブ、イールドカーブ・ギャップ、均衡実質金利、金利ギャップ、期間構造

本稿の作成にあたり、日本銀行のスタッフから有益なコメントをいただいた。記して感謝の意を表したい。ただし、あり得べき誤りは筆者ら個人に属する。本稿の内容と意見は筆者ら個人に属するものであり、日本銀行の公式見解を示すものではない。

[†] 日本銀行企画局 (kei.imakubo@boj.or.jp)

[‡] 日本銀行企画局 (haruki.kojima@boj.or.jp)

[§] 日本銀行企画局 (jouchi.nakajima@boj.or.jp)

1. はじめに

均衡実質金利は、景気を加速も減速もさせない中立的な実質金利である。実際の実質金利が均衡実質金利を上回ると、景気に対して引き締めの作用し、下回ると緩和的に作用する。こうした性質をもつ均衡実質金利は、中央銀行が短期金利を操作する際の参照点と位置付けられ、Laubach and Williams (2003) など中央銀行関係者を中心に、様々な方法によって計測が行われてきた¹。日本銀行でも、小田・村永(2003)や鎌田(2009)が、わが国の均衡実質金利の計測を試みている。もともと、近年の先進国では、特定の年限（例えば翌日物）の実質金利と均衡実質金利との金利ギャップから、金融環境の緩和度合いを評価することが難しくなっている。ゼロ金利制約に直面し、名目短期金利の低下余地が失われて以降、主要な中央銀行は、伝統的な短期金利コントロールからイールドカーブ全体に働きかける政策へと、軸足を移しつつある。当然、金融環境の緩和度合いを正しく評価するためには、単一の年限だけでなく、イールドカーブ全体の動きに注目することが必要となってくる²。

こうした問題意識のもと、本稿では、従来の均衡実質金利を拡張した、均衡イールドカーブの概念とその計測方法について解説する。均衡イールドカーブは、これまで単一の年限に限定されていた均衡実質金利を、全ての年限に拡張したものである。均衡実質金利が景気中立的な実質金利であるように、均衡イールドカーブは景気中立的な実質イールドカーブである。実際の実質イールドカーブが均衡イールドカーブに一致していれば、需給ギャップはゼロに収束していく。また、実際の実質イールドカーブが均衡イールドカーブよりも全体として上方に位置していれば、景気に対して引き締めの作用し、需給ギャップのプラス幅が縮小、あるいはマイナス幅が拡大する。逆に、実際のイールドカ

¹ 例えば、Bomfim (1997)、Neiss and Nelson (2003)、Brzoza-Brzezina (2003)、Cuaresma et al. (2004)、King and Low (2014)、Barsky et al. (2014)。

² Justiniano and Pimiceri (2010)は、現時点における翌日物の金利ギャップだけでなく、将来時点の金利ギャップに対する予想も景気に影響を及ぼす可能性を論じている。

ープが均衡イールドカーブよりも全体として下方に位置していれば、景気に対して緩和的に作用し、需給ギャップのマイナス幅が縮小、あるいはプラス幅が拡大する。

金利ギャップと需給ギャップとの関係を記述した IS 曲線から均衡実質金利を求めることができるように、均衡イールドカーブは、イールドカーブ・ギャップ（実際の実質イールドカーブと均衡イールドカーブとの乖離）と需給ギャップとの関係を記述した IS 曲線から求めることができる。具体的には、イールドカーブを 3 つの要因に分解し、各要因の均衡値からのギャップと需給ギャップとの関係を定式化する。同趣の先行研究である Brzoza-Brzezina and Kotłowski (2014) と異なり、イールドカーブ・ギャップの形状に応じた景気感応度の違いや、均衡イールドカーブと実際の実質イールドカーブとの期間構造の違いを識別しながら、均衡イールドカーブを計測できることが、本稿のモデルの利点である。

本稿の構成は次のとおりである。2 節では、均衡イールドカーブの概念について、3 節では、その推計方法について解説する。4 節では、本稿のモデルをわが国のデータに適用したうえで、1990 年代以降の均衡イールドカーブとイールドカーブ・ギャップの動向について報告する。最後の 5 節は結びである。

2. 均衡イールドカーブ・モデル

2. 1 モデルの構造

本節では、均衡イールドカーブ（Natural Yield Curve, NYC）モデルについて解説する。まず、NYC モデルの基礎となる、均衡実質金利モデルの解説から始めよう。代表的な均衡実質金利モデル（Laubach and Williams, 2003）では、次式のような IS 曲線を想定し、金利ギャップと需給ギャップとの関係を定式化して

いる³。

$$y_t - y_t^* = b(r_t - r_t^*) \quad (1)$$

ただし、 y_t が実際の産出量（対数値）、 y_t^* が潜在産出量（対数値）であり、需給ギャップは $x_t \equiv y_t - y_t^*$ で定義される。また、 r_t が実際の実質金利、 r_t^* が均衡実質金利であり、金利ギャップは $g_t \equiv r_t - r_t^*$ で定義される。(1)式から明らかなように、 $g_t = 0$ のとき $x_t = 0$ であり、この意味で、 r_t^* は景気中立的な実質金利である。Laubach and Williams (2003)は、(1)式の IS 曲線とフィリップス曲線からなる観測方程式と、 r_t^* と y_t^* の状態方程式から、カルマン・フィルタを用いて、直接観察できない r_t^* と y_t^* を同時に推計する方法を提案している。

前述のとおり、名目短期金利の低下余地が失われた状況下では、特定の年限の金利情報だけで、金融環境の緩和度合いを十分に評価することができない。こうした限界を克服するために、これまで単一の年限に限定されていた均衡実質金利の概念を、全ての年限に拡張する。具体的には、単一の年限の金利ギャップと需給ギャップとの関係を表す(1)式を、全ての年限 $0 < \tau \leq T$ の金利ギャップと需給ギャップとの関係として書き換える。

$$y_t - y_t^* = b \int_0^T \phi(\tau)(r_{\tau,t} - r_{\tau,t}^*) d\tau \quad (2)$$

ここで、 $r_{\tau,t}^*$ は時点 t における年限 τ の均衡実質金利であり、その集合である $\{r_{\tau,t}^*\}_{\tau=0}^T$ を均衡イールドカーブと呼ぶ。同様に、 $r_{\tau,t}$ は時点 t における年限 τ の実質金利であり、 $\{r_{\tau,t}\}_{\tau=0}^T$ は実際の実質イールドカーブである。また、 $\phi(\tau)$ は年限ごとの金利ギャップ $g_{\tau,t} \equiv r_{\tau,t} - r_{\tau,t}^*$ に対する需給ギャップ x_t の感応度の違いを表すパラメータであり、全ての τ について $\phi(\tau) \geq 0$ である。基準化のため、 $\int_0^T \phi(\tau) d\tau \equiv 1$ と定義する。

ネルソン＝シーゲル・モデル (Nelson and Siegel, 1987) を用いると、 $\{r_{\tau,t}^*\}_{\tau=0}^T$ や

³ Laubach and Williams (2003)のモデルには、需給ギャップと金利ギャップのラグ項が組み込まれているが、本節の説明では、単純化のために省略している。

$\{r_{\tau,t}\}_{\tau=0}^T$ がもつ年限ごとの金利情報は、それぞれ 3 つの要因で近似することができる。別の言い方をすれば、3 つの要因の組み合わせ次第で、イールドカーブ上の任意の年限の金利を記述することができる。

$$r_{\tau,t}^* = L_t^* + S_t^* \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} + C_t^* \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \quad (3)$$

$$r_{\tau,t} = L_t + S_t \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} + C_t \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \quad (4)$$

ただし、(3)と(4)式の λ は、右辺第 2 項と第 3 項の係数の減衰スピードを規定するパラメータであり、均衡イールドカーブと実際の実質イールドカーブは同じ値をとると仮定する。

均衡イールドカーブを構成する L_t^* 、 S_t^* 、 C_t^* は、それぞれにかかる係数の関数型 (図 1) に応じて、次のような意味付けが可能である (Diebold and Li, 2006)。(3)式の右辺第 1 項の L_t^* は、均衡イールドカーブの水準を規定する「水準要因」である。 L_t^* はどの年限に対しても等しく影響力をもち、 L_t^* が上昇 (低下) すれば、均衡イールドカーブは上昇 (低下) する。第 2 項の S_t^* は、均衡イールドカーブの傾きを規定する「傾き要因」である。 S_t^* は長短金利差に相当し、 $S_t^* < 0$ であれば順イールド、 $S_t^* > 0$ であれば逆イールド、 $S_t^* = 0$ であればフラットな形状となる。第 3 項の C_t^* は、均衡イールドカーブの曲率 (たわみ具合) を規定する「曲率要因」である。 $C_t^* < 0 (> 0)$ であれば、均衡イールドカーブが下方 (上方) に湾曲していることを意味する。同様に、(4)式の L_t 、 S_t 、 C_t もそれぞれ、実際の実質イールドカーブの水準、傾き、曲率を規定する要因として解釈することができる。

(4)式から(3)式を差し引くと、全ての τ について、

$$r_{\tau,t} - r_{\tau,t}^* = (L_t - L_t^*) + (S_t - S_t^*) \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} + (C_t - C_t^*) \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \quad (5)$$

という関係が成り立つ。すなわち、実際の実質イールドカーブと均衡イールド

カーブとの乖離であるイールドカーブ・ギャップは、水準ギャップ($L_t - L_t^*$)、傾きギャップ($S_t - S_t^*$)、曲率ギャップ($C_t - C_t^*$)の3つに分解することができる。

