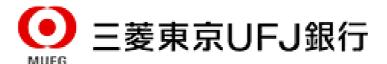


日本銀行金融機構局 金融高度化センター ワークショップ「銀行勘定の金利リスク管理の高度化に向けて」

プリペイメントモデルの 必要性 及び モデル概要



総合リスク管理部

2009年6月30日

はじめに



第1部 目的•背景

第2部 預貸金のプリペイメントについて

第3部 Cox比例ハザードモデル概要

第4部 留意点

第1部 目的・背景



【リスクの観点】

- ▶ 預貸金(預金・ローン)の市場リスクとは?
 - ⇒ 将来キャッシュフロー(CF)の現在価値が金利変動により変動(減少) するリスク。
- ➤ 将来CFに期前解約・返済(以下、プリペイメント)を考慮しないと・・・
 - ⇒ 約定CFを用いてポジション認識しリスク計測するため、リスク量が 実態と大きく乖離する懸念がある。

リスク・リターン運営には適正なリスク量把握が不可欠

- プリペイメントを考慮するにはどうすればよい?
 - ⇒ 将来時点のプリペイメント率を見込んだ将来CFの推定が必要。

プリペイメント率を推定するモデルが必要



目的•背景



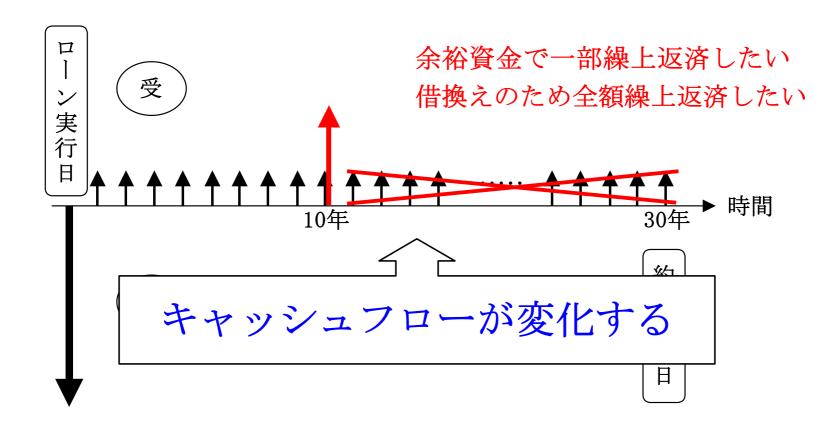
【コスト(PL)の観点】

- ▶ ローン,預金取引により固定金利ポジションが発生する。
 - ⇒ 資金管理部署では、保有するポジションの金利変動リスクを市場でへッジする。
- プリペイメント実行で保有ポジションが変動すると・・・
 - ⇒ ヘッジポジションの変更が必要になる。
- ▶ しかし、コストはお客様に請求できない。(契約上)
 - ⇒ プリペイメント実行により発生するコストをカバーする必要がある。
- ▶ どうやってカバーする?
 - ⇒ お客様がプリペイメントを実行できる権利の価値を金利に織込み、 プリペイメントに係るコストをカバーする。

第2部 預貸金のプリペイメントについて



《30年固定金利ローンの場合》



プリペイメントの価値



- ▶ プリペイメントの実行は"いつでも"選択可能。
 - ※ 但し、お客様は必ず経済合理性に基づいて行動する訳ではない。 (有利な局面での不実行、不利な局面での実行も起こる)
 - ⇒ プリペイメント価値の算出に通常のオプションプライシングモデル が有効とは言い難い。(同モデルは合理的な行動が前提)
- プリペイメントの価値はどうやって求めればよい?
 - ⇒ プリペイメント考慮の有無による将来CFの現在価値の差異をプリペイメント価値と看做す。
- プリペイメントを考慮した将来CFは推定方法は?
 - ⇒ 将来時点(t)に於けるプリペイ率を表現するモデルを推定することで将来CFが推定できる。

プリペイメントモデル



- ▶ プリペイメントモデルと言えば・・・
 - ⇒ スタンダードと言えるモデルは存在しない。
- ▶ 例えばどんなモデルが存在する?
 - ⇒ ロジット, プロビット, PSJ, Cox比例ハザード, etc.
- ▶ 預貸金のプリペイメント動向の特徴は?
 - ⇒ 以下の特徴が各種論文等でも確認されている。
 - ✓ (取引実行からの)経過期間に応じてプリペイ率が変化する。~ 当初は増加し、途中から横這い・低下する傾向にある。
 - ✓ 金利差(「約定金利-市場金利」等)が拡大するとプリペイ率は上昇。

経過期間・金利差に依存するプリペイメントモデルとして 本稿では "Cox比例ハザードモデル" を考える

第3部 Cox比例ハザードモデル



▶ 比例ハザードモデルとは

- ✓ イベント(プリペイメント,病気治癒,死亡,製品故障,etc.)の発生 確率を表現するモデル。
- ✓ イベント発生確率は経過期間(t)及び諸要因(=共変量)に依存する。 (共変量の例)

イベント	共変量
プリペイメント	金利差
病気治癒	投薬の有無

> 適用分野

✓ 生存時間解析 : 医学・薬学に於ける臨床試験の統計解析 等

✓ 信頼性工学 : 工学系の(製品等の)寿命分析 等

✓ 金融工学 : 倒産確率の推定, プリペイメント推定等

etc.



