

Working Paper Series

**Statistical Forecasting Method
を用いたインフレ率予測**

古賀麻衣子・藤原一平

Working Paper 02-05

日本銀行調査統計局

〒100-8630 東京中央郵便局私書箱 203 号

(e-mail: maiko.koga@boj.or.jp)

(e-mail: ippei.fujiwara@boj.or.jp)

本論文の内容や意見は執筆者個人のものであり、日本銀行あるいは調査統計局の見解を示すものではありません。

Statistical Forecasting Method を用いた インフレ率予測*

古賀麻衣子[†] 藤原一平[‡]

2002年7月

概要

計量経済学の手法を用いて、経済変数の予測を行う場合、先験的な知識や経済理論をベースに、何らかの経済構造を前提とした上で予測モデルの推定を行う場合が多い。ただし、こうした手法には、前提とした構造に誤りがあるという misspecification の可能性を否定できない。この点、diagnostic テストを十分にクリアするとしても、構造の設定次第では予測値が大きく異なることもある。すなわち、予測者の主観的なモデル設定に予測値が大きく左右される可能性がある。

本稿では、インフレ率予測を題材に、基本的な変数設定以外に構造的な仮定をおかず、統計的関係を重視した時系列予測手法 (Statistical Forecasting Method <以下、SFM > と呼ぶ) を提示する。SFM は、予測に際して、基本的な変数の組み合わせによる多数の VAR モデルを構築し、パフォーマンスに応じた順序付けを自動的に行い、さらに、予測を、それ自体の推移のみに着目するのではなく、モデルや予測値の不確実性をも考慮した予測分布 (ファン・チャート) により表現するという機能を有している。また、「将来のインフレ率が上がるか、下がるか」のみに着目した定性的な上下変動予測も試みている。

SFM を用いることで、より客観的な形で、不確実性を考慮に入れた予測を作成することが可能となったほか、上下変動予測の結果も良好であった。SFM の実務的有用性については、予測値と実現値との比較を積み重ねながら、今後チェックしていくこととなるが、SFM は、単独の構造型予測モデルだけでは抽出することのできない有用な予測情報を提供し、構造型モデルからの予測値をクロス・チェックするといった役割を果たす可能性を持っていると思われる。

Key words: Inflation, Forecast, Reduced-Rank VAR, Nonparametric test of predictive performance

JEL Classification: C32, C35, C53, E31

*本稿の作成にあたっては、粕谷宗久氏 (日本銀行調査統計局)、清水秀昭氏 (同) をはじめ多くの行内のスタッフから有益なコメントを得た。また、分析に際して、吉羽要直氏 (日本銀行金融研究所)、野村俊朗氏 (慶応義塾大学大学院・経済学研究科 < 現 野村証券金融研究所 >) から多大な協力を得た。記して感謝の意を表したい。このほか、Reduced Rank VAR モデル、および Pesaran-Timmermann 統計量については、Bank of England、Dr. George Kapetanios 作成の GAUSS プログラムに改良を加えて推定した。なお、本稿における意見などは、すべて執筆者の個人的な見解であり、日本銀行および調査統計局の公式見解を示すものではない。

[†]日本銀行調査統計局経済調査課 (E-mail:maiko.koga@boj.or.jp)

[‡]日本銀行調査統計局経済調査課 (E-mail:ippei.fujiwara@boj.or.jp)

1 はじめに

計量経済学の手法を用いて、経済変数の予測を行う場合、先験的な知識や経済理論をベースに、何らかの経済構造を前提とした上で予測モデルの推定を行う場合が多い。ただし、こうした手法には、前提とした構造に誤りがあるという misspecification の可能性を否定できない。この点、diagnostic テストを十分にクリアするとしても、構造の設定次第では予測値が大きく異なることもある。すなわち、予測者の主観的なモデル設定に予測値が大きく左右される可能性がある¹。

そこで、特定の前提に依存したモデルとは別に、できるかぎり客観的に、統計的關係に重きを置いた予測手法も用意しておくことが望ましいと考えられる。

もっとも、客観的な手法であれ、モデルの定式化に誤り (misspecification) がある可能性は引き続き排除できない。したがって、現実の情報をよりの確に反映した予測を作成するためには、モデルや予測値の不確実性に関する情報を利用していくことが必要であると考えられる。このため、予測については、特定のモデルの予測値自体の推移に着目するだけでなく、予測誤差やモデル選択に関する不確実性をも考慮した予測分布 (ファン・チャート) による表現が有用となる。

本稿の目的は、以上の問題意識に応えるべく、インフレ率の予測を題材²として、客観性が高くかつ不確実性を考慮した予測手法の 1 つとして Statistical Forecasting Method(以下、SFM) を提示することにある。具体的には、以下のプロセスを通じて、SFM による予測を作成する。

まず、インフレ率に関する VAR 予測モデルを構築する。客観性の高い誘導型 VAR モデルであっても、予測結果は、データの選択、変数の組み合わせ、推定期間に依存せざるを得ないため、主観性といったものを完全に排除することはできない³。ここでは、データ選択、変数の組み合わせから生じるバイアスについては、Stock and Watson(1999) や Pesaran and Timmerman(1995) で試みられたように、できる限り多くの変数の組み合わせに対しモデルの推定を行い、多数の VAR 予測モデルを構築することによって改善に努めている。推定手法としては、変数間のランク制約を考慮した VAR モデル、すなわち、Reduced Rank VAR モデル (以下、RR-VAR モデル⁴) を用いている。上記のように、様々な変数の

¹Klorzig and Hendry(2001) では、Gets(General-to-Specific) という概念にもとづき、客観的にモデルを選択するプロセスが紹介されているが、本稿ではこうしたモデル選択論については議論しない。

²日本銀行調査統計局では、「インフレ予測誤差に関するワークショップ」(2000年9月開催) などを通じて、これまでもインフレ率予測に関する分析を公表している (例えば、伴・斎藤 (2001)、北川・川崎 (2001)、粕谷・真木 (2001)、福田・慶田 (2001)、等)。本分析の内容は、北川・川崎 (2001) に近いものとなっているが、予測誤差やモデル選択に関する不確実性を考慮した予測分布 (ファン・チャート) による表現を試みている点で異なっている。

³統計的關係を重視したモデルとして、VAR 以外に、例えば、ニューラル・ネットワーク・アプローチといった手法を選択することもできるが、以下の分析では、VAR という枠組みの中に限定して、予測値やモデル選択に関する不確実性を考慮したインフレ率予測を試みている。

⁴詳細は、Velu, Reinsel and Wichern(1986)、Lütkepohl(1991) 参照。

組み合わせにもとづく VAR を推定する際には、類似の傾向を持つ変数の組み合わせからパラメータ行列に redundant な情報が含まれることが十分に考えられる。このため、パラメータ行列をランク制約を用いてより parsimonious⁵な形で推定することが有益となろう。この点、Camba-Mendez, Kapetanios, Smith and Weale(1999) は、RR-VAR モデルは、通常の VAR モデルと比べて、良好なパフォーマンスを示す予測手法であると結論づけている。

その上で、モデルや予測値の不確実性を考慮した予測分布、およびファン・チャートを作成する。予測分布としては、(1)「1位モデル分布」、(2)「ノンパラメトリック分布」、(3)「混合分布」、の3つの分布作成を試みる。(1)は、構築された多数の予測モデルの中で予測パフォーマンスが第1位のモデルの予測誤差を用いた分布、(2)は、先行きの不確実性を各予測モデルから得られた予測値(点推定値)のばらつきのみから捉えようとするもので、(3)は、さらに、各予測モデルから得られた予測値を各モデルの予測誤差をもとに正規分布で表現し、各々の分布を各々の「予測誤差の逆数」をベースとしたウェイトを用いて合成することにより不確実性⁶を捉えた分布となっている。すなわち、換言すれば、(1)パラメトリック法、(2)ノンパラメトリック法、(3)セミパラメトリック法⁷にもとづく3つの予測分布を作成する。その後、こうして作成されるそれぞれの分布を時系列として組み合わせることにより、不確実性をファン・チャートとして表現する。

