



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

わが国の自然利子率 —DSGE モデルに基づく水準の計測と決定要因の識別—

岡崎陽介*

yousuke.okazaki@boj.or.jp

須藤直**

nao.sudou@boj.or.jp

No.18-J-3
2018年6月

日本銀行
〒103-8660 日本郵便（株）日本橋郵便局私書箱 30 号

* 企画局

** 企画局

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局 (post.prd8@boj.or.jp) までご相談下さい。転載・複製を行う場合は、出所を明記して下さい。

わが国の自然利子率

—DSGEモデルに基づく水準の計測と決定要因の識別—*

岡崎 陽介[†]、須藤 直[‡]

【要旨】

本稿では、わが国の自然利子率の水準とその決定要因について推計している。具体的には、先行研究において自然利子率の変動に寄与すると考えられている複数の要因について、それぞれの定量的な重要性を計測・比較することに主眼を置いた動学的確率的一般均衡モデルを構築し、1980年から2017年のデータを用いて推計を行った。分析結果は以下の3点である。第1に、わが国の自然利子率は趨勢的な低下傾向にあり、1980年代の約4%の水準から、直近5年間では約0.3%の水準まで低下した。こうした自然利子率の低下の多くは、中立技術の変化に起因するものであった。この間、投資特殊技術や人口動態、需要要因の変化も自然利子率の下押しに寄与していたものの、その定量的な大きさは限定的であった。第2に、将来に亘る自然利子率の予想値についても、趨勢的な低下傾向や、その変動に占める中立技術の重要性が観察された。この結果は、経済主体の間で、自然利子率の変化が一時的なものではなく、持続的なものとして受け止められてきたことを示している。第3に、自然利子率の変動に対する定量的な寄与という観点から決定要因を比較すると、金融仲介活動の機能度の寄与は中立技術に次いで2番目に大きく、とりわけ、1990年代に始まった銀行危機時においては、自然利子率を大きく押し下げている。こうした結果は、自然利子率の動向を分析する際には、中立技術の推移のみならず、金融仲介活動の機能度についても注視する必要があるということを示唆している。

JEL 分類番号：E32、E43、E44、E52

キーワード：自然利子率、金融政策運営、DSGEモデル

* 本稿は、日本銀行ワーキングペーパーシリーズ No.18-E-6 「Natural Rate of Interest in Japan — Measuring its size and identifying drivers based on a DSGE model —」の日本語訳版である。本稿の作成に当たり、青木浩介氏、一上響氏、黒住卓司氏、長野哲平氏、中島上智氏、西崎健司氏、斎藤雅士氏、渡部敏明氏、吉羽要直氏、上田晃三氏、大垣昌夫氏、大津敬介氏、新谷元嗣氏、廣瀬康生氏、および日本銀行でのセミナー参加者から有益なコメントを頂戴した。ただし、本稿のあり得べき誤りは筆者ら個人に属する。なお、本稿に示される内容や意見は、筆者ら個人に属するものであり、日本銀行および企画局の公式見解を示すものではない。

[†] 日本銀行企画局 (yousuke.okazaki@boj.or.jp)

[‡] 日本銀行企画局 (nao.sudou@boj.or.jp)

1 はじめに

自然利子率とは、経済・物価に対して引締めの的にも緩和的にも作用しない実質金利のことである。一般に、金融緩和は、実質金利を自然利子率よりも低位にすることにより達成されることから、自然利子率の動向を把握することは、金融政策を運営するうえで重要であると考えられる。もっとも、自然利子率の動向を正確に把握することは実務的には容易ではない。すなわち、自然利子率は、企業や家計の貯蓄・投資行動の意思決定の裏側で不断变化する経済構造の性質を映じて、時間とともに変化すると考えられる一方、その動向については直接に観察することはできず、何らかの手法を用いて推計しなければならないからである。

自然利子率の推計手法には、大別すると2つの類型が存在する。第1の類型は、HPフィルターやバンドパス・フィルター、あるいは他のより高度な時系列的手法を用いて、実際の実質金利の趨勢成分を自然利子率として抽出するものである。この手法のもとでは、自然利子率は実質金利の時系列のみから推計され、物価や需給ギャップ等の他の変数との間の理論的な関係性は考慮されないことが多い。第2の類型は、経済学の理論的要請を重視するものであり、実質金利以外のデータも用いながら、経済理論が求める経済変数同士の関係性と整合的となるように、自然利子率を言わば逆算する。この類型の中で広く利用されている手法の一つとして、Laubach and Williams (2003、以下、LW) によって提案されたものがある¹。この類型のうち、広く利用されているもう一つの手法として、動学的確率的一般均衡モデル (dynamic stochastic general equilibrium model、以下、DSGE モデル) がある²。DSGE モデルの利点は、モデルが経済理論と整合的である点に加えて、自然利子率の潜在的な決定要因を特定することで、自然利子率の動向について意味付けを与えることができる点である³。

本稿では、ニューケインジアン型 DSGE モデルを用いて、1980 年から 2017 年までの日本の自然利子率の推移とその決定要因を推計する。なお、後述するように、ここでの自然利子率は、「実際の経済では硬直的である価格や賃金が仮に伸縮的であった場合に成立するであろう、事前の意味 (ex-ante) での実質短期金利」である。これまで先進各国で行われた先行研究を振り返ると、自然利子率が低下傾向にある

¹LW (2003) の手法に基づいた推計としては、Fries et al. (2016)、Pescatori and Turunen (2016)、Lewis and Vazquez-Grande (2017)、Hakkio and Smith (2017) を参照。また、LW (2003) の手法を米国、カナダ、ユーロ圏、英国に適用した研究として、Holston et al. (2017) を参照されたい。

²DSGE モデルに基づいた先行研究としては、例えば、Edge et al. (2008)、Justiniano and Primiceri (2010)、Barsky et al. (2014)、Curdia et al. (2015)、Del Negro et al. (2015、2017)、Hristov (2016)、Gerali and Neri (2017) がある。

³ここで挙げた2つの類型に加えて、Ikeda and Saito (2014) や須藤・瀧塚 (2018) では、カリブレートした動学的一般均衡モデルを用いて、人口動態や TFP 等の主要な外生変数の時系列データをモデルに外挿したうえで、モデルの内生変数の一つとして実質金利を計算している。この他の関連する研究としては、Carvalho et al. (2016) や Gagnon et al. (2016) などがある。

こと、こうした傾向が、特に2008年以降のグローバル金融危機を契機として顕在化していることが共通して報告されている。もっとも、こうした自然利子率の低下の裏側でどのような要因が作用していたのかという点については、必ずしもコンセンサスが得られていない。このため、本稿では、自然利子率の推移を推計するだけでなく、既存研究において、自然利子率の決定要因であると考えられている5つの要因に着目し、それぞれの自然利子率に対する寄与について定量評価・比較を行っている。5つの変動要因とは、具体的には、中立技術、投資特殊技術、金融仲介活動の機能度、人口動態、需要要因であり、本稿のDSGEモデルの構成はこれらの要因を描写し得る形で定式化されている。また、当該モデルを推計する際には、これらの決定要因の情報を含むと考えられるデータを可能な限り用いている⁴。

Justiniano and Primiceri (2010) で議論されている通り、足もとの自然利子率の変動が先々どの程度残存するのか、どのような要因がこうした動きを牽引しているのか、また、これらの点について、家計がどのような予想を持っているかという点も重要な論点である。こうした観点から、本稿では、経済主体が持つ将来に亘る自然利子率の流列の期待値(以下、予想自然利子率)を計算し、この系列についても、時系列的にどのように推移してきたのか、何によって変動しているのかを考察する⁵。

本稿での分析の結果、日本の自然利子率は、1980年代には約400ベース・ポイントであったものの、直近5年間の平均でみると30ベース・ポイントまで低下していることが示された。低下の大部分は1990年代前半に生じたものであり、その後の期間については低下ペースは緩やかであった。なお、2017年時点で見ると、自然利子率の水準は約100ベース・ポイントであった。このような自然利子率の低下傾向は、LW(2003)や今久保ほか(2015)など、他の手法に基づく推計結果や、他のDSGEモデルに基づく推計結果(Iiboshi et al. [2018])においても共通してみられる。決定要因については、自然利子率の低下のうち半分以上は中立技術の変化に起因していることが確認された。人口動態や投資特殊技術、需要要因の変化も趨勢的に下押し方向で作用していたものの、定量的な観点からはその寄与は限定的であった。金融仲介活動の機能度については、自然利子率に対して上方向にも下方向にも作用していたことが確認された。例えば、銀行危機時においては自然利子率を約100ベース・ポイント程度押し下げている一方で、2000年以降は押し上げに寄

⁴自然利子率の水準や変動要因の推計の際には、モデル選択も重要である。Hristov(2016)は、Smets and Wouters(2007)型のモデルと、同モデルに金融部門の摩擦を組み込んだモデルの2つのモデルを用いて、ユーロ圏の自然利子率をそれぞれ推計し、金融危機時の自然利子率の低下幅は、前者では400ベース・ポイントであったが、後者では200ベース・ポイントであったこと、自然利子率の主たる変動要因は、前者では選好ショックであったが、後者では資本収益率ショックであったと報告している。

⁵Justiniano and Primiceri(2010)で議論されているように、予想自然利子率は、金融政策を運営するうえでの目線の一つと考えられている。特に、名目短期金利が下限に直面するもとの、フォワード・ガイダンスなどの将来の期待に働きかける政策が実施されている場合には、将来に亘る自然利子率の期待値についても目を向けることが重要となる。

与していた。自然利子率の変動に占める寄与の大きさを比較すると、金融仲介活動の機能度は、5つの要因の中では中立技術に次いで2番目であった。

自然利子率と同様に、予想自然利子率も低下傾向を辿っていた。この推計結果は、分析期間中の経済主体が、各期の自然利子率の低下は一時的なものではなく、相応に持続的なものとして捉えていたことを示唆している。この一つの理由として、自然利子率の主たる変動要因が中立技術の変化であり、中立技術の変化は自然利子率に対して持続的な影響を与えることが挙げられる。予想自然利子率の低下ペースは、自然利子率対比でみると緩やかであり、特に近年においては、潜在成長率の推移と似通った動きを示している。

本稿に関連する先行研究としては、DSGEモデルを用いて様々な国・地域の自然利子率を推計した研究がある。例えば、米国については Barsky et al. (2014) や Del Negro et al. (2015, 2017)、ユーロ圏については Hristov (2016)、英国については Goldby et al. (2015)、日本については Iiboshi et al. (2018) が挙げられる。また、長期停滞仮説についての研究である Eggertsson et al. (2017)、Rachel and Smith (2015)、Sajedi and Thwaites (2016)、Summers (2014) とともに密接に関連している。Summers (2013) を契機として、自然利子率はこれまで低下してきただけなのか、今後も引き続き低下するのか、仮にそうであれば何故なのか、という点について議論が活発化する中、上述の5つの決定要因は、こうした研究においても、自然利子率の決定要因として広く分析の対象となっている。最後に、本稿は、日本のデータを用いて DSGE モデルを推計した Sugo and Ueda (2008)、Kaihatsu and Kurozumi (2014)、Hirakata et al. (2016)、Muto, Sudo, and Yoneyama (2016、以下、MSY) とともに関連している。特に、モデルの構成については、金融部門の摩擦を組み込んでいるという点で、Hirakata et al. (2016) や MSY (2016) と非常に近い。

本稿の貢献は、以下の通りである。第1に、ニューケインジアン型 DSGE モデルを用いて、日本の自然利子率の推移と決定要因を推計した点である。筆者らが知る限り、本稿は、金融部門における摩擦を組み込んだ中規模 DSGE モデルを用いて日本の自然利子率を推計した初めての試みである⁶。第2に、自然利子率および予想自然利子率の決定要因と考えられてきた諸要因について、それぞれの定量的な影響を把握し比較できるような包括的なモデルを構築し、実際に推計を行ったことである。とりわけ、本稿の枠組みは、需要ショックのような一時的なショックだけでなく、技術進歩率ショックなどの持続的なショックが及ぼす影響についても推計を試みているという点で特徴がある。また、自然利子率だけではなく予想自然利子率について

⁶本稿及び Iiboshi et al. (2018) は、いずれも DSGE モデルを用いて日本の自然利子率を推計したものであるが、手法面では違いがあり、結果的に、推計結果も異なる。後者のモデルは簡易である一方で政策金利の非負制約に伴う非線形性を明示的に考慮したうえで推計を行っている。本稿のモデルは当該モデル対比でみて、金融部門の摩擦や TFP の内生的变化など多様な要素を考慮している一方で、モデルの非線形性については捨象している。

も、水準や決定要因について検証を試みているという点で、先行研究と一線を画している。

本稿の構成は以下の通りである。第2章では、これまで議論されてきた自然利子率の決定要因について、先行研究を踏まえた整理を行う。第3章では、理論モデルと推計手法の概要を説明する。第4章では、推計結果を示す。第5章では、推計結果について外部データを用いた検証や感応度分析を行う。第6章は、まとめである。

2 自然利子率の決定要因

本章では、自然利子率の決定要因のうち主たるものについて簡単に触れる。何が自然利子率を動かしているのかという論点については、Summers (2013) を契機として、長期停滞仮説が注目され始めて以降、多くの仮説が提唱されてきている。ここでは便宜上、既存研究で議論されてきた仮説を5つの類型に分類し、それぞれの決定要因がどのように自然利子率と結びついているのかを整理し、日本経済という文脈の中での各要因の含意を議論する。また、それぞれの決定要因の寄与を定量的に評価するという観点から、本稿ではどのようなモデル設定や推計手法を選択しているかという点についても記述する。

中立技術

教科書的な成長モデルに従えば、中立技術の変化は、実質金利を含む経済変数の最も重要な変動要因である。中立技術それ自体は直接観察することはできないが、近年、先進国においては、中立技術の伸び率が鈍化している可能性があることが、Cette et al. (2016) や Eichengreen et al. (2017) などで指摘されている。中立技術の低下は、理論的には、資本収益率を低下させ、投資の採算性を悪化させることを通じて、投資行動を抑制し、実質金利を押し下げる。もっとも、これまでのDSGEを用いた既存研究において報告されている自然利子率の推計結果をみる限り、中立技術の変化は、必ずしも自然利子率の支配的な決定要因としては捉えられていない⁷。

日本経済に引き付けて考えると、日本の経済変動についての先駆的な研究である Hayashi and Prescott (2002) においては、中立技術の近似値とされる計測上の Total Factor Productivity (以下、単に、TFP) の成長率が、1990年代初頭に大きく下方に屈折したことが報告されている。すなわち、TFP 成長率は、1980年代の1.84%から1990年代には0.49%、2000年以降は0.46%と低下しており、こうした伸び率の低下が、過去数十年に亘って、自然利子率を押し下げる方向で作用してきた可能性

⁷DSGEを用いた幾つかの先行研究では、中立技術のトレンド成分が確定的 (deterministic trend) であることを仮定したうえで分析の対象外とし、中立技術の変動のうち定常成分の寄与のみに焦点を当てている。推計された中立技術の寄与が大きくない理由は、こうした分析手法にも起因している可能性がある。

がある。

中立技術が自然利子率に与える影響について、可能な限り正確に捕捉するという観点から、本稿では3つの工夫を講じている。第1に、Gerali and Neri (2017)などの先行研究に倣い、中立技術の変動における確率的なトレンド成分 (stochastic trend) も分析対象としている。第2に、推計に用いる観察変数に、TFP (ソロー残差) を含めている。もっとも、Basu et al. (2006) で指摘されているように、ソロー残差は、生産構造において資本ストック投入や労働投入だけではなく中間投入が用いられている場合、あるいは資本ストック投入および労働投入の稼働率が内生的に変化する場合には、需要ショックなどの非技術的要因の変化によっても変動する。この観点から、第3の工夫として、生産関数をモデルで表現する際には、中間投入や資本ストックの稼働率を明示的に組み入れている。

金融仲介活動の機能度

先進国を対象とする多くの先行研究では、グローバル金融危機が発生した時期頃を境にして、自然利子率が急速に下がり始めたと報告している⁸。こうした分析を踏まえると、金融仲介活動の機能度を、自然利子率の決定要因の一つとして捉えることはごく自然であると考えられる。実際に金融仲介活動が機能不全に陥ると、企業や家計の借入需要は減退し、結果として (リスク調整済み) 実質金利が低下する可能性がある。例えば、英国の自然利子率を推計した Goldby et al. (2015) は、グローバル金融危機時において自然利子率は約 400 ベーシス・ポイント低下し、その主たる変動要因は、信用供給に対するショックであったとしている。

日本は、過去 40 年間に於いて、1990 年代初頭のバブル経済崩壊を契機とする一連の銀行危機と、2000 年代後半のグローバル金融危機の 2 つの危機に見舞われている。銀行危機時には、銀行や企業部門のバランスシートが毀損する中で、信用コスト率はピーク時で 3.7 % まで上昇し、1997 年以降には金融機関が相次いで破綻した⁹。Reinhart and Rogoff (2011) の定義に拠れば、こうした危機は 2001 年頃まで続いている。グローバル金融危機時には、大規模な信用不安は見られなかったものの、实体经济は大きく減速することとなった。例えば、この間の景気循環の山である 2008 年第 1 四半期から谷である 2009 年第 1 四半期にかけて、GDP は 8.29 % も低下している¹⁰。

⁸この点について、例えば、LW (2003) の手法に基づいた推計結果としては Holston et al. (2017) を、DSGE モデルに基づいた推計結果としては Barsky et al. (2014) や Del Negro et al. (2015) をそれぞれ参照されたい。

⁹銀行危機時に起きた一連の出来事については、例えば Hoshi and Kashyap (2010) を参照のこと。また、金融仲介機能の混乱による経済活動への影響についての定量分析として、例えば Bayoumi (2001) を参照されたい。

¹⁰当該数値は、内閣府が公表する景気基準日付に基づくもの。グローバル金融危機と同時期に起きた景気後退は、第 14 循環に該当する。

金融仲介活動の機能度を計測するという観点から、本稿では、まず、Hirakata, Sudo, and Ueda (2011、2017、以下、HSU) に倣い、連鎖的信用契約 (Chained Credit Contracts、以下、CCC) をモデルに組み込んでいる。この枠組みでは、企業部門と銀行部門の双方が、Bernanke, Gertler, and Gilchrist (1999、以下、BGG) のモデルと同一の契約形態を通じて外部資金を調達する¹¹。銀行部門は、家計からの借入と自身の純資産を用いて企業部門への貸出を行い、企業部門は、銀行部門からの借入及び自身の純資産を用いて資本財への投資を行う。HSU (2011、2017) と同様に、本稿のモデルにおいても、銀行および企業の両部門のバランスシートに対してショック (以下、BS ショックと呼称) が発生すると想定する。これらのショックは、それぞれの部門の純資産の予期せざる変化であり、こうした変化は、返済する金利水準など信用契約の内容を変化させることを通じて、実体経済にも伝播していく。BS ショックを考察する理由は、金融仲介活動の機能度の変化のうち、マクロ経済の状況に由来するものではなく、純粋に金融仲介活動に起因するものの捕捉を企図しているためである¹²。また、モデルを推計する際にも、純資産に対するショックの時系列推移を抽出することを企図して、資金循環統計より作成した銀行・企業両部門の純資産データを観察変数として利用する。

人口動態

先進国では、過去数十年の間に高齢化と実質金利の低下が同時に進行してきた。こうした点を踏まえ、近年、多くの研究が、カリプレートしたライフサイクル・モデルなどを用いつつ、実質金利と人口動態要因の関係性を考察するようになっていく。例えば、Carvalho et al. (2016) や Gagnon et al. (2016)、須藤・瀧塚 (2018) などがこれに該当する。これらの研究はいずれも、出生率の低下や寿命の上昇、あるいはその双方に起因する高齢化が、低出生率に伴う労働投入量の減少や長寿化に伴う貯蓄の増加を通じて資本ストックが過多になることにより、実質金利を押し下げると結論付けている。

日本はG7の中で最も高齢化が進行しており、須藤・瀧塚 (2018) に拠れば、1980年から2017年までの間に、生産年齢人口成長率は0.84%から-1.03%へと1.86%ポイント低下し、平均寿命は77.2歳から84.4歳へと7.2年上昇している。これとは対

¹¹BGG (1999) で用いられているフィナンシャル・アクセラレータは、DSGE モデルを用いて自然利子率を推計した先行研究において、金融部門の摩擦の役割を考察する際に広く使用されている枠組みである。例えば、Del Negro et al. (2017) や Hristov (2016) がこれに該当する。異なる種類の金融部門の摩擦を用いた研究としては、Eggertsson et al. (2017) がある。彼らのモデルでは、家計は借入制約に服しており、その制約の強さが外生的に変化することで、自然利子率がマイナスにまで低下し得る構造になっている。

¹²BS ショックと類似のショックは、Gilchrist and Leahy (2002) や Nolan and Thoenissen (2009) といった先行研究においても考察されている。こうした研究では、BS ショックをモデルに組み込むことで、「ファンダメンタルから乖離した資産変動」、「根拠なき熱狂」、あるいは「金融仲介部門の効率性の変化」などが経済変動に及ぼす影響を計測できるとしている。

照的に、例えば、米国では、生産年齢人口成長率は1.27%ポイントの低下、平均寿命は3.7年の上昇となっており、高齢化のスピードは相対的に緩やかである。

DSGEモデルを用いて自然利子率を推計した先行研究では、一般的に、人口動態要因は考慮されていない。この理由として、人口動態は主として経済変数の超長期成分を規定する要因と見做されていること、人口動態の変化のうちある程度は事前に予測することができるため、人口動態の変動のタイミングとそれが自然利子率に織り込まれるタイミングが一致しないと考えられていることが挙げられる。こうした先行研究とは異なり、本稿ではBurriel et al. (2010)に倣って、生産年齢人口成長率に対するショックを組み込み、同成長率が確率的に推移することを仮定することで、自然利子率を含む実体経済変数と生産年齢人口成長率との関係性を考察できるようにしている。また、モデルの推計に際しては、このショックを抽出するため、実際の生産年齢人口成長率のデータを観察変数として使用している。

投資特殊技術

Greenwood, Hercowitz and Krusell (1997)による先駆的な研究以降、投資特殊技術は投資部門のみに生じる技術進歩は、経済変数の変動を理解するうえで重要な要因の一つと考えられるようになってきている¹³。投資特殊技術の進歩は、端的には投資財価格を最終財価格対比でみて割安にする効果を持つが、その後のマクロ経済への波及過程においては、1単位当たりの投資に必要な最終財の数量が少なくなる結果として実質金利を押し下げるといふメカニズムと、より多くの投資が誘発されることから実質金利をむしろ上昇させるメカニズムという相反する2つの効果を持つ。2つの効果のうちどちらが支配的となるかは、生産過程において資本ストック投入量と労働投入量が補完的か代替的かという点に依存する。Sajedi and Thwaites (2016)は、世代重複モデルを用いて、2つの生産要素が補完的である場合に、投資特殊技術の進歩による資本財の相対価格の低下が、実質金利の下押しに帰結することを示している。

投資特殊技術の変化は、基本的には、投資財の相対価格の変化として捉えられる。日本についても、民間設備投資デフレーターをGDPデフレーターで除した相対価格をみると、1980年代から2017年の通期では相対価格は年率0.64%低下しているが、1980年代から90年代では年率1.18%で低下する一方で、2000年以降の期間で見るとむしろ、年率0.20%で上昇していた。このことは、1980年代及び90年代には投資特殊技術の技術革新が大きく進んだものの、その後の技術革新は鈍化していたことを示唆している。本稿では、投資特殊技術の変化が自然利子率に与える影響を捕捉するという観点から、モデルの設計においてはFisher (2006)に倣って

¹³この点については、例えば、成長モデルを用いて投資特殊技術ショックの重要性を評価しているFisher (2006)を参照されたい。

投資特殊技術の伸び率が確率的に変動するという定式化を用いており、また、モデルを推計する際には、上記の相対価格の時系列データを観察変数として利用している。資本ストック投入量と労働投入量の価格弾力性については、標準的なモデルに従い1と仮定している。

需要要因

主観的割引率に対するショックといった家計部門の需要構造の変化も、自然利子率の重要な決定要因と考えられている。需要構造がなぜ変化するのかという点については様々な議論があるものの、年齢や所得階層など属性が異なる家計の構成が変化することにより、家計部門全体としての需要構造が変化する可能性がある。DSGEモデルを用いて自然利子率を推計した先行研究の中にも、需要要因が自然利子率の主要な決定要因であったと結論付けているものがあり、例えば、Iiboshi et al. (2018) では、1980年代以降の日本の自然利子率の変動の殆どは、主観的割引率ショックによって説明されると指摘している。本稿でも需要要因を捕捉するため、主観的割引率ショックに加えて、外生的な需要に生じるショックの2種類の需要ショックをモデルに組み込んでいる。もっとも、需要ショック自体は、直接観察できないことから、推計に際して需要ショックを抽出するための特段の観察変数を加えてはいない。

3 モデルと推計の概要

3.1 モデルの概要

本稿のモデルで採用している設定の多くは、HSU (2011) や MSY (2016) などの先行研究に倣っている。本章では、モデルの設定のうち標準的なモデルと異なる部分、具体的には、生産年齢人口と金融政策に関する設定について説明するほか、モデルにおける経済変数の変動要因である構造ショックやモデルにおける自然利子率の定義について述べる。モデルの詳細については付録 A を、モデルにおける資金フローの概念図については図 1 をそれぞれ参照されたい。

Smets and Wouters (2007) のような標準的なニューケインジアン型モデルと比較した場合、本稿のモデルは以下の 6 つの点で特徴がある。

1. 中立技術及び投資特殊技術は、確率的なトレンドを持っている
2. 生産年齢人口は、Burriel et al. (2010) と同様に、確率的なトレンドを持っている
3. HSU (2011) や MSY (2016) と同様に、家計部門と銀行部門の間に信用契約が存在する

4. HSU (2011) や MSY (2016) と同様に、銀行部門と企業部門の間に信用契約が存在する
5. Basu (1995) や MSY (2016) と同様に、生産関数の定式化の中で、中間投入や資本ストック稼働率の内生的な変動を明示的に組み入れている
6. Laseen and Svensson (2011) や Del Negro et al. (2017) と同様に、将来の名目短期金利に関する、事前に予想された金融政策ショックが存在する

1 から 5 は、5 つの決定要因の寄与のそれぞれを正確に捕捉することを目的としている。6 は、先行研究において、フォワード・ガイダンスによる予想された名目短期金利の変動を、予想されていない名目短期金利の変動と区別するために用いられている設定である。もっとも、第 5 章で議論するように、本稿では、自然利子率の水準や決定要因を正確に推計するという観点からこの設定を採用している。

3.1.1 生産年齢人口の変化

家計部門は同質な H_t の労働者からなる無数の家計から構成され、それぞれの家計は足もとから将来にかけての家計全体の効用の期待値を最大化するように、各労働者の労働量、消費量、貯蓄量を決定する。ニューケインジアン型 DSGE モデルを用いた通常の研究では、労働者 H_t の伸び率は、事前に予見されているか、通時的に不変であることが仮定されるが、実際問題として、 $t-1$ 時点において t 時点における経済全体の労働者数を完全に予測することは困難である。この点に鑑みて、本稿では、Burriel et al. (2010) に倣い、生産年齢人口成長率は確率的に変動するとし、具体的には、以下の動学方程式に従うと仮定する：

$$\ln H_t = \ln H_{t-1} + \epsilon_{H,t}.$$

ここで、 $\epsilon_{H,t}$ は生産年齢人口成長率に対するショックである。このショックは、各家計がショックに対する反応として労働時間、消費、貯蓄についての意思決定を変更することで、生産活動や価格、自然利子率の変動へと波及していく。例えば、ある家計 h における労働時間を $l_t(h)$ 、経済全体の労働投入量を L_t とすると、他の条件を一定とすれば、生産年齢人口成長率に対するプラスのショックは、以下の式に従って、経済全体での労働投入量を増加させる。

$$L_t = H_t \times l_t(h).$$

ここで、仮に資本ストック投入量などの他の要素投入が一定であるとすると、労働投入量の増加は、資本ストックを相対的に過少にすることを通じて、実質金利を押し上げる。

もっとも、この定式化は、生産年齢人口成長率の変化の全てが予測不能であると仮定していることと等しいという点には留意を要する。この仮定は、生産年齢人口成長率の変化に関する人々の予想がどのように形成されるのかという点が必ずしも自明ではないことから置かれているものの、自然利子率の変動を説明するうえで、当該ショックの影響を過大に見積もってしまう可能性も内包している。このため、第5章では、この仮定を緩めたうえで、生産年齢人口成長率が異なる動学方程式に従う場合に、自然利子率の推計結果がどの程度変化するかを検証している。