イールドカーブ・ギャップを構成する($L_t - L_t^*$), ($S_t - S_t^*$), ($C_t - C_t^*$)は金融政策と密接に関連しており、金融緩和の場合を例にとると、両者の関係は図2のように整理することができる。まず、 $L_t - L_t^* < 0$ は、実質イールドカーブが均衡イールドカーブから平行に下方乖離するケースであり、全ての年限でマイナスの金利ギャップが拡大していることを意味している。これは、中央銀行が長期国債の買入れを通じて、実質イールドカーブ全体に低下圧力を加えているときに観察される反応である。 $S_t - S_t^* < 0$ は、実質イールドカーブが短期ゾーンを中心に低下するケースであり、中央銀行の利下げ（政策金利の引き下げ）時にみられる典型的な反応である。このとき、実質イールドカーブは均衡イールドカーブ対比でスティープ化し、短期ゾーンを中心にマイナスの金利ギャップが拡大する。 $C_t - C_t^* < 0$ は、実質イールドカーブの中期ゾーンが均衡イールドカーブ対比で下方に湾曲するケースであり、同ゾーンを中心にマイナスの金利ギャップが拡大していることを意味している。これは、低金利政策が当面続く可能性を市場が織り込んだ際にみられる反応であり、時間軸政策やフォワードガイダンスの効果として知られている。

(5)式を(2)式に代入して整理すると、

$$y_t - y_t^* = b_L(L_t - L_t^*) + b_S(S_t - S_t^*) + b_C(C_t - C_t^*) \quad (6)$$

が得られる。ただし、

$$\begin{cases} \frac{b_L}{b} = \int_0^T \phi(\tau) d\tau = 1 \\ \frac{b_S}{b} = \int_0^T \left\{ \phi(\tau) \frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right\} d\tau \\ \frac{b_C}{b} = \int_0^T \left\{ \phi(\tau) \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \right\} d\tau \end{cases} \quad (7)$$

である。(6)式は、本稿の NYC モデルの基本形である。(2)式における年限ごとの金利ギャップ $g_{\tau,t} \equiv r_{\tau,t} - r_{\tau,t}^*$ が、水準ギャップ($L_t - L_t^*$)、傾きギャップ($S_t - S_t^*$)、

曲率ギャップ $(C_t - C_t^*)$ として書き換えられていることに注意されたい。
 $L_t - L_t^* = S_t - S_t^* = C_t - C_t^* = 0$ のとき、全ての τ について $g_{\tau,t} = 0$ であり、 $x_t = 0$ となる。つまり、均衡実質金利が景気中立的な実質金利であるように、均衡イールドカーブは、景気を加速も減速もさせない中立的な実質イールドカーブである。

2. 2 イールドカーブ・ギャップと金利ギャップ

イールドカーブ・ギャップのそれぞれの構成要素に対する景気の感応度 b_L , b_S , b_C と、年限ごとの金利ギャップに対する景気の感応度 $b\phi(\tau)$ との関係は、(7)式に集約されている。両者の関係を直感的に理解するために、 $\phi(\tau)$ について異なる分布を考えてみよう。図 3(1)のように $\phi(\tau)$ が一様分布に従う場合、全ての τ について $\phi(\tau) = \bar{w} = 1/T$ である⁴。例えば、 $T = 20$ 年、 $\lambda = 0.143$ とすると、(7)式から、

$$\begin{cases} \frac{\bar{b}_L}{b} = 1 \\ \frac{\bar{b}_S}{b} = 0.263 \\ \frac{\bar{b}_C}{b} = 0.176 \end{cases} \quad (8)$$

が得られる。これは、水準ギャップを通じて翌日物金利が 1%pt 変化した場合の景気に対する影響力が、傾きギャップを通じて翌日物金利が同幅変化した場合の約 4 倍に相当することを意味している。

次に、図 3(2)のように、 $\phi(\tau)$ が階段分布に従う場合を考える。

$$\phi(\tau) = \begin{cases} w_0, & 0 < \tau \leq T_0 \\ w_1, & T_0 < \tau \leq T_1 \\ w_2, & T_1 < \tau \leq T \end{cases}$$

ただし、 $0 < \tau \leq T_0$ は短期ゾーン、 $T_0 < \tau \leq T_1$ は中長期ゾーン、 $T_1 < \tau \leq T$ は超

⁴ Brzoza-Brzezina and Kotłowski (2014)の NYC モデルでは、 $\phi(\tau)$ が一様分布に従うことが先験的に仮定されている。また、 L_t^* が L_t に、 C_t^* が C_t の過去平均にそれぞれ一致するよう制約が課されている。

長期ゾーンを表す。 $T_0 = 2$ 年、 $T_1 = 10$ 年、 $T = 20$ 年、 $\lambda = 0.143$ とすると、(7)式から、

$$\begin{cases} \frac{b_L}{b} = 2w_0 + 8w_1 + 10w_2 = 1 \\ \frac{b_S}{b} = 1.547w_0 + 2.513w_1 + 1.212w_2 \\ \frac{b_C}{b} = 0.356w_0 + 1.961w_1 + 1.206w_2 \end{cases} \quad (9)$$

が得られる。(9)式の w_i ($i = 0, 1, 2$) と \bar{w} の大小関係の組み合わせは、図4のとおり、 b_S/b を横軸、 b_C/b を縦軸とする平面上に、6つの領域として表すことができる。例えば、 $b_S > \bar{b}_S$ かつ $b_C = \bar{b}_C$ のとき、 $w_0 > \bar{w} > w_1, w_2$ (図の②)であり、短期ゾーンに対する景気の感応度が相対的に高くなる。傾きギャップは、この意味で短期的な要因と言える。同様に、 $b_S = \bar{b}_S$ かつ $b_C > \bar{b}_C$ のとき、 $w_1 > \bar{w} > w_0, w_2$ (図の⑥)であり、中期ゾーンに対する景気の感応度が相対的に高くなる。曲率ギャップはこの意味で中期的な要因であり、残る水準ギャップは長期的な要因である。

なお、 $\phi(\tau)$ の分布は、より複雑な形状をとり得る。 $\phi(\tau)$ が2つのベータ分布からなる混合分布に従う場合を想定すると、

$$\phi(\tau) = \omega f_1(\alpha_1, \beta_1) + (1 - \omega) f_2(\alpha_2, \beta_2) \quad (10)$$

と表すことができる。ただし、

$$f_k(\alpha_k, \beta_k) = \frac{1}{B(\alpha_k, \beta_k)} \left(\frac{\tau}{T}\right)^{\alpha_k-1} \left(\frac{1-\tau}{T}\right)^{\beta_k-1}, \quad k = 1, 2$$

である。 ω は、(10)式の右辺第1項のベータ分布 $f_1(\cdot)$ と第2項のベータ分布 $f_2(\cdot)$ を合成する際のウェイトであり、 $B(\cdot) = \int_0^1 t^{\alpha_k-1} (1-t)^{\beta_k-1} dt$ である。 $\alpha_1 < 1$ 、 $\beta_1, \alpha_2, \beta_2 > 1$ とすると、図3(3)のように、 $f_1(\cdot)$ は単調減少、 $f_2(\cdot)$ は中長期ゾーンにピークをもつ単峰形となり、 ω は、変動金利借入に基づく経済活動など、短期金利の影響を受けやすい経済活動の割合に相当する。このとき、混合ベータ分布 $\phi(\tau)$ は、ゾーンごとの平均が $w_0, w_1 > \bar{w} > w_2$ を満たす単調減少の場合 (図4

の①) であっても、より複雑な形状となる。

3. 推計方法

(6)式の NYC モデルを推計するために、次のような状態空間モデルを考える。

$$\begin{bmatrix} y_t \\ L_t \\ S_t \\ C_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_t^* \\ L_t^* \\ S_t^* \\ C_t^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_y & b_L & b_S & b_C \\ 0 & a_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (y_{t-1}) \\ (L_{t-1}) \\ (S_{t-1}) \\ (C_{t-1}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (y_t^*) \\ (L_t^*) \\ (S_t^*) \\ (C_t^*) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ g_{yL} & 1 & 0 & 0 \\ g_{yS} & 0 & 1 & 0 \\ g_{yC} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^y \\ \varepsilon_t^L \\ \varepsilon_t^S \\ \varepsilon_t^C \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t^* \\ L_t^* \\ S_t^* \\ C_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1}^* \\ L_{t-1}^* \\ S_{t-1}^* \\ C_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ h_{yL} & 1 & 0 & 0 \\ h_{yS} & h_{LS} & 1 & 0 \\ h_{yC} & h_{LC} & h_{SC} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{\Delta y^*} \\ \varepsilon_t^{L^*} \\ \varepsilon_t^{S^*} \\ \varepsilon_t^{C^*} \end{bmatrix} \quad (12)$$

(11)式の 1 行目は、IS 曲線に相当し、(6)式に需給ギャップの自己ラグ ($y_{t-1} - y_t^*$)を加えたものである。2 行目から 4 行目は、実質イールドカーブの変動を規定している。イールドカーブ・ギャップを構成する ($L_t - L_t^*$), ($S_t - S_t^*$), ($C_t - C_t^*$)はそれぞれ AR(1)過程に従い、需要ショック ε_t^y と実質イールドカーブに固有のショック ε_t^L , ε_t^S , ε_t^C という 2 種類のショックによって駆動されると仮定する。なお、需給ギャップとイールドカーブ・ギャップの自己ラグは、いずれも、($t-1$)期の観測変数と($t-1$)期の潜在変数との差ではなく、($t-1$)期の観測変数と t 期の潜在変数との差としている。定常状態では、実際の実質イールドカーブが均衡イールドカーブに一致し ($L_t - L_t^* = S_t - S_t^* = C_t - C_t^* = 0$)、実際の産出量が潜在産出量に収束する ($y_t = y_t^*$)。

(12)式は、潜在成長率 Δy_t^* と、均衡イールドカーブを構成する L_t^* , S_t^* , C_t^* の振る舞いを仮定した状態方程式であり、均衡イールドカーブの水準や形状が経済活動の強さや成長期待に応じて変化することを表している。まず、4 つのショックのうち $\varepsilon_t^{\Delta y^*}$ は、潜在成長率に対するイノベーションであり、均衡イールドカーブ