また、「何%程度のインフレ率となりそうか?」という定量的な予測のみならず、「インフレ率が先行き上昇・低下どちらの方向に動きそうか?」という点についての定性的予測(すなわち、上下変動予測)も作成する。

2 予測手法と結果

SFM による予測は、(1)RR-VAR モデルによる予測、(2)予測分布およびファン・チャートの作成、(3)Pesaran-Timmermann テストを用いた上下変動予測という3つのプロセスを通じて作成される((1)、(2)の手法の概要については、図表1参照)。各々のプロセスについて、やや詳しくみていくと、以下の通り。

⁵すなわち「けちの原理」に従った時系列モデル。

⁶モデルの不確実性は、(i)モデルの予測値と実績値の平均的な乖離(予測誤差)、(ii)推定モデルの misspecification、(iii)パラメータの不確実性(推定によって得られたパラメータは分布を有する)、の3つの次元から捉えることができる。パラメータについて stochastic simulation を行うことにより、(iii)を考慮することも可能だが、計算が極めて煩雑(computationally demanding)であるため、(3)では、(i)と(ii)のコンセプトを混合した不確実性を考えている。

⁷混合分布による手法は、セミパラメトリック法(詳細は Powell(1994)参照)の一種であると考えられる一方、Forecast Combination(詳細は、Clements and Hendry(1998)、Diebold(1998)、Granger and Newbold(1986)参照)の考え方を応用したものと捉えることもできる。

2.1 RR-VAR モデルによる予測

ここでは、まず、定常データの組み合わせより RR-VAR モデルを多数構築し、大量の多期間予測値を算出する。さらに、予測対象期 (1 期先, 4 期先) 毎に、過去 2 年間の in-sample dynamic forecast⁸のパフォーマンス (Root Mean Squared Error < 以下、RMSE > で評価) をもとに予測モデルを序列付けし、それぞれの予測対象期について、最もパフォーマンスの良い予測モデルを選出する。そして、これらモデルからの out-of-sample dynamic forecast をつなぎあわせて「予測パフォーマンス 1 位モデルより得られた予測値の推移」とする。このように予測対象期毎にパフォーマンスを比較するのは、例えば、1 期先 (1 四半期後) を予測しやすい変数の組み合わせと、4 期先 (1 年後) を予測しやすい変数の組み合わせが異なる可能性を考慮したためである。

具体的にみると、以下に示すような 7 つの作業ステップを通じて予測値を算出する。

(a) データ系列の選択: 代表的なマクロ経済変数のデータ系列を選択し、必要に応じて季節調整⁹を施した後、対数変換する (本稿で選択したデータとその調整法については図表 2 を参照)。

(b) データ系列の定常化: 各データ系列について単位根検定¹⁰を行い、定常性が確保されるまで階差をとる。こうして得られた定常系列を、その平均と標準偏差を用いて標準化¹¹する。なお、予測対象である CPI については、I(2) 過程に従うとの結果が得られたため、2 階差をとった「インフレ率の変化幅」を採用した¹²。

(c) 説明変数の選択: (b) で用意されたデータ系列から任意の数の説明変数を選択する。すなわち、 N 個のデータ系列から 1 つのモデルに含まれる説明変数を \underline{m} 個以上 M 個以下とすると、変数の組み合わせの総数 K は、 $K = \sum_{m=\underline{m}}^M \frac{N!}{m!(N-m)!}$ となる。本稿では 16 系列から 2~4 個の説明変数の組み合わせを選択することで、計 2,500 通りのモデルを作成した。

(d) RR-VAR モデルの推定: 予測対象である CPI と (c) で選択した説明変数から成る 3~5 次元の RR-VAR モデルを推定する。 y_t をあるモデル k に含まれる変数群の多変量定常時系列とすると、RR-VAR モデルは次のように定式化さ

⁸Clements and Hendry(1998) は、例えば、4 期先予測であれば、予測対象期の 4 期前以前のデータのみを用いて直接推計したモデルで予測した方が、dynamic forecast よりも、パフォーマンスが高い可能性があるとしているが、ここでは、こうした手法は用いていない。

⁹なお、月次変数については、季節調整後、四半期変換している。

¹⁰ここでは、ADF(Augmented Dickey-Fuller) テストを用いた。

¹¹すなわち、平均 = 0、標準偏差 = 1 のデータ系列に変換する。

¹²データは対数変換されているため、2 階差は変化率の変化幅となる。なお、定常時系列にするために階差をとることで、経済理論的には解釈の難しい被説明変数の階差と説明変数の階差との組み合わせとなる可能性も十分に考えられる。

れる。なお、ラグ次数 (L) は 4 次以下で AIC が最小となる次数に決定する。以下、パラメータの推定期間を 83 年 1Q ~ 99 年 4Q としたケースを例に説明する。

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \sum_{l=1}^L \mathbf{B}_l \mathbf{y}_{t-l} + \boldsymbol{\eta}_t \\ &= \mathbf{B} \mathbf{x}_t + \boldsymbol{\eta}_t \\ &= \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_t + \boldsymbol{\eta}_t, \quad t = 83 \text{ 年 1Q}, \dots, 99 \text{ 年 4Q} \end{aligned}$$

なお、 \mathbf{B}_l は (m, m) 行列、 $\boldsymbol{\alpha}$ 、 $\boldsymbol{\beta}_l$ は r^* がランクである場合の (m, r^*) 行列 ($r^* \leq m$)。また、 $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}'_1, \dots, \boldsymbol{\beta}'_L)'$ 、 $\mathbf{x}_t = (\mathbf{y}'_{t-1}, \dots, \mathbf{y}'_{t-L})'$ 、 $\mathbf{B} = \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\beta}'$ 。

RR-VAR モデルは、通常の VAR 推定によって得られたパラメータ行列を、この行列のランク r^* をもとに、同じ情報を有するより parsimonious な 2 つの行列に分解 (reduce) すること (すなわち、パラメータ行列 (\mathbf{B}) のランクを推定したうえで、これを $\boldsymbol{\alpha}$ と $\boldsymbol{\beta}$ に分解すること) によって推定される。

ランクは、Bartlett(1947) に従い推定した。Bartlett のランク・テストは、以下の尤度比検定として示される。

$$H_0 : \text{rank}(\mathbf{B}) = r^* \quad \text{against} \quad H_1 : \text{rank}(\mathbf{B}) = r > r^*$$

$$l_c(H_0) - l_c(H_1) = \frac{T}{2} \sum_{i=r^*+1}^m \ln(1 + \hat{\lambda}_i^2) \xrightarrow{d} \chi^2[(m - r^*), (mL - r^*)]$$

なお、 l_c は、集約対数尤度¹³、 $\hat{\lambda}_i$ は、 $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_T]$ 、 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_T]$ とした場合、行列 $T^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_\eta^{-1/2} \mathbf{Y} \mathbf{X}' (\mathbf{X} \mathbf{X}')^{-1} \mathbf{X} \mathbf{Y}' \boldsymbol{\Sigma}_\eta^{-1/2}$ の固有値を示す。 $\boldsymbol{\Sigma}_\eta = E(\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}')$ は、誤差の分散・共分散行列を示し、疑似最尤法 (quasi Maximum Likelihood Method) により推定される¹⁴。

帰無仮説 H_0 の下で、集約対数尤度比 $l_c(H_0) - l_c(H_1)$ は上記のカイ二乗分布に収束することが示されており、これと (任意の有意水準に対応する) 同分布の有意点を対比することでランク r^* を決定する。