3.1.2 金融政策

金融政策についての定式化は、名目短期金利に関する事前に予想されたショックを組み入れている点を除くと、標準的なものである。Laseen and Svensson (2011) で議論されているように、事前に予想された名目短期金利ショックは、予想されない名目短期金利ショックとは異なる影響を経済変数に対して及ぼす可能性がある。こうしたショックをモデルに組み込む理由は、本稿の分析期間は、名目短期金利がゼロ近傍で推移していた時期や、フォワード・ガイダンスが行われた時期を含むためである。

中央銀行は、以下のテイラー・ルールに従って政策金利を設定する。

$$R_{n,t} = R_{n,t-1}^{\rho} \left[\bar{R}^* \bar{\pi} \left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}_t} \right)^{\varphi_{\pi}} \right]^{1-\rho} \exp(\eta_t). \quad (1)$$

$R_{n,t}$ は名目短期金利、 π_t はインフレ率、 $\rho \in (0, 1)$ は金融政策ルールの金利スムージング・パラメータ、 $\varphi_{\pi} > 1$ は同ルールのインフレ率に対するウエイト、 \bar{R}^* は自然利子率の定常値、 $\bar{\pi}$ はインフレ率の定常値、そして $\bar{\pi}_t$ は以下の動学方程式に従う外生変数である。

$$\ln \bar{\pi}_t = (1 - \rho_{\pi}) \ln \bar{\pi} + \rho_{\pi} \ln \bar{\pi}_{t-1} + \epsilon_{\pi,t}.$$

ただし、 $\rho_{\pi} \in (0, 1)$ は自己回帰係数、 $\epsilon_{\pi,t}$ は同変数に対するショックである。また、 η_t は金融政策ルールに対するショックであり、予想されないショックと予想されたショックから構成される。

$$\eta_t = \epsilon_{R_n,t} + \epsilon_{R_n,1,t-1} + \epsilon_{R_n,2,t-2} + \dots + \epsilon_{R_n,S,t-S}. \quad (2)$$

$\epsilon_{R_n,t}$ は t 時点における予想されないショックである。これらのショックは i.i.d. に従い、ショックの発生と規模については t 時点の期初までは予想されていない。 $\epsilon_{R_n,s,t-s}$, $s = 1, 2, \dots, S$ は、 t 時点に発生する事前に予想されたショックである。これらのショックについては、経済主体は、このショックが t 時点で発生することとその規模について、既に $t-s$ 時点で知らされていると仮定する。

3.1.3 経済に存在する構造ショック

本稿のモデルには、経済構造を外生的に変化させるショック（構造ショック）が14系列、予期された名目短期金利変動に関するショックが S 系列存在する。便宜上、これらのショックを、以下の6類型に分類する。

1. 中立技術に対するショック：全産業横断的に生産技術を変化させるショックであり、生産技術の水準に恒久的に影響を及ぼす「技術進歩率に対するショック $\epsilon_{Z_a,t}$ 」と、時間が経過すると影響が消え去る「技術水準に対するショック $\epsilon_{A_a,t}$ 」の2つのショックが含まれる。
2. 投資特殊技術に対するショック：投資財部門の生産技術のみ変化させるショックであり、中立技術に対するショックと同様に、「技術進歩率に対するショック $\epsilon_{Z_d,t}$ 」と、「技術水準に対するショック $\epsilon_{A_d,t}$ 」の2つのショックが含まれる。
3. BSショック：銀行部門および企業部門の内部留保の蓄積過程で発生し、両部門の純資産 $N_{F,t}$ 及び $N_{E,t}$ を変化させる2つのショックからなる。純資産に対するプラスのショックは、当該部門のバランスシートを改善させる一方、マイナスのショックは逆方向に作用する。それぞれのショックは、 $\epsilon_{N_{F,t}}$ 及び $\epsilon_{N_{E,t}}$ と表記する。
4. 生産年齢人口成長率に対するショック：生産年齢人口成長率を変化させるショックであり、言い換えると、生産年齢人口の水準に対しては恒久的なショックとして作用する。このショックは、 $\epsilon_{H,t}$ と表記する。
5. 需要要因に対するショック：需要構造を変化させるショックであり、主観的割引率に対するショックと、政府支出や外需といった外生的な需要変動に関するショックが含まれる。それぞれのショックは、 $\epsilon_{d,t}$ 及び $\epsilon_{G,t}$ と表記する。
6. その他のショック：上記の1~5に分類されないショックであり、投資の調整費用 $Z_{I,t}$ に対するショック、価格マークアップ $\theta_{P_Y,t}$ に対するショック、賃金マークアップ $\theta_{W,t}$ に対するショック、テイラー・ルールに含まれるパラメータ $\bar{\pi}_t$ に対するショック、名目短期金利に生じる予期されないショック $\epsilon_{R_{n,t}}$ と予期されたショック $\epsilon_{R_{n,s,t-s}}$, $s = 1, 2, \dots, S$ が含まれる。

3.1.4 自然利子率の定義

自然利子率

既に述べた通り、自然利子率 R_t^* は、価格が伸縮的な仮想的な経済における事前（ex-ante）の実質短期金利として定義されている。この仮想的な経済は、賃金 W_t と

価格 P_t の両方が完全に伸縮的であること、マークアップ・ショックが存在しないこととの2点を除けば、付録 A で記述している実際の経済と同一である¹⁴。換言すると、この仮想的な経済は、付録 A で記述しているモデルを、名目価格の調整に付随するパラメータ κ_w と κ_p の値、及びマークアップ・ショック $\epsilon_{W,t}$ と $\epsilon_{P_Y,t}$ の全ての時点における値をゼロにしたものである。

Justiniano and Primiceri (2010) や Barsky et al. (2014) といった先行研究で議論されているように、このようにして定義した自然利子率 R_t^* と、実質金利 R_t との乖離は、金融緩和の程度を示す尺度として用いることができる。現実の経済における t 時点の変数 X_t について、価格伸縮的な経済において当該変数と対応する変数を X_t^* と表記し、また、ある変数 X_t (または、 X_t^*) について、その定常値からの乖離を \tilde{X}_t (または、 \tilde{X}_t^*) と表記すると、家計のオイラー方程式は以下のように変形することができる¹⁵。

$$\tilde{c}_t - \tilde{c}_t^* = - \sum_{s=0}^{\infty} E_t \left(\tilde{R}_{t+s} - \tilde{R}_{t+s}^* \right). \quad (3)$$

ここで、 E_t は期待値オペレーターを表す。上式から明らかなように、現実の経済と価格伸縮的な経済との間のギャップである左辺は、現在時点から無限期先の将来までの実質短期金利の流列 \tilde{R}_{t+s} の期待値の和と、同じ期間でみた自然利子率の流列 \tilde{R}_{t+s}^* の期待値の和が一致する場合にゼロとなる¹⁶。

定常状態における自然利子率

自然利子率は、名目短期金利へのショックとマークアップ・ショック以外の全ての構造ショックによって変動する。もっとも、経済の長期的な収束先である定常状態では、自然利子率は、主観的割引率 β と中立技術の成長率 $g_{Z_a,t}$ 及び投資特殊技術の成長率 $g_{Z_d,t}$ によって定まる。ここで、変数 X_t の定常値を X_{ss} と表記すると、オイラー方程式から以下の関係式が得られる。

$$R_{ss} = R_{ss}^* = \frac{1}{\beta} g_{Z_a,ss}^{\frac{1}{(1-\gamma)(\alpha+\alpha_E+\alpha_F)}} g_{Z_d,ss}^{\frac{(1-\alpha-\alpha_E-\alpha_F)}{\alpha+\alpha_E+\alpha_F}} = \frac{1}{\beta} \bar{\gamma}. \quad (4)$$

¹⁴この定義は Barsky et al. (2014) や Gerali and Neri (2017) と同様であるが、このように定義する結果として、本稿で考察する経済では、定常状態においても、マークアップの存在による財生産や家計の労働投入の歪み、あるいは金融部門の摩擦の存在に伴う歪みが是正されないまま残っていることになる。このため、本稿で推計された自然利子率は必ずしも効率的な利子率 (efficient rate) と一致しない。

¹⁵ここでは、簡単化のために、消費の習慣形成の度合いを示すパラメータ (θ_h) がゼロをとる仮想的なケースを考えている。

¹⁶Barsky et al. (2014) に倣い、ここでは、無限期先の将来において $\tilde{c}_{t+s} - \tilde{c}_{t+s}^*$ がゼロに収束すると仮定している。

なお、 $\bar{\gamma}$ については以下の式が成立する。

$$\bar{\gamma} \equiv g_{Z_a,ss}^{\frac{1}{(1-\gamma)(\alpha+\alpha_E+\alpha_F)}} g_{Z_d,ss}^{\frac{(1-\alpha-\alpha_E-\alpha_F)}{\alpha+\alpha_E+\alpha_F}}.$$

予想自然利子率

(3) 式は、 t 時点におけるギャップを評価する際には、現在の自然利子率の値 \tilde{R}_t^* だけでなく、 $t+1$ 時点以降の自然利子率の値についての期待値の和、すなわち $\sum_{s=1}^{\infty} E_t [\tilde{R}_{t+s}^*]$ の情報も必要であることを示している。こうした観点から、Justiniano and Primiceri (2010) では、米国について (3) 式の右辺を推計したうえで、これを実質長期金利ギャップと呼び、その政策的な含意について考察している。本稿でも、こうした分析に倣って、現在時点から T 四半期先までの自然利子率の期待値の流列の和に着目し、これを予想自然利子率 $\tilde{R}_{T,t+s}^*$ と呼ぶ。

$$\tilde{R}_{T,t+s}^* \equiv T^{-1} \sum_{s=0}^{T-1} E_t [\tilde{R}_{t+s}^*].$$

この予想自然利子率は、将来の自然利子率の変動の大きさについて、 t 時点で経済主体が抱く予想を集約した指標であり、ギャップへの影響度合いという観点から、様々な構造ショックの重要度を評価する際の尺度の一つとして位置付けることができる^{17,18}。

3.2 推計の概要

本稿の推計手法は、Smets and Wouters (2007) など先行研究で用いられている標準的な手法に従っているが、推計に用いる観察変数については、標準的に用いられる変数群と異なるものもあるため、以下で詳述する。なお、推計手法のうち他の点については、付録 B を参照されたい。また、カリプレートしたパラメータ及び推計されたパラメータについては、それぞれ表 1、表 2 を参照されたい。

¹⁷ 将来の自然利子率の流列の期待値を計算する際には、現在時点より先の全ての時点において、経済に新たなショックが発生しないことを仮定している。

¹⁸ T 四半期先の予想自然利子率 $E_t [R_{t+T}^*]$ は、 T が無限大に近づくにつれて自然利子率の定常値である $\bar{\gamma}\beta^{-1}$ に収束する。これは、モデル上、ターム・プレミアムを捨象していること、自然利子率を永続的に変化させるようなショックが存在しないと仮定していることに起因している。このため、予想自然利子率を無限期までの自然利子率の期待値の平均値として定義すると、定常値と等しくなってしまう。こうした点を踏まえ、ここでは無限期先までではなく有限期先までの自然利子率の期待値を計算している。自然利子率の慣性は構造ショックの種類によって異なるものの、概ね、自然利子率の期待値は、40 四半期先には定常値に収束する。

データ

本稿の推計においては、1980年第2四半期から2017年第2四半期までの23系列の時系列データを観察変数として使用している。使用するデータは、マクロ経済変数が9系列、銀行部門及び企業部門の純資産の2系列、将来の政策金利の期待値12系列から構成されている。具体的には、(1)実質GDP Y_t 、(2)実質民間設備投資 I_t 、(3)GDPデフレーター P_t 、(4)設備投資デフレーター $P_t Z_{d,t}^{-1} A_{d,t}^{-1}$ 、(5)名目賃金(時間当たり) W_t 、(6)一人当たり労働時間 L_t 、(7)名目短期金利 $R_{n,t}$ 、(8)生産年齢人口 H_t 、(9)TFP(ソロー残差) λ_t 、(10)銀行部門の実質純資産 $N_{F,t} P_t^{-1}$ 、(11)企業部門の実質純資産 $N_{E,t} P_t^{-1}$ 、(12)~(23)名目短期金利の期待値 $E_t [R_{n,t+s}]$, $s = 1, \dots, 12$ 、である。それぞれのデータの時系列は図2に掲載している¹⁹。

マクロ経済変数の多くは、内閣府より公表されている国民経済計算(以下、SNA)に基づいて作成している。(5)については、SNAの雇用者報酬を(6)で除して作成している。(6)については、労働力調査の雇用者数に毎月勤労統計の労働時間を乗じたうえで、(8)で除して作成している。(7)は無担保コールレート・オーバーナイト物を用いるが、1985年第3四半期より前は同系列が存在しないため、有担保コールレート・オーバーナイト物で代用して過去に遡って延ばしている。(8)については、労働力調査の15~64歳の生産年齢人口を用いている。(9)の作成方法は、Hayashi and Prescott (2002)と同様である²⁰。

(10)と(11)は純資産のデータ系列であり、資金循環統計に基づき、国内銀行及び民間非金融法人企業の上場株式から作成している。ただし、資金循環統計では、国内銀行については1995年第4四半期より前、民間非金融法人企業については1994年第4四半期より前において株式が時価で評価されていないため、当該期間については銀行及び非金融法人企業の株価の時価総額の四半期成長率を用いて、時価ベースの計数となるように過去に遡って伸ばしている。また、これらの変数が株価変動を反映することを踏まえ、Barsky et al. (2014)の手法に倣い、観測誤差の存在を勘案している。

(12)~(23)はOISのデータから作成している。具体的には、まずOISの3か月物、6か月物、1年物、2年物、3年物、4年物のそれぞれのスポット・レートを用いて、3か月物、6か月物、...、36か月物(3年物)、39か月物の擬似的なスポット・

¹⁹図2では、(7)及び(12)~(23)を除き前年比の系列を図示しているが、推計に際しては前期比の計数を用いている。また、(7)及び(12)~(23)については水準の計数を用いている。なお、(12)~(23)については、OISのデータ制約により、2009年第3四半期から2017年第2四半期までのデータのみを使用している。

²⁰Hayashi and Prescott (2002)に倣い、本稿で用いられているTFP系列は、付加価値の伸び率から、労働投入量と資本ストック投入量の伸び率の加重和を差し引く形で計算されている。もっとも、本稿の系列と、Hayashi and Prescott (2002)の系列には以下の2つの違いがある。(i)付加価値について、同論文ではGNP系列から政府資本減耗を差し引いた系列を用いている一方、本稿ではGDP系列を用いている、(ii)同論文では、家計の住宅ストック及び外国資産を資本ストックに含む一方、本稿では含んでいない。

レートと線形補間により算出する。そのうえで、 $s = 1, 2, \dots, S$ に相当する名目短期金利の期待値をフォワード・レートとして算出している^{21,22}。

モデルを推計する際には、(7) の名目短期金利及び(12)～(23) の名目短期金利の期待値を除いて、定常性を確保するために階差を取り、また確定的なトレンドを除去するために平均値を差し引いている。名目系列を実質系列へ変換する際には、GDP デフレーターを用いている。また、すべての実質系列は、(8) の生産年齢人口 H_t で除すことにより、生産年齢人口一人当たりに変換している。

4 推計結果

4.1 自然利子率の推移

自然利子率の時系列推移

図 3 は、上述の DSGE モデルによって推計された自然利子率 R_t^* について、1980 年第 2 四半期から 2017 年第 2 四半期までの時系列推移を示したものである。比較のため、LW (2003) と今久保ほか (2015) の手法を用いて推計された自然利子率、及び日本銀行調査統計局が試算した潜在成長率の 3 系列も併せて掲載している^{23,24}。DSGE モデルによる推計値を含む全ての推計値において、自然利子率は、250 ベーシス・ポイントから 500 ベーシス・ポイント超までと手法によって差はあるものの 1990 年代初頭には明確にプラスの領域にあったものが、1990 年代前半にはゼロ近傍まで急速に低下し、その後も概ねその水準で推移している。また、幾つかの推計値では、自然利子率は銀行危機時やグローバル金融危機時においてゼロを下回っている。2010 年頃以降をみると、今久保ほか (2015) の推計値を除けば、全ての推計値が上昇基調にあり、直近値は概ね 100 ベーシス・ポイント程度の水準となっている。

²¹ S の長さの設定に当たっては、 S の長さのみが 4 または 12 で異なるが、それ以外は全く同一の 2 つのモデルを推計し、それぞれの予測誤差を比較したうえで、この観点から誤差が小さい 12 の定式化をベースラインとして選択した。具体的には、中島・渡部 (2017) に倣い、2009 年第 3 四半期から 2017 年第 1 四半期までの各時点における、名目短期金利の期待値を除いた (1)～(11) の各観察変数の 1 期先予測の誤差を計算した。なお、2009 年第 3 四半期を選んだ理由は、名目短期金利の期待値の系列が全て揃う時点だからである。結果をみると、 S を 12 としたモデルは、 S を 4 としたモデルと比べて、平均的に予測精度が高くなっていった。

²² S の長さを 12 以上に設定する、すなわち 12 四半期先以降の名目短期金利の期待値を推計に用いることは技術的には可能である。もっとも、そうしたデータについては、予期された名目短期金利ショックの影響だけではなく、市場における流動性の変化の影響を強く受ける可能性がある。取引期間の違いによる OIS 取引の規模については、例えば日本銀行 (2007) を参照されたい。

²³ 推計手法の詳細については、川本ほか (2017) を参照のこと。

²⁴ 岩崎ほか (2016) で議論しているように、教科書的な代表的個人モデルに従うと、潜在成長率は自然利子率の代理変数として捉えることができる。例えば、(4) 式が示唆するように、本稿のモデルでは、定常状態における生産年齢人口一人当たりの潜在成長率は βR_{ss}^* になる。

先行研究との比較

本稿の推計結果は、Iiboshi et al. (2018) による推計結果と整合的な部分が多い。最も重要な共通点は、両者の推計値がいずれも趨勢的な低下傾向を示している点である。とりわけ、両者の結果は、自然利子率がマイナスに陥った時点、具体的には2000年代初頭とグローバル金融危機、についても符合している。もっとも、定量的な見地からは、両者の推計値は乖離している。例えば、グローバル金融危機時における自然利子率の低下幅は、Iiboshi et al. (2018) では約800ベース・ポイントであったのに対して、本稿の推計では、低下幅は50ベース・ポイントにも満たない。

本稿の推計結果は、Barsky et al. (2014) や Gerali and Neri (2017) など、DSGEモデルを用いて、他の先進国の自然利子率をDSGEモデルにより推計した先行研究と比較しても、自然利子率が過去数十年間において趨勢的な低下傾向を示しているという点で類似している²⁵。もっとも、これら他の先進国についての推計結果では、グローバル金融危機時を端緒として自然利子率が大きく低下している一方、本稿の推計結果では、1990年代初頭のバブル崩壊時付近から大きく低下しているという点で違いがある。

4.2 自然利子率の決定要因

4.2.1 構造ショックに対するインパルス応答関数

自然利子率の動向を占ううえで、最も重要な決定要因は何であろうか。この問いに答えるために、まず、以下の9つの構造ショックに対して、自然利子率を含む主要な経済変数がどのように反応するかを確認したい。

- (1)、(2) : 中立技術進歩率に対するショック $\epsilon_{Z_a,t}$ と同技術水準に対するショック $\epsilon_{A_a,t}$
- (3)、(4) : 銀行部門の純資産に対するショック $\epsilon_{N_F,t}$ と企業部門の純資産に対するショック $\epsilon_{N_E,t}$
- (5) : 生産年齢人口成長率に対するショック $\epsilon_{H,t}$,
- (6)、(7) : 投資特殊技術進歩率に対するショック $\epsilon_{Z_d,t}$ と同技術水準に対するショック $\epsilon_{A_d,t}$
- (8) : 主観的割引率ショック $\epsilon_{d,t}$

²⁵Summers (2016) は、複数の手法に基づく米国の自然利子率の推計値を示しており、いずれの推計値も趨勢的な低下という共通点があることを指摘している。

- (9) : 外生需要ショック $\epsilon_{G,t}$

分析対象である経済変数は、自然利子率 R_t^* 、実際の経済における実質金利 R_t 、足もとから 10 年先までの予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ 、足もとから 10 年先までの実質金利の期待値の平均値（以下、予想金利） $R_{40,t}$ 、投資 I_t 、銀行部門の純資産 $N_{F,t}$ 、及び企業部門の純資産 $N_{E,t}$ である²⁶。なお、インパルス応答関数は 1 標準偏差の大きさの構造ショックに対する反応であり、発生する構造ショックの符号は、ショックが発生した時点での自然利子率の反応がマイナスになるように選択している。

中立技術へのショックに対する反応

図 4 は、中立技術進歩率及び同技術水準へのショックに対する自然利子率 R_t^* と他の経済変数のインパルス応答関数を示している。1 列目は中立技術、2 列目は自然利子率 R_t^* 及び実質金利 R_t 、3 列目は予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ 及び予想金利 $R_{40,t}$ 、4 列目は投資 I_t 、5 列目は銀行部門の純資産 $N_{F,t}$ 及び企業部門の純資産 $N_{E,t}$ の反応を、それぞれ示している²⁷。

中立技術進歩率 $g_{Za,t}$ の鈍化は、自然利子率 R_t^* と実質金利 R_t を押し下げる。このショックが生じると、生産技術水準が恒久的に低下することから、GDP 成長率は直ちに鈍化し始めるが、消費については、家計が消費を平滑化する誘因を持つことから、緩やかに低下する。実質金利の低下は、こうした消費の動向を反映したものである。10 年先にかけての予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ や予想金利 $R_{40,t}$ も低下しているが、このことは、中立技術進歩率のショックが自然利子率に及ぼす影響が、長い期間残り続けることを示している。投資については、実際の経済、価格伸縮的な経済いずれの経済のもとでも、生産性の低下によって資本収益率 $R_{E,t}$ （または、 $R_{E,t}^*$ ）が押し下げられることから減少する。結果的に経済活動も悪化することから、銀行部門及び企業部門のバランスシートは毀損する。

中立技術水準へのショック $\epsilon_{Aa,t}$ は、自然利子率に対して、中立技術進歩率へのショックとは逆方向に作用する。すなわち、自然利子率 R_t^* を押し下げるのは、中立技術水準を引き下げるショックではなく引き上げるショックの方である。このショックが生じると、生産技術はショック前の低い水準に早晚戻っていくため、家計はショックが生じた時点あたりで最も消費を増加させ、それ以降は減少させていく。この結果、実

²⁶ここでは、 t 時点における 10 年先にかけての予想自然利子率と予想金利について、 t 時点でみた 40 四半期先までの自然利子率と実質金利の条件付き期待値として計算している。具体的には、 $\left\{40^{-1} \sum_{s=0}^{39} E_t \left[\tilde{R}_{t+s}^* \right] \right\}$ 、 $\left\{40^{-1} \sum_{s=0}^{39} E_t \left[\tilde{R}_{t+s} \right] \right\}$ を算出する。

²⁷より詳細に説明すると、4 列目では実際の経済と価格伸縮的な経済の双方のもとでの投資の反応を示している一方で、紙面の都合上、5 列目では、銀行及び企業部門の純資産について、実際の経済のもとでの反応のみ示している。もっとも、純資産のインパルス応答関数に関する限り、実際の経済と価格伸縮的な経済で大きな差異はない。

質金利も、ショック発生時点付近で最も低く、その後、上昇するという形になる²⁸。中立技術の高まりによって、GDPが押し上げられることから、投資は拡大し、銀行部門、企業部門双方ともバランスシートが改善する。

バランスシートへのショックに対する反応：金融要因

図5は、負の銀行部門のBSショック $\epsilon_{N_F,t}$ 及び企業部門のBSショック $\epsilon_{N_E,t}$ に対する自然利子率 R_t^* と他の経済変数のインパルス応答関数を示したものである²⁹。負のBSショックは、3段階のステップを経て経済活動を収縮する方向に作用する。まず、これらのショックは一義的には、銀行と企業部門のそれぞれの純資産を直接減少させることで、バランスシートを毀損させ、両主体の信用リスクを高める。モデルでは、銀行は投資家との間の信用契約（以下、IF契約）において、企業部門は銀行部門との間の信用契約（以下、FE契約）において、それぞれ外部資金の借り手になっているが、BSショックは、各契約において借り手が事前に調達した外部資金を返済できなくなる確率を高める。こうした借り手の破綻確率の上昇がそれぞれの信用契約においてプレミアムとして返済金利に反映されると、CCCのもとでFE契約とIF契約は垂直方向に結びついているため、資金の最終的な借り手である企業家は、どちらのBSショックが発生したとしても、外部資金プレミアム $R_{E,t}R_t^{-1}$ （または、 $R_{E,t}^*R_t^{*-1}$ ）の拡大に直面することになる³⁰。次に、企業家はこうした外部資金を用いて投資活動を行っているが、外部資金プレミアム $R_{E,t}R_t^{-1}$ （または、 $R_{E,t}^*R_t^{*-1}$ ）の上昇は、外部資金調達に対する需要を減退させることで、投資 I_t （または、 I_t^* ）ひいてはマクロ全体の経済活動を停滞させる。経済活動の停滞は、銀行部門及び企業

²⁸技術ショックに対する実質金利（あるいは実質賃金）の反応が、ショックの持続性の度合によって変化するという点は、実物的景気循環 (Real Business Cycle) 理論の枠組みを用いた先行研究で既に指摘されている。例えば、King and Rebelo (1999) は、同論文の図9及び図10において、技術水準を高めるようなショックについて、ショックの持続性が高い場合と低い場合を比べると、実質金利の反応がプラスからマイナスへと反転することを報告している。

²⁹これらのショックは、付録Aの(16)式及び(17)式のショックとして描写されているものである。

³⁰外部資金プレミアムと両部門の純資産の関係性については、誘因整合性条件 (participation constraint) を示す付録Aの(13)式 投資家にとって、信用契約に参加する経済的な誘因が、取引相手である銀行によって担保されていることを示す条件式 を以下のように変形することで確認できる。

$$\frac{R_{E,t+1}}{R_t} \geq \frac{[Q_t K_t - N_{E,t} - N_{F,t}]}{Q_t K_t} \times \Phi_{F,t+1}^{-1} \times \Phi_{E,t+1}^{-1}.$$

ここで、右辺第1項は、銀行が投資家から資金を借り入れる際のレバレッジの逆数であり、両部門の純資産 $N_{E,t}$ と $N_{F,t}$ が減少すると増加する。第2項と第3項は、IF契約における投資家の取り分の逆数と、FE契約における銀行部門の取り分の逆数である。第1項と同様に、これらの項も純資産の変動によって変動する。HSU (2017) で理論的に示されているように、純資産が減少すると、外部資金プレミアム $R_{E,t+1}R_t^{-1}$ はこれら3つの項を通じて上昇する。これは、借り手の純資産の価値が低下する結果として、借り手が返済不能に陥る可能性が上昇すると、貸し手は事後的にこうした借り手の資産についての審査費用が増大することを見越して、事前に貸出金利に上乗せするプレミアムを増やすからである。

部門の内部留保を押し下げ、結果的に、付録 A の (16) 式及び (17) 式を通じて、両部門の純資産の蓄積を妨げる。最後に、こうした内生的なメカニズムによるバランスシートの毀損は、外部資金プレミアム $R_{E,t}R_t^{-1}$ (または、 $R_{E,t}^*R_t^{*-1}$) を一段と押し上げることで、投資活動に対して 2 次的な引き締め効果を喚起し、経済全体の景気を悪化させる。この結果、消費 C_t (または、 C_t^*) も金利も更に低下していく。