に対しても同時点で影響を及ぼす。 $\varepsilon_t^{Ay^*}$ がプラス（マイナス）であれば、 Δy_t^* については y_t^* が上昇（低下）するとともに、均衡イールドカーブの水準も上昇（低下）する。残る3つのショック $\varepsilon_t^{L^*}$ 、 $\varepsilon_t^{S^*}$ 、 $\varepsilon_t^{C^*}$ は、均衡イールドカーブに影響を及ぼすその他全ての要素（成長期待の変化など）を表している。例えば、将来の経済活動に関する不確実性が高まると、マイナスの $\varepsilon_t^{L^*}$ を通じて、均衡イールドカーブが下方シフトする。また、将来に向かって経済成長が高まっていくことが見込まれていると、プラスの $\varepsilon_t^{L^*}$ とマイナスの $\varepsilon_t^{S^*}$ 、 $\varepsilon_t^{C^*}$ を通じて、均衡イールドカーブがスティープ化する。反対に、将来に向かって経済成長が低下していくことが見込まれていると、マイナスの $\varepsilon_t^{L^*}$ とプラスの $\varepsilon_t^{S^*}$ 、 $\varepsilon_t^{C^*}$ を通じて、均衡イールドカーブがフラット化する。これら3つのショックは、(12)式の右辺第2項の左下三角行列の同時点構造を仮定することで識別される⁵。

均衡イールドカーブの推計は、Brzoza-Brzezina and Kotłowski (2014)に倣い、二段階で行う。第一段階として、動学的なネルソン＝シーゲル (Dynamic Nelson-Siegel, DNS) モデル (Diebold and Li, 2006) を用いて、 $\{r_{\tau,t}\}_{\tau=0}^T$ の情報を L_t 、 S_t 、 C_t で近似する。具体的には、次のような状態空間モデルを推計する。

$$r_{\tau,t} = L_t + S_t \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} + C_t \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) + \varepsilon_{\tau,t} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} L_t & - & \mu_L \\ S_t & - & \mu_S \\ C_t & - & \mu_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{t-1} & - & \mu_L \\ S_{t-1} & - & \mu_S \\ C_{t-1} & - & \mu_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_t^L \\ \xi_t^S \\ \xi_t^C \end{bmatrix} \quad (14)$$

ただし、 L_t 、 S_t 、 C_t はVAR(1)過程に従うと仮定し、 μ_L 、 μ_S 、 μ_C はそれぞれの平均値である。また、 $\varepsilon_{\tau,t}$ 、 ξ_t^j は、いずれも正規分布に従うと仮定する ($j = L, S, C$)。誤差項の相関については、Diebold et al. (2006)と同様、 ξ_t^j は互いに相関する一方、 $\varepsilon_{\tau,t}$ は互いに独立で、 ξ_t^j とも相関しないと仮定する。(13)式を観測方程式、(14)

⁵ L_t^* 、 S_t^* 、 C_t^* の並び順については、均衡イールドカーブに対する影響力が大きい順ではなく、均衡イールドカーブが長期から短期に向かって決定されていくという考え方に基づいて、 L^* 、 C_t^* 、 S_t^* の順に並べる方法が考えられる。別途、後者の順に並べた定式化でも推計を行ったが、結果のインプリケーションに明確な違いは認められなかった。

式を状態方程式とすると、カルマン・フィルタを用いて、 L_t , S_t , C_t を求めることができる。

次に、第二段階として、NYC モデルを推計する。その際、均衡実質金利モデルに対する Clark and Kozicki (2005)の提案を踏まえ、 y_t^* および Δy_t^* を観察可能な変数として扱う。 y_t^* , Δy_t^* および第一段階の DNS モデルから推計された L_t , S_t , C_t を所与とすると、(11)と(12)式は次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_t - y_t^* \\ L_t \\ S_t \\ C_t \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_y & b_L & b_S & b_C \\ 0 & a_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} - y_t^* \\ L_{t-1} \\ S_{t-1} \\ C_{t-1} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} b_L & b_S & b_C \\ 1 - a_L & 0 & 0 \\ 0 & 1 - a_S & 0 \\ 0 & 0 & 1 - a_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_t^* \\ S_t^* \\ C_t^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ g_{yL} & 1 & 0 & 0 \\ g_{yS} & 0 & 1 & 0 \\ g_{yC} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^y \\ \varepsilon_t^L \\ \varepsilon_t^S \\ \varepsilon_t^C \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} L_t^* \\ S_t^* \\ C_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{t-1}^* \\ S_{t-1}^* \\ C_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{yL} \\ h_{yS} \\ h_{yC} \end{bmatrix} \varepsilon_t^{\Delta y^*} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ h_{LS} & 1 & 0 \\ h_{LC} & h_{SC} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{L^*} \\ \varepsilon_t^{S^*} \\ \varepsilon_t^{C^*} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Δy_t^* を観察可能な変数として扱うことで、その差分である $\varepsilon_t^{\Delta y^*} \equiv \Delta y_t^* - \Delta y_{t-1}^*$ も観察可能となる。残り 7 つのショック $\varepsilon_t^y, \varepsilon_t^L, \varepsilon_t^S, \varepsilon_t^C, \varepsilon_t^{L^*}, \varepsilon_t^{S^*}, \varepsilon_t^{C^*}$ については、いずれも正規分布に従い、互いに独立と仮定する。(15)と(16)式もまた、前者を観測方程式、後者を状態方程式とすると、カルマン・フィルタを用いて、 L_t^* , S_t^* , C_t^* を求めることができる。

4. 実証分析

4. 1 データ

前節で解説した推計モデルを、わが国のデータに適用する。DNS モデルと NYC

モデルの推計に用いる観測データは、図 5 のとおり、実質ゼロクーポン金利、需給ギャップと潜在成長率であり、サンプル期間は、1992 年第 3 四半期から 2014 年第 4 四半期までである。具体的には、実質ゼロクーポン金利として、名目ゼロクーポン金利を「コンセンサス・フォーキャスト」の期間別インフレ予想で実質化した系列を採用する⁶。インフレ予想の調査対象期間が 10 年先までに限られているため、10 年以降の予想については、6~10 年先の予想で不変と仮定している。また、半期ごとの調査であるため、線形補間により四半期化している。推計に使用した実質ゼロクーポン金利の年限は、1、2、3、7、10、20 年であり、需給ギャップと潜在成長率は、日本銀行調査統計局による試算値である。

4. 2 パラメータの推計結果

表 1(1)は、DNS モデルのパラメータ推計値の一覧である。水準要因と傾き要因の平均値に着目すると、 $\mu_L = 0.019$ 、 $\mu_S = -0.009$ であり、過去 20 年間の平均的な実質イールドカーブの形状は、長期金利が 1.9%、短期金利が 0.9%という⁷、ごく緩やかな順イールドだったことが確認できる。また、曲率要因の平均値は $\mu_C < 0$ であり、過去平均的な実質イールドカーブが下方に湾曲していたことを表している。

表 1(2)は、NYC モデルのパラメータ推計値の一覧である。イールドカーブ・ギャップにかかるパラメータ b_L 、 b_S 、 b_C は、いずれも想定される符号条件（マイナス）を満たしており、統計的に有意である。また、 b_L 、 b_S 、 b_C と λ の推計値を踏

⁶ データ制約のため、市場で直接観察可能な実質金利の代わりに、サーベイに基づくインフレ予想で実質化した系列を用いている。このため、後述の推計結果、特に均衡イールドカーブや実質イールドカーブの水準については、幅をもって解釈する必要がある。例えば、2014 年末時点における物価連動国債の 10 年利回り -0.5%に対し、図 5 の 10 年実質金利は -1.1%である。なお、消費税率引き上げの影響は事前に調整している。具体的には、消費税率引き上げの影響を受けない、2 年以降のインフレ予想を用いてインフレ予想カーブのスプライン関数を推計したうえで、1 年を補外推計した。

⁷ $\lim_{\tau \rightarrow +\infty} r_{\tau,t} = L_t$ と $\lim_{\tau \rightarrow 0} r_{\tau,t} = L_t + S_t$ により、過去平均的な長期金利と短期金利は、 μ_L および $(\mu_L + \mu_S)$ と表すことができる。

まえると、(8)と(9)式から、

$$b_S/b = 0.543 > \bar{b}_S/b = 0.263$$

$$b_C/b = 0.209 > \bar{b}_C/b = 0.176$$

であり、 $w_0, w_1 > \bar{w} > w_2$ (前掲図 4 の①) が成り立つ⁸。推計された b_L, b_S, b_C は、 $\phi(\tau)$ が全体として右下がりの分布であり、 $\phi(\tau) = \bar{w}$ の場合に比べて、10年以下のゾーンの金利ギャップに対する景気の感応度が高く、10年超のゾーンの金利ギャップに対する景気の感応度が限定的であることを示唆している。

わが国では、大手行の貸出残高のうち、Tiborなどを指標金利とする変動金利貸出の割合が5割を超えており、短期金利の影響を受けやすい経済活動の割合が半数近くに上ると推測される。この点を踏まえ、 $\omega = 0.5$ かつ $\tau = 1$ 年の $\phi(\tau)$ が他の年限よりも十分に大きいと仮定すると、(10)式のベータ分布 $f_1(\cdot), f_2(\cdot)$ はそれぞれ、前掲図 3(3)のように、 $\tau = 1$ 年にピークをもつ右下がりの分布と、 $\tau = 5$ 年にピークをもつ分布になる⁹。推計された $f_1(\cdot), f_2(\cdot)$ の形状からは、以下のことが推察される。まず、短期ゾーンでは、変動金利貸出の対象先を中心に、1年の金利ギャップに対する感応度が突出して高くなっている。また、中長期ゾーンでは、固定金利貸出の対象先を中心に、景気の平均的な周期と符合する3~5年の金利ギャップに対する感応度が相対的に高くなっている。なお、それ以降の年限の感応度については、年限が長くなるにつれ、単調に減衰していく傾向が読み取れる。

4. 3 イールドカーブの推移

図 6 は、推計された均衡イールドカーブと実質イールドカーブの推移を要因

⁸ 本節では、年限ごとの $\phi(\tau)$ の相対的な大小関係に着目している。より厳密には、需給ギャップのラグを伴う効果も考慮する必要があるが、ここでは捨象している。

⁹ 図 3(3)の混合分布は、推計された $b_S/b, b_C/b$ と整合的な $f_1(\alpha_1, \beta_1)$ と $f_2(\alpha_2, \beta_2)$ (ただし、 $0 < \alpha_1 < 1, 1 < \beta_1 \leq 10$) の組み合わせのなかから、 $\omega = 0.5$ と $\phi(\tau = 1年) - \phi(\tau > 1年) > 0.1$ の条件を満たす組み合わせの単純平均をプロットしている。