このようにして算出されたランクをもとにした RR-VAR のパラメータ (すなわち、 $\boldsymbol{\alpha}$ と $\boldsymbol{\beta}'$) は、

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\Sigma}_\eta^{1/2} \hat{\mathbf{V}}, \quad \hat{\boldsymbol{\beta}}' = \hat{\mathbf{V}}' \boldsymbol{\Sigma}_\eta^{-1/2} \mathbf{Y} \mathbf{X}' (\mathbf{X} \mathbf{X}')^{-1}$$

として推定される¹⁵。

なお、 $\hat{\mathbf{V}}$ は、 \hat{v}_r を r (上記で算出されたランク) 番目に大きい固有値 $\hat{\lambda}_r$ に対応する標準化された固有ベクトルとすると、

$$\hat{\mathbf{V}} = [\hat{v}_1, \hat{v}_2, \dots, \hat{v}_{r^*}]$$

として表現される。

¹³対数尤度関数が複数のパラメータによって構成される場合に、これに関心のあるパラメータ (parameter of interest) のみで表現できるように集約したもの。具体的には、関心のあるパラメータ以外のパラメータについて、対数尤度関数に関する 1 階の条件を逐次代入することによって、対数尤度関数を集約する。

¹⁴すなわち、 $T^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{Y}' - T^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{X}' (T^{-1} \mathbf{X} \mathbf{X}')^{-1} (T^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{X}')'$ として算出される

¹⁵詳細は、Velu, Reinsel and Wichern(1986)、および Lütkepohl(1991) 参照。

(e)in-sample 予測値の算出: 計 2,500 モデルのそれぞれについて、1 期先から 4 期先までの in-sample dynamic forecast¹⁶を計算する。ここでは予測パフォーマンスの評価期間を過去 2 年間 (98 年 1Q ~ 99 年 4Q) に設定する。すなわち、1 期先予測値 ($\hat{y}_{\tau|\tau-1}$) から 4 期先予測値 ($\hat{y}_{\tau|\tau-4}$) までを $\tau=98$ 年 1Q, ..., 99 年 4Q の 8 期間分得られるように、dynamic forecast の始期をずらし、recursive に予測を作成する (図表 1-(2) 参照)¹⁷。なお、2,500 モデルを用いて、1 期先予測から 4 期先予測まで過去 8 期間分ずつ算出するので、合計 80,000 個 ($2500 \times 4 \times 8$) の予測値が計算される。

$$\hat{y}_{\tau|\tau-h} = [\alpha\beta']^h x_{\tau-h}, \quad \tau = 98 \text{ 年 1Q}, \dots, 99 \text{ 年 4Q}, \quad h = 1, \dots, 4$$

(f)RMSE の算出: インフレ率の予測パフォーマンスを示す RMSE を計算する¹⁸。但し、CPI については、推定値がインフレ率変化幅¹⁹となっているため、モデルの推定終期のインフレ率に、随時インフレ率変化幅を足し上げることにより、インフレ率の予測値を作成する。こうして作成された予測値と実現値との乖離をもとに RMSE を算出する。

すなわち、 τ 期のインフレ率の実現値を R_{τ}^{π} 、予測値を $\hat{y}_{\tau|\tau-h}^{\pi}$ とすると、

$$RMSE_h = T^{-1} \sum_{\tau=1}^T \epsilon_{\tau,h}^2, \quad \tau = 98 \text{ 年 1Q}, \dots, 99 \text{ 年 4Q}, \quad h = 1, \dots, 4,$$

$$\epsilon_{\tau,h} = R_{\tau}^{\pi} - \hat{y}_{\tau|\tau-h}^{\pi}$$

上記を全てのモデルについて計算し、 $\{RMSE_{h,k}\}_{k=1}^{2500}$ を得る。

(g)out-of-sample 予測値の算出: こうして得られた $RMSE_{h,k}$ より各予測期毎の予測パフォーマンス 1 位モデル (RMSE が最小のモデル) を選び出す。この 1 位モデルからの out-of-sample dynamic forecast ($\hat{y}_{\tau|\tau-h}$) をインフレ率に変換したうえで、予測対象期間 (すなわち、先行き 4 期間) について時系列としてつ

¹⁶ここでは、in-sample dynamic forecast のパフォーマンスをもとにモデルを順位付け、out-of-sample dynamic forecast を行っている。結局、out-of-sample forecast に関心があるため、パフォーマンス評価も out-of-sample forecast で行うべきとの意見もある (例えば、Clark(2000))。しかし、out-of-sample forecast で評価した場合には、推定終期が予測始期よりもパフォーマンス評価のため何期 (ここでは、8 期) が過去に設定されるため、利用可能な情報を全て活かした推定とならない。ここでは、利用可能な情報は全て活かした推定の方が out-of-sample での予測パフォーマンスも高いとの推察にもとづいて予測パフォーマンスを評価した。

¹⁷推定期間は、変更されていない点に留意。

¹⁸Clements and Hendry(1998) などにより指摘されているように、ここでは、予測誤差の系列相関を考慮せずに RMSE を算出している点が問題となろう。解決手法として、(i) 予測に重なりが生じないように予測期間を設定する手法 (データ frequency を、例えば、1 期先予測モデルでは四半期、4 期先予測モデルでは 1 年と設定)、(ii) 操作変数法を使う手法、などが考えられるが、いずれの方法を用いても、自由度が小さくなる、操作変数の選択が難しいといった問題が生じる。このため、予測分布を作成する際に RMSE は非常に重要な information となるものの、予測誤差の系列相関から RMSE が過大となりうる点は修正していない。

¹⁹厳密には、推定された予測値は 2.1.(b) に示されたように標準化されているため、これを元に戻すことにより算出。

なぎあわせたものが、「予測パフォーマンス1位モデルより得られた予測値の推移²⁰」となる。

$$\hat{y}_{\tau|\tau-h} = [\alpha\beta']^h x_{\tau-h}, \quad \tau = 00 \text{年} 1\text{Q}, \dots, 00 \text{年} 4\text{Q}, \quad h = 1, \dots, 4$$

2.2 予測分布およびファン・チャートの作成

前節で算出された予測パフォーマンス1位モデルより得られた予測値の推移自体、可能な限り客観的な手法にもとづいた予測としての有用性が高いと考えられる。しかし、前述の通り、ここでは、予測の不確実性をも考慮した予測分布による表現が有用との観点から、out-of-sample 予測値と予測誤差を用いた予測分布の作成方法を示す。

予測分布とは、図表 1-(3a)、(3b)、(3c) に示したように、予測を予測値の不確実性を考慮した分布として示したものである。各時点の予測分布に任意の有意水準を設定し、これに対応する有意点を時系列としてつなげて表現したものが、ファン・チャートである(図表 1-(4))。

ここでは、まず、(1)1位モデルのみからの情報(予測値、予測誤差)を用いた「1位モデル分布」を描き、次に、(2)全モデルからの予測値を用いた「ノンパラメトリック分布」、最後に、(3)全モデルの予測値、予測誤差を用いた「混合分布」を作成する。1位モデルの情報のみ反映している「1位モデル分布」に対し、「ノンパラメトリック分布」は全モデルからの予測値のばらつき(すなわち、モデル misspecification の可能性)、「混合分布」は、さらに各予測値のもつ予測誤差(すなわち、予測誤差とモデルの misspecification)をも考慮して、先行きの不確実性を捉えている。

2.2.1 1位モデル分布

まず、前節で選ばれた1位モデルについて、予測値を平均、RMSEを標準偏差とした正規分布を予測期毎に描く。次に、この予測分布の片側10%有意水準毎の有意点を時系列としてつなぎあわせることにより、00年1Qと01年1Qを予測始期としたファン・チャートを作成した²¹(図表3)。