こうした点に加えて、BS ショックが自然利子率を含めたマクロ経済に与える増幅効果は、ショックが企業部門に生じた場合よりも銀行部門に生じた場合の方が大きいという点にも注目したい。この非対称性は、図 5 の (1) と (2) の第 1 列目及び第 2 列目に示されている、自然利子率の反応と両部門の純資産の反応を比べることで確認できる。例えば、ショックが生じた時点に注目すると、自然利子率 R_t^* を約 20 ベーシス・ポイント押し下げするためには、企業部門の純資産 $N_{E,t}$ は約 4 % 低下する必要があるのに対し、銀行部門の純資産 $N_{F,t}$ であれば所要低下幅は約 0.8 % である。同じような非対称性は、2 つの BS ショックに対する投資の反応についても確認することができる³¹。

生産年齢人口成長率へのショックに対する反応

図 6 の上段は、生産年齢人口成長率に負のショックが生じた場合の各変数のインパルス応答関数を示している。このショックは、労働投入量を恒久的に押し下げるといって非定常であるが、(4) 式が示すように、定常状態においては、生産年齢人口の水準 H_t や成長率 $g_{H,t}$ の値は、自然利子率の水準に影響を与えない³²。もっとも、図から明らかな通り、短期的には、生産年齢人口成長率の負のショックは自然利子率を押し下げることが見て取れる。例えば、ショックが生じた時点に焦点を当てると、労働投入量 L_t^* が減少する結果、資本ストック投入量 K_t^* が相対的に過大となることで、資本収益率 $R_{E,t}^*$ が押し下げられ自然利子率 R_t^* が低下する³³。一方で、長期的には、資本ストック投入量 K_t^* の水準がショックによって減少した労働投入量 L_t^* の水準と足並みを揃える形で徐々に減少していくことから、一旦は低下した自然利子率 R_t^* も、2 つの技術進歩率及び主観的割引率の定常値によってのみ規定される

³¹この結果は、本稿と同様の CCC を組み込んだ DSGE モデルを用いて、銀行部門及び企業部門の BS ショックの影響を比較した先行研究の結果と整合的である。例えば、HSU (2011, 2017) では、米国のデータと整合的になるようにカリブレートしたモデルを用いて、純資産へのショックの規模が同じであったとしても、銀行部門におけるショックの方が、企業部門でのショックよりも GDP への波及規模が大きいと報告している。

³²須藤・瀧塚 (2018) で使用しているような世代重複モデルや、代表的個人モデルであっても家計の効用関数について本稿とは異なる仮定を置いているモデルにおいては、自然利子率の定常値に対して人口成長率が影響を及ぼす可能性はある。この点に関連する議論としては、Blanchard and Fischer (1989) を参照されたい。

³³この結果は、定性的には、須藤・瀧塚 (2018) で報告された結果と整合的である。同論文では、実際の日本経済のデータと整合的になるようにカリブレートした世代重複モデルを用いて、1960 年から足もとにかけて、生産年齢人口成長率の低下が実質金利に対して押し下げ圧力として作用していたと報告している。

定常値へと回帰していく。

投資特殊技術へのショックに対する反応

図6の中段及び下段は、投資特殊技術進歩率へのショック $\epsilon_{Z_d,t}$ 及び同技術水準へのショック $\epsilon_{A_d,t}$ に対するインパルス応答関数を示している。投資特殊技術進歩率へのショックが自然利子率 R_t^* に与える影響は、短期的な影響と長期的な影響とで対照的なものになっている。短期的には、Sajedi and Thwaites (2016) で議論されているように、投資特殊技術の向上によって、1単位の資本ストックを生産するための最終財の需要が減少するため、自然利子率 R_t^* や実質金利 R_t は低下する。しかし、長期的な影響をみると、生産フロンティアが恒久的に拡大することにより経済規模も恒久的に大きくなることから、消費 C_t (または、 C_t^*) は徐々に増加してゆき、予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ や予想金利 $R_{40,t}$ を押し上げていく³⁴。技術進歩率へのショック $\epsilon_{Z_d,t}$ とは対照的に、技術水準へのショック $\epsilon_{A_d,t}$ についてみると、こうした2つの影響のうち短期的な影響のみが顕著に現れる形となっている。すなわち、自然利子率 R_t^* はショックが生じた時点で低下したのち、その後の数四半期の間定常値へと収束していく。この結果、予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ 及び予想金利 $R_{40,t}$ の変動は限定的なものとなる³⁵。

需要要因へのショックに対する反応

図7は、負の主観的割引率ショック $\epsilon_{d,t}$ と負の外生需要ショック $\epsilon_{G,t}$ に対するインパルス応答関数を示している。前者のショックのもとでは、家計は将来の消費から得られる効用を(相対的に)割り引かなくなり、結果として、将来の消費を増やすことを企図して現在の貯蓄を増加させる。このため、自然利子率 R_t^* や実質金利 R_t は押し下げられる。貯蓄の増加は投資 I_t^* (または、 I_t) の増加に帰結することから、マクロ経済全体も押し上げられる。こうした経済活動の拡大を映じて、銀行部門と企業部門のバランスシートも改善する。外生需要の減少も、足もとの財需要の減少を通じて、自然利子率 R_t^* や実質金利 R_t を押し下げる。もっとも、このショックがマクロ経済全体へ及ぼす影響については、押し上げか押し下げかどちらに作用するかは明確ではない。これら2つの需要ショックはいずれも経済構造を一時的に変化

³⁴紙面の都合から図示していないものの、消費のインパルス応答関数をみると、ショック発生後、一旦は定常値を下回る形で反応し、その後、定常値を超えて上昇していく。投資特殊技術進歩率ショックの含意について理論的に考察した Fisher (2006) でも、本稿の消費の反応と類似的なインパルス応答関数が得られている。

³⁵投資特殊技術進歩率と同技術水準のいずれについても、正のショックは経済全体に対して拡張的な効果をもたらす。しかし、銀行部門及び企業部門の純資産の価値に対しては押し下げ方向に作用する。これは、正の投資特殊技術ショックは経済全体にとって好ましいものであるものの、既存の資本ストックの価値を下げる方向で働くことから、資本財1単位の価格である Q_t を押し下げ、結果的にその増加関数である両部門の純資産の価値も押し下げることによる。この点に関連する議論としては、HSU (2013) を参照されたい。

させるショックであり、長期的にはその影響は消失するが、表2で報告されている各ショックの自己回帰係数である ρ_d と ρ_G の推計値は相応に高いものになっており、ショックの影響が長期に亘って残存することを示唆している。実際、インパルス応答関数をみても、予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ 及び予想金利 $R_{40,t}$ は、ショックに対して大きく反応している。

4.2.2 自然利子率の要因分解

各要因の寄与の評価

図8は、自然利子率 R_t^* の変動について、5つの決定要因への寄与度分解を示したものである。これをみると、自然利子率の趨勢的な低下傾向をもたらした最大の要因は、中立技術進歩率へのショック $\epsilon_{Z_{a,t}}$ 及び同技術水準へのショック $\epsilon_{A_{a,t}}$ の寄与の合計である「中立技術要因」($Z_{a,t}A_{a,t}$) であることが分かる。中立技術要因は、1980年代を通じて自然利子率 R_t^* に対して平均約160ベース・ポイントの押し上げ寄与となっていたが、その後、押し上げ寄与は徐々に減衰し、2000年代初頭になると、自然利子率を押し下げる方向に反転した。直近5年間でみると、中立技術要因は平均して約60ベース・ポイントの下押し寄与となっている。中立技術要因のほか、生産年齢人口成長率へのショック $\epsilon_{H,t}$ の寄与である「人口動態要因」や、投資特殊技術進歩率へのショック $\epsilon_{Z_{d,t}}$ と同技術水準へのショック $\epsilon_{A_{d,t}}$ の寄与の和である「投資特殊技術要因」($Z_{d,t}A_{d,t}$)、主観的割引率ショック $\epsilon_{d,t}$ の寄与と外生需要へのショック $\epsilon_{G,t}$ の寄与の和である「需要要因」も、自然利子率の趨勢的な低下に寄与している。もっとも、表3(1)で報告しているように、これらの要因が自然利子率 R_t^* の低下に与えた定量的な寄与は、1980年代から足もたまでの自然利子率の低下の過半を説明する中立技術要因と比べると限定的である。

「金融要因」、すなわち、銀行部門のBSショック $\epsilon_{N_{F,t}}$ 及び企業部門のBSショック $\epsilon_{N_{E,t}}$ の寄与の和については、自然利子率 R_t^* に対して、押し上げ方向にも押し下げ方向にも作用している。すなわち、1980年代後半と2000年代初頭においては押し上げに寄与している一方、銀行危機が発生していた時期 Reinhart and Rogoff (2011) の定義に従えば1992年から2001年にかけて においては、継続的に100ベース・ポイント程度の押し下げ方向で寄与している。表3(2)は、1980年から2017年までの自然利子率の変動について、5つの決定要因へと分解したものを示しているが³⁶、この基準に従えば、金融要因の寄与は中立技術要因に次いで大きく、人口動態要因、投資特殊技術要因、需要要因の寄与を上回っている。

³⁶要因分解の値の計算方法は、以下の通り。まず分析期間中の自然利子率の変動に対する5つの決定要因それぞれの寄与の平方和と、5つの決定要因以外のその他要因の寄与の平方和をそれぞれ計算する。次に、各要因の寄与の平方和をそれらの合計で除す。

銀行危機とグローバル金融危機の比較

図8は、本稿の分析期間中において日本経済を襲った2つの金融危機、すなわち、1990年代の銀行危機と2007年以降のグローバル金融危機の性質の違いについても有用な情報を含んでいると考えられる。すなわち、前者の危機においては、金融要因が自然利子率 R_t^* を大きく押し下げており、他の要因から独立に、金融仲介活動の機能低下がマクロ経済環境を悪化させた可能性を示している。これとは対照的に、後者の危機では、金融要因の下押し寄与は限定的であった。このような違いは、2つの金融危機の性質を比較した先行研究の結果と整合的である。例えば、福田ほか(2010)は、それぞれの危機時における企業の倒産確率と、各企業の財務データや取引先銀行の情報の関係性を実証的に検証したうえで、所謂「貸し渋り」など金融機関側の要因による倒産がみられたのは前者の危機時のみであり、後者の危機時にはそうした傾向はみられなかったと結論付けている。また、中曾(2017)は、後者の危機時においては、前者対比でみて金融不均衡の蓄積が小さかったため、日本経済は比較的早く立ち直ることができたと述べている。

先行研究の結果との比較

本稿の結果は、自然利子率の変動について主観的割引率ショックのような非技術的要因の重要性を強調している幾つかの先行研究の結果とは異なった見方を提示するものとなっている。例えば、日本の自然利子率を分析した Iiboshi et al. (2018) は、1980年代から2016年にかけての自然利子率の変動の多くが主観的割引率ショックにもたらされていたと報告している。これに対して、本稿の推計結果に基づけば、主観的割引率ショックと外生需要ショックの寄与を合わせたとしても、その定量的な重要性は限定的であった^{37,38}。もっとも、同じ非技術的要因であっても、金融要因の重要性を指摘している先行研究とは、本稿の結果は親和的であると言える。例えば、英国の自然利子率を推計した Goldby et al. (2015) は、金融部門に関連するショックであるリスクプレミアム・ショックがグローバル金融危機時において自然利子率を大きく変動させていること、また、このショックの影響が長らく作用し続けた結果、2015年時点においても残存していることを指摘しているが、本稿の推計結果に

³⁷ 本稿の結果と同様に、技術ショックや生産性ショックの定量的な重要性を強調している DSGE モデルによる研究も存在する。Gerali and Neri (2017) は、1970年代から足もとまでの米国の自然利子率の変動の大部分が、労働増補的技術 (labour-augmented technology) へのショックや限界投資効率 (marginal investment efficiency) へのショックに起因していたと報告している。また、Del Negro et al. (2015) は、2008年以降にみられた米国の自然利子率の低下において、生産性の低下が重要な役割を果たしていたことを指摘している。

³⁸ 技術要因の寄与が大きいということを強調する本稿の結果は、LW (2003) の手法に基づく分析のうち、趨勢的な要因の重要性を強調している研究と整合的であると考えられる。例えば、Holston et al. (2017) では1960年代あるいは70年代から2015年までのカナダ、ユーロ圏、英国、米国の自然利子率を推計しているが、推計値の要因分解をみると、ユーロ圏以外の国々では、自然利子率の変動や趨勢的な低下の大部分が、短期的な変動よりも産出量のトレンド成分によって説明されている。

においても、金融要因は、銀行危機時以降も数年間継続して自然利子率の下押し要因として作用し続けている。

4.3 予想自然利子率の推移とその決定要因

図9は、足もとから10年先にかけての予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ の推移とその決定要因を、日本銀行調査統計局が試算した潜在成長率と併せて示したものである。自然利子率 R_t^* と同様に、予想自然利子率は、1980年代から2011年頃までにかけて趨勢的に低下し、その後は徐々に上昇している。もっとも、自然利子率 R_t^* と比べると、予想自然利子率の変動は小さく、低下ペースや上昇ペースは緩やかであって、ゼロ未満に落ち込むこともなかった。例えば、銀行危機時においても、予想自然利子率の低下幅は小さいものに止まっている。過去20年間についてみると、予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ の動向は自然利子率 R_t^* の動向を追っているというよりも、潜在成長率の推移と近い動きとなっており、この2系列が共通する長期的な成分を捉えている可能性を示唆するものとなっている³⁹。

表4の上段は、足もとから10年先にかけての予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ について、1980年代以降の低下を5つの要因に分解したものである。下段は、自然利子率 R_t^* 及び射程の長さ T が異なる幾つかの予想自然利子率について、それぞれの変動を要因分解したものである⁴⁰。具体的には、 T について、4、20、40とした場合の予想自然利子率 $\left\{ T^{-1} \sum_{s=0}^{T-1} E_t [R_{t+s}^*] \right\}$ について計算している。表から示される通り、予想自然利子率の趨勢的な低下傾向についても、またその変動についても、中立技術の変化が最も高い説明力を持っており、それぞれについて約半分が中立技術の変化に起因している。中立技術以外の要因の相対的な重要性は T の値によって変化し、特に金融要因については、 T が大きくなるほどその相対的な重要性が低下していく。例えば、足もとから10年先にかけての予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ の変動の寄与についてみると、金融要因の相対的な重要性は4番目になるが、これは、BSショックの影響が比較的早くに減衰するためと考えられる。

³⁹図9で注目すべきもう一つの点として、2000年代半ば以降、投資特殊技術要因が予想自然利子率を押し下げていることが挙げられる。明示的に示していないものの、これは投資特殊技術進歩率に対して負のショック（鈍化する方向でのショック）が生じていたことによる。こうした結果は、例えば、2000年代半ば以降、IT製造部門とIT利用部門のTFP成長率が減速している点を指摘した日本銀行（2017）の結果と整合的と考えられる。

⁴⁰ここでの分析は、Gerali and Neri（2017）が行っている分析と類似的なものである。彼らは、米国とユーロ圏の自然利子率について、自然利子率の変動を異なる周期の変動に分けて捉えたいうで、それぞれの変動に対する構造ショックの寄与を検証している。

5 妥当性検証と感応度分析

これまで得られた自然利子率の水準や決定要因についての推計結果は、どの程度妥当性があり、モデルの定式化や観察変数に対してどの程度頑健なものだろうか。こうした問いに答えるため、本章では2つの分析を行っている。第1に、推計結果に基づく限り、中立技術と金融仲介活動の機能度が日本の自然利子率の最も重要な決定要因と考えられるが、これらに関する推計結果が、本稿の推計では使用していない外部データと整合的であるかどうかを検証する。推計結果が外部データと整合的であれば、本稿の推計結果の信頼性が相応に高いということになる。第2に、幾つかの代替的な定式化のもとで自然利子率を推計し、ベースラインの結果と比較することで、推計結果が頑健であるかを検証する。具体的には、予期された名目短期金利ショック及び生産年齢人口成長率に対するショックについて、これまでと異なる定式化のもとで自然利子率を推計し、これまで得られた含意がどの程度変わるのかを検証する。

5.1 外部データを用いた妥当性検証

まず、中立技術と金融仲介活動の機能度に関する推計値について、外部データとの比較による検証を行う。外部データとしては、前者については様々な機関から公表されているTFPを、後者については日本銀行が公表する短観の資金繰り判断DIをそれぞれ使用する。

5.1.1 中立技術要因

まず、本稿で推計された中立技術の時系列な推移 $Z_{a,t}A_{a,t}$ について、(i)日本生産性本部、(ii)OECD、(iii)日本銀行調査統計局、(iv)内閣府の4つの機関がそれぞれ別個に計算したTFPの系列と比較する⁴¹。互いに試算手法が異なるとはいえ、これらのTFPの系列は、中立技術の真の実現値についての情報をいずれも含んでいると考えられるが、本稿の推計には使用していない⁴²。

図10の上段では、外部データの系列(i)及び(ii)を、下段では系列(iii)及び(i

⁴¹各機関から公表されているTFPの計算手法については、(ii)はOECD(2001)を、(iii)は川本ほか(2017)を、(iv)は吉田(2017)をそれぞれ参照されたい。

⁴²本稿で観察変数として使用しているTFP系列と同様に、系列(i)、(iii)及び(iv)の系列は、本格的には付加価値から労働投入量と資本ストック投入量を控除したソロー残差を基にして計算されている。もっとも、労働投入量や資本ストック投入量として用いられている系列は必ずしも同じものではない。例えば、製造業における資本ストックの稼働率を計算する際、系列(i)では経済産業省が公表する製造工業稼働率指数をそのまま使用しているが、系列(iii)では同指数の下方バイアスを調整した系列を、系列(iv)では鉱工業生産指数と総労働時間のデータを基に推計した系列を、それぞれ使用している。

iv)を、それぞれ本稿の推計値である「ベースライン・モデルによる推計値」と比較している。なお、系列(iii)及び(iv)については趨勢成分のみが公表されていることを踏まえ、本稿の推計値についても趨勢成分を抽出したうえで比較している^{43,44}。上段の原系列と下段の趨勢成分のいずれにおいても、本稿の推計値は、外部データに共通してみられる主たる特徴点を捉えている。すなわち、1980年代は全ての系列が高い成長率を示していたものの、1990年代初頭に成長率が鈍化し、その後は低位の成長率のまま推移しているという点、また、成長率が必ずしも単調に低下している訳ではないという点について、整合的である。後者については、例えば、下段をみると、3つの系列いずれもが、1990年代以降の2つの時期、具体的には2000年代初頭とグローバル金融危機直後の2010年代初頭の時期において、成長率が一旦回復した後に低下するなど、こぶ状となっている。

5.1.2 金融仲介活動の機能度

次に、本稿で推計された自然利子率に対するBSショックの寄与について、非金融法人の資金繰りの状況を表す指標である短観の資金繰り判断DIとの比較を行う。同DIは、資金繰りが「楽である」の回答社数構成比から「苦しい」の同構成比を差し引いて算出しており、同DIの値が大きい(小さい)ほど企業の金融面での制約が弱い(強い)ことを示している。図11では、同DIと本稿で推計された自然利子率に対するBSショックの寄与の時系列推移を示している。

両者の系列を比較すると、分析期間中を通じて非常に似通った動きを示しており、本稿で推計されたBSショックが、金融環境の状況を適切に捉えていることを示唆している。BSショックの寄与と同様に、資金繰り判断DIは、上下変動を繰り返しており、1980年代後半に大幅な「楽である」超を示したのち、1990年代初のバブル崩壊直後には急速に「苦しい」超へと転じた。その後、2000年代に再び「楽である」超を示すまで、1990年代半ばから2000年代初頭にかけての長期に亘って「苦しい」超が続いた。2017年時点では、「楽である」超が数十年ぶりの高水準になっており、企業の資金繰りに関する制約が過去対比でみて極めて弱いことを示すものとなっている。また、4.2.2節で議論した2つの金融危機時における金融仲介活動の寄与が対照的であったという点についても、同DIの動きはこうした議論と整合的なものと

⁴³図10で掲載するベースライン・モデルによる推計値については、外部データとの比較可能性を確保する観点から、推計された中立技術そのもの $(Z_{a,t}A_{a,t})$ ではなく、 $(Z_{a,t}A_{a,t})^{\frac{1}{1-\gamma}}$ の伸び率を図示している。これは、付録Aの(23)式で示されているように、本稿のモデルでは、中間投入を明示的に定式化した生産関数を用いているためである。こうした生産関数のもとでの中立技術の変化は、技術水準自体の変化による付加価値の増大効果に加えて、中間投入の増加を通じた増幅効果をもたらすが、このような効果は、中間投入を明示的に考慮していない標準的な生産関数であれば生じない。ここでは、こうした点を勘案し、 $(Z_{a,t}A_{a,t})^{\frac{1}{1-\gamma}}$ を用いることにより、増幅効果分を調整している。

⁴⁴本稿の推計値であるベースライン・モデルによる推計値の趨勢成分については、スムーズ度を1,600としたHPフィルターにより抽出している。

なっている。すなわち、1990年代半ば以降の銀行危機時には、同DIは概ね10年間に亘って「苦しい」超の状況であったが、グローバル金融危機時には、同DIが「苦しい」超となった期間は2年間程度であり、その後の数年間で、急速に「楽である」超に戻っている。

5.2 感応度分析

5.2.1 予期された名目短期金利ショック

本稿の分析期間の約半分は、日本銀行がゼロ金利政策を実施していた時期と重なっており、この時期を分析する際には、フォワード・ガイダンスについても明示的に分析対象にすべきであると考えられる⁴⁵。こうした問題意識を踏まえて、本稿では、将来の政策金利 $R_{n,t}$ の水準に関するニュースをショック $\varepsilon_{R_{n,s,t-s}}$, $s = 1, \dots, 12$ としてテイラー・ルールをモデル化する際に組み込んだうえで、OIS データより抽出した名目短期金利の期待値 $E_t[R_{n,t+s}]$, $s = 1, \dots, 12$ の情報を用いて、これらのショックの時系列推移を推計している。既存研究で指摘されている通り、こうした定式化を用いる利点の一つは、変動する時点になってはじめて分かる名目短期金利ショックの影響と、変動するという事実とその規模が事前に予期されている名目短期金利ショックの影響を切り離して評価することができる点である。もっとも、本稿において予期されたショックをモデルに組み込む理由は、2つのショックの違いを検証するためというよりは、自然利子率 R_t^* の水準を正しく計測するために必要であると考えからである⁴⁶。

では、予期された名目短期金利ショックを明示的にモデルに組み込まないという分析手法上の選択が、自然利子率の推計値にどのような影響を及ぼすのかみるために、 $t-1$ 時点において経済が定常状態にあり、 t 時点において、自然利子率に対するショック ε_0 と $t+1$ 時点に実現する名目短期金利の変動についてのニュース $\varepsilon_{R_{n,1,t-1}}$ が生じるような簡単なケースを考えてみよう。単純化のため、ここでは、全てのパラ

⁴⁵例えば、日本銀行の黒田東彦総裁は、2017年11月の講演において以下のように発言している。「実践の世界では、日本銀行が、こうしたフォワード・ガイダンスの先駆者です。1999年に『ゼロ金利政策』を導入した際、日本銀行は、『デフレ懸念の払拭が展望できるような情勢になるまで』、ゼロ金利政策を継続することを対外的にコミットしました。これが世界で初めて実践されたフォワード・ガイダンスだと理解しています。また、2001年から2006年にかけて実施された『量的緩和』の時期には、『消費者物価の前年比が安定的にゼロ%以上となるまで』、量的緩和を継続することを約束しました。」

⁴⁶本稿と同様に、Aoki and Ueno (2012) も、DSGEモデルの枠組みを用いて、フォワード・レートやインフレ率などのマクロ経済変数から足もとの自然利子率の水準を推計している。もっとも、両者には違いが存在し、本稿では、 t 時点からみた $t+1$ 時点以降の構造ショックの期待値はゼロであって、フォワード・レートは、 t 時点までに発生したショックとその時点の期初の状態変数の関数であることを想定しているが、Aoki and Ueno (2012) では、構造ショックが $t+1$ 時点以降も何らかの分布に従って0以外の値を取ることを許容している。

メータが既知であり、自然利子率を変動させるショック ϵ_0 の規模（すなわち、 t 期の自然利子率の値）のみが既知ではないとする。さらに、(3) 式の左辺である $\tilde{c}_t - \tilde{c}_t^* = \bar{c}$ と、将来の実質金利の流列は両方とも観察可能であると仮定する。このとき、将来の実質金利は、金融政策ルールの内生的な反応によって変動する部分 ($\omega_{R,m}\epsilon_0$ と表記) と予期された名目短期金利ショックによって変動する部分 ($\omega_{N_1,m}\varepsilon_{R_{n,1,t}}$, $m = 1, \dots, \infty$ と表記) の線形結合になるため⁴⁷、自然利子率に対するショック ϵ_0 の大きさは以下の式から推計することができる。

$$\begin{aligned}\bar{c} &= E_t \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left(-\tilde{R}_{t+m} + \omega_m \epsilon_0 \right) \right] \\ &= E_t \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left(-(\omega_{R,m}\epsilon_0 + \omega_{N_1,m}\varepsilon_{R_{n,1,t}}) + \omega_m \epsilon_0 \right) \right], \\ \epsilon_0 &= \frac{\bar{c} + E_t \left[\sum_{m=0}^{\infty} \tilde{R}_{t+l} \right]}{\sum_{m=0}^{\infty} \omega_m} = \frac{\bar{c} + E_t \left[\sum_{m=0}^{\infty} \omega_{N_1,m}\varepsilon_{R_{n,1,t}} \right]}{\sum_{m=0}^{\infty} (\omega_m - \omega_{R,m})}.\end{aligned}\quad (5)$$

ここで、 ω_m は足もとの自然利子率 \tilde{R}_t^* に生じた 1 単位のショックに対する、 m 四半期先時点での自然利子率 \tilde{R}_t^* のインパルス応答関数であり、モデルの複数のパラメータの関数となっている。

次に、実際には予期された名目短期金利ショックが発生しているにも関わらず、推計に使用するモデルではこうしたショックを捨象しており、かつ、推計の際に実質金利 \tilde{R}_{t+s} の流列を使用していないケースを考えてみよう。このケースでは、自然利子率に対するショック $\hat{\epsilon}_0$ の大きさの推計値は以下ようになる。

$$\hat{\epsilon}_0 = \frac{\bar{c}}{\sum_{m=0}^{\infty} (\omega_m - \omega_{R,m})}.\quad (6)$$

この 2 つの推計値、 ϵ_0 と $\hat{\epsilon}_0$ 、の違いが、推計において将来の金利に関する情報を使わないことで生じるバイアスと解釈できる。

それでは、予期された名目短期金利ショックをモデルに組み込むことで、自然利子率の推計値はどの程度変化するのだろうか。この点を見るために、ここでは、予期されたショックが無いモデルと、 S の長さを 4 に設定したショックを組み込んだモデルのもとで自然利子率を推計し、ベースライン・モデルと比較する。それぞれの推計における違いは、モデルに組み込まれた予期されたショックの数と、観察変数として使用する名目短期金利の期待値の系列数である。図 12 は、推計結果を示した

⁴⁷ここで $\omega_{R,m}$ は、 t 時点で生じた自然利子率へのショック ϵ_0 に対する、 $m+t$ 時点の実質金利の反応を、 $\omega_{N_1,m}$ は、 t 時点で予期され、 $t+1$ 時点で実際に発生する予期された名目短期金利ショック $\varepsilon_{R_{n,1,t}}$ に対する、 $m+t$ 時点での実質金利の反応をそれぞれ表す。なお、 $\omega_{R,m}$ と $\omega_{N_1,m}$ は、モデルの複数のパラメータの関数として表される。

ものであり、上段では自然利子率 R_t^* 、下段では予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ の時系列推移をそれぞれ示している。推計値の長期的な動向は S の長さや観察変数の違いによって大きく変わることはなく、全ての推計値において、趨勢的な低下傾向と、小さくはあるものの足もとでの上昇傾向が確認できる。一方で、定量的には大きな違いはないものの、自然利子率と予想自然利子率のいずれについても、 S の長さを 12 に設定しているベースライン・モデルの推計値は、分析期間中、他の推計値を下回る傾向があるという点については注目に値する。この傾向は、特に予想自然利子率で顕著である。この結果は、予期されたショックを考慮しないまま推計を行ってしまうと、自然利子率に対する負のショックが実際に生じている場合にはその大きさを過小評価してしまう可能性があることを示唆しており、言い換えると、特に、フォワード・ガイダンスが実施されている時期を分析対象としている場合には、こうしたショックを明示的に取り込む必要があることを示している⁴⁸。