ごとに示している。双方のイールドカーブとも、1990年代以降、水準要因は緩やかな低下傾向にあり、傾き要因のマイナス幅は縮小傾向にある。特に均衡イールドカーブについては、90%信頼区間を考慮すると、2012年以降、どちらの要因もゼロである可能性が棄却できなくなっている。この間、均衡イールドカーブの曲率要因は一貫して小幅なマイナスとなっている一方、実質イールドカーブの曲率要因のマイナス幅は大きな振幅を繰り返している。

L_t^* , S_t^* , C_t^* を合成すると、任意の年限の均衡実質金利、すなわち、図7の均衡イールドカーブが得られる。サンプル期間中の均衡イールドカーブの推移について、特徴的な動きを2点指摘することができる。第一の特徴は、均衡イールドカーブの水準の低下である。水準要因の低下にみられるように、1990年代半ばに2%近い水準にあった均衡イールドカーブは、世界的な金融危機後にほぼゼロとなっている。特に、10年未満の年限は、2012年にはマイナス圏まで低下している。第二の特徴は、均衡イールドカーブのフラット化である。傾き要因のマイナス幅縮小にみられるように、過去最大で150bps程度あった長短金利差は、2014年にはほぼゼロとなっている。一連の変化は、現在および将来の経済活動水準に対する評価が断続的に下方修正されてきたことを反映したものと考えられる。

4. 4 金融緩和の局面比較

わが国の経済は、1990年代末以降、ゼロ金利政策（1999年2月から2000年8月）、量的緩和（2001年3月から2006年3月）、包括的な金融緩和（2010年10月から2013年4月）、量的・質的金融緩和（2013年4月以降）と、4度にわたる金融緩和を経験してきた。その時々に応じて、政策金利の誘導目標を事実上のゼロとしたり、操作目標を日本銀行当座預金残高やマネタリーベースに変更したり、長期国債やリスク資産を買い入れたりと、様々な政策手段が組み合わせられている。

これら 4 度の緩和局面ごとに、均衡イールドカーブと実際の実質イールドカーブとの関係を比較したのが図 8 である。まず、ゼロ金利政策の局面をみると、日本銀行による短期金利コントロールのもと、誘導目標が事実上のゼロまで引き下げられた結果、短期ゾーンを中心にマイナスのイールドカーブ・ギャップが形成されていたことが分かる。続く量的緩和と包括的な金融緩和の局面では、短期ゾーンに代わって、中期ゾーンを中心にマイナスのギャップが形成されていた。これは、緩和策の継続期間に関する日本銀行のコミットメントのもと、時間軸効果を中心に緩和効果が発揮されていたことによる¹⁰。包括的な金融緩和の際には、日本銀行が残存期間 3 年までの国債を買い入れていたことも、中期ゾーンのギャップ拡大に寄与していたと考えられる。

今回の量的・質的金融緩和では、日本銀行による長期国債の大規模な買入れのもと、短中期ゾーンだけでなく、長期・超長期ゾーンでもイールドカーブ・ギャップが大幅なマイナスとなっている。この結果、金融環境は、4 度の緩和局面のなかでもっとも緩和的になっている。特に、図 9 にみられるように、長期ゾーン（10 年）では、均衡実質金利が横ばいで推移するなか、実際の実質金利が大幅に低下したことで、金利ギャップのマイナス幅は、量的・質的金融緩和を導入して以降の約 2 年間で、20bps から 110bps へと 90bps 程度拡大している。この拡大ペースも、4 度の緩和局面のなかで最速である。

4. 5 金利環境指標

年限ごとの金利ギャップの情報を集約し、イールドカーブ全体としてみた金融環境の緩和度合いを指標化したのが、図 10 の金利環境指標である。金利環境指標 I_t は、各時点におけるイールドカーブ・ギャップが現在および将来の需給ギャップに及ぼし得る潜在的な効果を合計したものであり、具体的には、次式の

¹⁰ それぞれの政策コミットメントは次のとおり。「消費者物価指数の前年比上昇率が安定的にゼロ%以上となるまで」（量的緩和）、「消費者物価の前年比上昇率 1%を目指して、それが見通せるようになるまで」（包括的な金融緩和）。

とおり、実質イールドカーブに固有のショック ε_t^L , ε_t^S , ε_t^C の寄与度の合計として定義する。

$$I_t \equiv \sum_{i=0}^{\infty} a_y^i \cdot [b_L \varepsilon_t^L \sum_{i=0}^{\infty} a_L^i + b_S \varepsilon_t^S \sum_{i=0}^{\infty} a_S^i + b_C \varepsilon_t^C \sum_{i=0}^{\infty} a_C^i]$$

$$= \frac{1}{1-a_y} \left(\frac{b_L}{1-a_L} \varepsilon_t^L + \frac{b_S}{1-a_S} \varepsilon_t^S + \frac{b_C}{1-a_C} \varepsilon_t^C \right) \quad (17)$$

ε_t^L , ε_t^S , ε_t^C には金融政策ショックが反映されることから、 $I_t = 0$ であれば、金融政策スタンスは中立的と解釈することができる。また、 $I_t > 0$ であれば金融政策スタンスは緩和的であり、需給ギャップに対してプラスに作用する。反対に、 $I_t < 0$ であれば、金融政策スタンスは引き締め的である。単一の年限の金利情報のみを勘案した金利ギャップと異なり、全ての年限の金利情報を勘案した金利環境指標は、この間の金融環境の変化をよく捉えている。この点は、図にみられるとおり、金利環境指標が、同じく金融環境を表す指標である企業の資金繰り判断 DI（日銀短観）と似通った動きを示していることから確認できる。

また、金利環境指標をイールドカーブの変動パターンごとに要因分解した結果からは、ゼロ金利政策の局面では、政策金利のゼロ金利誘導（イールドカーブのステープ化）が、量的緩和や包括的な金融緩和の局面では、中期ゾーンに働きかける時間軸政策（イールドカーブの湾曲化）が、それぞれ主たる金利チャンネルとして作用していたことがみてとれる¹¹。一方、量的・質的金融緩和のもとでは、長期国債の買入れ（イールドカーブの下方シフト）が主たる金利チャンネルとして作用していることが確認できる。NYC モデルを用いた試算によると、量的・質的金融緩和を導入して以降の実質イールドカーブの低下効果、すなわち、 I_t の上昇幅は、伝統的な短期金利コントロール（イールドカーブのステープ化）のもとで翌日物金利を 190bps 程度引き下げた場合の効果に相当する規模となっている。

¹¹ 図 10 では、(17)式の I_t に対する ε_t^L の寄与を下方シフト要因、 ε_t^S の寄与をステープ化要因、 ε_t^C の寄与を湾曲化要因と呼称する。

5. おわりに

本稿では、均衡イールドカーブの概念とその計測方法を紹介した。本稿の NYC モデルは、イールドカーブ全体の情報を勘案したうえで、イールドカーブ・ギャップの形状に応じた景気感応度の違いや、均衡イールドカーブと実際の実質イールドカーブの期間構造の違いを識別しながら、全ての年限について均衡実質金利を計測できることが利点である。また、イールドカーブ・ギャップからは、特定の年限だけでなく、イールドカーブ全体からみた金融環境の変化を捕捉することができる。

もっとも、金融政策の分析手段として広く浸透している動学的確率的一般均衡 (DSGE) モデルなどの金融政策モデルや、テイラールールなどの金融政策ルールは、均衡実質金利の期間構造を想定していない。このため、全ての年限の金利情報を反映した均衡イールドカーブに対して、既存のモデルやルールを直接適用することができない。こうした既存のモデルやルールを均衡イールドカーブと整合的なかたちに拡張・一般化することは、理論的にも実務的にも重要なテーマだと考えられる。今後の課題としたい。

参考文献

- 小田 信之・村永 淳 (2003), 「自然利子率について：理論整理と計測」, 日本銀行ワーキングペーパーシリーズ, No. 03-J-5.
- 鎌田 康一郎 (2009), 「わが国の均衡実質金利」, 深尾京司編『マクロ経済と産業構造』, バブル/デフレ期の日本経済と経済政策シリーズ, 第 1 巻, 慶應義塾大学出版会.
- Barsky, R., A. Justiniano, and L. Melosi (2014), "The natural rate of interest and its usefulness for monetary policy," *American Economic Review: Papers & Proceedings*, 104(5), pp. 37-43.
- Bomfim, A. N. (1997), "The equilibrium Fed funds rate and the indicator properties of term-structure spreads," *Economic Inquiry*, 35(4), pp. 830-846.
- Brzoza-Brzezina, M. (2003), "Estimating the natural rate of interest: A SVAR approach," Working Paper 27, National Bank of Poland.
- Brzoza-Brzezina, M. and J. Kotłowski (2014), "Measuring the natural yield curve," *Applied Economics*, 46(17), pp. 2052-2065.
- Clark, T. E. and S. Kozicki (2005), "Estimating equilibrium real interest rates in real time," *North American Journal of Economics and Finance*, 16(3), pp. 395-413.
- Cuaresma, J., E. Gnan, and D. Ritzberger-Gruenwald (2004), "Searching for the natural rate of interest: A euro area perspective," *Empirica*, 31(2-3), pp. 185-204.
- Diebold, F. X. and C. Li (2006), "Forecasting the term structure of government bond yields," *Journal of Econometrics*, 130(2), pp. 337-364.
- Diebold, F. X., G. D. Rudebusch, and S. B. Aruoba (2006), "The macroeconomy and

the yield curve: A dynamic latent factor approach," *Journal of Econometrics*, 131(1), pp. 309-338.

Justiniano, A. and G. E. Primiceri (2010), "Measuring the equilibrium real interest rate," *Economic Perspectives*, 34(1), pp. 14-27.

King, M. and D. Low (2014), "Measuring the 'world' real interest rate," NBER Working Paper 19887.

Laubach, T. and J. C. Williams (2003), "Measuring the natural rate of interest," *Review of Economics and Statistics*, 85(4), pp. 1063-1070.

Neiss, K. S. and E. Nelson (2003), "The real-interest-rate gap as an inflation indicator," *Macroeconomic Dynamics*, 7(2), pp. 239-262.