この「1位モデル分布」による予測は、パフォーマンス上位モデルのRMSEに大きな違いがさほどみられないことに鑑みると、僅差により選択されたモデ

²⁰これは、図表3の「1位モデル分布」(後述)を用いたファン・チャートの中心線(平均線)として示される。

²¹パラメータ推定の期間は、00年1Qを始期としたファン・チャートについては83年から99年、01年1Qを始期としたものは83年から00年であり、予測パフォーマンスの評価期間は、それぞれ98年と99年、99年と00年とした。なお、予測評価期間である過去2年において算出されたRMSEをもとに分布を書くため、該当期間のインフレ率実績がモデルにより説明のつきにくい(すなわち、エラーの大きい)動きであった場合(例えば、98-99年)には、予測分布の裾野が広くなりやすい。00年のファン・チャートの広がり、01年と比べ、大きくなっているのは、こうした理由によるものと思われる。

ルからの情報のみに依存しすぎている可能性がある。すなわち、このモデルが misspecify されている可能性を考慮に入れると、「1 位モデル分布」による予測、および予測の不確実性表現のみでインフレ率予測を判断するのは、必ずしも適切ではない可能性がある。

計量経済理論的には、モデルを洗練し、ベストなモデルを探求することが重要と思われるが、ここでは実務的予測モデルを構築するとの観点から、複数のモデルからの予測も考慮に入れる予測手法を模索する。以下では、1 位モデル以外からの予測値やその予測誤差から得られる情報を活用した予測分布を作成する。

2.2.2 ノンパラメトリック分布

ある期のインフレ率について様々なモデルで予測した際に、どのモデルで予測しても予測値が近い値となった場合、その予測値近傍が実現する可能性は高いと考えられなくはない。このため、数々のモデルから得られる予測値のばらつきは、先行き予測の不確実性をみる指針となるように思われる。

また、定式化の誤り (misspecification) というリスクに配慮すると、特定の一つのモデルからの情報だけではなく、いくつかのモデルから得られる情報を活用することも重要となろう。

このほか、「1 位モデル分布」では、正規分布を仮定して不確実性を表現していたため、分布の歪み (skewness) を表現することができなかった。「ノンパラメトリック分布」では、インフレ率の分布を上下方向に非対称として表現することも可能となる。

本節では、こうした考え方にもとづき、まずは、以下 2 つのステップをフォローしながら、予測値のばらつきといった情報のみを用いた「ノンパラメトリック分布」を推定する。

(a) ノンパラメトリック分布の推定： 各期の予測値 (2,500 個²²) のばらつきに含まれる情報のみを利用して、予測分布を作成しようというのが、ノンパラメトリック分布²³によるファン・チャート作成の目的である。ここでは、予測値全体の平均値や分散といったパラメータを算出し、ある確率分布形を仮定して予測分布を作成するのではなく、2,500 個すべての予測値にもとづく度数分布から確率分布を導出するようなイメージでノンパラメトリックに (すなわち、パラメータを推定することなく、先験的に確率分布の制約を課すことなしに) 分

²² サンプル数を全サンプル (2,500 個) ではなく、例えば、パフォーマンス上位 5 % (125 個) で分布を作成することも考えられる。こうした分布の有用性も十分に高い可能性もあるため、今後実績との比較を重ねた上で適切なサンプル数などについて検討したい。もっとも、ここでは、手法の紹介を主眼としており、どのようにしてサンプル数を選択するかという問題は、今後、実績との比較を重ねることにより検討する以外に解決策が見当たらないため、以下の混合分布も含め、全サンプルをベースに分布を作成した。

²³ ノンパラメトリック法全般については、Silverman(1986)、Härdle and Linton(1994)、および Pagan and Ullah(1999) が詳しい。

布を作成する。ノンパラメトリック分布は次の様な Kernel density estimator を用いて表現される。 $\kappa(u)$ を Kernel weighting function(ここでは、Gaussian Kernel) とし、 ϕ を smoothing parameter である bandwidth とすると、確率密度関数 (pdf) は次のように定式化される²⁴。

$$pdf(q) = \frac{1}{K\phi} \sum_{k=1}^K \kappa\left(\frac{q - y_k^\pi}{\phi}\right)$$

$$\kappa(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2}$$

$$\phi = 0.9K^{-\frac{1}{5}} \min\{S, A/1.34\}$$

なお、 $y^\pi = \{y_1^\pi, \dots, y_k^\pi, \dots, y_K^\pi\}$ は予測値全体の集合、 K は予測値の数 (2,500 個)、 S は y^π の標準偏差、 A は y^π の四分位範囲、 q は密度関数の推定ポイントを示す。

(b) ファン・チャートの作成: (a) で推定した各期の予測分布について、有意水準を片側 10% 毎に設定し、これに対応する有意点を時系列としてつなぐことにより、ファン・チャートを作成する。

こうして作成した予測分布を図表 4 に示した。「1 位モデル分布」の場合と異なり、2,500 モデルからの予測値を参照しているため、1 つのモデル (1 位モデル) の説明変数の動きに大きく左右されないファン・チャートとなっている。

また「ノンパラメトリック分布」では、例えば 00 年中の予測をみると、予測分布が上方に長い tail を持った分布となっている。すなわち、最頻値は平均よりも下方に位置し、度数でみる限りにおいては、平均よりも低いインフレ率が多く予測されていたことを反映している。

2.2.3 混合分布

ノンパラメトリック分布による手法では、予測値のばらつきから予測の不確実性を捉えることを試みた。もっとも、この手法では、各々の予測値毎の不確実性、および、in-sample dynamic forecast のパフォーマンスの情報が全く活かされておらず、パフォーマンスの高いモデルからの予測値が軽視されていた可能性がある。そこで、以下では、混合分布によって、これらを考慮した予測分布を作成する。

まず、各予測値毎に RMSE をベースに正規分布を作成する。次に、この予測分布を RMSE の逆数に比例する値をウェイトとする、正規分布の加重線型結合

²⁴Silverman(1986) によれば、bandwidth ϕ の算出手法には、下記の定式化にもとづく subjective method とよばれる方法と、cross validation 規準 (ある ϕ のもとでの推定値と実現値の乖離を測る MSE 推定量) を最小化する ϕ を選ぶ objective method がある。後者の方がより恣意性を排除した手法であるが、本稿のように、ファン・チャートにして分布の広がりなどを確認する場合には、予測期間によって bandwidth が大きく変化するのは望ましくない。このため、ここでは分布の大まかな形状を測るという目的を重視し前者の方法を用いた。

として表現する²⁵。RMSEの逆数をウェイト算出のベースとする考え方は、ややアド・ホックではあるが、過去2年間のパフォーマンスの良かったモデルほど、将来に亘っても予測精度が高いのではないかという考えにもとづいている²⁶。具体的には、以下に示すような3ステップを通じて混合分布は作成される。

(a) 各予測値毎の正規分布作成: あるモデル k による h 期先の予測について、予測値 $\mu_{h,k}$ を平均として、 $\sigma_{h,k} = RMSE_{h,k}$ を標準偏差とする正規分布を作成する。その確率密度関数 $f_{h,k}$ は、次のように定式化される。

$$f_{h,k}(z_{h,k}; \mu_{h,k}, \sigma_{h,k}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{h,k}} e^{-\frac{(z_{h,k} - \mu_{h,k})^2}{2\sigma_{h,k}^2}}$$

$$\int f_{h,k}(z_{h,k}) dz_{h,k} = 1, \quad 0 \leq f_{h,k}(z_{h,k})$$

次に、確率密度関数を累積分布関数 $F_{h,k}$ に変換する。

$$F_{h,k}(z_{h,k}; \mu_{h,k}, \sigma_{h,k}) = \int_{-\infty}^{z_{h,k}} f_{h,k}(\zeta_{h,k}; \mu_{h,k}, \sigma_{h,k}) d\zeta_{h,k}, \quad 0 \leq F_{h,k}(z_{h,k}) \leq 1$$