表 5 は、こうした代替的な定式化のもとでの、自然利子率と予想自然利子率の変動に対する 5 つの決定要因の寄与を計算したものであり、ベースライン・モデルで得られた結果が定性的には概ね頑健であることを示している。すなわち、いずれの定式化においても、中立技術の変化が主たる決定要因であり、他の要因の寄与は小さい。もっとも、金融要因については、寄与の重要性は引き続き確認できるものの、定式化の違いによる影響を受けやすい傾向が見て取れる。

5.2.2 生産年齢人口成長率

ベースライン・モデルでは、生産年齢人口成長率が確率的トレンドに従っているため、その変動の全てが予測できないとの仮定を置いている。しかし、実際には、家計は先行きの人口動態をある程度は見通すことができる。そこで、ベースライン・モデルの仮定を緩め、人口動態の予見性の度合いに応じて、自然利子率の推移や決定要因の推計値がどの程度変化するのか検証する。

ここでは、ベースライン・モデルに加えて、2 つの代替的な定式化のもとで推計を行う。1 つ目は、生産年齢人口成長率が以下の式に従うと仮定するものである。

$$\ln H_t = \ln H_{t-1} + v_{H,t}, \quad v_{H,t} \equiv \rho_H v_{H,t-1} + \epsilon_{H,t}. \quad (7)$$

ここで、 $\rho_H \in (0, 1)$ は自己回帰係数である。2 つ目は、家計が生産年齢人口成長率の変動の全てを事前に知っており、変動が確定的 (deterministic) であると仮定するものである。

⁴⁸ モデル間の比較の観点から、予想された名目短期金利ショックが無いモデルとベースライン・モデルについて、脚注 21 と同様の方法で 1 期先予測の誤差をそれぞれ計算したところ、ほぼ全ての観察変数について、ベースライン・モデルの予測誤差は相対的に小さいことが確認された。特に、名目短期金利 $R_{n,t}$ の予測誤差については、約 1/9 の大きさに止まっていた。

図 13 の上段では、3 つの定式化のもとで推計された生産年齢人口成長率に対するショック $\epsilon_{H,t}$ の時系列推移と、自然利子率に対する同ショックの寄与を示している。ベースライン・モデルでは、識別されたショック $\epsilon_{H,t}$ は実際の生産年齢人口の成長率と符合して -20 から 20 ベーシス・ポイントの間で変動し、自然利子率の趨勢的な低下に対しては、70 ベーシス・ポイント程度寄与している。これに対して、1 つ目の定式化のもとでは、ショック $\epsilon_{H,t}$ の大きさとその寄与はいずれもベースライン・モデル対比で小さくなっており、2 つ目の定式化のもとでは、ショックの大きさとその寄与はいずれもゼロになる。

中段及び下段は、それぞれの定式化のもとでの自然利子率 R_t^* 及び予想自然利子率 $R_{40,t}^*$ の時系列推移を示している。推計された生産年齢人口成長率に対するショック $\epsilon_{H,t}$ の大きさや、自然利子率に対する同ショックの寄与は、定式化の違いに応じて相応に異なっているにもかかわらず、自然利子率と予想自然利子率の推移について、全体的な傾向は大きくは変わらない。表 6 は、代替的な定式化のもとでの各決定要因の寄与をまとめたものであるが、こちらも定性的には不変である。こうした結果を鑑みると、本稿の分析期間中に関する限り、生産年齢人口要因は主たる決定要因とはなっていないと考えられる⁴⁹。

6 まとめ

本稿では、1980 年から 2017 年までの日本の自然利子率の水準とその決定要因について DSGE モデルを用いて推計している。分析では、まず、先行研究において自然利子率の主たる決定要因と考えられている 5 つの要因、すなわち中立技術、投資特殊技術、金融仲介活動の機能度、人口動態、需要要因に注目し、それぞれの要因と自然利子率との理論的な関係性を包摂する DSGE モデルを構築したうえで、一般的に推計に使用されるマクロ経済変数だけではなく、これらの要因についての情報

⁴⁹本稿で得られた結果に対して、須藤・瀧塚（2018）は、日本の実際のデータと整合的になるようにパラメータをカリブレートした世代重複モデルを用いて、1960 年代から 2015 年までの実質金利の低下幅 640 ベーシス・ポイントのうち、270 ベーシス・ポイント程度が人口動態の変化によってもたらされたと報告している。もっとも、本稿の結果と彼らの結果は、以下の 3 点を踏まえると、必ずしも不整合であるとは言えない。1 点目は、須藤・瀧塚（2018）の計数は、1980 年代以前に生じた人口動態の変化の影響を含んでいるが、本稿では 1980 年以降の変化のみを分析対象としているという点である。2 点目は、本稿ではあくまでも生産年齢人口の寄与のみを分析しているため、人口動態の変化による影響の一部が需要要因などの他の要因として識別されている可能性があるという点である。もっとも、この点に注意しつつ改めて表 3 をみると、仮に需要ショックの全てが人口動態の変化に起因していたと仮定したとしても、自然利子率の変動に対する寄与の大きさという点では、高々 2 番目に止まる。3 点目は、人口動態の変化はある程度予見可能であるため、1980 年代以降に生じた変化が、1980 年以前に、既に家計行動の意思決定に織り込まれていた可能性がある点である。この場合、こうした人口動態の変化は、1980 年以降の価格や産出量の変動に影響を与えることはないため、需要ショックの一部として現れることもないと考えられる。

を含んでいると考えられる観察変数を用いてこのモデルを推計することで、自然利子率の水準を推計するのみならず、各要因の定量的な重要性についても評価・比較している。

推計結果に基づけば、日本の自然利子率は趨勢的な低下傾向にあり、1980年代には平均して約400ベース・ポイントの水準であったものが、1990年代初頭から半ばにかけて急速に落ち込み、直近5年間についてみると、平均して約30ベース・ポイントの水準で推移している。低下傾向の半分程度は、中立技術の変化に起因しており、残りの半分は、人口動態や投資特殊技術、需要要因の変化に起因している。また、より長めの自然利子率の動きを捉えた予想自然利子率についても、趨勢的に低下傾向にあること、中立技術の変化が重要であることが確認された。金融仲介活動の機能度については、モデルにおいては銀行部門及び企業部門へのBSショックによって捉えられており、分析期間中の自然利子率の推移に対しては上方向にも下方向にも作用した。例えば、1990年代半ば以降の銀行危機時においては、金融仲介活動の機能度は、自然利子率を大きく押し下げる方向で寄与している。

本稿の分析内容については、留意点が2つ存在する。第1に、本稿では、先行研究において検証されている自然利子率の決定要因のうち主たるものに焦点を当てており、必ずしも、全ての決定要因についての網羅的な検証を行っている訳ではない。このため、例えば、資産・所得・消費に関する家計間格差や、発展途上国における安全資産需要の急増などグローバルな要因から生じる自然利子率の変動については、分析の対象外となっている⁵⁰。第2は、予想自然利子率についての解釈である。本稿の予想自然利子率は、実質短期金利の期待値成分から算出したものであり、実際の長期金利において観察される所謂プレミアム成分は含んでいない。本稿の分析の枠組みを更に精緻化したうえで、短期及び長期双方の観点から自然利子率の決定要因について、より包括的に分析・考察することは今後の研究課題である。

⁵⁰この他の自然利子率の決定要因として、Del Negro et al. (2017) によって、米国の自然利子率について分析されている「安全性や流動性に対する選好の変化」がある。紙面の都合上掲載していないものの、彼らの研究に倣って、本稿のベースライン・モデルを拡張し、流動性に対する選好の変化が自然利子率に与える影響についても別途検証した。具体的には、ベースライン・モデルの家計の効用関数を、Anzoategui et al. (2017) で使用されている効用関数へと置き換えたうえで、ベースライン・モデルの観察変数に流動性指標として、公募地方債の対国債スプレッドを追加してモデルを推計している。もっとも、日本のデータから得られた結果は、Del Negro et al. (2017) の米国での結果とは対照的であり、ベースライン・モデルの推計結果から殆ど変わらないものとなった。この結果は、流動性への選好の変化が日本の自然利子率に与えた影響は限定的であることを示唆していると考えられる。

参考文献

- [1] 今久保圭・小島治樹・中島上智 (2015) 「均衡イールドカーブの概念と計測」、日本銀行ワーキングペーパーシリーズ、No.15-J-4
- [2] 岩崎雄斗・須藤直・西崎健司・藤原茂章・武藤一郎 (2016) 「『総括的検証』補足ペーパーシリーズ(2): わが国における自然利子率の動向」、日銀レビュー・シリーズ、2016-J-18
- [3] 川本卓司・尾崎達哉・加藤直也・前橋昂平 (2017) 「需給ギャップと潜在成長率の見直しについて」、日本銀行調査論文
- [4] 黒田東彦 (2017) 「『量的・質的金融緩和』と経済理論」、スイス・チューリッヒ大学における講演の邦訳、2017年11月13日
- [5] 須藤直・瀧塚寧孝 (2018) 「人口動態の変化と実質金利の趨勢的な関係 世代重複モデルに基づく分析」、日本銀行ワーキングペーパーシリーズ、2018-J-4
- [6] 中島上智・渡部敏明 (2017) 「時変多変量自己回帰モデルを用いた日本の輸出量の計量分析」、『経済研究』、第68巻、第3号、237-249頁
- [7] 中曾宏 (2017) 「マクロプルーデンス政策の新たなフロンティア 銀行の低収益性と銀行間競争への対応」、時事通信社「金融懇話会」での講演、2017年11月29日
- [8] 日本銀行 (2007) 「OIS 市場調査の結果 (07/5月実施)」、日本銀行調査論文
- [9] 日本銀行 (2017) 「経済・物価情勢の展望 (2017年4月)」
- [10] 福田慎一・粕谷宗久・赤司健太郎 (2010) 「2つの金融危機とわが国の企業破綻」、日本銀行ワーキングペーパーシリーズ、No.10-J-16
- [11] 吉田充 (2017) 「GDP ギャップ / 潜在 GDP の改定について」、経済財政分析ディスカッション・ペーパー、DP/17-3
- [12] Anzoategui, D., D. Comin, M. Gertler, J. Martinez (2017) “Endogenous Technology Adoption and R&D as Sources of Business Cycle Persistence,” NBER Working Papers 22005, National Bureau of Economic Research, Inc.
- [13] Aoki, K., Y. Ueno (2012) “Identification of Structural Shocks under the Zero Lower Bound on Nominal Interest Rates,” Bank of Japan Working Paper Series, No.12-E-8.

- [14] Barsky, R., A. Justiniano, L. Melosi (2014) “The Natural Rate of Interest and Its Usefulness for Monetary Policy,” *American Economic Review*, 104, 37–43.
- [15] Basu, S. (1995) “Intermediate Goods and Business Cycles: Implications for Productivity and Welfare,” *American Economic Review*, 85, 512–531.
- [16] Basu, S., J. G. Fernald, M. S. Kimball (2006) “Are Technology Improvements Contractionary?” *American Economic Review*, 96, 1418–1448.
- [17] Bayoumi, T. (2001) “The Morning after: Explaining the Slowdown in Japanese Growth in the 1990s,” *Journal of International Economics*, 53, 241–259.
- [18] Bernanke, B., M. Gertler, S. Gilchrist (1999) “The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework,” *Handbook of Macroeconomics*, 1, 1341–1393.
- [19] Blanchard, O. J., S. Fischer (1989) “Lectures on Macroeconomics,” MIT press.
- [20] Burriel, P., J. Fernandez-Villaverde, J. F. Rubio-Ramirez (2010) “MEDEA: A DSGE Model for the Spanish Economy,” *SERIEs*, 1, 175–243.
- [21] Carvalho, C., A. Ferrero, F. Nechio (2016) “Demographics and Real Interest Rates: Inspecting the Mechanism,” *European Economic Review*, 88, 208–226.
- [22] Cetto, G., J. Fernald, B. Mojon (2016) “The Pre-Great Recession Slowdown in Productivity,” *European Economic Review*, 88, 3–20.
- [23] Christiano, L., R. Motto, M. Rostagno (2010) “Financial Factors in Economic Fluctuations,” ECB Working Paper Series, No. 1192.
- [24] Christiano, L., R. Motto, M. Rostagno (2014) “Risk Shocks,” *American Economic Review*, 104, 27–65.
- [25] Curdia, V., A. Ferrero, G. C. Ng, A. Tambalotti (2015) “Has U.S. Monetary Policy Tracked the Efficient Interest Rate?” *Journal of Monetary Economics*, 70, 72–83.
- [26] Del Negro, M., D. Giannone, M. P. Giannoni, A. Tambalotti (2017) “Safety, Liquidity, and the Natural Rate of Interest,” Federal Reserve Bank of New York, Staff Report, No. 812.

- [27] Del Negro, M., M. P. Giannoni, M. Cocci, S. Shahanaghi, M. Smith (2015) “Why Are Interest Rates So Low?” Federal Reserve Bank of New York, Liberty Street Economics (NY Fed Blog), May 20, 2015.
- [28] Edge, R. M., M. T. Kiley, J. Laforde (2008) “Natural Rate Measures in an Estimated DSGE Model of the U.S. Economy,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32, 2512–2535.
- [29] Eggertsson, G., N. Mehrotra, J. Robbins (2017) “A Model of Secular Stagnation: Theory and Quantitative Evaluation,” NBER Working Papers 23093, National Bureau of Economic Research, Inc.
- [30] Eichengreen, B., D. Park, K. Shin (2017) “The Global Productivity Slump: Common and Country-specific Factors,” *Asian Economic Papers*, MIT Press, 16, 1–41.
- [31] Fisher, J. D. M. (2006) “The Dynamic Effects of Neutral and Investment-specific Technology Shocks,” *Journal of Political Economy*, 114, 413–451.
- [32] Fries, S., J. Mesonnier, S. Mouabbi, J. Renne (2016) “National Natural Rates of Interest and the Single Monetary Policy in the Euro Area,” Banque de France, Working Paper, No. 611.
- [33] Gagnon, E., B. K. Johansson, D. Lopez-Salido (2016) “Understanding the New Normal: The Role of Demographics,” Board of Governors of the Federal Reserve System, Finance and Economics Discussion Series 2016-080.
- [34] Gerali, A., S. Neri (2017) “Natural Rates across the Atlantic,” Bank of Italy, Temi di discussione (Economic working papers) 1140.
- [35] Gilchrist, S., J. Leahy (2002) “Monetary Policy and Asset Prices,” *Journal of Monetary Economics*, 49, 75–97.
- [36] Goldby, M., L. Laureys, K. Reinold (2015) “An Estimate of the UK’s Natural Rate of Interest,” Bank of England, Bank Underground, August 11, 2015.
- [37] Greenwood, J., Z. Hercowitz, P. Krusell (1997) “Long-run Implications of Investment-specific Technological Change,” *American Economic Review*, 87, 342–362.

- [38] Hakkio, C. S., A. L. Smith (2017) “Bond Premiums and the Natural Real Rate of Interest,” Federal Reserve Bank of Kansas City, *KCFED Economic Review*, 102, 5–40.
- [39] Hayashi, F., E. Prescott (2002) “The 1990s in Japan: A Lost Decade,” *Review of Economic Dynamics*, 5, 206–235.
- [40] Hirakata, N., N. Sudo, I. Takei, K. Ueda (2016) “Japan’s Financial Crises and Lost Decades,” *Japan and the World Economy*, 40, 31–46.
- [41] Hirakata, N., N. Sudo, K. Ueda (2011) “Do Banking Shocks Matter for the U.S. Economy?” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 35, 2042–2063.
- [42] Hirakata, N., N. Sudo, K. Ueda (2013) “Capital Injection, Monetary Policy and Financial Accelerators,” *International Journal of Central Banking*, 9, 101–145.
- [43] Hirakata, N., N. Sudo, K. Ueda (2017) “Chained Credit Contracts and Financial Accelerators,” *Economic Inquiry*, 55, 565–579.
- [44] Holston, K., T. Laubach, J. C. Williams (2017) “Measuring the Natural Rate of Interest: International Trends and Determinants,” *Journal of International Economics*, 108, 59–75.
- [45] Hoshi, T., A. Kashyap (2010) “Will the U.S. Bank Recapitalization Succeed? Eight Lessons from Japan,” *Journal of Financial Economics*, 97, 398–417.
- [46] Hristov, A. (2016) “Measuring the Natural Rate of Interest in the Eurozone: A DSGE Perspective,” CESifo Forum, Ifo Institute - Leibniz Institute for Economic Research at the University of Munich, 17, 86–91.
- [47] Iiboshi, H., M. Shintani, K. Ueda (2018) “Estimating a Nonlinear New Keynesian Model with a Zero Lower Bound for Japan,” TCER Working Paper Series, E-120.
- [48] Ikeda, D., M. Saito (2014) “The Effects of Demographic Changes on the Real Interest Rate in Japan,” *Japan and the World Economy*, 32, 37–48.
- [49] Justiniano, A., G. Primiceri (2010) “Measuring the Equilibrium Real Interest Rate,” Federal Reserve Bank of Chicago, Chicago FED Economic Perspectives, 2010-1Q.

- [50] Kaihatsu, S., T. Kurozumi (2014) “What Caused Japan’s Great Stagnation in the 1990s? Evidence from an Estimated DSGE Model,” *Journal of the Japanese and International Economies*, 34, 217–235.
- [51] King, R. G., S. T. Rebelo (1999) “Resuscitating Real Business Cycles,” *Handbook of Macroeconomics*, 1, 927–1007.
- [52] Laseen, S., L. E. O. Svensson (2011) “Anticipated Alternative Policy Rate Paths in Policy Simulations,” *International Journal of Central Banking*, 7, 1–35.
- [53] Laubach, T., J. C. Williams (2003) “Measuring the Natural Rate of Interest,” *Review of Economics and Statistics*, 85, 1063–1070.
- [54] Lewis, K. F., F. Vazquez-Grande (2017) “Measuring the Natural Rate of Interest: Alternative Specifications,” Board of Governors of the Federal Reserve System, Finance and Economics Discussion Series No. 2017-059.
- [55] Muto, I., N. Sudo, S. Yoneyama (2016) “Productivity Slowdown in Japan’s Lost Decades: How Much of It Can Be Attributed to Damaged Balance Sheets?” Bank of Japan Working Paper Series, No.16-E-3.
- [56] Nolan, C., C. Thoenissen (2009) “Financial Shocks and the US Business Cycle,” *Journal of Monetary Economics*, 56, 596–604.
- [57] Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) (2001) “Measuring Productivity – OECD Manual: Measurement of Aggregate and Industry-level Productivity Growth.” OECD Publishing.
- [58] Pescatori, A., J. Turunen (2016) “Lower for Longer: Neutral Rate in the U.S.,” *IMF Economic Review*, 64, 708–731.
- [59] Rachel, L., T. Smith (2015) “Secular Drivers of the Global Real Interest Rate,” Bank of England Working Paper, No. 571.
- [60] Reinhart, C. M., K. S. Rogoff (2011) “From Financial Crash to Debt Crisis,” *American Economic Review*, 101, 1676–1706.
- [61] Sajedi, R., G. Thwaites (2016) “Why Are Real Interest Rates So Low? The Role of the Relative Price of Investment Goods,” *IMF Economic Review*, 64, 635–659.
- [62] Smets, F., R. Wouters (2007) “Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach,” *American Economic Review*, 97, 586–606.

- [63] Sugo, T., K. Ueda (2008) “Estimating a Dynamic Stochastic General Equilibrium Model for Japan,” *Journal of the Japanese and International Economies*, 22, 476–502.
- [64] Summers, L. H. (2013) Remarks at the IMF Fourteenth Annual Research Conference in Honor of Stanley Fischer, Washington, DC.
- [65] Summers, L. H. (2014) “U.S. Economic Prospects: Secular Stagnation, Hysteresis, and the Zero Lower Bound,” *Business Economics*, 49, 65–73.
- [66] Summers, L. H. (2016) “Secular Stagnation and Monetary Policy,” Federal Reserve Bank of St. Louis, *Review*, 98, 93–110.

A モデルの詳細

本稿のモデルは、4つの経済部門から構成されている。すなわち、家計部門、銀行部門、企業部門、政府部門である。

- 家計部門：家計部門は、対称的な家計及び投資家から構成される。各家計は同質な H_t の労働者から構成され、企業部門に労働投入を提供して賃金を得るほか、投資家に預金することで預金金利収入を得る。投資家は、家計から安全金利で預金を集め、銀行部門と信用契約を結ぶことで、その資金を供給する。この投資家・銀行部門間の信用契約を IF 契約と呼称する。
- 銀行部門：銀行部門は、投資家から IF 契約を通じて外部資金を調達する。また、企業部門と信用契約を結ぶことで、調達した外部資金及び銀行部門自身の純資産を、企業部門の企業家へ貸し出す。この銀行部門・企業家間の信用契約を FE 契約と呼称する。
- 企業部門は、企業家、資本財生産企業、中間財生産企業、最終財生産企業から構成される。企業家は、銀行部門から調達した外部資金を用いて資本財生産企業から資本財を購入し、それを最終財生産企業へとレンタル・コストを対価として提供する。資本財生産企業は、最終財生産企業から投資財を購入し、それを資本財へと変換する。中間財生産企業は、労働投入、資本ストック投入から中間財を生産する。最終財生産企業は、中間財から最終財を生産する。
- 政府部門は、政府と中央銀行から構成される。前者は、家計から徴税し、政府支出を行う。後者はインフレ率を安定させることを企図して名目金利の調整を行う。

A.1 信用契約

本稿のモデルでは、2つのタイプの信用契約を考慮している。1つ目の契約は、投資家と銀行部門の間で結ばれる IF 契約であり、2つ目の契約は、銀行部門と企業家の間で結ばれる FE 契約である。銀行部門は独占力を持っており、自身の純利益を最大化することを目的として、2つの信用契約における金利を設定する。

A.1.1 FE 契約

設定

任意の時点 t において、各銀行 i は自身に紐付いている無数の企業家 j_i に対して貸出を行う⁵¹。企業家 j_i は純資産 $N_{E,j_i,t}$ を保有しており、これを用いて資本ストック $Q_t K_{j_i,t}$ を購入する。ただし、 Q_t は資本ストック 1 単位当たりの価格、 $K_{j_i,t}$ は企業家 j_i が購入する資本ストックの量である。仮に、純資産 $N_{E,j_i,t}$ が $Q_t K_{j_i,t}$ よりも少ない場合、企業家は、資金の不足分 $Q_t K_{j_i,t} - N_{E,j_i,t}$ を銀行 i と FE 契約を結ぶことで調達する⁵²。 $t+1$ 時点では、企業家 j_i は、資本ストック $K_{j_i,t}$ から資本所得 $R_{E,t+1} \omega_{E,j_i,t+1}$ を得る。ここで、 $R_{E,t+1}$ は資本収益率、 $\omega_{E,j_i,t+1}$ は企業家 j_i に固有の生産性ショックである⁵³。ここで、銀行と企業家の間には情報の非対称性が存在し、銀行 i は審査費用を支払わない限り、この企業家に固有の生産性ショックの実際の大きさを観察できないと仮定する。この仮定のもとで、通常の Costly State Verification 問題と同様に、銀行 i は FE 契約の契約内容を決定する。契約内容は、以下の 2 点からなる：

- 企業家 j_i への貸出量、すなわち $Q_t K_{j_i,t} - N_{E,j_i,t}$
- 固有の生産性ショック $\omega_{E,j_i,t+1}$ について、企業家が負債を返済することが可能かどうかを規定する閾値 $\bar{\omega}_{E,j_i,t+1}$ 。実際に生じた固有の生産性ショック $\omega_{E,j_i,t+1}$ が、この閾値を上回る場合、すなわち $\omega_{E,j_i,t+1} \geq \bar{\omega}_{E,j_i,t+1}$ であれば企業家は返済し、そうでない場合、倒産する。

企業家の誘因整合性条件 (Participation constraint)

企業家 j_i は、FE 契約を結んだ際に得られる利潤が少なくとも機会費用に等しい場合のみ、FE 契約に参加する。仮に契約を結び、かつ、企業家が倒産しなかった場合、事後的な利潤は以下のように表される。

$$(\omega_{E,j_i,t+1} - \bar{\omega}_{E,j_i,t+1}) R_{E,t+1} Q_t K_{j_i,t}.$$

これを用いて、企業家にとっての借入金利 $r_{E,j_i,t+1}$ を表すと、以下ようになる。

$$r_{E,j_i,t+1} \equiv \frac{\bar{\omega}_{E,j_i,t+1} R_{E,t+1} Q_t K_{j_i,t}}{Q_t K_{j_i,t} - N_{E,j_i,t}}. \quad (8)$$

⁵¹ここでは、銀行 i とそれに紐付かない企業家 j_{i^*} (すなわち $i \neq i^*$) の間の FE 契約における審査費用が、企業家 j_{i^*} が銀行 i から資金調達するという選択が生じないほどに高いということを仮定している。同様の仮定により、投資家と企業家間の直接の信用契約も結ばれないことを想定している。

⁵²BGG (1999) と同様に、ここでは、純資産が無限に蓄積されることはなく、均衡においては、企業家は常に外部資金を調達することを仮定する。IF 契約における銀行部門についても同様の仮定を置く。

⁵³BGG (1999) に倣い、固有の生産性ショックは、平均が 1 の対数正規分布に従い、時点及び企業家間で互いに独立とする。以下では、この分布の密度関数を $f_E(\bullet)$ 、累積密度関数を $F_E(\bullet)$ と記述する。

企業家 j_i は、仮に FE 契約を結ばない場合には、自身の純資産 $N_{E,j_i,t}$ のみを用いて資本ストックを購入し、それを貸し出すことで資本所得を得ることができると仮定する。この場合、企業家を得る利潤の期待値は、 $E_t [\omega_{E,j_i,t+1} R_{E,t+1} N_{E,j_i,t}]$ であり、これは $E_t [R_{E,t+1} N_{E,j_i,t}]$ に等しく、事後的な利潤は $\omega_{E,j_i,t+1} R_{E,t+1} N_{E,j_i,t}$ である。こうした定式化のもとでは、企業家は、以下の不等式が任意の j_i で成り立つ限りにおいて、FE 契約に参加することになる：

$$E_t \left[\left(\int_{\bar{\omega}_{E,j_i,t+1}}^{\infty} (\omega_E - \bar{\omega}_{E,j_i,t+1}) dF_E(\omega_E) \right) R_{E,t+1} Q_t K_{j_i,t} \right] \geq E_t [\omega_{E,j_i,t+1} R_{E,t+1} N_{E,j_i,t}]. \quad (9)$$

ここで、 E_t は期待値オペレータである。

銀行が FE 契約から得る利潤

FE 契約のもとで、銀行 i が得る利潤は、倒産しなかった企業家が行う支払いから、倒産した企業の保有資産の審査費用を控除した額である。そのため、銀行 i が FE 契約から得る利潤の期待値は以下ようになる。

$$E_t [\Phi_{E,i,t+1} R_{E,t+1} Q_t K_{j_i,t}].$$

ただし、 $\Phi_{E,i,t+1}$ は以下の式で定義される。

$$\Phi_{E,i,t+1} \equiv \int_{\bar{\omega}_{E,j_i,t+1}}^{\infty} \bar{\omega}_{E,j_i,t+1} dF_E(\omega_E) + \int_0^{\bar{\omega}_{E,j_i,t+1}} \omega_E dF_E(\omega_E) - \mu_E \int_0^{\bar{\omega}_{E,j_i,t+1}} \omega_E dF_E(\omega_E). \quad (10)$$