Nelson, C. R. and A. F. Siegel (1987), "Parsimonious modeling of yield curves," *Journal of Business*, 60(4), pp. 473-489.

表 1. パラメータの推計結果

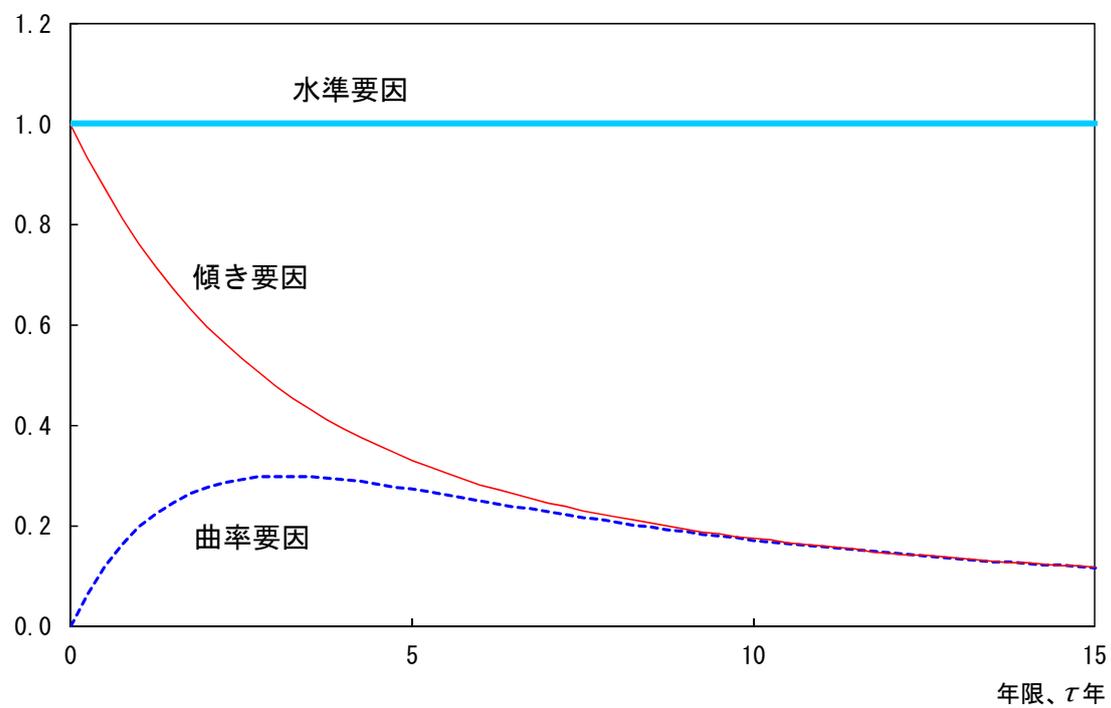
(1) DNS モデル

パラメータ	推計値 (標準誤差)
a_{11}	0.857 (0.033)
a_{21}	0.150 (0.052)
a_{31}	0.061 (0.105)
a_{12}	0.005 (0.033)
a_{22}	0.927 (0.051)
a_{32}	0.124 (0.106)
a_{13}	-0.081 (0.014)
a_{23}	0.099 (0.022)
a_{33}	0.985 (0.043)
μ_L	0.019 (0.001)
μ_S	-0.009 (0.001)
μ_C	-0.038 (0.002)
λ	0.143 (0.001)

(2) NYC モデル

パラメータ	推計値 (標準誤差)
b_L	-0.215 (0.051)
b_S	-0.117 (0.014)
b_C	-0.045 (0.018)
a_y	0.924 (0.032)
a_L	0.847 (0.090)
a_S	0.844 (0.053)
a_C	0.893 (0.025)
g_{yL}	0.061 (0.017)
g_{yS}	0.064 (0.019)
g_{yC}	0.059 (0.244)
h_{yL}	0.921 (0.055)
h_{yS}	-0.318 (0.241)
h_{yC}	-0.032 (0.069)
h_{LS}	-0.291 (0.253)
h_{LC}	-0.906 (0.705)
h_{SC}	-1.371 (1.377)

図 1. ネルソン=シーゲル・モデルのファクター係数



(注) $\lambda = 0.143$ の場合。

図2. イールドカーブ・ギャップの模式図

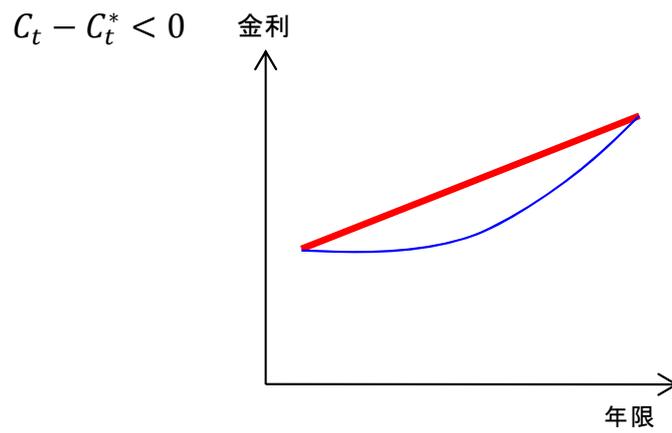
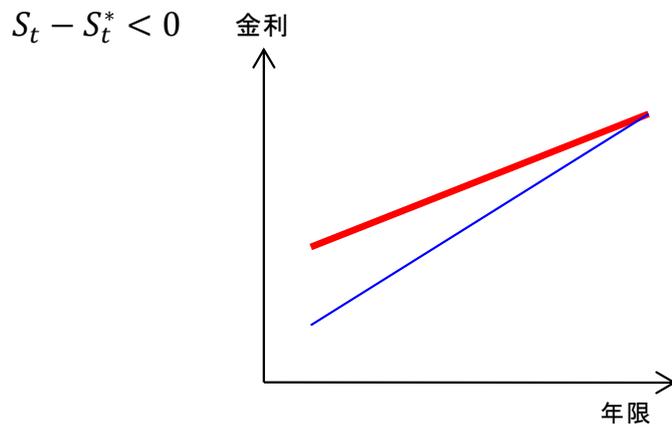
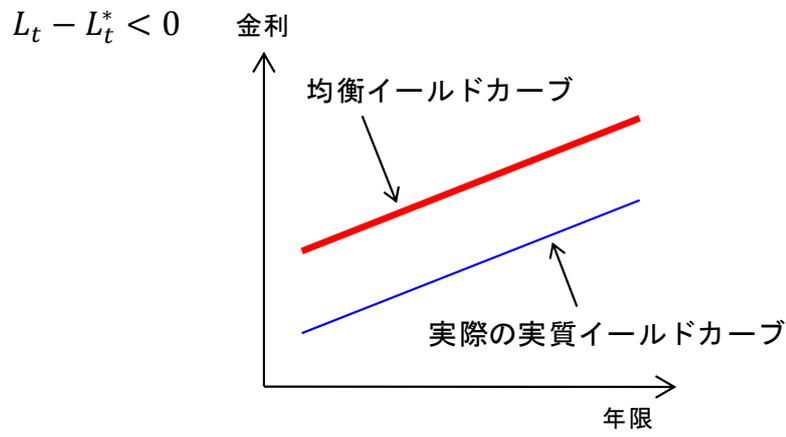
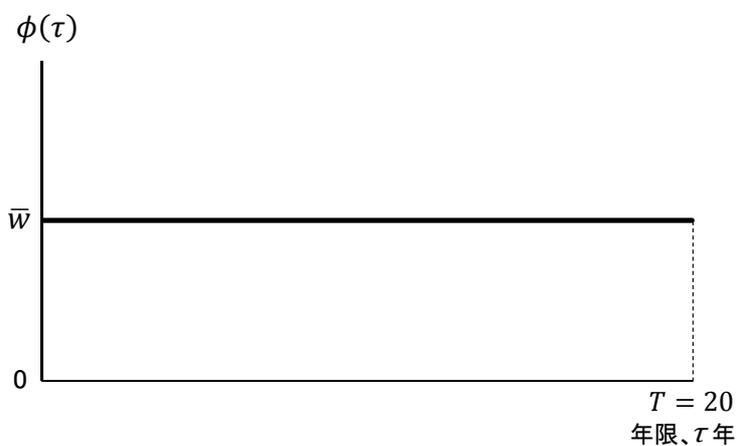
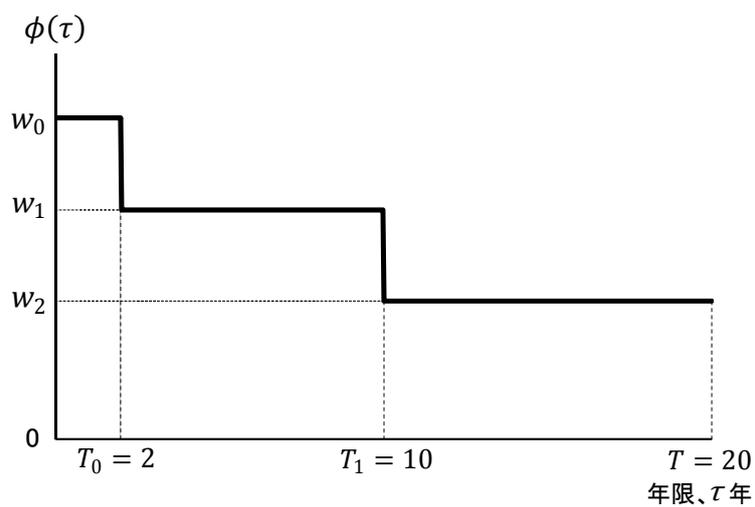