Cox比例ハザードモデル



▶ 一般形

$$h(t) = h_o(t) \exp(\overrightarrow{\beta} \cdot \overrightarrow{z}) = h_o(t) \exp(\beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \dots + \beta_n z_n)$$

h(*t*):イベント発生率

 $h_{o}(t)$:ベースラインハザード 関数

 $\vec{z} = (z_1, z_2, z_3, \dots, z_n)$: 共変量 (金利差等)

 $\overrightarrow{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_n)$: 共変量パラメータ (共変量の感応度)

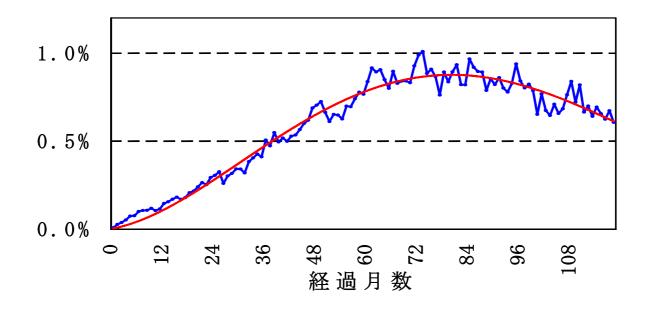
▶ モデルの特徴

- ✓ 共変量の増加に伴い、イベント発生率は指数関数的に上昇する。
- ✓ 共変量が変動しなくても、経過期間に応じイベント発生確率は変動 する。(ベースラインハザード関数で表現)

ベースラインハザード関数とは



- べースラインハザード関数h₀(t)とは?
 - ⇒ 共変量がゼロの場合の、各経過時点(t)に於けるイベント発生率 の推定値。
 - ※ 下図(例)では、時間経過に応じて変化(上昇→横這い→下落) する傾向にあることが分かる。



共変量等の決定



- ▶ 共変量(z)の種類や数はどうやって決まる?
 - ⇒ プリペイ率に影響を及ぼす要因を、以下の手順で定性面・定量面 の両面から総合的に検討する。
 - ✓ 先ずは、プリペイ率に影響を及ぼすと考えられる要因を定性面から 想定する。
 - ✓ 想定した要因が実際にプリペイ率に影響を及ぼしているかを定量的に分析する。(モデルの推定)
- ightharpoonup ベースラインハザード関数 $h_0(t)$ 、及び共変量パラメータ β はどうやって決まる?
 - ⇒ 過去実績(経過期間, 共変量, プリペイ率) を用いて回帰分析等に ✓ √より推定する。

重要

※ 推定手法の選定は、推定に係る負荷と推定精度のバランスを 勘案する必要がある。

将来CFの推定, 現在価値の算出



- プリペイメントを加味した将来CFの推定には・・・
 - ⇒ 共変量が市場金利に依存する場合は、将来の金利(Forward金利)の推定が必要になる。

金利モデル(各種存在)を用いて将来金利を推定

- プリペイメントコストの現在価値を計算するには・・・
 - (例) 影響要因が金利のみの場合
 - ✓ 金利格子(Hull-White, Kijima-Nagayama等)を作成し、満期(期日)からの割戻しで現在価値を算出。
 - ✓ モンテカルロシミュレーションで金利(拡張Vasicek等) のパスを発生させ、CF現在価値の期待値を計算。
 - ⇒ プリペイメント勘案によるCFの現在価値の変化から、プリペイメント コストの現在価値を求める。

第4章 留意点



- ▶ 共変量数・種類の妥当性について
 - ⇒ 最適な共変量数・種類の把握精度向上が必要。



共変量数を増やすほど、過去の適合度は改善するが、将来の予測精度が劣化する可能性が高まる。

(AIC等による比較検証が必要)

> システム的な対応能力の限界

⇒ モデルの精緻化(共変量追加等)により計算量が膨大に膨れ上がる / 、と、実務適用できないことも。



理論的に相応に精緻であり、且つ実務適用可能な最適モデルを検討する必要あり。



● 三菱東京UFJ銀行

総合リスク管理部 開発グループ 野田 和彦 03-3240-6104 kazuhiko_noda@mufg.jp