ここで、(10) 式の $\Phi_{E,i,t+1}$ は 3 つの項から構成されている。第 1 項は倒産しなかった企業家からの支払い、第 2 項は倒産した企業から得られる利潤、第 3 項目は銀行が支払う審査費用をそれぞれ表している。銀行が支払う審査費用の総和は、第 3 項に $R_{E,t+1} Q_t K_{j_i,t}$ を乗じることで得られる。ここで、 μ_E は、審査費用の大きさを規定するパラメータである。なお、銀行の利潤および審査費用は資本ストック $Q_t K_{j_i,t}$ について収穫一定であることに注目すると、銀行 i が無数に存在する全ての企業群 j_i と結ぶ FE 契約において、閾値 $\bar{\omega}_{E,j_i,t+1}$ は等しいことが確認できる。このため、以下の議論においては、企業群に係るインデックス j_i を落としている。

A.1.2 IF 契約

設定

IF 契約は、投資家と銀行部門の間で結ばれる契約である。上記で述べたように、 t 時点では、各銀行 i は純資産 $N_{F,i,t}$ を保有しており、企業家 j_i に $Q_t K_{i,t} - N_{E,i,t}$ だけ貸出を行う。なお、 $K_{i,t}$ は企業家 j_i が購入した資本ストックの総量、 $N_{E,i,t}$ は企業家 j_i が保有する純資産総量である。仮に銀行 i の純資産が、企業家への貸出量よりも少ない場合、銀行は不足分 $Q_t K_{i,t} - N_{E,i,t} - N_{F,i,t}$ を投資家から調達することになる。ここで、各銀行に対して、FE 契約から得た利潤についてそれぞれ固有の生産性ショック $\omega_{F,i,t+1}$ が生じると仮定する。このショックの大きさは、各銀行ごとに異なっているが、これは、個別行の信用リスクや流動性リスク、証券化ローンのリスクなど、リスクの管理状況の違いから生じるものであると考える。こうしたリスクが顕在化した後の銀行の利潤は、以下ようになる⁵⁴。

$$\omega_{F,i,t+1} \Phi_{E,i,t+1} R_{E,t+1} Q_t K_{i,t}.$$

ここで、投資家と銀行の間には情報の非対称性が存在し、投資家は審査費用を支払わない限り、この銀行に固有の生産性ショックの実際の大きさを観察できないと仮定する。こうした状況のもと、FE 契約と同様に、銀行 i は IF 契約の契約内容を決定する。具体的には、以下の2点である：

- 投資家からの資金調達量、すなわち $Q_t K_{i,t} - N_{E,i,t} - N_{F,i,t}$
- 固有の生産性ショック $\omega_{F,i,t+1}$ について、銀行が負債を返済することが可能かどうかを規定する閾値 $\bar{\omega}_{F,i,t+1}$ 。実際に生じた固有の生産性ショック $\omega_{F,i,t+1}$ が、この閾値を上回る場合、すなわち $\omega_{F,i,t+1} \geq \bar{\omega}_{F,i,t+1}$ であれば、銀行は返済を行い、そうでない場合、倒産する。

IF 契約のもとでは、 $\int_{\bar{\omega}_{F,i,t+1}}^{\infty} dF_F(\omega_F)$ の割合の銀行は倒産せず、その他の銀行は倒産する。事後的にみると、倒産した銀行 i が得る利潤はゼロであり、倒産しなかった銀行 i が得る利潤は以下ようになる：

$$(\omega_{F,i,t+1} - \bar{\omega}_{F,i,t+1}) \Phi_{E,i,t+1} R_{E,t+1} Q_t K_{i,t}. \quad (11)$$

この関係性を用いると、倒産しなかった銀行 i が投資家に支払う金利は以下のようになる。

$$r_{F,i,t+1} \equiv \frac{\bar{\omega}_{F,i,t+1} \Phi_{E,i,t+1} R_{E,t+1} Q_t K_{i,t}}{Q_t K_{i,t} - N_{E,i,t} - N_{F,i,t}}. \quad (12)$$

⁵⁴本稿では、銀行の固有の生産性ショックは、平均が1の対数正規分布に従い、時点及び銀行間で互いに独立とする。以下では、この分布の密度関数を $f_F(\bullet)$ 、累積密度関数を $F_F(\bullet)$ と記述する。

投資家の誘因整合性条件 (Participation constraint)

投資家は、IF 契約が少なくとも機会費用よりも大きい場合にのみ、IF 契約に参加する。具体的には、投資家が IF 契約から得る利潤が、少なくとも安全資産への投資から得られる利潤に等しい場合である。すなわち、安全金利を R_t と記述すると、全ての i に対して以下の不等式が成り立つ必要がある。

$$\Phi_{F,i,t+1} \Phi_{E,i,t+1} R_{E,t+1} Q_t K_{i,t} \geq R_t [Q_t K_{i,t} - N_{E,i,t} - N_{F,i,t}]. \quad (13)$$

ただし、 $\Phi_{F,i,t+1}$ は以下のように定義する。

$$\Phi_{F,i,t+1} \equiv \int_{\bar{\omega}_{F,i,t+1}}^{\infty} \bar{\omega}_{F,i,t+1} dF_F(\omega_F) + \int_0^{\bar{\omega}_{F,i,t+1}} \omega_F dF_F(\omega_F) - \mu_F \int_0^{\bar{\omega}_{F,i,t+1}} \omega_F dF_F(\omega_F). \quad (14)$$

$\Phi_{F,i,t+1}$ をみると、(10) 式の $\Phi_{E,i,t+1}$ と同様な構造をしていることが見て取れる。特に、第 3 項に $\Phi_{E,i,t+1} R_{E,t+1} Q_t K_{i,t}$ を乗じたものは、投資家が支払う審査費用の総和である。もっとも、この費用は、倒産した企業家の保有資産ではなく、倒産した銀行の保有資産の大きさを審査するための費用である^{55,56}。

A.1.3 銀行による最適な契約内容の選択

t 時点末において、銀行 i は、自身の純資産 $N_{F,i,t}$ と企業家の純資産 $N_{E,i,t}$ を所与として、 $t+1$ 時点末における期待純利益を最大化するように IF 契約と FE 契約の契約内容を選択する。契約内容とは、具体的には、企業家への貸出総量 $Q_t K_{i,s} - N_{E,i,s}$ 、投資家からの借入総量 $Q_t K_{i,t} - N_{E,i,t} - N_{F,i,t}$ 、それぞれの信用契約における閾値 $\bar{\omega}_{F,i,t+1}$ 及び $\{\bar{\omega}_{E,j_i,t+1}\}_{j_i=1}^{\infty}$ である。(11) 式で示したように、銀行の純利益は、信用契約から得られる利潤から投資家への支払いを除いた以下の式で表わされる：

$$E_t \left[\left(\int_{\bar{\omega}_{F,i,t+1}}^{\infty} (\omega_F - \bar{\omega}_{F,i,t+1}) dF_F(\omega_F) \right) \Phi_{E,i,t+1} R_{E,t+1} Q_t K_{i,t} \right] \quad (15)$$

銀行にとっての制約条件は、(13) 式の投資家の誘因整合性条件、及び任意の j_i についての (9) 式の企業家の誘因整合性条件であり、各銀行 i は、これらの式を所与とし

⁵⁵ $\Phi_{F,i,t}$ 及び $\Phi_{E,i,t}$ の 2 つの項は、それぞれネットでみた場合の、IF 契約における投資家の取り分、FE 契約における銀行部門の取り分を表わす。

⁵⁶ BGG (1999) と同様に、本稿では FE 契約と IF 契約のいずれも集計された状態を条件としており、各契約に参加する条件 (9) 及び (13) は状態に依存せず等しく保たれていると仮定している点には留意が必要である。この点に関連した議論としては、例えば、Christiano, Motto, and Rostagno (2014, 以下、CMR) の脚注 16 を参照されたい。IF 契約については、本稿では更に、投資家は均衡においては完全競争に直面しており、経済の全ての状態において、IF 契約から投資家が得る利潤は、家計に対する支払合計に等しいことを仮定している。

て、(15) 式を最大化する。HSU (2011, 2013) で議論しているように、収穫一定の仮定から、銀行 i の純利益の期待値は、他の全ての銀行の純利益の期待値と同一である。そのため、以下の議論においては、インデックス i を落としている。

A.1.4 純資産の動学

銀行部門と企業家の純資産は、基本的には、それぞれの信用契約から得られる利潤を蓄積したものである。もっとも、それ以外にも、純資産の変動要因が 2 つ存在する。1 つ目は、銀行部門及び企業家の労働所得であり、ここでは、両者は、最終財部門に対して、非弾力的に 1 単位の労働投入を提供することで、賃金 $W_{F,t}$ 及び $W_{E,t}$ を得ていると仮定する⁵⁷。2 つ目は、BS ショック $\varepsilon_{N_{F,t+1}}$ 及び $\varepsilon_{N_{E,t+1}}$ である。BS ショックは、i.i.d. であり、その符号や規模は、信用契約から得る利潤や賃金とは相関しないと仮定する。こうした設定のもとで、銀行部門及び企業家の純資産は以下のように表現される。

$$N_{F,t+1} = \gamma_F V_{F,t+1} + \frac{W_{F,t}}{P_t} + \varepsilon_{N_{F,t+1}}, \quad (16)$$

$$N_{E,t+1} = \gamma_E V_{E,t+1} + \frac{W_{E,t}}{P_t} + \varepsilon_{N_{E,t+1}}. \quad (17)$$

ただし、 $V_{F,t+1}$ および $V_{E,t+1}$ は、以下の式で表される。

$$\begin{aligned} V_{F,t+1} &\equiv (1 - \Gamma_F(\bar{\omega}_{F,t+1})) \Phi_E(\bar{\omega}_{E,t+1}) R_{E,t+1} Q_t K_t, \\ V_{E,t+1} &\equiv (1 - \Gamma_E(\bar{\omega}_{E,t+1})) R_{E,t+1} Q_t K_t. \end{aligned}$$

また、 $\Gamma_F(\bar{\omega}_{F,t+1})$ および $\Gamma_E(\bar{\omega}_{E,t+1})$ は、以下の式で表される⁵⁸。

$$\begin{aligned} \Gamma_F(\bar{\omega}_{F,t+1}) &\equiv \int_{\bar{\omega}_{F,t+1}}^{\infty} \bar{\omega}_{F,t+1} dF_F(\omega_F) + \int_0^{\bar{\omega}_{F,t+1}} \omega_F dF_F(\omega_F), \\ \Gamma_E(\bar{\omega}_{E,t+1}) &\equiv \int_{\bar{\omega}_{E,t+1}}^{\infty} \bar{\omega}_{E,t+1} dF_E(\omega_E) + \int_0^{\bar{\omega}_{E,t+1}} \omega_E dF_E(\omega_E). \end{aligned}$$

ここで、 P_t は消費財の名目価格を表わす。なお、 t 時点において営業を行っている銀行部門及び企業家のうち、それぞれ $1 - \gamma_F$ 及び $1 - \gamma_E$ が $t + 1$ 時点において経済から退出すること、また、この退出に伴い、経済全体からそれぞれ $(1 - \gamma_E) V_{E,t+1}$ 及び $(1 - \gamma_F) V_{F,t+1}$ だけ純資産が失われると仮定する。

⁵⁷ 銀行部門及び企業家からの労働投入が存在することを仮定する理由については、BGG (1999) を参照されたい。

⁵⁸ BGG (1999) に倣い、 $\Gamma_F(\bar{\omega}_{F,t+1})$ 及び $\Gamma_E(\bar{\omega}_{E,t+1})$ は、それぞれ、審査費用を控除する前の段階で測った IF 契約における投資家の取り分、FE 契約における銀行部門の取り分を表わす。

A.2 家計部門

第3章で述べたように、家計は $h \in [0, 1]$ でインデックス化されており、各家計は同質な H_t の労働者から構成されている。マクロ経済全体での消費と労働投入、及びそれらを H_t で除した生産年齢人口一人当たりの消費と労働投入をそれぞれ $C_t(h)$ 、 $L(h)$ 、 $c(h)$ 、 $l(h)$ と表記すると、家計の期待効用 $U_t(h)$ は以下ようになる。

$$U_t(h) \equiv E_t \left[\sum_{q=0}^{\infty} \beta^q d_{t+q} H_{t+q} \left\{ \ln(c_{t+q}(h) - \theta_h c_{t+q-1}(h)) - \varphi \frac{l_{t+q}(h)^{1+v}}{1+v} \right\} \right]. \quad (18)$$

ただし、 $\beta \in (0, 1)$ は主観的割引率、 $\theta_h \in (0, 1)$ は消費の習慣形成の度合い、 $v > 0$ は労働供給の弾性値、 φ は労働の不効用に対するウエイトである。変数 d_t は主観的割引率に係るショックである。

家計 h の予算制約式は以下の式で表される。

$$c_t(h) H_t + s_t(h) H_t \leq \left[\begin{array}{l} \frac{W_t(h) l_t(h) H_t}{P_t} - \frac{\kappa_w}{2} \left(\frac{W_t(h)}{W_{t-1}(h)} - \bar{\pi} \bar{\gamma} \right)^2 \frac{W_t L_t}{P_t} \\ + R_{t-1} s_{t-1}(h) H_{t-1} + \frac{\Omega_t(h) - \tau_t(h)}{P_t} \end{array} \right]. \quad (19)$$

$s_t(h)$ は生産年齢人口一人当たりの貯蓄、 R_t は預金に対する実質金利、 $\Omega_t(h)$ は家計が企業部門から受け取る配当の名目値、 τ_t は政府による人頭税の名目値、 $W_t(h)$ は家計 h が設定する個々の家計の名目賃金、 W_t はマクロ経済全体の名目賃金指数である。右辺の第2項目は、家計が賃金 $W_t(h)$ を調整する際に必要となる費用を表象しており、 κ_w は調整費用の大きさを規定するパラメータである。 $\bar{\pi}$ は、定常状態におけるインフレ率、 $\bar{\gamma}$ は(4)式で定義される、定常状態における生産年齢人口一人当たり GDP 成長率である⁵⁹。

家計 h は、差別化された労働投入 $L_t(h)$ について独占的に振る舞い、差別化された労働投入 $L_t(h)$ に対する需要は以下のように表される。

$$L_t(h) = \left(\frac{W_t(h)}{W_t} \right)^{-\theta_{W,t}} L_t. \quad (20)$$

ここで、 L_t はマクロ経済全体の労働投入指数であり、以下の式で定義される。

$$L_t = \left[\int_0^1 L_t(h)^{(\theta_{W,t}-1)/\theta_{W,t}} dh \right]^{\theta_{W,t}/(\theta_{W,t}-1)}.$$

$\theta_{W,t} \in (1, \infty)$ は、労働投入に対する需要の弾力性を表すパラメータであり、時間に応じて変化する。

⁵⁹ 名目賃金の調整費用の関数形は、家計が賃金の伸び率を $\bar{\pi} \bar{\gamma}$ と一致させるように調整する定常状態においては、その調整費用はゼロであることを示している。

A.3 企業部門

企業部門は、企業家、資本財生産企業、 $l \in [0, 1]$ でインデックス化された中間財生産企業と、最終財生産企業からなる。このうち資本財生産企業は、投資財市場で投資財を購入し、それを資本財へ変換したのち、企業家へ販売する。中間財生産企業は、それぞれが中間財 $\{Y_{g,t}(l)\}_{l \in [0,1]}$ を生産しており、要素市場では価格を所与として、生産財市場では独占競争的に行動する。最終財生産企業は、中間財市場で中間財を購入し、最終財 $Y_{g,t}$ を生産したうえで最終財市場で販売するが、いずれの市場においても価格を所与として行動する。

資本財生産企業

資本財生産企業は、投資財 $I_t / (Z_{d,t} A_{d,t})$ を最終財生産企業から購入し、それを生産技術 $F_{I,t}$ により資本財 K_t へ変換したのち、企業家へ価格 Q_t で販売する。ただし、 I_t は投資、 $Z_{d,t}$ は投資特殊技術の非定常成分、 $A_{d,t}$ は同技術の定常成分である。彼らの最適化問題は以下の利潤最大化問題となる：

$$\max_{i_t} E_t \left[\sum_{q=0}^{\infty} \beta^{t+q} \frac{\Lambda_{t+q}}{\Lambda_t} \left[Q_{t+q} (K_{t+q} - (1 - \delta) K_{t+q-1}) - \frac{I_{t+q}}{Z_{d,t} A_{d,t}} \right] \right].$$

ここで、資本減耗の動学については、減耗率 δ を用いて以下のように表現される。

$$K_t = (1 - F_I(I_t, I_{t-1})) I_t + (1 - \delta) K_{t-1}, \quad (21)$$

ただし、 F_I は以下で定義される。

$$F_I(I_{t+q}, I_{t+q-1}, Z_{I,t+q}) \equiv \frac{\kappa_I}{2} \left(\frac{I_{t+q}}{I_{t+q-1}} Z_{I,t+q} - \bar{\pi} \bar{\gamma} g_{Z_d,ss} \right)^2.$$

κ_I と $Z_{I,t+q}$ は投資の調整費用を規定する項であり、 $g_{Z_d,ss}$ は定常状態における投資特殊技術の成長率である。

生産関数

最終財生産企業は、以下の生産技術を用いて最終財 $Y_{g,t}$ を生産する。

$$Y_{g,t} = \left[\int_0^1 Y_{g,t}(l)^{(\theta_{PY,t}-1)/\theta_{PY,t}} dl \right]^{\theta_{PY,t}/(\theta_{PY,t}-1)}.$$

$\theta_{PY,t} \in (1, \infty)$ は中間財投入の代替の弾力性である。それぞれの中間財生産企業 l に対する需要は、最終財企業の最適化条件を用いると、以下のように表わされる。

$$Y_{g,t}(l) = \left[\frac{P_t(l)}{P_t} \right]^{-\theta_{PY,t}} Y_{g,t}. \quad (22)$$

ここで、 $\{P_t(l)\}_{l \in [0,1]}$ は、各中間財 $Y_{g,t}(l)$ の名目価格である。これらの価格と最終財の名目価格指数は以下の式で関連付けられる。

$$P_t = \left[\int_0^1 P_t(l)^{1-\theta_{PY,t}} dl \right]^{\frac{1}{1-\theta_{PY,t}}}.$$

中間財企業 l は、以下の生産技術を用いて中間財 $Y_{g,t}(l)$ を生産する。

$$Y_{g,t}(l) = Z_{a,t} A_{a,t} \Psi_t(l)^\gamma [L_t(l)^\alpha]^{1-\gamma} [(K_{t-1}(l) U_t(l))^{1-\alpha-\alpha_E-\alpha_{FI}}]^{1-\gamma} - F_t. \quad (23)$$

ここで、 $Z_{a,t}$ 及び $A_{a,t}$ は、中立技術の非定常成分及び定常成分、 $L_t(l)$ 、 $K_{t-1}(l)$ 、 $U_t(l)$ は、それぞれ中間財生産企業 l の労働投入量、資本ストック投入量、資本ストックの稼働率⁶⁰、パラメータ γ と α は、生産関数における中間投入比率と家計が投入する労働への分配率、 F_t は中間財生産企業 l にとって外生的な固定費用である⁶¹。要素市場において価格を所与として行動する結果、全ての中間財生産企業が、以下の限界費用 $MC_t(l)$ に直面する。

$$MC_t(l) = \frac{\bar{\phi} P_t^\gamma}{A_{a,t} Z_{a,t}} \left[W_t^\alpha W_{E,t}^{\alpha_E} W_{F,t}^{\alpha_{FI}} \tilde{R}_{E,t}^{1-\alpha-\alpha_E-\alpha_{FI}} \right]^{1-\gamma}. \quad (24)$$

ただし、 $\bar{\phi}$ は定数である。

価格設定

中間財生産企業 l は、その生産財市場では独占的に振る舞うが、同時に Rotemberg タイプの価格硬直性に直面している。彼らの最適化問題は、(22) 式で示される需要

⁶⁰モデルでは、資本ストックの稼働率 U_t は企業家によって決定され、中間財生産企業 l は、稼働率を所与としつつ、稼働率調整済みの資本ストック投入量 $K_{t-1}(l) U_t(l)$ のみを決定する。

なお、企業家が資本ストックの稼働率 U_t を選択する際には、以下の調整費用を支払う必要があることを仮定している。

$$\frac{\kappa_U \left(U_t^{\Upsilon_U+1} - 1 \right)}{\Upsilon_U + 1}.$$

κ_U と Υ_U はパラメータである。この稼働率に係るコストを勘案すると、企業家が資本ストック K_{t-1} を保有することから得る実質資本収益率は以下の式で表わされる。

$$R_{E,t} = \left[\frac{U_t \tilde{R}_{E,t}}{P_t} - \frac{\kappa_U \left(U_t^{\Upsilon_U+1} - 1 \right)}{\Upsilon_U + 1} + (1-\delta) Q_t \right] \frac{1}{Q_{t-1}}.$$

ここで、 $\tilde{R}_{E,t}$ は稼働率調整済みの資本ストック投入量 $K_{t-1}(l) U_t(l)$ 1 単位当たり対するグロススペースの名目収益率である。

⁶¹CMR (2010, 2014) に倣い、固定費用 F_t の大きさは、定常状態における企業部門の利潤がゼロとなるように設定され、 $Y_{g,t}(l)$ の非定常成分 $Z_{a,t}^{\frac{1}{(1-\gamma)(\alpha+\alpha_E+\alpha_F)}} Z_{d,t}^{\frac{(1-\alpha-\alpha_E-\alpha_F)}{\alpha+\alpha_E+\alpha_F}} H_t$ の伸び率と等速で外生的に成長することを仮定している。中間財生産企業は、仮にこの固定費用が (23) 式の第 1 項を上回った場合には、生産を中止することになる。

関数と価格調整費用の存在を所与として、利潤を最大化するような中間財価格 $P_t(l)$ を選択する問題で、具体的には以下の通りに示される。

$$\max_{P_t(l)} E_t \left[\sum_{q=0}^{\infty} \beta^{t+q} \frac{\Lambda_{t+q}}{\Lambda_t} \frac{\Pi_{t+q}(l)}{P_{t+q}} \right] \quad (25)$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \Pi_{t+q}(l) = P_{t+q}(l) Y_{g,t+q}(l) - MC_{t+q}(l) (Y_{g,t+q}(l) + F_{t+q}) \\ & - \frac{\kappa_p}{2} \left(\frac{P_{t+q}(l)}{P_{t+q-1}(l)} - \bar{\pi} \right)^2 P_{t+q} Y_{g,t+q}. \end{aligned} \quad (26)$$

Λ_{t+q} は、 $t+q$ 時点における (19) 式の予算制約に紐付いているラグランジュ乗数、 κ_p は調整費用を規定するパラメータである。

財市場における均衡

最終財 $Y_{g,t}$ は、消費財や投資財といった付加価値 (GDP)、中間投入、金融仲介活動で使用される審査費用のいずれかとして用いられる。具体的な資源配分は、以下の式で表現される。

$$\begin{aligned} Y_{g,t} = & \overbrace{C_t + \frac{I_t}{Z_{d,t}A_{d,t}} + G_t}^{\text{GDP}} + \overbrace{\int_0^1 \Psi_t(l) dl}^{\text{中間投入量}} + \overbrace{\frac{\kappa_U (U_t^{\gamma_U+1} - 1)}{\Upsilon_U + 1} K_{t-1}}^{\text{資本ストック投入量}} \\ & + \overbrace{\left[\mu_E \left(\int_0^{\bar{\omega}_{E,t}} \omega_E dF_E(\omega_E) \right) + \mu_F \left(\int_0^{\bar{\omega}_{F,t}} \omega_F dF_F(\omega_F) \right) \right] R_{E,t} Q_{t-1} K_{t-1}}^{\text{審査費用}} \\ & + \overbrace{\left((1 - \gamma_F) V_{F,t} + (1 - \gamma_E) V_{E,t} \right)}^{\text{経済から退出する銀行部門及び企業家による最終財消費}}. \end{aligned} \quad (27)$$

ここで、 G_t は政府支出である。

A.4 主要マクロ経済変数の定義

CMR (2010) と同様、本稿のモデルにおける実質 GDP Y_t は以下の通りで表される。

$$Y_t = C_t + \frac{I_t}{Z_{d,t}A_{d,t}} + G_t, \quad (28)$$

インフレ率 π_t については、以下で定義される。

$$\pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}. \quad (29)$$

実質金利 R_t は、名目金利 $R_{n,t}$ と予想インフレ率 $E_t[\pi_{t+1}]$ を関連付ける以下のフィッシャー方程式より得られる。

$$R_t = \frac{R_{n,t}}{E_t[\pi_{t+1}]}.$$

更に、推計の便宜上、ソロー残差を以下のように定義する。

$$\lambda_t = \frac{Y_t}{(L_t)^{\psi_L} (K_{t-1})^{1-\psi_L}}, \quad (30)$$

ただし、 ψ_L は定常状態における付加価値に対する労働所得の割合を表す。

A.5 政府部門

政府は、家計部門から一律に人头税 τ_t を徴求し、政府支出 $P_t G_t$ を行う。この政府支出の規模は外生的に与えられる。各 t 時点における政府の予算制約式は、以下のように表現される。

$$P_t G_t = \tau_t$$

中央銀行は、テイラー・ルールに基づき政策金利を調整する。

A.6 経済に存在する構造ショック

第3章で述べたように、経済に存在する構造ショックは6つの類型に分類されている。各構造ショックの動学方程式は以下で与えられる。

$$\begin{aligned}
 \ln Z_{\zeta,t} &= \ln g_{Z_{\zeta,t}} + \ln Z_{\zeta,t-1} + u_{Z_{\zeta,t}}, \quad u_{Z_{\zeta,t}} = \rho_{Z_{\zeta}} u_{Z_{\zeta,t-1}} + \epsilon_{Z_{\zeta,t}}, \quad \zeta = a, d \\
 \ln A_{\zeta,t} &= \rho_{A_{\zeta}} \ln A_{\zeta,t-1} + \epsilon_{A_{\zeta,t}}, \quad \zeta = a, d \\
 \epsilon_{N_{\zeta},t} &= \rho_{N_{\zeta}} \epsilon_{N_{\zeta},t-1} + \epsilon_{N_{\zeta,t}}, \quad \zeta = F, E \\
 \ln H_t &= \ln H_{t-1} + \epsilon_{H,t}. \\
 \ln G_t &= \rho_G \ln G_{t-1} + \epsilon_{G,t}, \\
 \ln Z_{I,t} &= \rho_{Z_I} \ln Z_{I,t-1} + \epsilon_{Z_{I,t}}, \\
 \ln d_t &= \rho_d \ln d_{t-1} + \epsilon_{d,t}, \\
 \ln \theta_{P_Y,t} &= \rho_{P_Y} \ln \theta_{P_Y,t-1} + \epsilon_{P_Y,t}, \\
 \ln \theta_{W,t} &= \rho_W \ln \theta_{W,t-1} + \epsilon_{W,t}, \quad \text{and} \\
 \ln \bar{\pi}_t &= (1 - \rho_{\pi}) \ln \bar{\pi} + \rho_{\pi} \ln \bar{\pi}_{t-1} + \epsilon_{\pi,t}.
 \end{aligned}$$

ただし、 $\rho_{Z_a}, \rho_{Z_d}, \rho_{A_d}, \rho_{A_a}, \rho_{N_F}, \rho_{N_E}, \rho_G, \rho_{Z_I}, \rho_d, \rho_{P_Y}, \rho_W$ 及び $\rho_{\pi} \in (0, 1)$ は、各ショックの自己回帰係数、 $\epsilon_{Z_a,t}, \epsilon_{Z_d,t}, \epsilon_{A_d,t}, \epsilon_{A_a,t}, \epsilon_{N_F,t}, \epsilon_{N_E,t}, \epsilon_{H,t}, \epsilon_{G,t}, \epsilon_{Z_I,t}, \epsilon_{d,t}, \epsilon_{P_Y,t}, \epsilon_{W,t}, \epsilon_{\pi,t}, \epsilon_{R_n,t}$ 及び $\epsilon_{s,t-s}$ は、i.i.d. ショックで、平均が0の正規分布に従う。