図 3. $\phi(\tau)$ の分布

(1) 一様分布



(2) 階段分布



(3) 混合ベータ分布

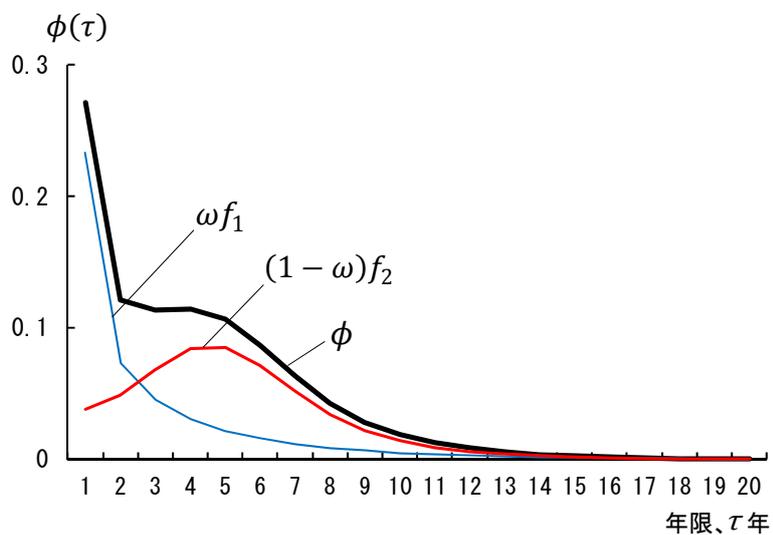
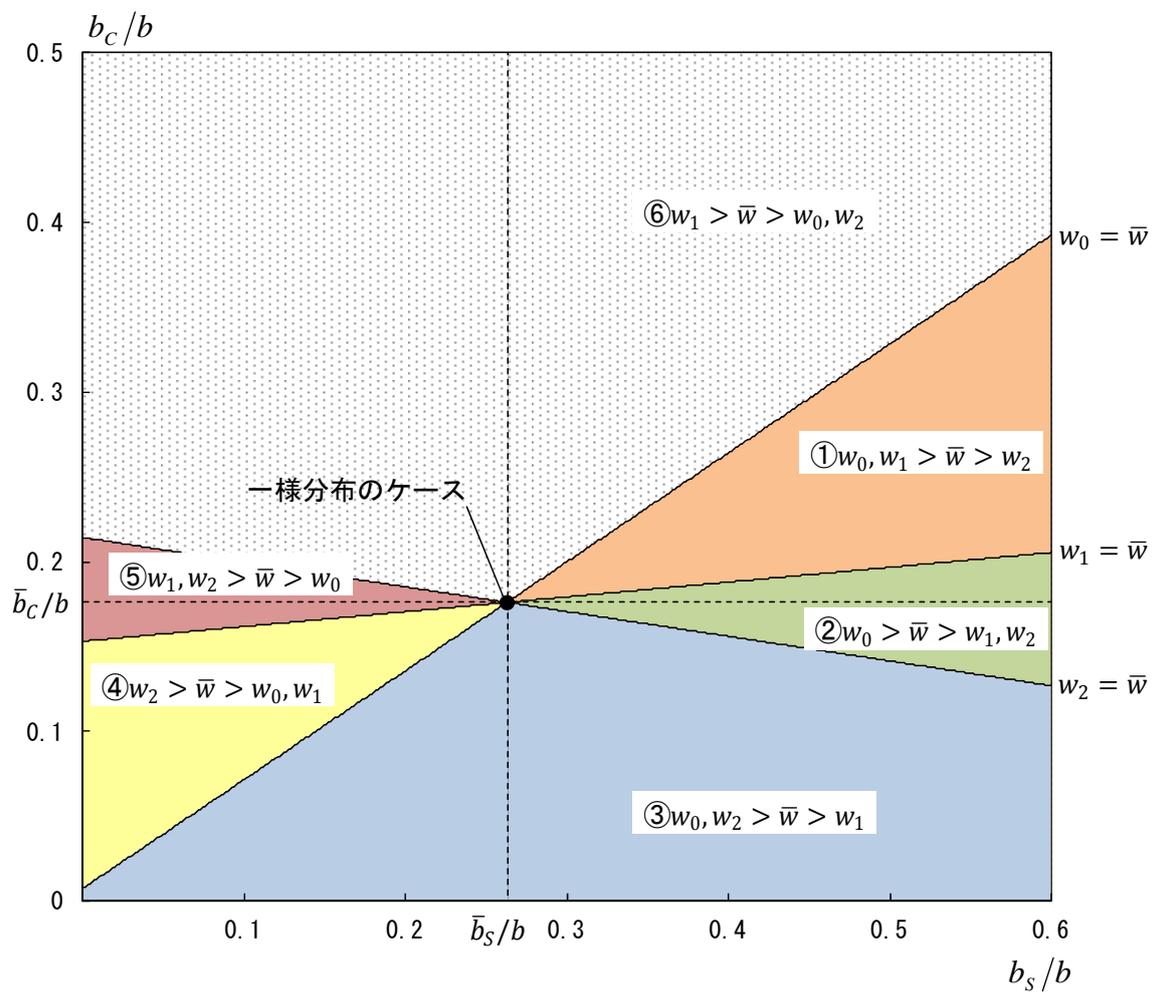


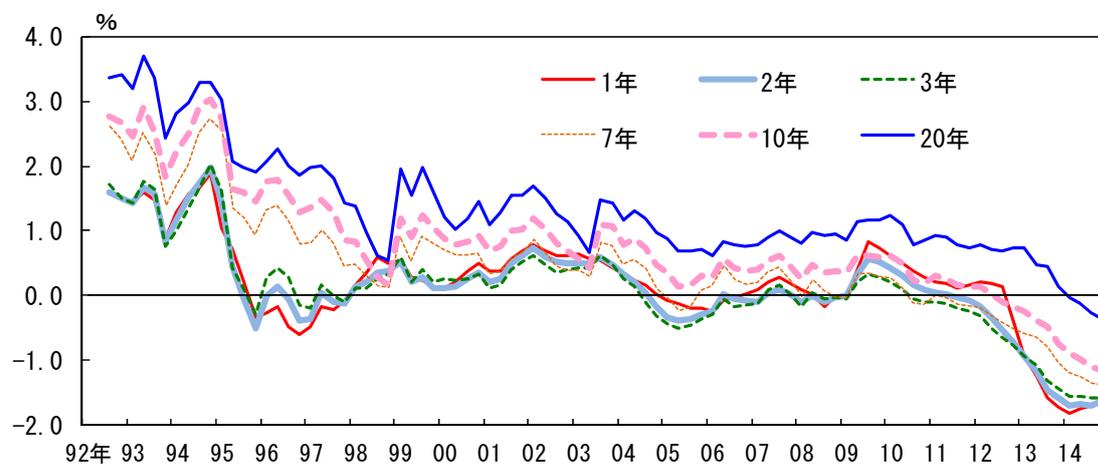
図4. w_i の領域



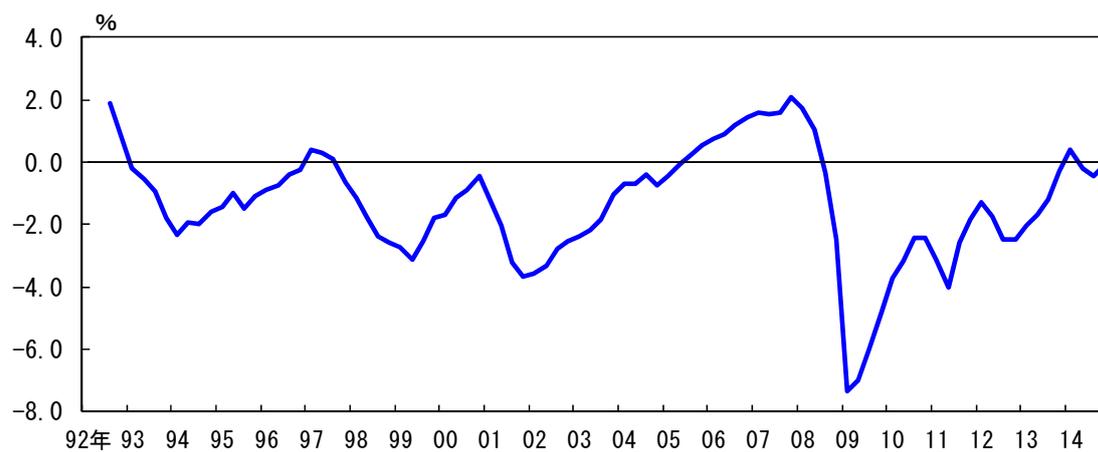
(注) $T_0 = 2$ 年、 $T_1 = 10$ 年、 $T_2 = 20$ 年、 $\lambda = 0.143$ の場合。