(b) 加重線形結合累積分布の作成: h 期先の累積分布関数は、 K 個の累積分布関数 $F_{h,k}$ の加重線型結合累積分布 F_h として表現される。ウェイト $w_{h,k}$ は RMSE の逆数をベースに、ウェイトの合計が1(この結果、加重線型結合確率密度関数 f_h の面積も1)となるように設定する。

$$F_h(z_h; \mu_h, \sigma_h) = \sum_{k=1}^K w_{h,k} F_{h,k}(z_{h,k}; \mu_{h,k}, \sigma_{h,k}), \quad 0 \leq F_h(z_h) \leq 1$$

$$\sum_{k=1}^K w_{h,k} = 1, \quad 0 \leq w_{h,k} \leq 1$$

²⁵ ウェイトの置き方は異なるが、このように分布を複合して不確実性を捉えた分析はファイナンスの分野にみつけることができる。先行研究として、例えば Melick and Thomas(1997) を挙げることができる。

²⁶ 確かに、このような重みのつけ方は一例にすぎない。

実績期間について同様の予測分布を描いた時に、実績値と予測分布の平均が近づくようなウェイトをグリッド・サーチする手法なども試みた。ただし、こうした手法にもとづいても、結局予測値のもつ情報を適切に引き出しているのかを確認することはできない。

また、セミパラメトリック法では、上記のようにウェイトを予め固定して分布を推定するのではなく線型結合分布をベースにした対数尤度を EM アルゴリズムなどによって最大化するようにウェイト、平均、分散を推定する場合が多い。ただし、この手法では、RMSE に含まれる情報を利用することはできない。

このほか、Clements and Hendry(1998) で紹介されているように、合成予測からの予測誤差を最小化するように、実績値を複数の予測値で回帰 (OLS) し、ウェイトを最小2乗パラメータとして推定する方法 (regression method) や、合成した予測誤差の分散を最小とするようにウェイトを算出する方法 (variance-covariance approach) もある。ただし、前者の場合は、2,500 の予測値にかかるパラメータを算出するだけのサンプル数を確保できないほか、Diebold(1998) にまとめられているように、定数項を含めるか、time-variant なウェイトを推定するか、合成予測の誤差に系列相関を認めるかといった定式化決定の問題が再び生じてくる。後者についても、サンプルが小さいため、適切な分散・共分散が得られるか不明である。

こうしたことから、ここでは簡便法として RMSE の逆数をウェイトとして用いた。

$$f_h(z_h; \mu_h, \sigma_h) = \sum_{k=1}^K w_{h,k} f_{h,k}(z_{h,k}; \mu_{h,k}, \sigma_{h,k}), \quad 0 \leq f_h(z_h)$$

$$\int f_h(z_h) dz_h = 1$$

(c) ファン・チャートの作成: (b) で推定した各期の加重線型結合累積分布について、有意水準を片側 10% 毎に設定し、これに対応する有意点を算出する。これを時系列としてつなぐことにより、ファン・チャートを作成する。

こうして作成した混合分布にもとづくファン・チャート (図表 5) を、ノンパラメトリック分布にもとづくファン・チャート (図表 4) と比較してみると、各期における予測分布の平均値の推移はよく似ているものの、分布の幅は前者の方が広い (すなわち、不確実性が大きい)。この理由としては、まず、(i) ノンパラメトリック分布が各モデルから算出された「ピン・ポイントの予測値 (点)」を、一方、混合分布は各モデルから算出された「予測値を中心とした分布 (幅)」を集約していることが考えられる。また、(ii) ノンパラメトリック分布はすべての予測値を同じウェイトで扱うことになるため、RMSE 算出期間でのパフォーマンスが高かったモデルによる予測も他と対等に扱う一方、混合分布は、同期間でのパフォーマンスが高いモデルからの予測値 (とその分布) に重きをおいており、これが予測値の大勢から乖離している場合は、予測分布の裾野を広くする可能性がある点も指摘できよう²⁷。

あくまで、00 年、01 年でのパフォーマンスに鑑みただけであるが、どの水準程度に予測値が収まるかを判断する際に、混合分布からのファン・チャートは、有益な情報になりうると思われる。

2.3 Pesaran-Timmermann テストを用いた上下変動予測

予測分布は予測値とその不確実性の大きさを測ること (すなわち、定量的な予測) を目的としているが、例えば、「実際、来期のインフレ率は今期のインフレ率よりも上がるのか、下がるのか?」といった変化の方向性の予測 (すなわち、定性的な予測) も、将来のインフレ率を考えるうえでは重要なポイントとなる。そこで、2.1 節で構築した多数の VAR モデルを用い、インフレ率の上昇・低下の方向性を予測する「上下変動予測」を試みる。各モデルの上下変動予測のパフォーマンスは Pesaran-Timmermann テストによって評価するが、全モデルを用いた上下変動予測は以下に示すような 2 ステップを通じて作成される。

²⁷00 年予測分布の方が 01 年予測分布よりも裾野が広がっている背景については、脚注 21 を参照。

(a) 各予測値毎の Pesaran-Timmermann 統計量の算出: Pesaran-Timmermann テストとは、実現値の変化と予測値の変化の方向性が整合的か、すなわち、予測値の上昇・低下が実績の上昇・低下をどの程度フォローしているかを確認するもので、Pesaran-Timmermann 統計量が大きいほど、この可能性が高くなる²⁸。

簡単に説明すると、例えば、コイン投げを何らかのモデルにより予測する際に、表が出た(出ると予測する)場合を+1、裏が出た(出ると予測する)場合を-1として、実際のコイン投げの結果とモデルからの予測をかけあわせる。この時、例えば、この掛け算の平均が1に近ければ予測モデルのパフォーマンスが高いことを示唆していることとなる。このような考え方にもとづき、定性的な予測パフォーマンスを統計量で示したものが、Pesaran-Timmermann 統計量である。コイン投げの表裏を、インフレ率の上昇(+1)低下(-1)に置き換えると、Pesaran-Timmermann テストをインフレ率予測に応用することができる。

具体的には、まず、2.1.(e)で算出した in-sample dynamic forecast(インフレ率の変化幅予測値)を \hat{y}_t ²⁹、インフレ率変化幅の実績値を R_t (すなわち、 $\hat{y}_t = E(R_t|\Omega_{t-1})$ 、 Ω_{t-1} は $t-1$ 時点での情報集合)として、次の様な符号関数を定義する。

$$\begin{aligned} X_t &= 1 \text{ if } R_t > 0 \\ &= 0 \text{ otherwise,} \\ Y_t &= 1 \text{ if } \hat{y}_t > 0 \\ &= 0 \text{ otherwise,} \\ Z_t &= 1 \text{ if } R_t \hat{y}_t > 0 \\ &= 0 \text{ otherwise,} \end{aligned}$$

この時、以下のように定義される Pesaran-Timmermann 統計量 S_n は、 R_t と \hat{y}_t が独立の確率変数であるという帰無仮説のもとで漸近的に標準正規分布に従う³⁰。

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{\hat{P} - \hat{P}_*}{[\hat{V}(\hat{P}) - \hat{V}(\hat{P}_*)]^{1/2}} \xrightarrow{d} N(0, 1) \\ \hat{P}_X &= \sum_{t=1}^n X_t/n, \quad \hat{P}_Y = \sum_{t=1}^n Y_t/n, \quad \hat{P} = \sum_{t=1}^n Z_t/n \\ \hat{P}_* &= \hat{P}_X \hat{P}_Y + (1 - \hat{P}_X)(1 - \hat{P}_Y) \end{aligned}$$