A.7 均衡条件

均衡においては、任意の t 時点で、政府部門の政策 $\{G_t, \tau_t, R_{n,t}, \{R_{n,t+s}\}_{s=1}^S\}_{t=0}^{\infty}$ 、経済に発生した構造ショック $\{\epsilon_{Z_a,t}, \epsilon_{Z_d,t}, \epsilon_{A_d,t}, \epsilon_{A_a,t}, \epsilon_{N_F,t}, \epsilon_{N_E,t}, \epsilon_{H,t}, \epsilon_{G,t}, \epsilon_{Z_I,t}, \epsilon_{d,t}, \epsilon_{P_Y,t}, \epsilon_{W,t}, \epsilon_{\pi,t}, \epsilon_{R_n,t}, \{\epsilon_{s,t-s}\}_{s=1}^S\}_{t=0}^{\infty}$ 及び初期値 $\{N_F(s^{-1})\}, \{N_E(s^{-1})\}$ を所与として、価格の集合 $\{P_t, W_t, W_{E,t}, W_{F,t}, R_{E,t}, R_t, \{R_{t+s}\}_{s=1}^S, Q_t, r_{E,t}, r_{F,t}\}_{t=0}^{\infty}$ 及び任意の $l \in [0, 1]$ についての資源配分 $\{Y_t, C_t, I_t, Y_{g,t}, Y_{g,t}(l), \Psi_t(l), L_t(l), K_t(l), U_t(l)\}_{t=0}^{\infty}$ について、以下の条件が満たされている。

- (i) 各家計 h が、価格を所与として効用を最大化する
- (ii) 各銀行 i が、価格と自身の純資産を所与として利益を最大化する
- (iii) 各企業家 j_i が、価格と自身の純資産を所与として利益を最大化する
- (iv) 各中間財生産企業 l が、要素価格を所与として利益を最大化する
- (v) 各資本財生産企業が、価格を所与として利益を最大化する
- (vi) 政府が、予算制約式を常に満たす
- (vii) 中央銀行はテイラー・ルールに基づき政策金利を設定する
- (viii) 財市場の需要と供給が均衡する

B 推計の詳細

B.1 推計の流れ

まず、モデルの各変数について、それらのトレンドで除すことで系列を定常化している。具体的には、資本ストック K_t 以外の実質 GDP Y_t や実質純資産 N_t といった実質変数については、定常状態における 2 つの技術水準と生産年齢人口の関数 $Z_{a,t}^{\frac{1}{(1-\gamma)(\alpha+\alpha_E+\alpha_F)}} Z_{d,t}^{\frac{(1-\alpha-\alpha_E-\alpha_F)}{\alpha+\alpha_E+\alpha_F}} H_t$ で除すことにより、資本ストック K_t については、同様の関数 $Z_{a,t}^{\frac{1}{(1-\gamma)(\alpha+\alpha_E+\alpha_F)}} Z_{d,t}^{\frac{1}{\alpha+\alpha_E+\alpha_F}} H_t$ で除すことによりトレンドを除いている。次に、CMR (2014) に倣い、ベイズ推計を実施している。具体的には、上述のモデルの均衡条件について状態空間モデルで表現し、カルマンフィルターを用いて尤度関数を導出している。そして、尤度関数とパラメータの事前分布を組み合わせ、事後分布の密度関数を数値的に算出している。この過程では、Metropolis-Hastings アルゴリズムを使用している。

B.2 カリブレーション、事前分布、事後分布

カリブレートしたパラメータ

本稿では、幾つかのパラメータの値は先行研究に倣ってカリブレートしている。具体的には、主観的割引率 β 、中間財投入の代替の弾力性 θ_{PY} 、労働投入の代替の弾力性 θ_W 、資本減耗率 δ 、中間投入比率 γ 、家計部門の労働分配率 α 、企業家の労働分配率 α_E 、銀行部門の労働分配率 α_F 、家計の労働の不効用に対するウエイト φ である。 γ の値は、産業連関表を基に中間投入額が粗生産額に占める比率の過去平均としている。また、 α の値は、SNA を基に雇用者報酬が GDP に占める比率の過去平均としている。 κ_U については、資本の稼働率が定常状態で 1 になるように設定している。これらの各パラメータの値については、表 1 に掲載している。

推計されたパラメータ

残りのパラメータは推計されており、推計結果は表 2 に掲載している。事前分布の分布形、事前平均、事前標準偏差についての多くは、Edge et al. (2008) といった先行研究に倣ったものであり、1 列目から 3 列目に記載されている。IF 契約と FE 契約に関連する 6 つのパラメータ、具体的には、各契約の審査費用の大きさを規定する μ_F 及び μ_E 、銀行部門及び企業家に固有の生産性ショックの不確実性の大きさを規定する σ_F 及び σ_E 、同非退出確率 γ_F 及び γ_E については、HSU (2011) に倣って、定常状態において、以下の 6 つの均衡条件を満たすような値に事前平均を設定

している：(1) 銀行の調達金利の対安全金利スプレッド $r_F - R$ は年率で 56 ベーシス・ポイント、(2) 銀行部門が保有する純資産の総資本ストックに占める比率 $N_F / (QK)$ は 0.1、(3) 企業部門が保有する純資産の総資本ストックに占める比率 $N_E / (QK)$ は 0.6、(4) 銀行部門の退出確率は年率で 1%、(5) 企業部門の退出確率は年率で 1%、(6) 銀行の貸出金利の対調達金利スプレッド $r_E - r_F$ は年率で 442 ベーシス・ポイント。(4) と (5) を除き、これらの条件は日本のデータの過去平均と整合的となるように設定されている⁶²。(5) の条件は、BGG (1999) に倣ったものであり、(4) の条件は、これを銀行部門へと適用したものである。

事後分布

本稿では、事後分布の計算とモデルの周辺尤度の評価に当たっては、Metropolis-Hastings アルゴリズムを採用している。サンプリングについては 40 万回行っているが、最初の 20 万回は捨てている。推計されたパラメータの事後分布は表 2 に示しており、表の最後の 3 列は、それぞれ事後平均と信頼区間の下側・上側である。

⁶²(2) 及び (3) の値は、資金循環統計より算出している。また、(1) 及び (6) の値は、日本銀行が公表する長期プライムレートと預金金利より算出している。

表 1. カリブレートしたパラメータ

α	労働分配率（家計）	0.6
α_E	労働分配率（企業）	0.02
α_{FI}	労働分配率（銀行）	0.02
γ	中間投入比率	0.583
κ_U	資本稼働率の調整費用のスケーリング・パラメータ	0.05
φ	家計の労働の不効用に対するウェイト	0.2
β	家計の主観的割引率（四半期率）	0.998
δ	資本減耗率（四半期率）	0.028
θ_{P_Y}	定常状態における中間財投入の代替の弾力性	7
θ_W	定常状態における労働投入の代替の弾力性	7

表2. 推計されたパラメーター（事前分布および事後分布）

	分布形	事前分布		事後分布		
		事前平均	事前標準偏差	平均	5%	95%
労働供給の弾性値	ガンマ	0.8	0.075	0.887	0.763	1.011
資本ストックの調整費用	ガンマ	2	0.25	2.275	1.889	2.649
価格の調整費用	ガンマ	12	1	6.950	6.690	7.298
賃金の調整費用	ガンマ	2.5	0.5	0.887	0.579	1.184
テイラー・ルール（インフレ率）	正規	2.75	0.05	2.867	2.784	2.946
金利スムージング	ベータ	0.5	0.01	0.514	0.498	0.531
資本稼働率の調整費用の逆数	ガンマ	5	1	5.888	4.886	7.139
各銀行に固有の生産性ショックの不確実性	ガンマ	0.104	0.002	0.102	0.099	0.106
各企業に固有の生産性ショックの不確実性	ガンマ	0.309	0.002	0.309	0.306	0.313
IF契約における審査費用	ガンマ	0.539	0.01	0.535	0.519	0.552
FE契約における審査費用	ガンマ	0.02	0.01	0.038	0.017	0.060
銀行部門の非退出確率	ベータ	0.86	0.001	0.861	0.859	0.862
企業部門の非退出確率	ベータ	0.96	0.001	0.959	0.958	0.961
定常状態における中立技術進歩率	ガンマ	1.001	0.001	1.000	1.000	1.001
定常状態における投資特殊技術進歩率	ガンマ	1.002	0.001	1.000	1.000	1.001
定常状態におけるインフレ率	正規	1.002	0.001	1.001	1.000	1.002
消費の習慣形成	ベータ	0.6	0.15	0.136	0.052	0.219
中立技術進歩率ショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.145	0.052	0.228
中立技術水準ショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.867	0.818	0.917
投資特殊技術進歩率ショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.517	0.365	0.676
投資特殊技術水準ショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.745	0.631	0.856
銀行部門のBSショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.194	0.075	0.311
企業部門のBSショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.750	0.612	0.875
外生需要ショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.961	0.939	0.987
投資調整費用ショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.217	0.104	0.322
価格マークアップショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.802	0.728	0.873
賃金マークアップショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.810	0.697	0.927
主観的割引率ショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.765	0.638	0.908
ルール上のインフレ率に対するショック AR	ベータ	0.5	0.15	0.450	0.394	0.505
中立技術進歩率ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.002	0.002	0.003
中立技術水準ショック SD	逆ガンマ	0.05	5	0.006	0.006	0.006
投資特殊技術進歩率ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.002	0.002	0.003
投資特殊技術水準ショック SD	逆ガンマ	0.05	5	0.006	0.006	0.006
金融政策ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.002	0.002	0.002
銀行部門のBSショック SD	逆ガンマ	0.02	5	0.003	0.003	0.004
企業部門のBSショック SD	逆ガンマ	0.02	5	0.005	0.003	0.006
外生需要ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.071	0.058	0.084
投資調整費用ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.031	0.026	0.036
価格マークアップショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.029	0.025	0.032
賃金マークアップショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.094	0.067	0.120
主観的割引率ショック SD	逆ガンマ	0.015	5	0.005	0.003	0.006
ルール上のインフレ率に対するショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.004	0.003	0.004
予期された1四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001
予期された2四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001
予期された3四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001
予期された4四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001
予期された5四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001
予期された6四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001
予期された7四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001
予期された8四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001
予期された9四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001
予期された10四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001
予期された11四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001
予期された12四半期先の名目短期金利ショック SD	逆ガンマ	0.01	5	0.001	0.001	0.001

表 3. 自然利子率の決定要因

(1) 自然利子率の低下の要因分解

	①1980年代 (%)	②2013~17年 (%)	低下幅 ①-② (%ポイント)
自然利子率	4.15	0.31	3.84
中立技術要因	1.58	-0.57	2.16
金融要因	-0.49	0.92	-1.40
人口動態要因	0.29	-0.40	0.69
投資特殊技術	0.14	-0.34	0.48
需要要因	0.54	-0.04	0.58

(2) 自然利子率の変動の要因分解

	(%)
中立技術要因	58.1
金融要因	24.0
人口動態要因	3.8
投資特殊技術要因	4.3
需要要因	7.9
その他要因	1.9

- (注) 1. (2) は、分析期間中の各要因の自然利子率の変動に対する寄与の平方和を、それらの合計で除して算出。
 2. 中立技術要因は、中立技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
 3. 金融要因は、銀行部門のBSショックの寄与と企業部門のBSショックの寄与の合計。
 4. 投資特殊技術要因は、投資特殊技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
 5. 需要要因は、主観的割引率ショックの寄与と外生需要ショックの寄与の合計。

表 4. 予想自然利子率の決定要因

(1) 予想自然利子率の低下の要因分解

	①1980年代 (%)	②2013~17年 (%)	低下幅 ①-② (%ポイント)
予想自然利子率	2.56	0.49	2.07
中立技術要因	0.77	-0.11	0.87
金融要因	-0.07	0.19	-0.26
人口動態要因	0.13	-0.18	0.32
投資特殊技術要因	0.22	-0.22	0.44
需要要因	0.26	0.02	0.23

(2) 予想自然利子率の変動の要因分解

	自然 利子率 (%)	予想自然利子率		
		1年 (%)	5年 (%)	10年 (%)
中立技術要因	58.1	52.4	54.7	57.1
金融要因	24.0	27.8	15.9	10.1
人口動態要因	3.8	4.9	6.3	6.2
投資特殊技術要因	4.3	5.0	11.4	12.5
需要要因	7.9	8.5	11.4	14.0
その他要因	1.9	1.4	0.2	0.1

- (注) 1. (1)の予想自然利子率は、足もとから10年先までの自然利子率の期待値を平均したもの。
 2. (2)の各列は、分析期間中の各要因の自然利子率、1年先にかけての予想自然利子率、5年先にかけての予想自然利子率、10年先にかけての予想自然利子率の変動に対する寄与の平方和を、それらの合計で除して算出。
 3. 中立技術要因は、中立技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
 4. 金融要因は、銀行部門のBSショックの寄与と企業部門のBSショックの寄与の合計。
 5. 投資特殊技術要因は、投資特殊技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
 6. 需要要因は、主観的割引率ショックの寄与と外生需要ショックの寄与の合計。

表5. 感応度分析（1）：予期された名目短期金利ショック

（1）自然利子率・予想自然利子率の低下の要因分解

1980年代から2013～17年にかけての低下幅（%ポイント）	
自然利子率	3.54 ～ 3.82 [3.84]
中立技術要因	1.71 ～ 1.97 [2.16]
金融要因	-1.44 ～ -1.08 [-1.40]
人口動態要因	0.70 [0.69]
投資特殊技術要因	0.49 ～ 0.50 [0.48]
需要要因	0.72 ～ 0.78 [0.58]
予想自然利子率	2.14 ～ 2.22 [2.07]
中立技術要因	0.82 ～ 1.02 [0.87]
金融要因	-0.24 ～ -0.17 [-0.26]
人口動態要因	0.31 ～ 0.32 [0.32]
投資特殊技術要因	0.40 ～ 0.45 [0.44]
需要要因	0.20 ～ 0.25 [0.23]

（2）自然利子率・予想自然利子率の変動の要因分解

	自然利子率（%）	予想自然利子率（%）
中立技術要因	47.9 ～ 56.5 [58.1]	61.1 ～ 62.6 [57.1]
金融要因	12.1 ～ 26.9 [24.0]	2.8 ～ 6.5 [10.1]
人口動態要因	3.7 ～ 4.7 [3.8]	5.2 ～ 5.7 [6.2]
投資特殊技術要因	3.9 ～ 4.6 [4.3]	10.6 ～ 11.1 [12.5]
需要要因	13.2 [7.9]	14.9 ～ 18.3 [14.0]
その他要因	3.0 ～ 10.6 [1.9]	0.2 ～ 1.0 [0.1]

- （注） 1. 表中の各計数は、代替的な定式化のもとでの推計値の範囲を示す。また、括弧内の計数はベースラインの推計値を示す。
2. （1）の予想自然利子率は、足もとから10年先までの自然利子率の期待値を平均したものである。
3. （2）の各列は、分析期間中の各要因の自然利子率、10年先にかけての予想自然利子率の変動に対する寄与の平方和を、それらの合計で除して算出。
4. 中立技術要因は、中立技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
5. 金融要因は、銀行部門のBSショックの寄与と企業部門のBSショックの寄与の合計。
6. 投資特殊技術要因は、投資特殊技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
7. 需要要因は、主観的割引率ショックの寄与と外生需要ショックの寄与の合計。

表6. 感応度分析（2）：生産年齢人口

（1）自然利子率・予想自然利子率の低下の要因分解

1980年代から2013～17年にかけての低下幅（%ポイント）	
自然利子率	3.66 ～ 4.08 [3.84]
中立技術要因	2.21 ～ 2.24 [2.16]
金融要因	-1.41 ～ -0.70 [-1.40]
人口動態要因	0.00 ～ 0.05 [0.69]
投資特殊技術要因	0.48 [0.48]
需要要因	0.52 ～ 1.00 [0.58]
予想自然利子率	2.04 ～ 2.09 [2.07]
中立技術要因	0.87 ～ 1.02 [0.87]
金融要因	-0.27 ～ -0.17 [-0.26]
人口動態要因	0.00 ～ 0.15 [0.32]
投資特殊技術要因	0.43 ～ 0.44 [0.44]
需要要因	0.22 ～ 0.39 [0.23]

（2）自然利子率・予想自然利子率の変動の要因分解

	自然利子率（%）	予想自然利子率（%）
中立技術要因	61.0 ～ 69.1 [58.1]	60.2 ～ 73.3 [57.1]
金融要因	12.3 ～ 23.9 [24.0]	5.4 ～ 11.5 [10.1]
人口動態要因	0.0 ～ 0.3 [3.8]	0.0 ～ 1.2 [6.2]
投資特殊技術要因	1.1 ～ 3.8 [4.3]	10.5 ～ 12.0 [12.5]
需要要因	1.4 ～ 9.5 [7.9]	10.8 ～ 15.0 [14.0]
その他要因	1.5 ～ 16.1 [1.9]	0.1 ～ 0.1 [0.1]

- （注） 1. 表中の各計数は、代替的な定式化のもとでの推計値の範囲を示す。また、括弧内の計数はベースラインの推計値を示す。
2. （1）の予想自然利子率は、足もとから10年先までの自然利子率の期待値を平均したものである。
3. （2）の各列は、分析期間中の各要因の自然利子率、10年先にかけての予想自然利子率の変動に対する寄与の平方和を、それらの合計で除して算出。
4. 中立技術要因は、中立技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
5. 金融要因は、銀行部門のBSショックの寄与と企業部門のBSショックの寄与の合計。
6. 投資特殊技術要因は、投資特殊技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
7. 需要要因は、主観的割引率ショックの寄与と外生需要ショックの寄与の合計。

図 1. モデルの概要

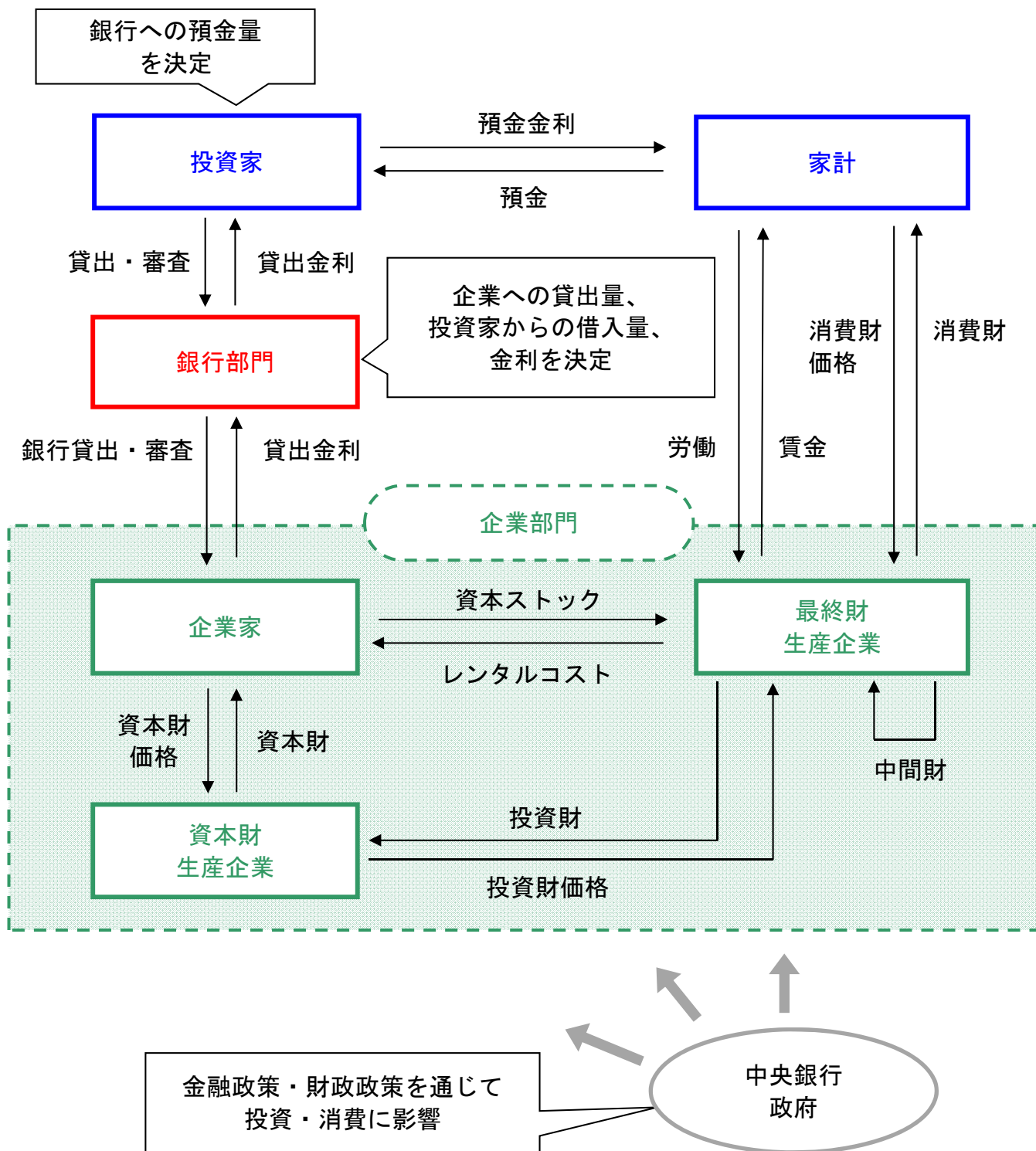
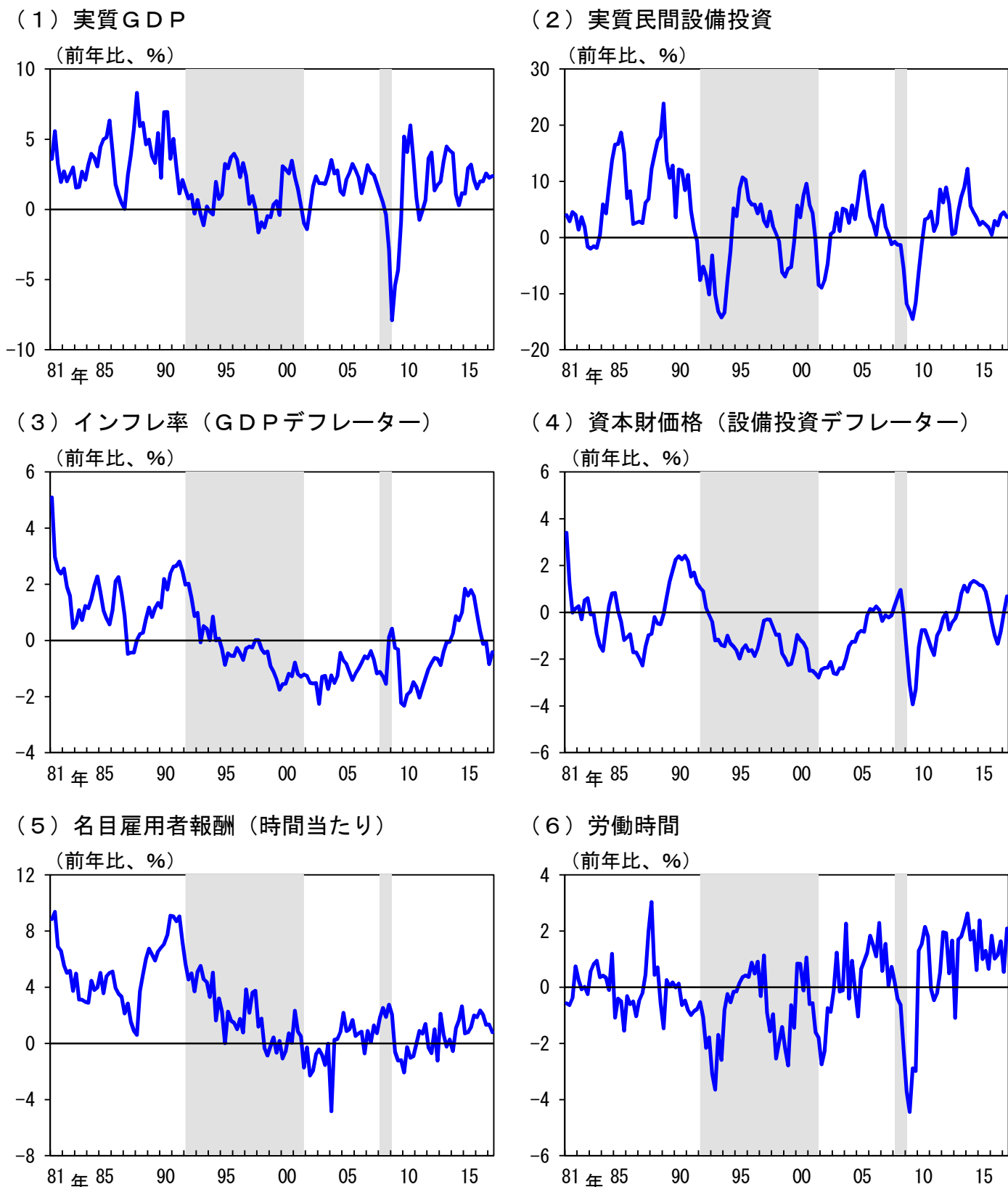


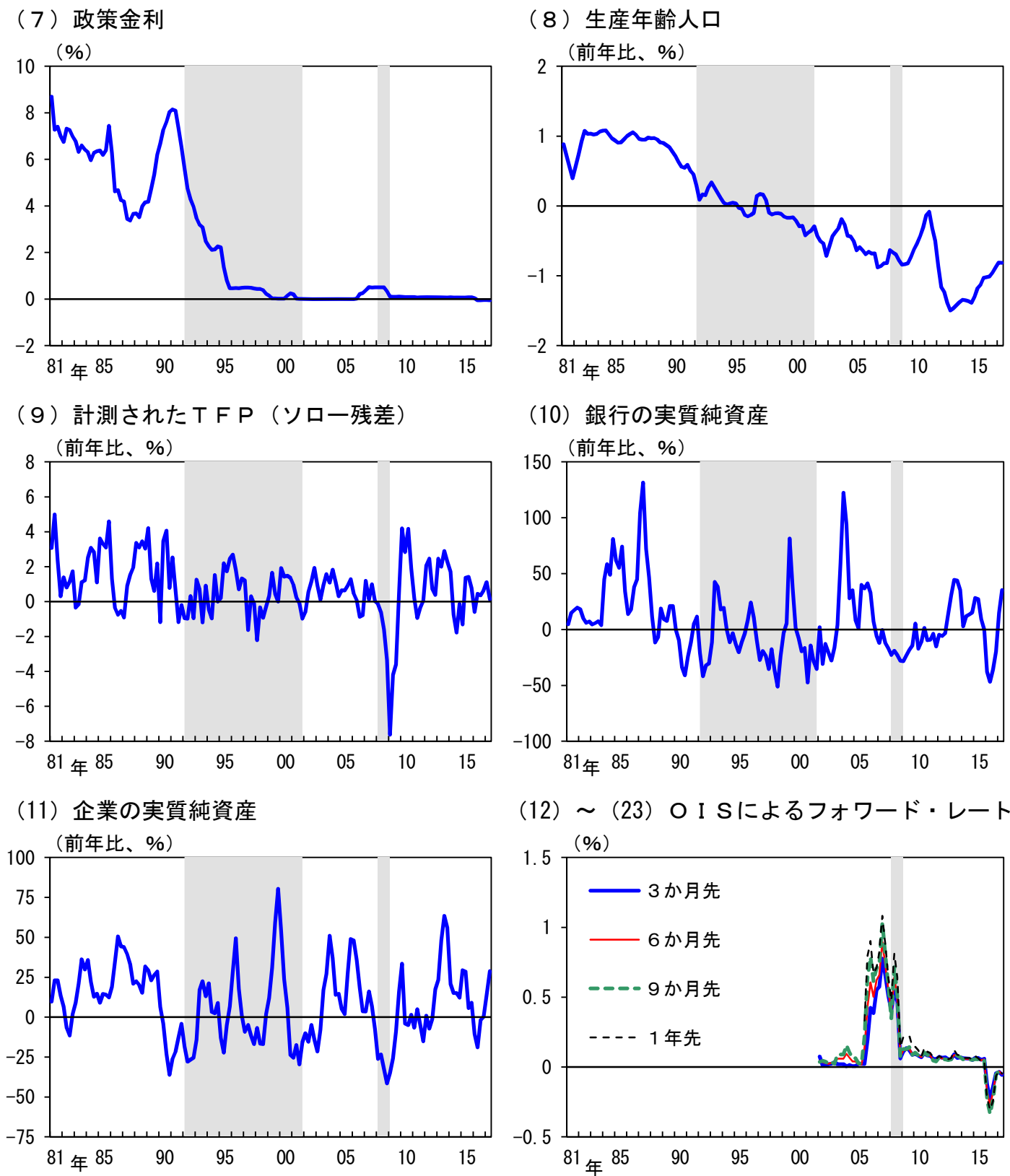
図 2-1. 推計で使したデータ (1)