図5. 推計に使用したデータ

(1) 実質ゼロクーポン金利



(2) 需給ギャップ



(3) 潜在成長率

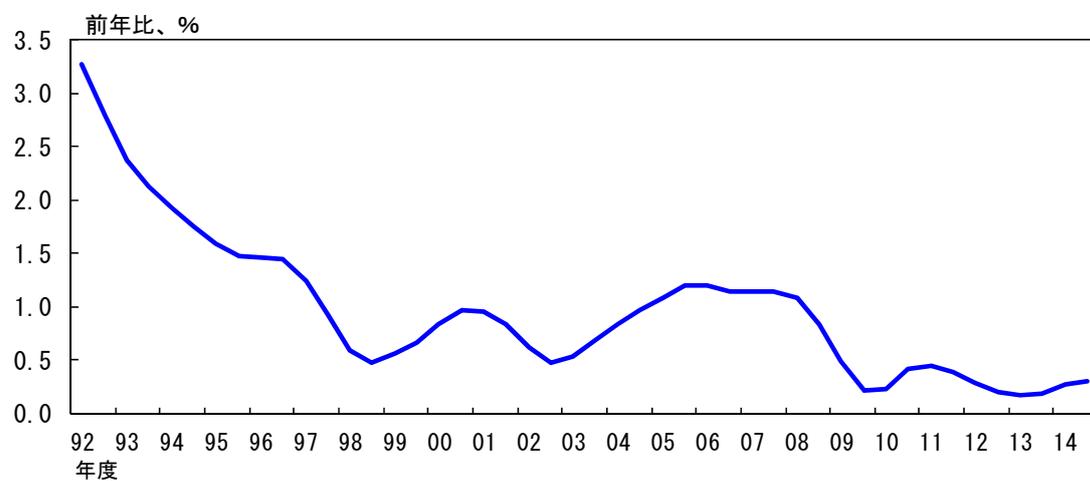
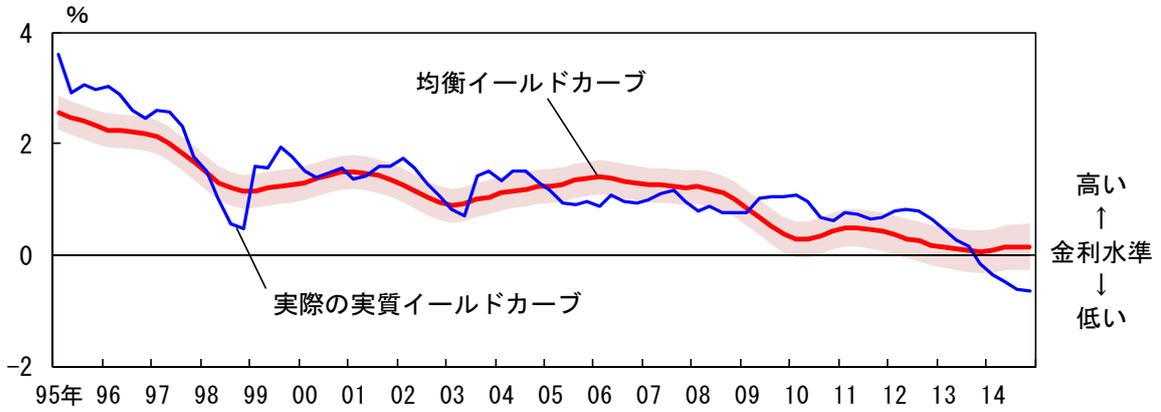
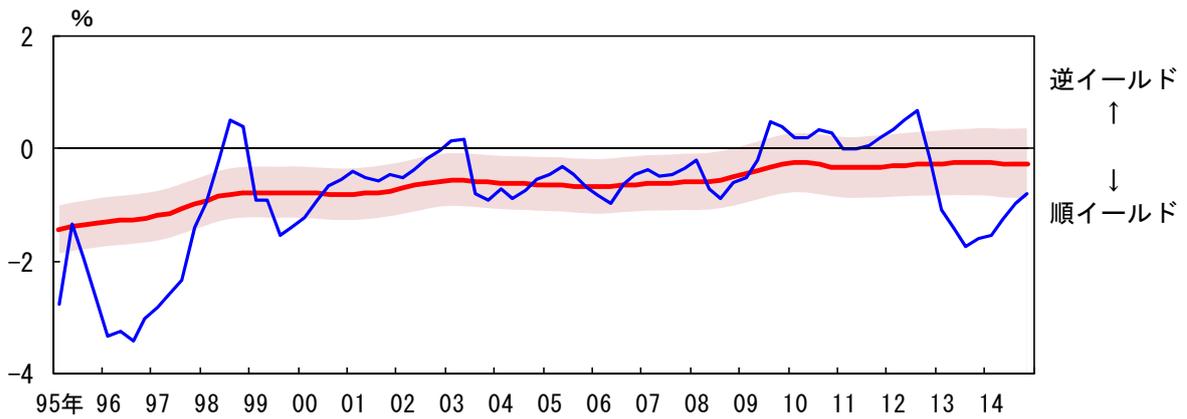