²⁸但し、上がり幅や下がり幅がどのくらい異なるかは全く考慮しない。

²⁹脚注 17 で示した通り、厳密には、推定された予測値は標準化されているため、これを元に戻したもの。

³⁰詳細は、Pesaran-Timmermann(1995) 参照。なお、テストは漸近理論をベースとしているが、本稿の例では、サンプル・サイズが小さい点には留意が必要。

なお、 $\hat{V}(\hat{P})$ 、 $\hat{V}(\hat{P}_*)$ は、各々 \hat{P} と \hat{P}_* の分散を示し、以下のように定義される。

$$\begin{aligned}\hat{V}(\hat{P}) &= n^{-1}\hat{P}_*(1 - \hat{P}_*) \\ \hat{V}(\hat{P}_*) &= n^{-1}(2\hat{P}_Y - 1)^2\hat{P}_X(1 - \hat{P}_X) + n^{-1}(2\hat{P}_X - 1)^2\hat{P}_Y(1 - \hat{P}_Y) \\ &\quad + 4n^{-2}\hat{P}_Y\hat{P}_X(1 - \hat{P}_Y)(1 - \hat{P}_X)\end{aligned}$$

次に、各モデルにつき予測対象期間 (1~4 期先) の「インフレ率変化幅」予測値と実績値から Pesaran-Timmermann 統計量を算出し、有意水準 5%³¹で上記帰無仮説を棄却するモデル (Pesaran-Timmermann 統計量が右側の棄却域に入るモデル) を選択する。

(b) 上下変動予測の作成: (a) で選択した予測モデルを用いて、予測対象期間の out-of-sample dynamic forecast を算出する。これまでのファン・チャートの作成と同様、1999 年 4Q までを推定期間としたモデルを用いて 00 年 1Q~4Q を、00 年 4Q までを推定期間としたモデルを用いて 01 年 1Q~4Q を予測した。

その上で、各期につき、「インフレ率の変化幅」予測値がプラスの値を示したモデルの割合と、マイナスの値を示したモデルの割合を求め、どちらが多いかを符号で示した。

図表 6 はその結果を示したものであるが、予測と実績の符号を比較すると、8 期間中 5 期間において、インフレ率の上昇・低下を当てている。特に、予測値がプラスの値を示したモデルの割合と、マイナスの値を示したモデルの割合に顕著な差がみられる期間 (00 年 1Q、3Q、4Q、01 年 2Q) については、上下変動予測が当たっている点が注目できよう³²。

こうした上下変動予測の当たり具合は、より多くの例で実用性を検証していく必要があるが、予測分布やファン・チャートから得られる情報を補うという観点から、その有用性が期待できよう。

3 結論

本稿では、インフレ率の予測を題材に、客観性が高く、かつ不確実性を考慮した予測の作成手法の 1 つとして、SFM を提示した。その作成手順として、まず多数の VAR 予測モデルを構築し、その予測パフォーマンスからモデルの序列付けを行い、予測対象期毎にベストモデルを選択して予測を作成する手法を

³¹左片側 5% 基準をクリアするモデルも、例えば、逆相関といった意味で重要な情報を含んでいる可能性があるが、ここでは、インフレ率の上下変動を十分にフォローしているモデルを抽出することを目的としているため、右片側 5% 基準をクリアするモデルのみを抽出した。

³²この点、予測が外れた 3 期については、予測値がプラスの値を示したモデルの割合とマイナスの値を示したモデルの割合の差が、かなり小幅なものに止まっている。

提示した。さらに予測誤差やモデル選択に関する不確実性を考慮したファン・チャートの作成手法、および上下変動予測の方法を提案した。

作成した3つの予測分布（「1位モデル分布」、「ノンパラメトリック分布」、「混合分布」）は、インフレ率予測の不確実性の程度を定量的に考える上で有益な情報を提供していると思われるほか、上下変動予測も、インフレ率の上昇・低下をおおむねフォローしている。SFMの実務的有用性については、予測値と実現値との比較を積み重ねながら、今後チェックしていくこととなるが、SFMは、単独の構造型予測モデルだけでは抽出することのできない有用な予測情報を提供し、構造型モデルからの予測値をクロス・チェックするといった役割を果たす可能性を持っていると思われる。

なお、予測分布については、上記3つのいずれが優れているかを、ある程度の実績と予測値の蓄積なしに判断することはできない³³。このため、現時点では、構造型モデルなどにより予測されたインフレ率が、先行きどの程度の可能性で実現しそうかということを判断する際に、3つの手法で作成したファン・チャートや、上下変動予測の結果を活用し、多角的に評価していくことが、実務的な予測作業における有益な tool としての SFM の利用方法といえよう。

以上

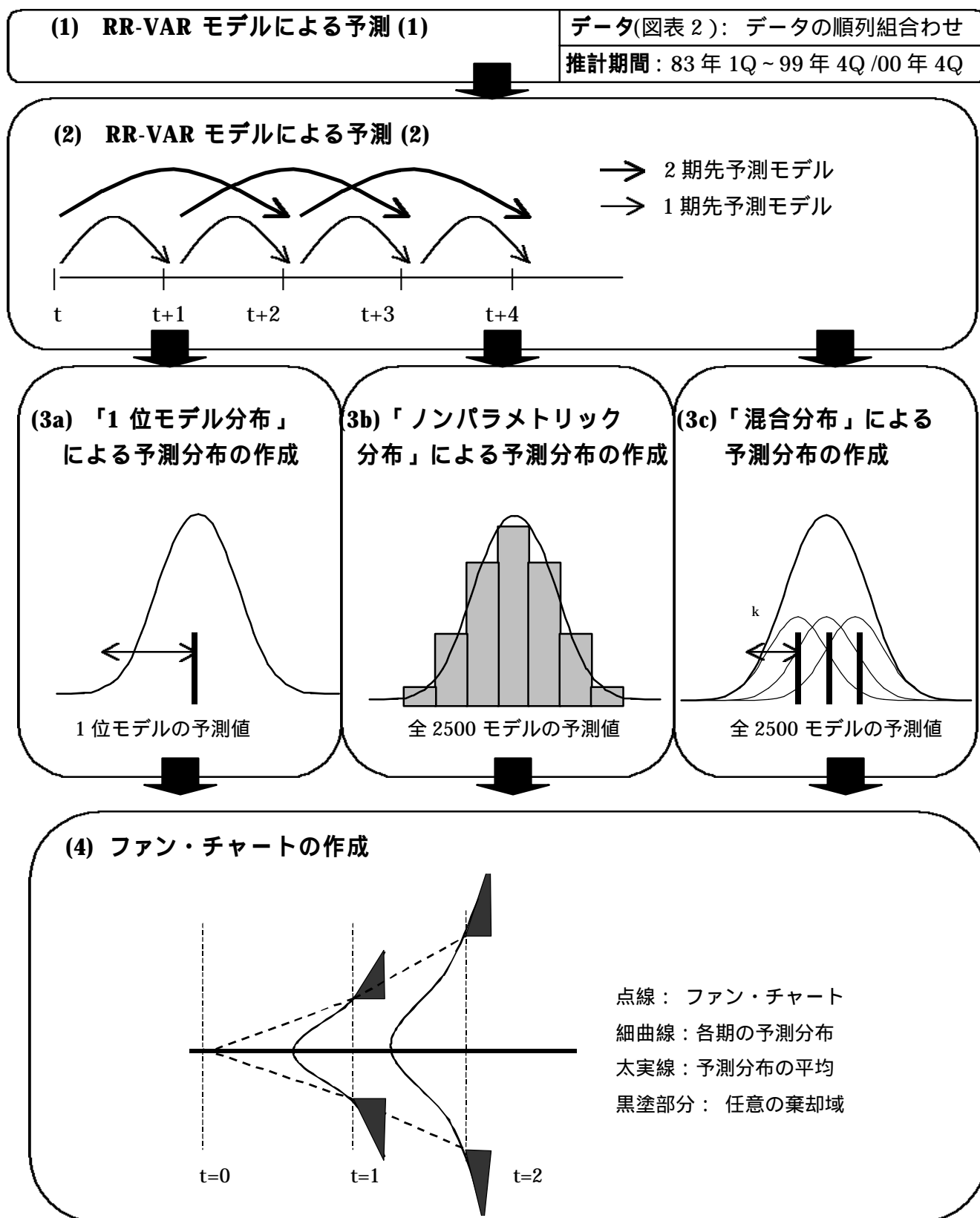
³³すなわち、パラメトリック法、ノンパラメトリック法、セミパラメトリック法を単純に序列づけすることはできない。