(注) 1. (1)、(2)、(6)は生産年齢人口1人当たり。また、(1)～(6)について、実際の推計では前期比の計数を使用している。
 2. シェードはそれぞれ、Reinhart and Rogoff (2011)に基づく銀行危機の時期、内閣府の定める第14景気循環の景気後退期をそれぞれ表す。

(出所) Reinhart and Rogoff (2011)、内閣府「国民経済計算」、厚生労働省「毎月勤労統計」、総務省「労働力調査」

図 2-2. 推計で使したデータ (2)

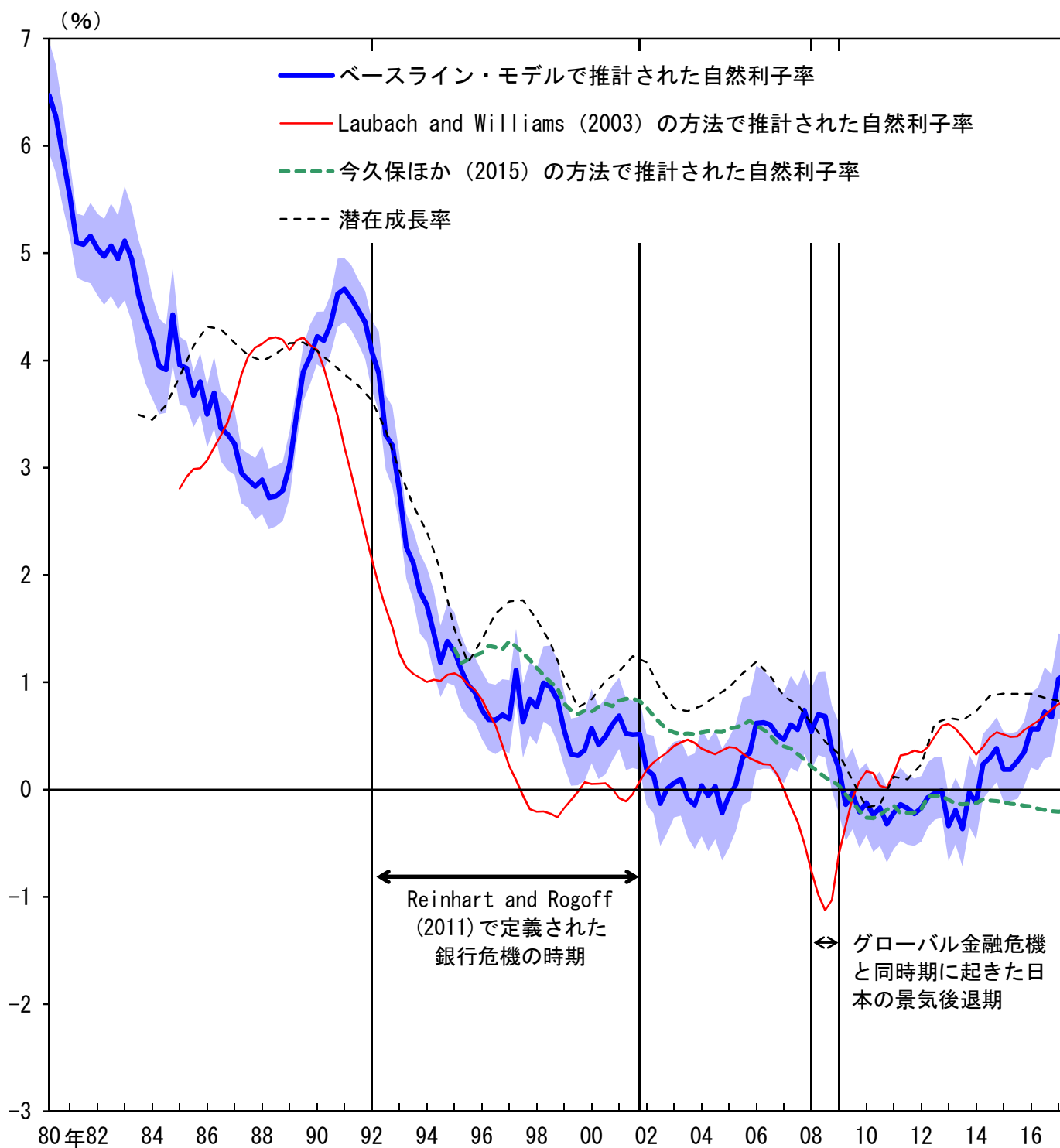


(注) 1. (10)、(11)は生産年齢人口1人当たり。また、(7)、(12)~(23)以外の系列は、実際の推計では前期比の計数を使用している。(12)~(23)については、紙面節約のため、12個のフォワード・レートのうち4系列のみ示している。

2. シャドーはそれぞれ、Reinhart and Rogoff (2011)に基づく銀行危機の時期、内閣府の定める第14景気循環の景気後退期をそれぞれ表す。

(出所) Reinhart and Rogoff (2011)、内閣府「国民経済計算」、総務省「労働力調査」、日本取引所グループ「株式時価総額」、Bloomberg、日本銀行「資金循環統計」、「無担保コール翌日物レート」、「有担保コール翌日物レート」

図3. 自然利子率の推計結果

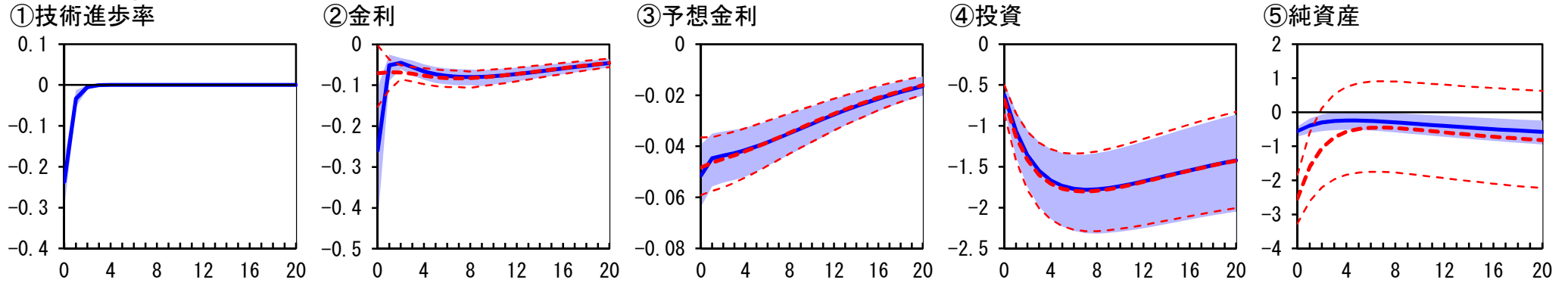


- (注) 1. ベースライン・モデルで推計された自然利子率は、点推計値の移動平均。シャドワーは90%信頼区間。
 2. 今久保ほか (2015) の方法で推計された自然利子率は、年限1年の自然利子率。
 3. 潜在成長率は、日本銀行調査統計局による試算値。

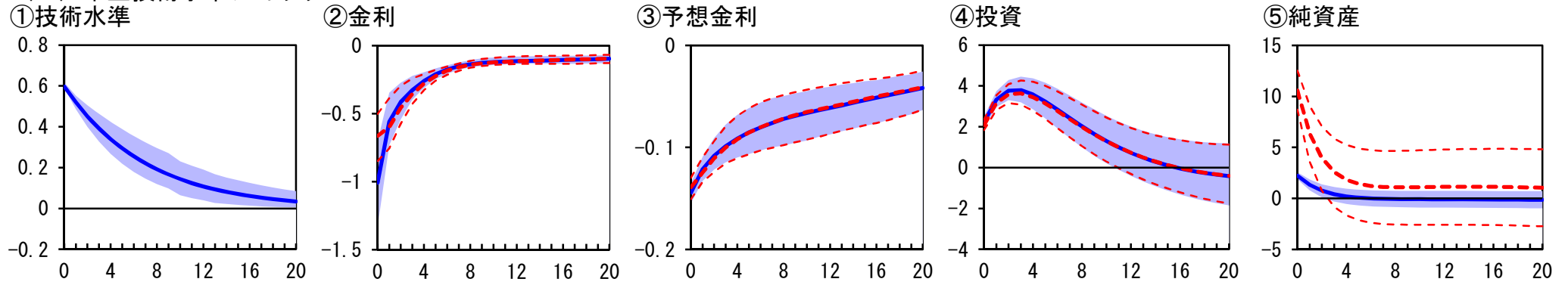
(出所) Consensus Economics「コンセンサス・フォーキャスト」、Laubach and Williams (2003)、Reinhart and Rogoff (2011)、Bloomberg、今久保ほか (2015)、内閣府、日本銀行

図4. インパルス応答関数：中立技術

(1) 中立技術進歩率ショック



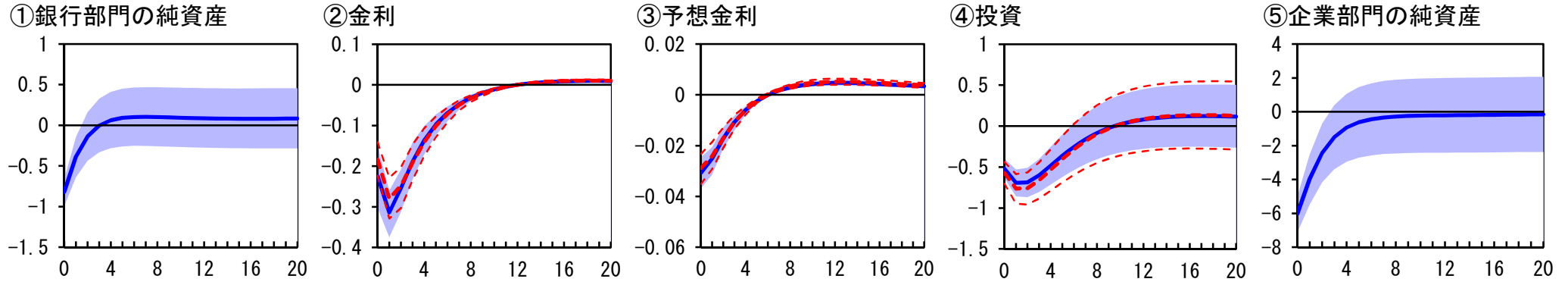
(2) 中立技術水準ショック



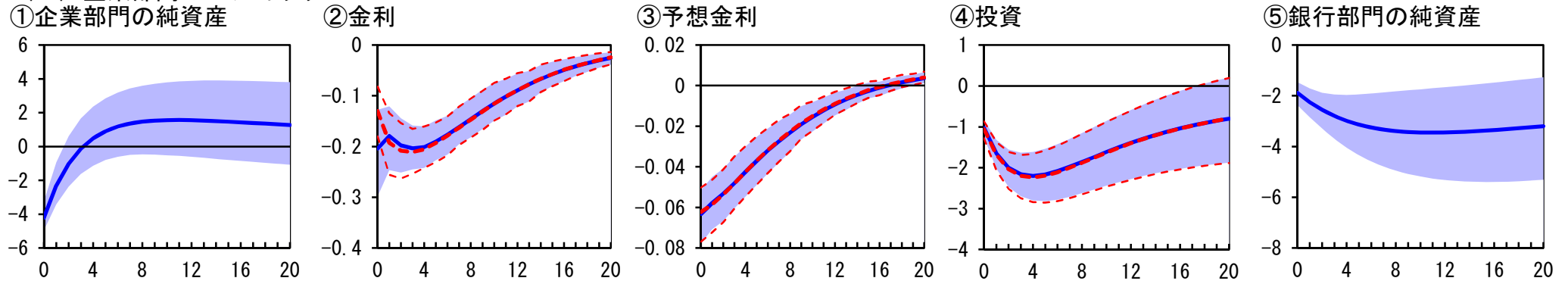
- (注) 1. 各②、各③、(1) ①は、定常値からの乖離幅(%ポイント)、その他は定常値からの乖離率(%)。
 2. 各グラフの横軸は、ショック発生後に経過した四半期数を表す。
 3. 各①について、実線はインパルス応答関数の点推計値を、シャドーは同関数の90%信頼区間を示す。
 4. 各②と各③について、青実線は自然利率及び予想自然利率(足もとから10年先までの自然利率の期待値の平均)のインパルス応答関数の点推計値を、シャドーは同関数の90%信頼区間をそれぞれ示す。赤太点線は、事前の金利及び予想金利(足もとから10年先までの事前の金利の期待値の平均)のインパルス応答関数の点推計値を、赤細点線は同関数の90%信頼区間をそれぞれ示す。
 5. 各④について、青実線は価格伸縮的な経済における投資のインパルス応答関数の点推計値を、シャドーは同関数の90%信頼区間を示す。赤太点線は、実際の経済における投資のインパルス応答関数の点推計値を、赤細点線は同関数の90%信頼区間を示す。
 6. 各⑤について、青実線は銀行部門の純資産のインパルス応答関数の点推計値を、シャドーは同関数の90%信頼区間を示す。赤太点線は、企業部門の純資産のインパルス応答関数の点推計値を、赤細点線は同関数の90%信頼区間を示す。

図5. インパルス応答関数：金融要因

(1) 銀行部門のBSショック



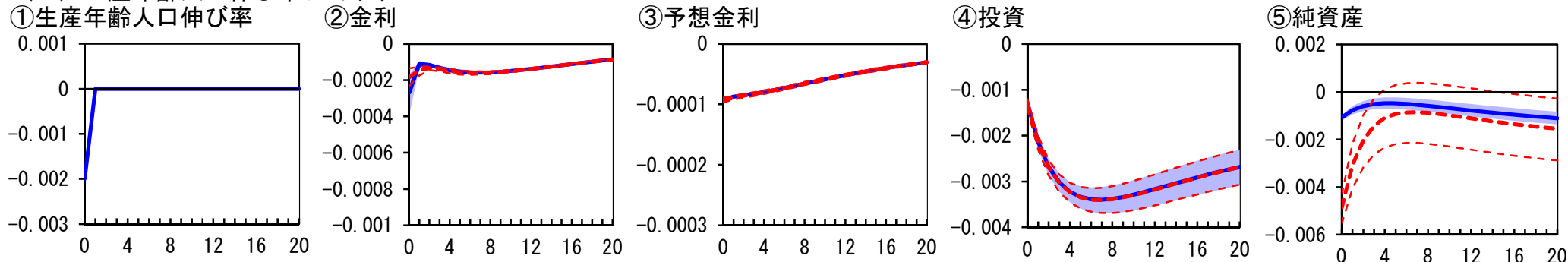
(2) 企業部門のBSショック



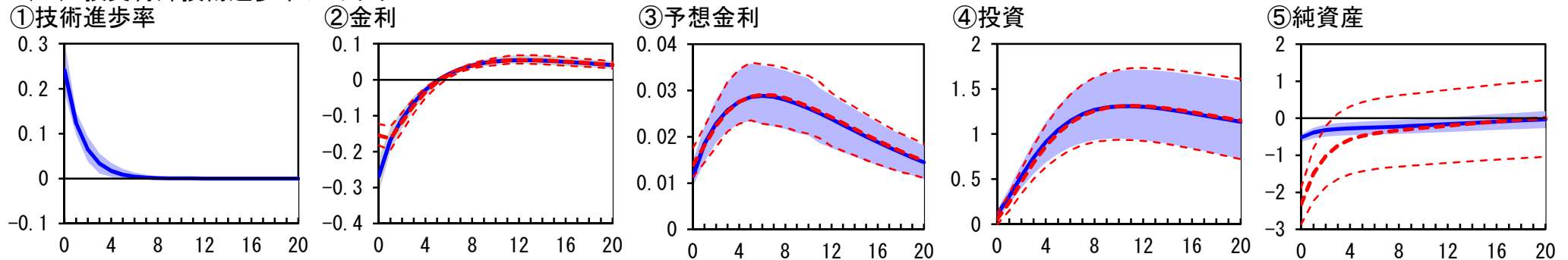
- (注) 1. 各②と各③は、定常値からの乖離幅（%ポイント）、その他は定常値からの乖離率（%）。
 2. 各グラフの横軸は、ショック発生後に経過した四半期数を表す。
 3. 各①と各⑤について、実線はインパルス応答関数の点推計値を、シャドーは同関数の90%信頼区間を示す。
 4. 各②と各③について、青実線は自然利率及び予想自然利率（足もとから10年先までの自然利率の期待値の平均）のインパルス応答関数の点推計値を、シャドーは同関数の90%信頼区間をそれぞれ示す。赤太点線は、事前の金利及び予想金利（足もとから10年先までの事前の金利の期待値の平均）のインパルス応答関数の点推計値を、赤細点線は同関数の90%信頼区間をそれぞれ示す。
 5. 各④について、青実線は価格伸縮的な経済における投資のインパルス応答関数の点推計値を、シャドーは同関数の90%信頼区間を示す。赤太点線は、実際の経済における投資のインパルス応答関数の点推計値を、赤細点線は同関数の90%信頼区間を示す。

図6. インパルス応答関数：生産年齢人口および投資特殊技術

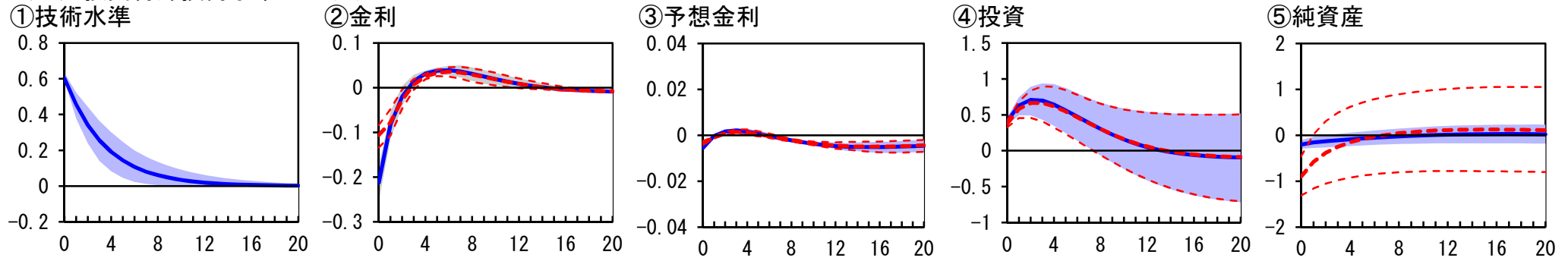
(1) 生産年齢人口伸び率ショック



(2) 投資特殊技術進歩率ショック



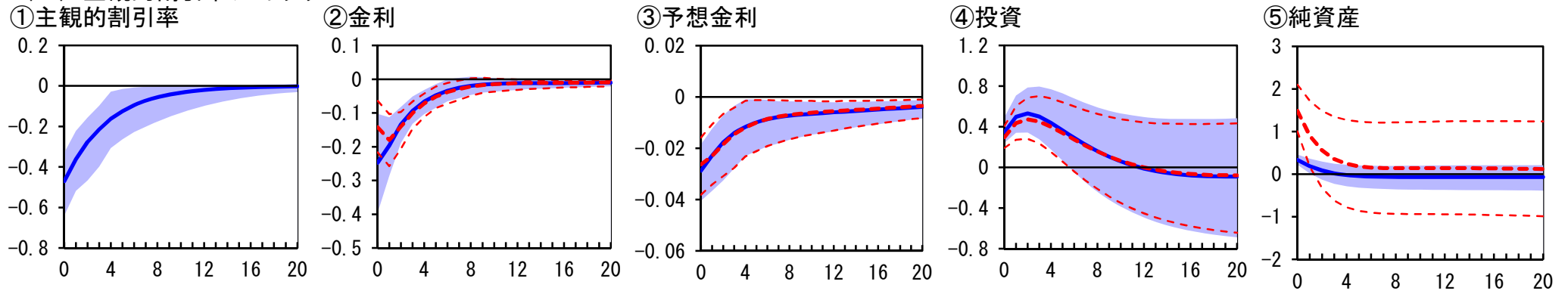
(3) 投資特殊技術水準ショック



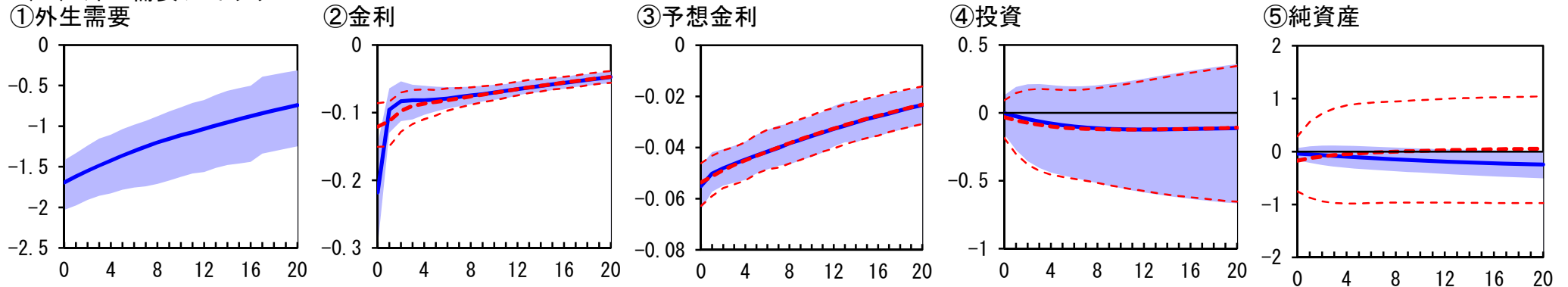
(注) 1. 各②、各③、(1)①、(2)①は、定常値からの乖離幅(%ポイント)、その他は定常値からの乖離率(%)。
 2. 各グラフの内容については、図表4の脚注を参照。

図7. インパルス応答関数：需要要因

(1) 主観的割引率ショック

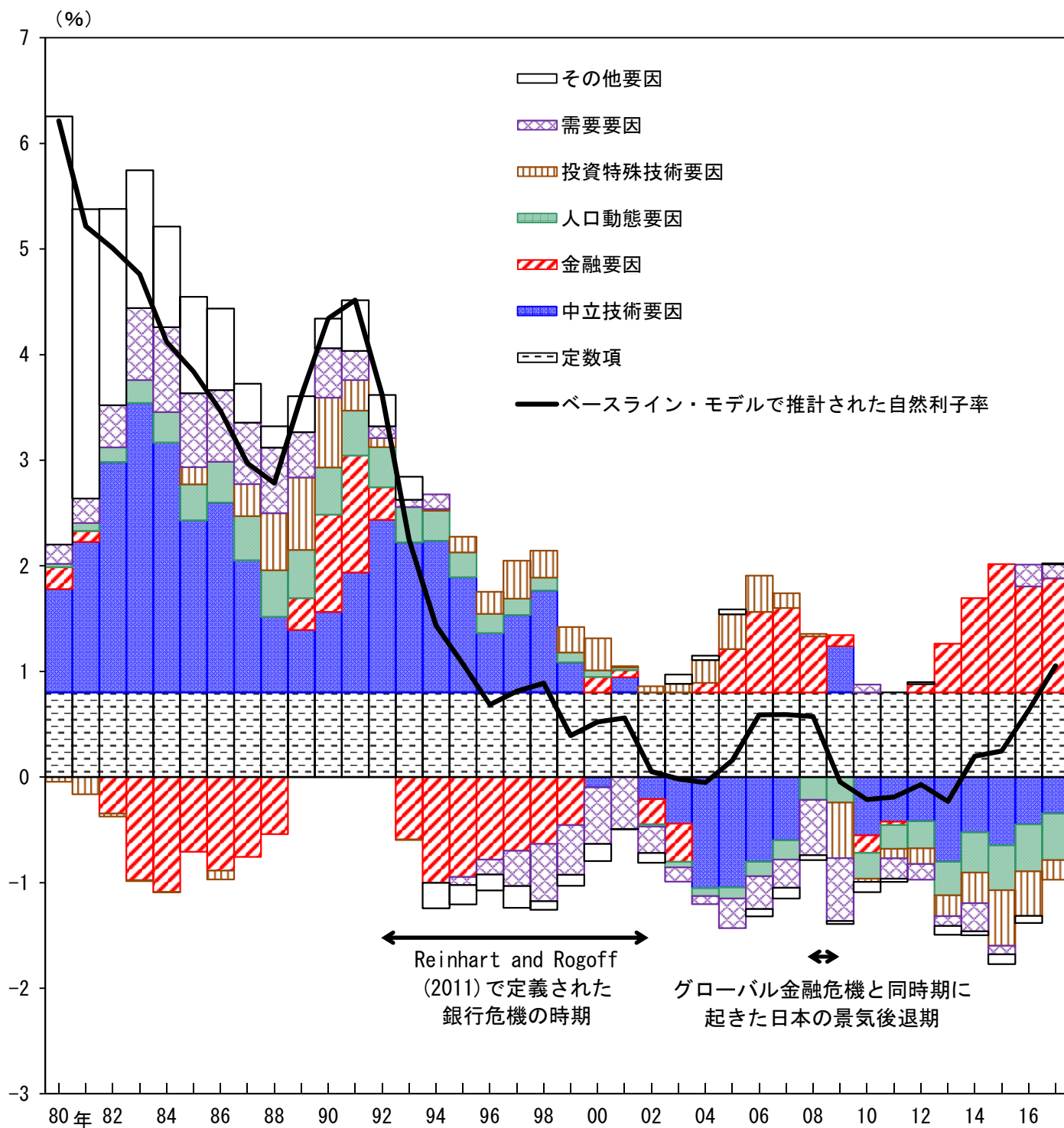


(2) 外生需要ショック



- (注) 1. 各②と各③は、定常値からの乖離幅（%ポイント）、その他は定常値からの乖離率（%）。
 2. 各グラフの横軸は、ショック発生後に経過した四半期数を表す。
 3. 各①について、実線はインパルス応答関数の点推計値を、シャドーは同関数の90%信頼区間を示す。
 4. 各②と各③について、青実線は自然利率及び予想自然利率（足もとから10年先までの自然利率の期待値の平均）のインパルス応答関数の点推計値を、シャドーは同関数の90%信頼区間をそれぞれ示す。赤太点線は、事前の金利及び予想金利（足もとから10年先までの事前の金利の期待値の平均）のインパルス応答関数の点推計値を、赤細点線は同関数の90%信頼区間をそれぞれ示す。
 5. 各④について、青実線は価格伸縮的な経済における投資のインパルス応答関数の点推計値を、シャドーは同関数の90%信頼区間を示す。赤太点線は、実際の経済における投資のインパルス応答関数の点推計値を、赤細点線は同関数の90%信頼区間を示す。
 6. 各⑤について、青実線は銀行部門の純資産のインパルス応答関数の点推計値を、シャドーは同関数の90%信頼区間を示す。赤太点線は、企業部門の純資産のインパルス応答関数の点推計値を、赤細点線は同関数の90%信頼区間を示す。