図6. イールドカーブの構成要素

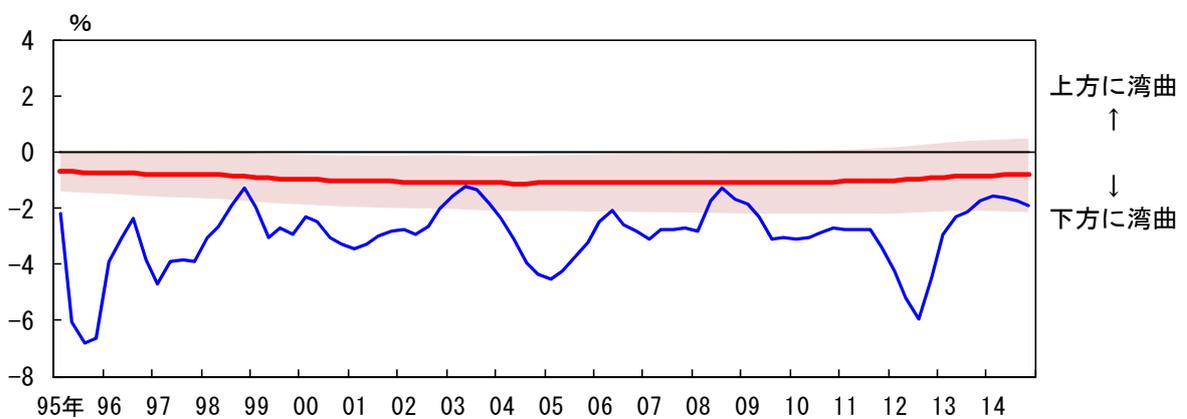
(1) 水準要因



(2) 傾き要因



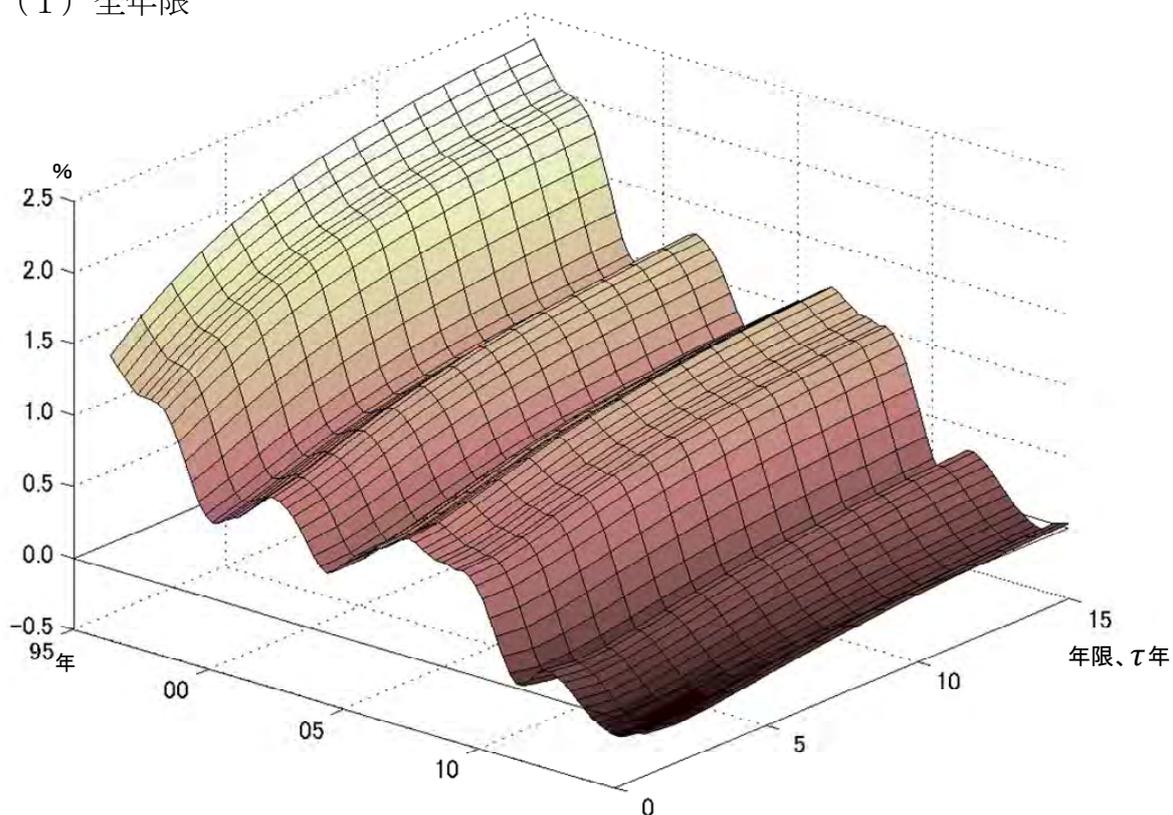
(3) 曲率要因



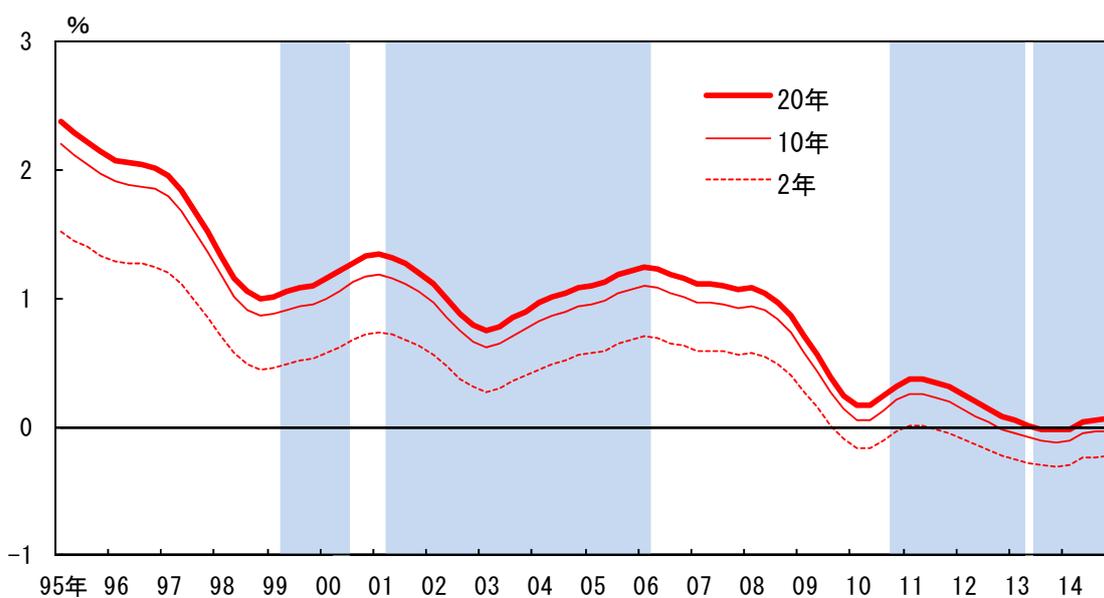
(注) シャドーは 90%信頼区間。

図7. 均衡イールドカーブ

(1) 全年限



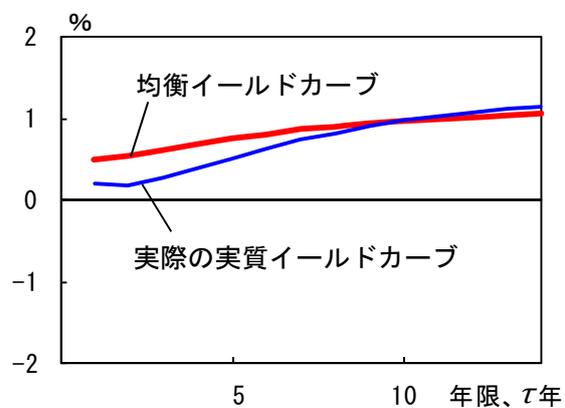
(2) 年限別



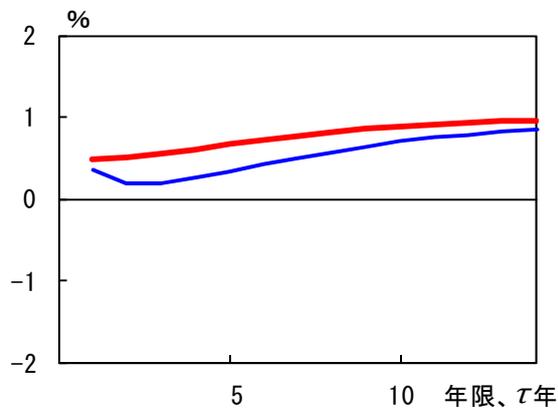
(注) シャドーは、左から順に、ゼロ金利政策、量的緩和、包括的な金融緩和、量的・質的金融緩和を表す。

図8. 局面ごとのイールドカーブ

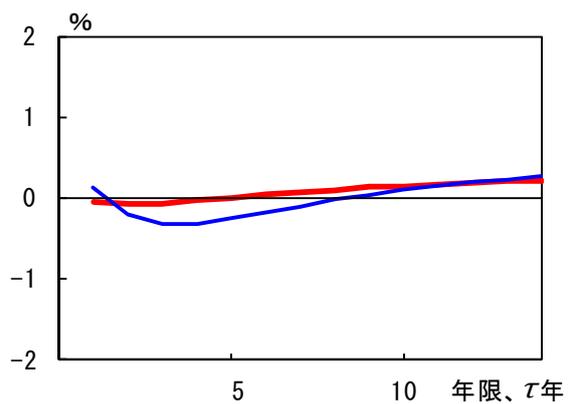
① ゼロ金利政策



② 量的緩和



③ 包括的な金融緩和



④ 量的・質的金融緩和

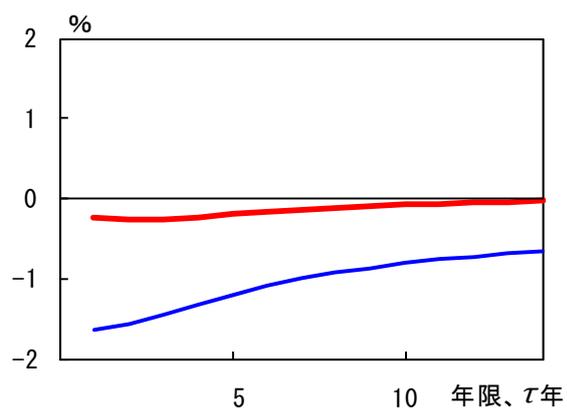
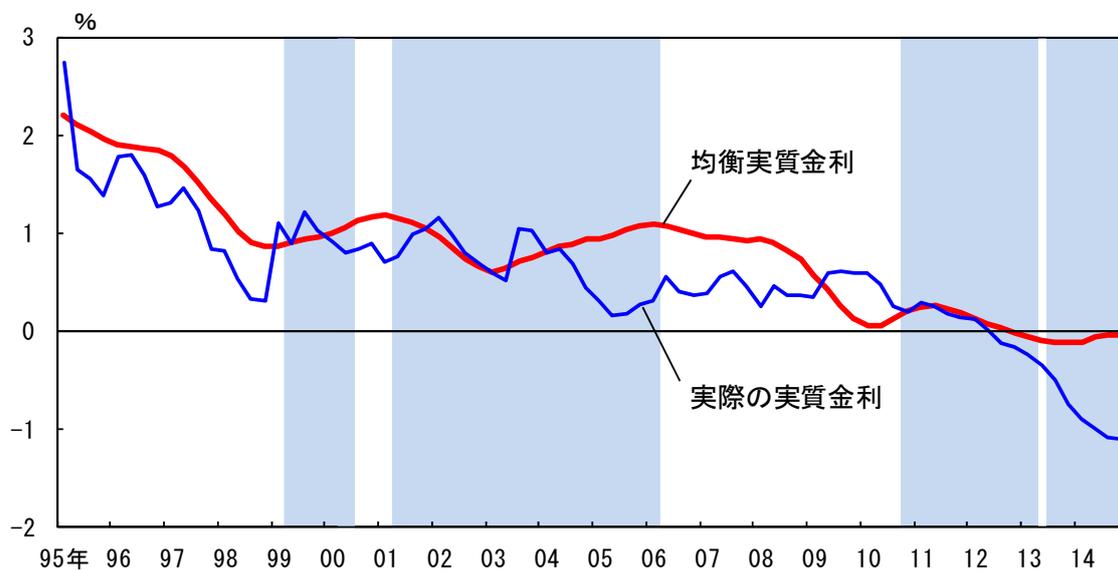
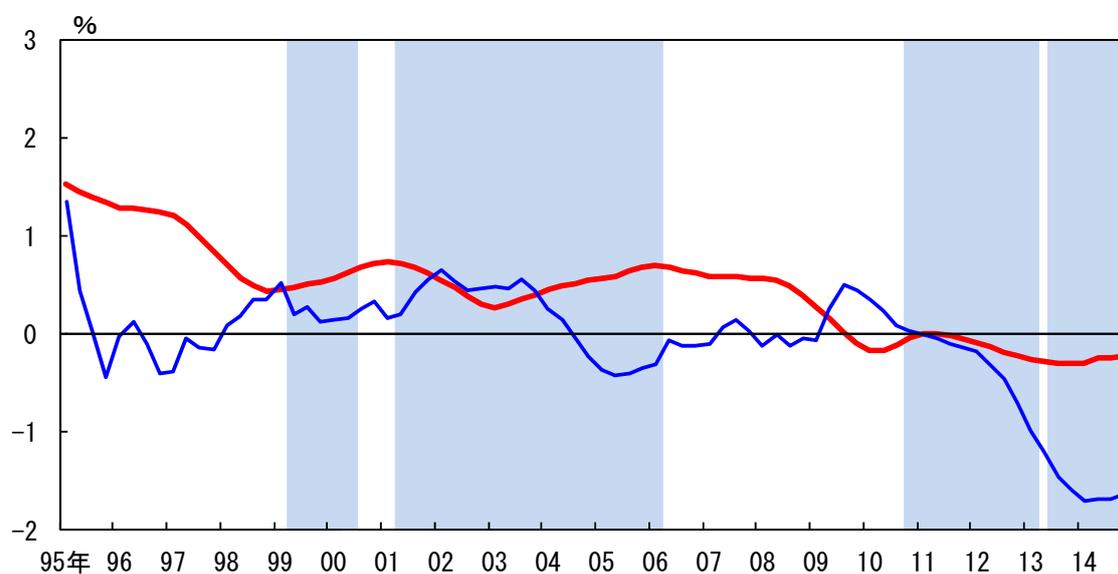


図9. 均衡実質金利と実際の実質金利

(1) 年限10年

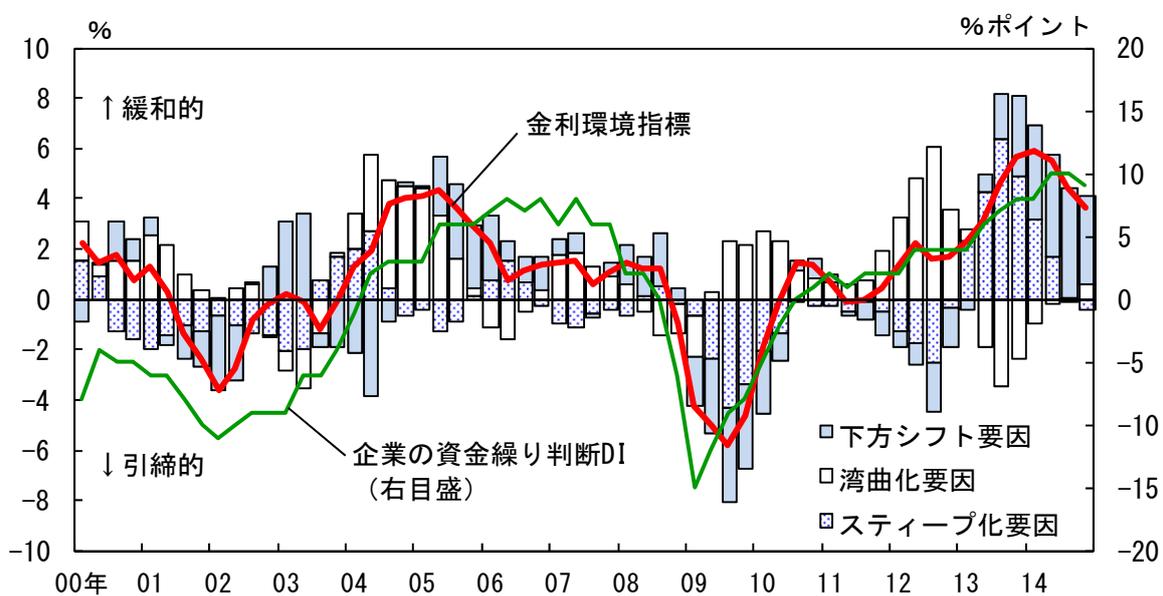


(2) 年限2年



(注) シャドーは、左から順に、ゼロ金利政策、量的緩和、包括的な金融緩和、量的・質的金融緩和を表す。

図10. 金利環境指標と企業の資金繰り判断DI



(注) 金利環境指標は後方4期移動平均。

(出所) 日本銀行「全国企業短期経済観測調査」