参考文献

- [1] 粕谷 宗久・真木和彦 (2001) 「物価変動の転換点予測について」, 日本銀行調査統計局 Working Paper 01-20
- [2] 北川源四郎・川崎能典 (2001) 「時系列モデルによるインフレ率予測誤差の分析」, 日本銀行調査統計局 Working Paper 01-13
- [3] 伴金美・斎藤誠 (2001) 「マクロ計量モデルにおけるインフレ率予測誤差の分析」, 日本銀行調査統計局 Working Paper 01-12
- [4] 福田慎一・慶田昌之 (2001) 「インフレ予測における実証分析の展望 - フィリップス曲線の日本における予測力を中心に」, 日本銀行調査統計局 Working Paper 01-21
- [5] Bartlett, M.S. (1947) “Multivariate Analysis,” *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B 9, 176-197.
- [6] Camba-Mendez, G., Kapetanios, G., Smith, R.J. and Weale, M.R. (1999) “Tests of Rank in Reduced Rank Regression Models,” *National Institute of Economic and Social Research Discussion Paper*, No.150.
- [7] Clark, T.E. (2000) “Can Out-of-Sample Forecast Comparisons Help Prevent Overfitting?” *Federal Reserve Bank of Kansas City Research Working Papers*, 00-05.
- [8] Clements, M.P. and Hendry, D.F. (1998) *Forecasting Economic Time Series*, Cambridge: Cambridge University Press.
- [9] Diebold, F.X. (1998) *Elements of Forecasting*, Cincinnati: South-Western College Publishing.
- [10] Granger, C.W.J. and Newbold, P. (1986) *Forecasting Economic Time Series*, San Diego: Academic Press.
- [11] Härdle, W. and Linton, O. (1994) “Applied Nonparametric Methods,” in Engle, R.F. and McFadden, L. (eds.), *The Handbook of Econometrics*, Vol.IV, New York, North-Holland, 2295-2339.
- [12] Krolzig, H-M. and Hendry, D.F. (2001) “Computer automation of general-to-specific model selection procedures” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25, 831-866.
- [13] Lütkepohl, H. (1991) *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, New York: Springer-Verlag.

- [14] Melick, W.R. and Thomas, C.P. (1997) "Recovering an Assets Implied PDF from Option Prices: An Application to Crude Oil during the Gulf Crisis?" *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 32(1), pp.91-115.
- [15] Pagan, A.R., Ullah, A. (1999) *Nonparametric Econometrics*, Cambridge: Cambridge University Press.
- [16] Pesaran, M.H., Timmermann, A. (1992) "A Simple Nonparametric test of Predictive Performance," *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(4), 461-465.
- [17] Pesaran, M.H., Timmermann, A. (1995) "Predictability of Stock Returns: Robustness and Economic Significance," *Journal of Finance*, 50, 1201-1228.
- [18] Powell, J.L. (1994) "Estimation of Semiparametric Models," in Engle, R.F. and McFadden, L. (eds.), *The Handbook of Econometrics*, Vol.IV, New York, North-Holland, 2443-2521.
- [19] Silverman, B.W. (1986) *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, London: Chapman and Hall.
- [20] Stock, J.H. and Watson, M.W. (1999) "Forecasting Inflation," *Journal of Monetary Economics*, 44, 293-335.
- [21] Velu, R.P., Reinsel, G.C. and Wichern, D.W. (1986) "Reduced Rank Models for Multiple Time Series," *Biometrika*, 73, 105-118.

予測手法の概要



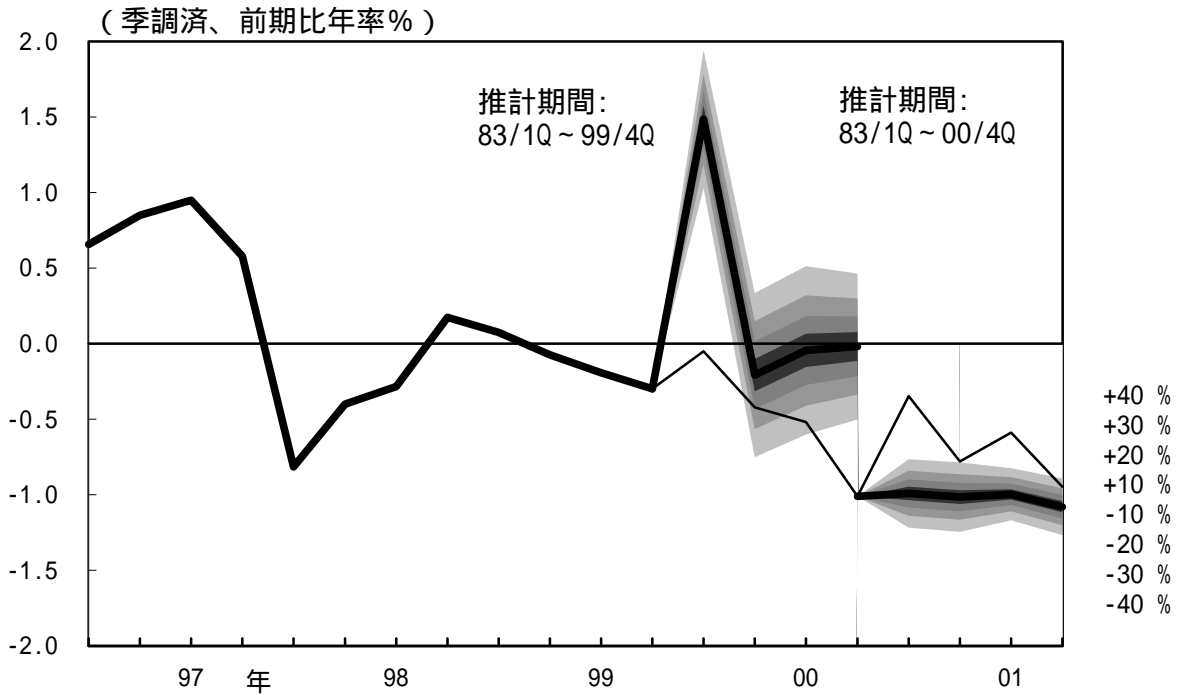
推計に用いたデータ系列

	データ名	調整方法
0	C P I (総合除く生鮮、外国パック旅行、パソコン)	季節調整・消費税調整
1	国内卸売物価指数	消費税調整
2	輸入物価指数	
3	鉱工業生産指数(付加価値ウェイト)	季節調整
4	第3次産業活動指数	季節調整
5	S N A 民間最終消費支出(実質)	季節調整
6	S N A 企業設備(実質)	季節調整
7	S N A 公的固定資本形成(実質)	季節調整
8	S N A 輸出(実質)	季節調整
9	完全失業率	季節調整
10	全国短観雇用判断D I	
11	時間あたり定例給与(=定例給与/総実労働時間)	季節調整
12	M 2 + C D ・平銭	季節調整
13	T O P I X ・終値平均	
14	10年物国債利回り	
15	名目実効為替レート	
16	消費財輸入ペネトレーション(=消費財輸入/消費財総供給)	