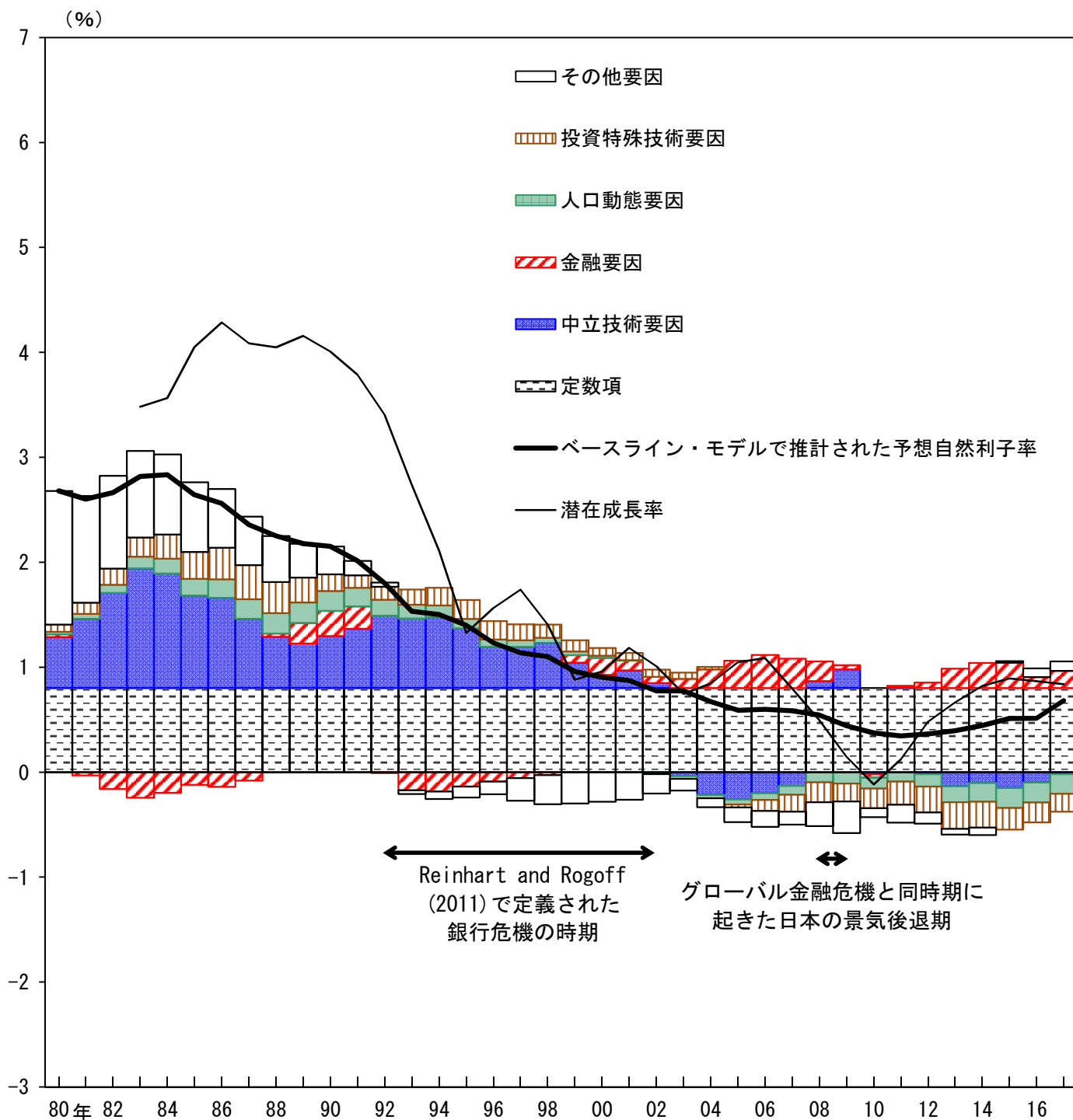
図8. 自然利子率の要因分解



- (注) 1. ベースライン・モデルで推計された自然利子率は、暦年平均。
 2. 中立技術要因は、中立技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
 3. 金融要因は、銀行部門のBSショックの寄与と企業部門のBSショックの寄与の合計。
 4. 投資特殊技術要因は、投資特殊技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
 5. 需要要因は、主観的割引率ショックの寄与と外生需要ショックの寄与の合計。
 6. 定数項は、主観的割引率の逆数。

(出所) Reinhart and Rogoff (2011)、内閣府

図9. 予想自然利子率の要因分解

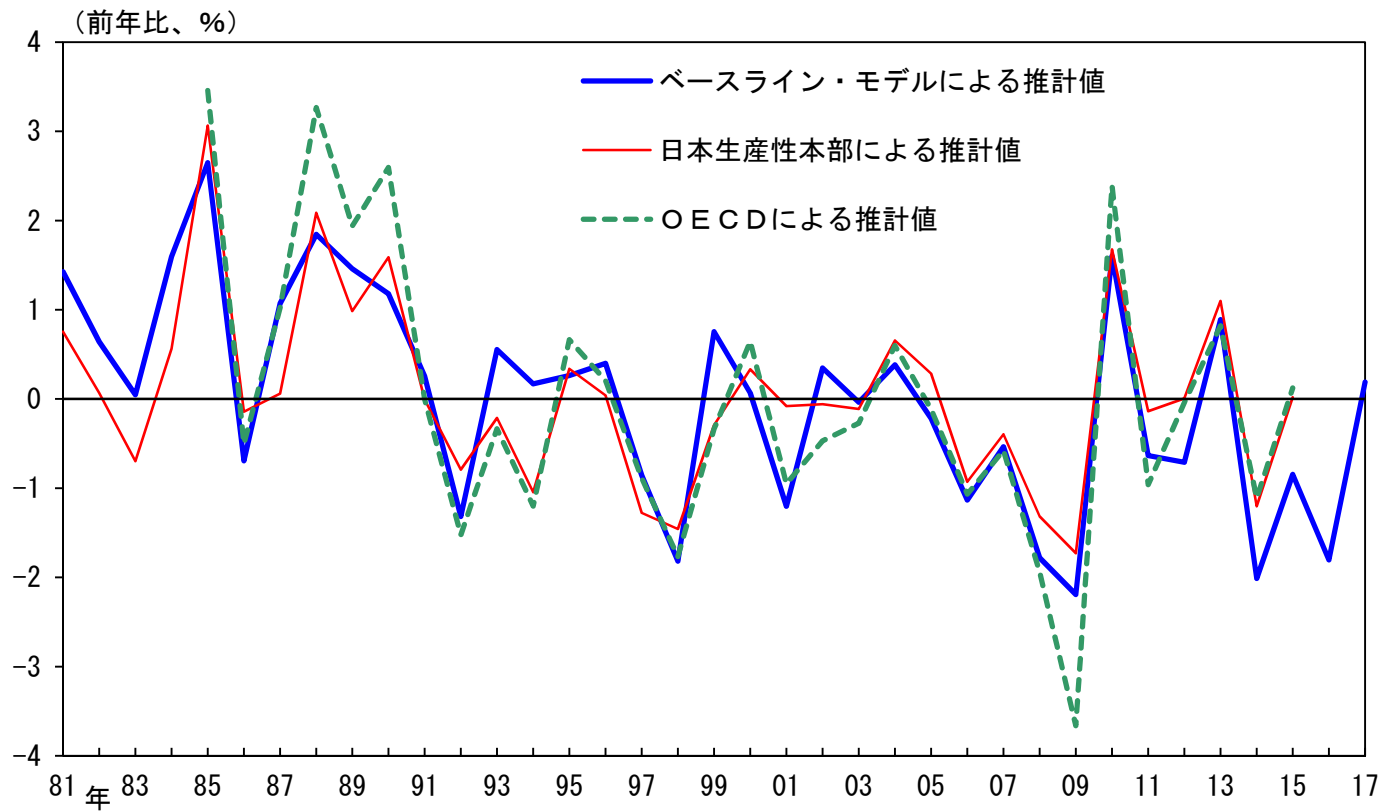


- (注) 1. ベースライン・モデルで推計された予想自然利子率は、足もとから10年先までの自然利子率の期待値を平均したもの。
 2. 中立技術要因は、中立技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
 3. 金融要因は、銀行部門のBSショックの寄与と企業部門のBSショックの寄与の合計。
 4. 投資特殊技術要因は、投資特殊技術進歩率ショックの寄与と同技術水準ショックの寄与の合計。
 5. 定数項は、主観的割引率の逆数。
 6. 潜在成長率は、日本銀行調査統計局による試算値。

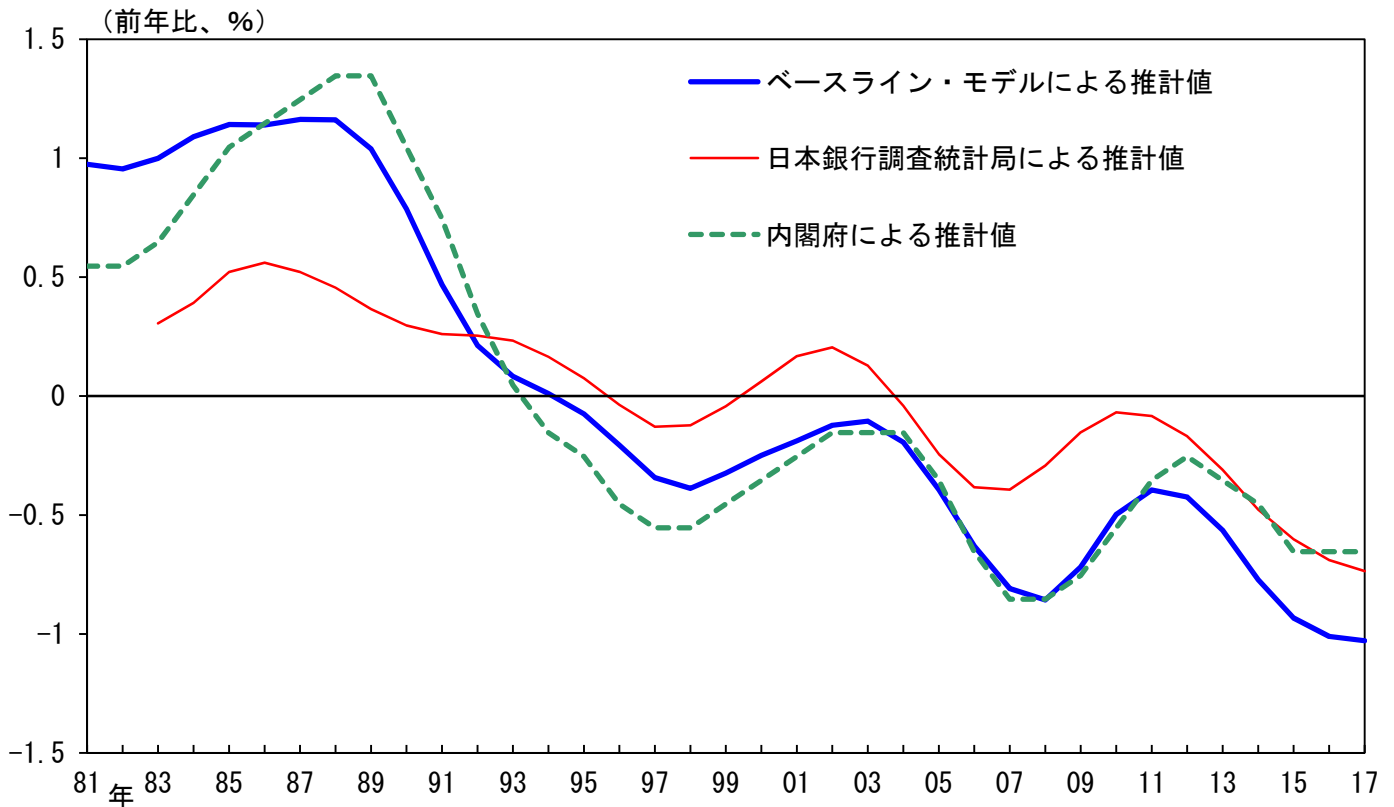
(出所) Reinhart and Rogoff (2011)、内閣府、日本銀行

図10. 外部データを用いた妥当性検証（1）：中立技術要因

(1) 原系列



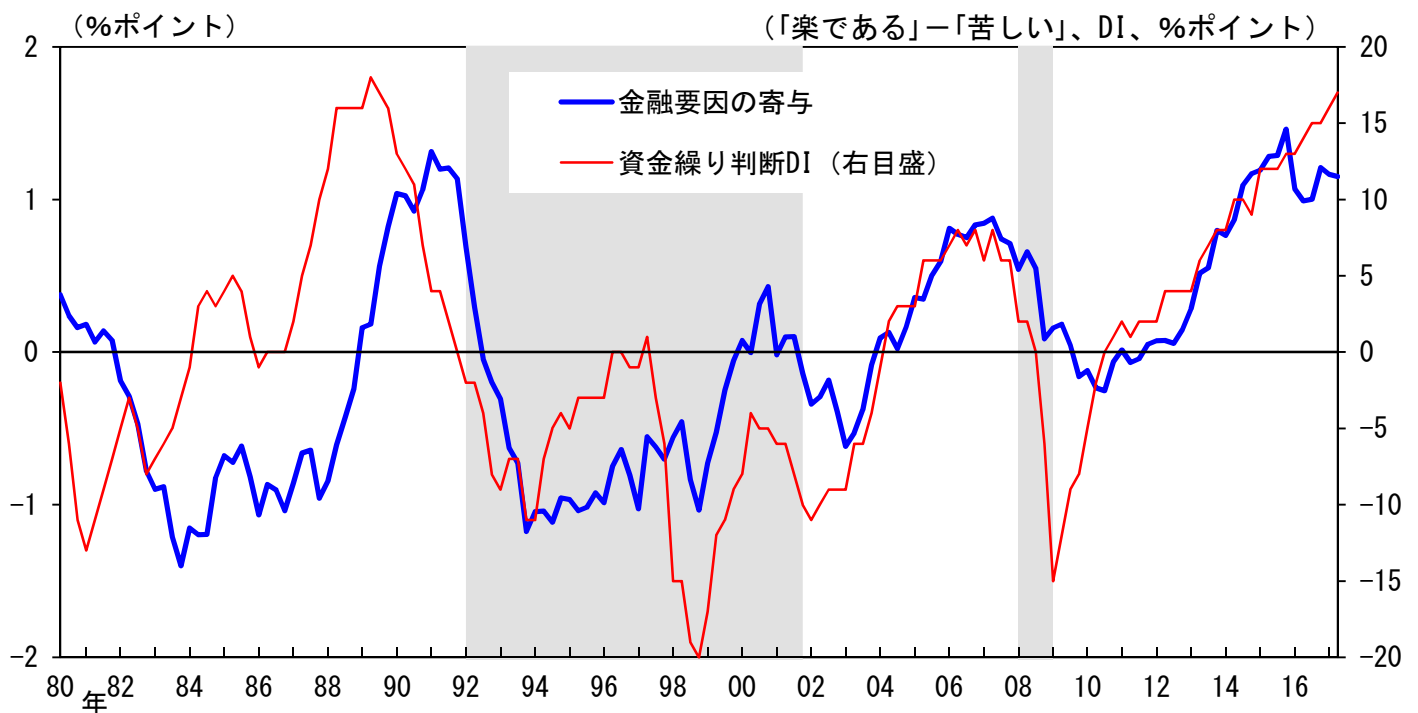
(2) 趨勢成分



(注) 全ての系列は、平均がゼロになるように水準を調整。

(出所) OECD、内閣府、日本生産性本部「生産性統計」、日本銀行

図11. 外部データを用いた妥当性検証（2）：金融要因

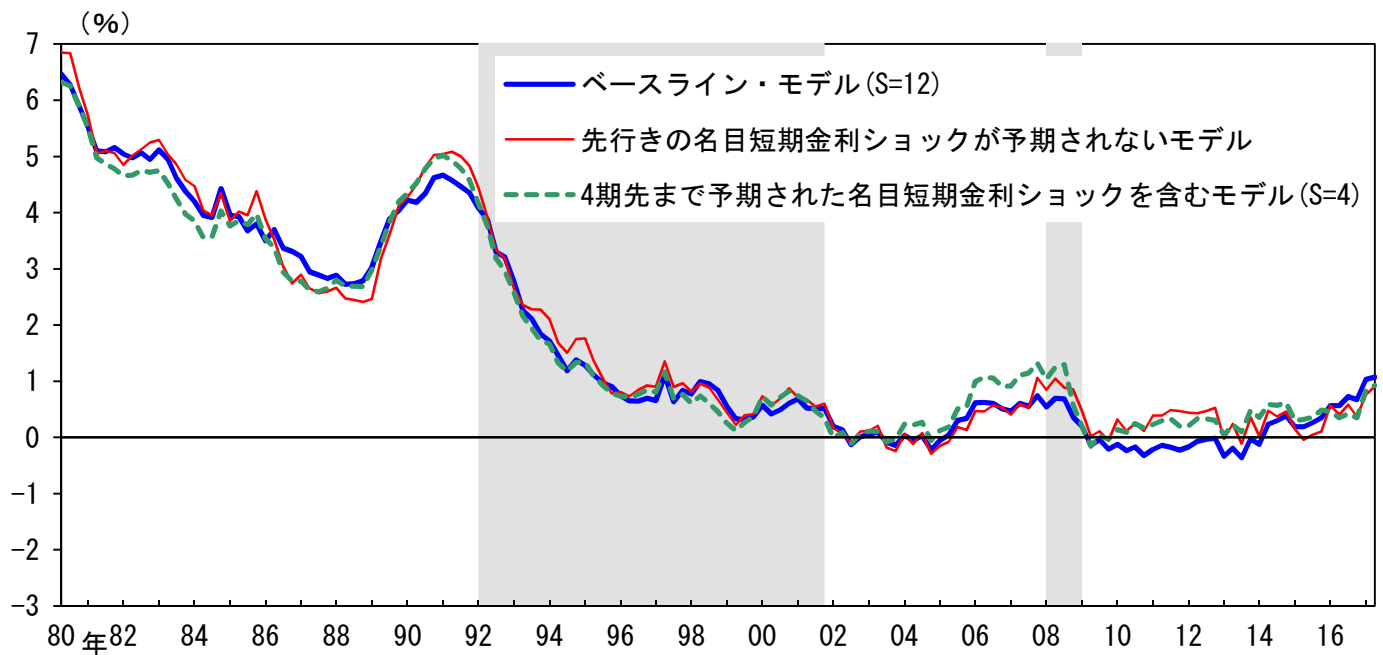


- (注) 1. シャドーはそれぞれ、Reinhart and Rogoff (2011)に基づく銀行危機の時期、内閣府の定める第14景気循環の景気後退期をそれぞれ表す。
2. 金融要因の寄与は、自然利子率の変動に対する銀行及び企業両部門のBSショックの寄与の合計。
3. 資金繰り判断DIは、短観の調査結果で、全産業全規模ベース。「楽である」の回答社数構成比から「苦しい」の回答社数構成比を引いて算出。DIが大きい（小さい）ほど企業の金融面での制約が弱い（強い）ことを示す。

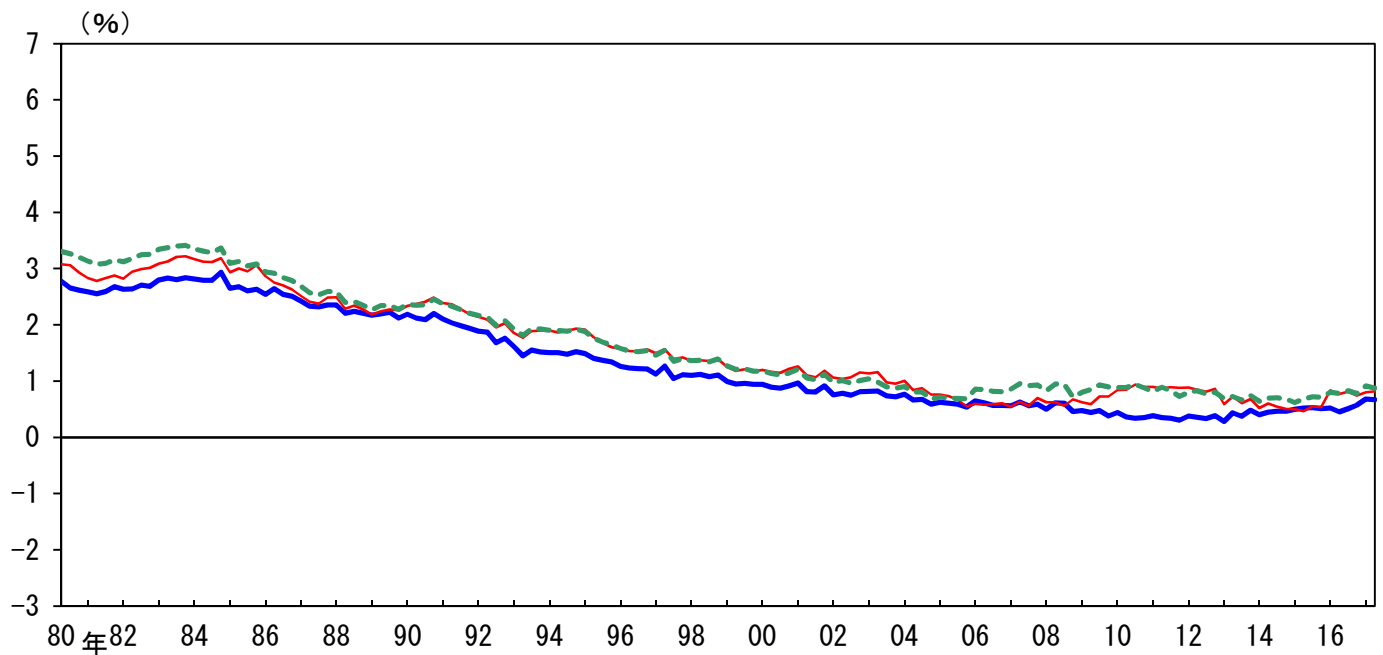
(出所) Reinhart and Rogoff (2011)、内閣府、日本銀行

図12. 感応度分析（1）：予期された名目短期金利ショック

(1) 複数の定式化のもとで推計された自然利子率の動向



(2) 複数の定式化のもとで推計された予想自然利子率の動向

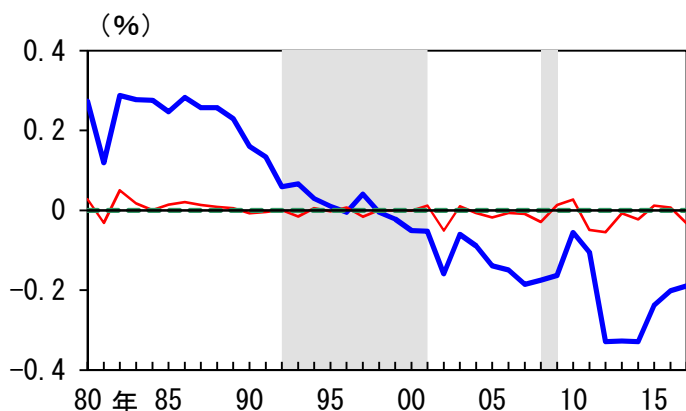


(注) シャドーはそれぞれ、Reinhart and Rogoff (2011)に基づく銀行危機の時期、内閣府の定める第14景気循環の景気後退期をそれぞれ表す。

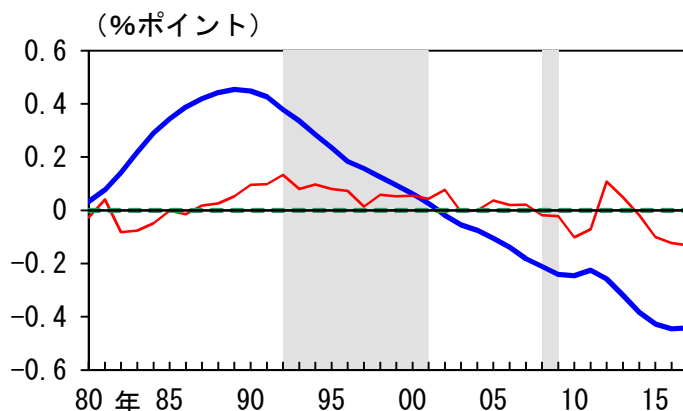
(出所) Reinhart and Rogoff (2011)、内閣府

図13. 感応度分析（2）：生産年齢人口成長率

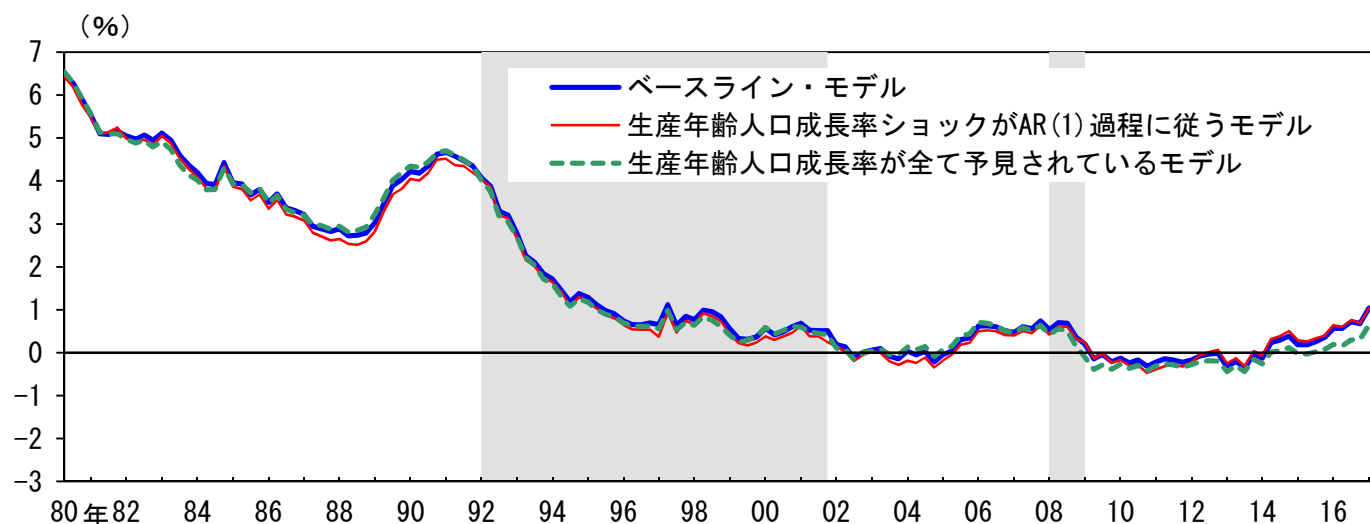
(1) 推計された生産年齢人口成長率ショック



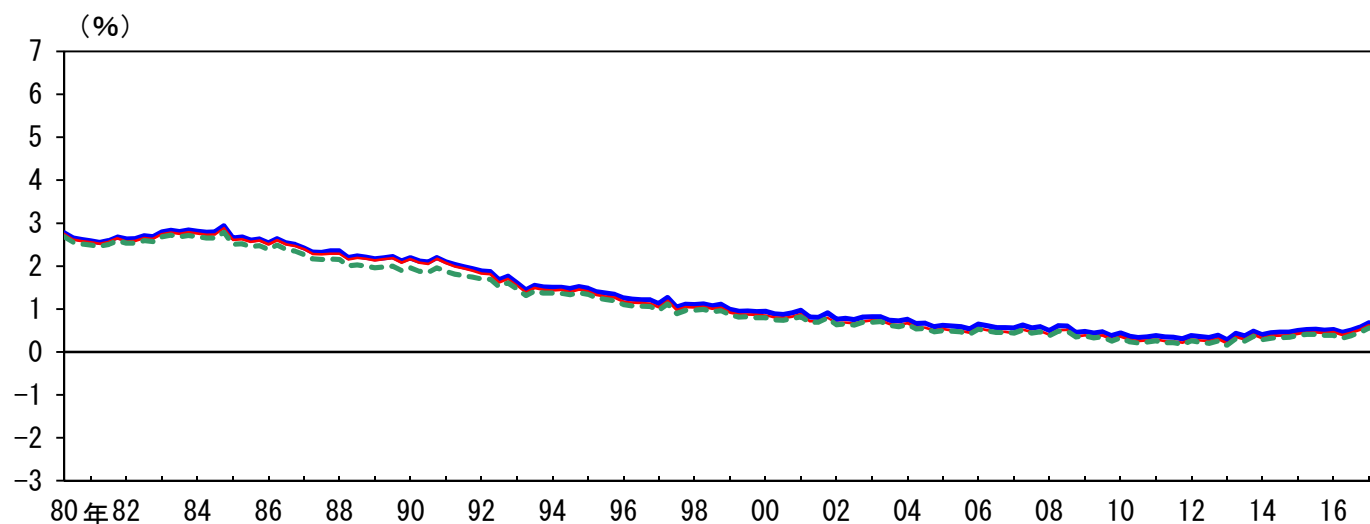
(2) 自然利率の変動に対する生産年齢人口成長率ショックの寄与度



(3) 複数の定式化のもとで推計された自然利率の動向



(4) 複数の定式化のもとで推計された予想自然利率の動向



- (注) 1. シャドーはそれぞれ、Reinhart and Rogoff (2011)に基づく銀行危機の時期、内閣府の定める第14景気循環の景気後退期をそれぞれ表す。
2. (1)と(2)は、暦年平均。

(出所) Reinhart and Rogoff (2011)、内閣府