(注) C P I は、(a)生鮮食品(b)外国パック旅行(c)パソコンを除いた上で季節調整を行っている。
この理由は、これらの品目が
(a)天候要因による振れが大きい、
(b)季節性が強い一方、2000年基準以降採用された品目であるため、データ数の制約から季節性の除去が困難である、
(c)2000年基準以降採用された品目であるため、2000年以降のみにみ趨勢的な下方トレンドをもたらしている、
ことにより、C P I 総合系列の攪乱要因になっているためである。

(資料) 内閣府「国民経済計算」、厚生労働省「毎月勤労統計」、経済産業省「鉱工業指数統計」「鉱工業総供給表」「第3次産業活動指数」、日本銀行「国際収支統計」「卸売物価指数」「企業短期経済観測調査」「マネーサプライ」等

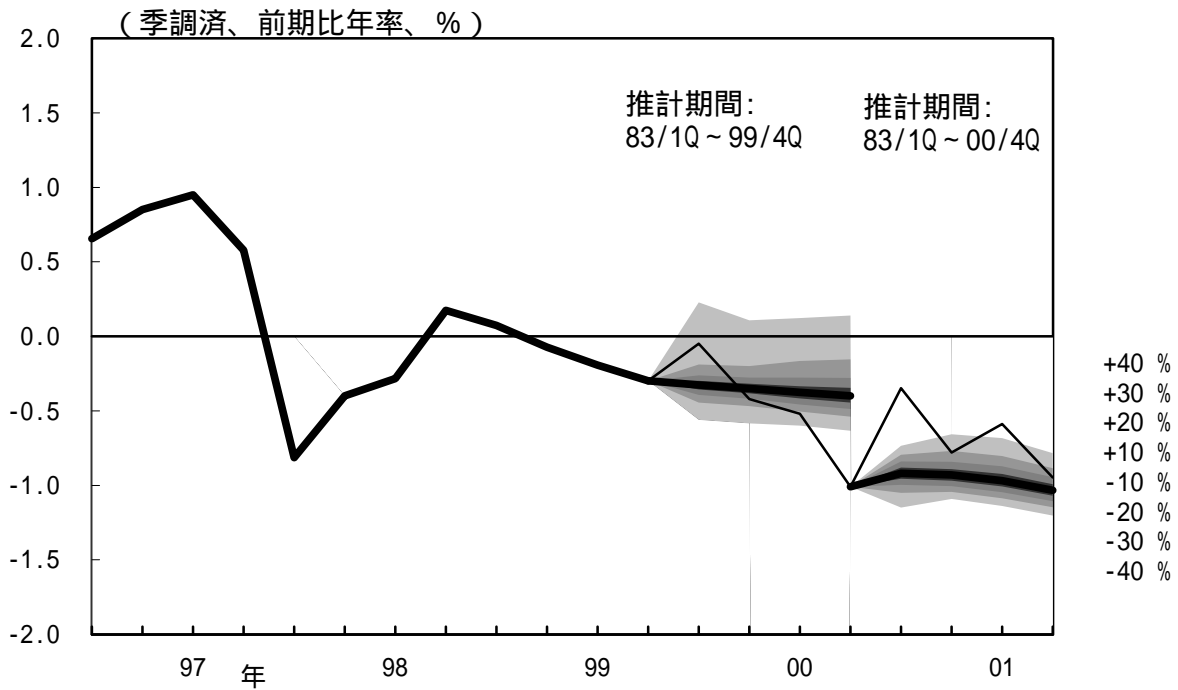
1位モデル分布にもとづくファン・チャート



(注) 実線は実績値、太線は予測分布の平均。
ファン・チャートは色の濃い順に平均から上下10%、20%、30%、40%水準を示す。

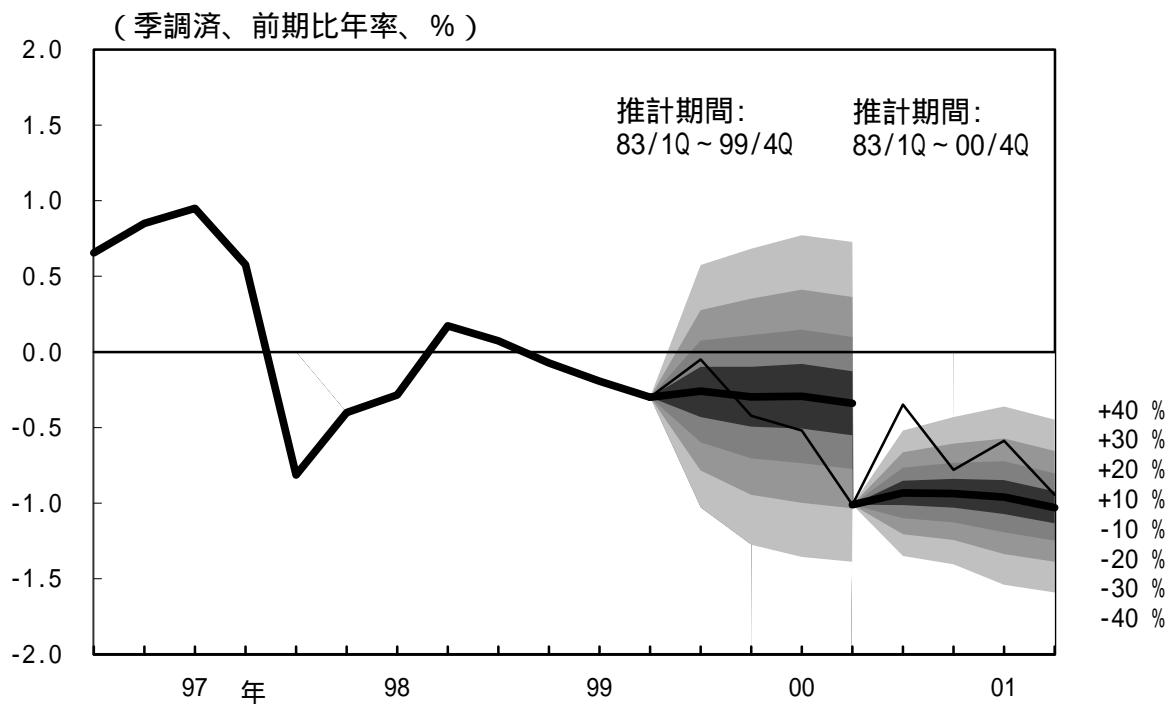
(図表4)

ノンパラメトリック分布にもとづくファン・チャート



(注) 実線は実績値、太線は予測分布の平均。
ファン・チャートは色の濃い順に平均から上下10%、20%、30%、40%水準を示す。

混合分布にもとづくファン・チャート



(注) 実線は実績値、太線は予測分布の平均。
ファン・チャートは色の濃い順に平均から上下10%、20%、30%、40%水準を示す。

(図表 6)

Pesaran Timmerman テストによる上下変動予測

		00年1Q	2Q	3Q	4Q	01年1Q	2Q	3Q	4Q
	+	66%	57%	29%	12%	53%	12%	42%	51%
	-	34%	43%	71%	88%	47%	88%	58%	49%
	予測	+	+	-	-	+	-	-	+
	実績	+	-	-	-	+	-	+	-

(注) はPesaran-Timmermann統計量が右側5%棄却域に入るモデル群の予測値のうち、当該期の予測値が正值（インフレ率の上昇）の割合、 は負値（インフレ率の低下）の割合を示している。 は正值の割合が負値の割合よりも大きい場合にプラス、小さい場合にマイナスと表示することで、選択されたモデルによる予測値がインフレ率の上昇を示すことが相対的に多かったのか、低下を示すことが多かったのかを表わしている。 は、当該期におけるインフレ率変化幅の実績の符合であり、プラスの場合は前期に比してインフレ率が上昇し、マイナスの場合は前期に比してインフレ率が低下していたことを示している。