



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

不確実性下の設備投資： 設備投資へ影響を与える不確実性要因の検証

粕谷宗久*
munehisa.kasuya@boj.or.jp

No.03-J-3
2003年10月

日本銀行
〒103-8660 日本橋郵便局私書箱30号

* 調査統計局

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

不確実性下の設備投資: 設備投資へ影響を与える不確実性要因の検証*

粕谷宗久

2003年10月

概要

本稿では、日本のデータを用いて、不確実性が設備投資に与える効果について、不確実性要因別、時系列特性格（変動が一時的変動か恒久的変動か）に、時変パラメータモデルを使って実証的に検討した。推計結果によれば、不確実性から設備投資への有意な負の影響が検出された。また、要因別に見ると、為替レートは、一時的変動が概ね通期で、恒久的変動が1980年代までの時期を中心に、設備投資へ負の影響を与えた。また、倒産変数から設備投資への負の影響は、1990年代後半に顕著になっている。

Keywords: investment nonlinearity, Tobin's q , uncertainty, Markov switching, MCMC

JEL classification: E22

1 はじめに

日本経済は、歴史的に最低水準の政策金利等の継続的な金融緩和政策にも関わらず、1990年代以降長く続く不況と短命の好況の繰り返しを経験している。こうした状況に対しては、もちろん、名目金利のゼロ制約や経済構造改革の遅れなどが大きな要因として指摘されているが、将来の不確実性が設備投資に与える負の影響についてもその背景の一つとして注目を集めつつある。つまり、たとえ経営環境からみて通常であれば設備投資を行うことが利益になると判断される場合でも、経営環境の不確実性が見込まれる場合、設備投資の実行時期を遅らせるインセンティブを企業が持ち

*本稿の作成にあたっては、岩本康志氏、小川一夫氏、齋藤誠氏、鈴木和志氏、福田慎一氏、渡部敏明氏、また日本銀行スタッフの方々から有益なコメントをいただいた。有永（清水）恵美氏、吉田住枝氏、佐々木明果氏からは研究の補助をしていただいた。本稿で述べられた意見、見解は筆者個人のものであり、筆者の所属する日本銀行あるいは調査統計局のものではない。

得るということが指摘されている。¹例えば Dixit and Pindyck (1994) によって提示された不可逆的投資のモデルでは、まず3つの重要な仮定がなされる。第1に、将来の収益は不確実であること、第2にその不確実性は時間の経過による追加的情報で部分的に解消されること、第3に設備投資のタイミングは企業が自由に選択可能であることである。このような仮定の下、Dixit and Pindyck (1994) は不確実性が投資に負の影響を与え得ることを示した。一方、Hartman (1972), Abel (1983) 等は、資本の限界収益に関するパラメータ設定次第では、不確実性が設備投資に正の影響を与え得ることも示している。結局、不確実性が設備投資にどのような影響を与えるかは、実証的な問題となる。²

本稿では、1990年代以降の日本経済の低迷の分析の一助にするために、日本のデータを用いて不確実性が設備投資にどのような負の影響を与えてきたかについて主たる関心があるが、不確実性からの影響として過少投資だけでなく過大投資への影響も検討する。本稿の特徴は、次の3つである。

(i) 設備投資に負の影響を与える不確実性の分析にあたり、収益や株価といった経営環境に関わる全ての不確実性が最終的に反映される指標ではなく、為替レート等個々の経済変数から抽出された本源的な不確実性を利用して、設備投資に影響をもたらす不確実性要因の探索を行ったこと。³

(ii) 経済変数の不確実性の抽出にあたり、一時的変動の不確実性および恒久的変動の不確実性に分けて抽出したこと。これは、先行する理論的研究で、一時的変動の不確実性であるか恒久的変動の不確実性であるかで、設備投資に与える影響が異なることが指摘されているからである。⁴

(iii) 不確実性が設備投資に与える影響を潜在変数を使った非線型モデルで表現し、MCMC サンプリングを用いて推計したこと。これは、不可逆的投資モデルの理論的分析からパラメータが非線型となり得ること、また、全ての情報が必ずしも観測可能でないことによる。

不確実性が設備投資に負の影響を与えている場合、それを解消するためには、どの時期にどのような要因の不確実性が影響を与えているかを知ることが重要であろう。しかしながら、筆者の知り得る限り、設備投資に負

¹不確実性下の設備投資の理論的分析については、ファイナンスの分野から導入されたオプションの概念を用いている。もし、設備投資に不可逆性（あるいは設備の売却額が購入額より小さいこと）を仮定すると、設備投資を待つことにオプション価値が生じることを利用する。このアプローチはリアルオプションアプローチと呼ばれている。このアプローチについては、例えば Dixit and Pindyck (1994) 参照。

²不確実性下の設備投資の実証研究については Pindyck and Salimano (1993), Leahy and Whited (1996) 等参照。日本の実証例については、例えば Suzuki and Ogawa (1994), Ogawa and Suzuki (2000) 等参照。

³利益や株価の不確実性に関する分析も補論で行われる。

⁴一時的変動と恒久的変動の違いが設備投資行動に与える影響は例えば Corrado and Holly (2001) 等参照。

の影響を与える不確実性の個々の要因を広範に探索し、時系列で評価した例は殆どない。この意味で、要因別に不確実性の影響を検証する本稿の試みは重要な意味を持つ。

実証結果によれば、日本の過去の景気後退局面で不確実性は有意に負の影響を与えた。また、為替レート変数は、一時的変動が通期で、恒久的変動が1980年代までの時期を中心に、設備投資に有意に負の影響を与えた。倒産変数は、1990年代後半以降、設備投資に顕著な負の影響を与えている。

以下2節では、不可逆的設備投資の理論的分析から得られる特徴を指摘する。第3節では、2節で示した理論的特徴を反映させつつ、設備投資に対する不確実性の負の影響を、要因別、時系列特異性に時変・非線形パラメータモデルのモンテカルロ推計で検証する。第4節は、インプリケーションを述べる。

2 不可逆的投資モデルの理論的特徴

本節では、Dixit and Pindyck (1994), Corrado and Holly (2001) の枠組みに基づき、不確実性が設備投資に与える影響の重要な理論的特徴について指摘、次節における実証分析に反映させる。

まず、次のような利潤関数を仮定する。

$$\Pi(K, \theta) = A\theta K, \quad (1)$$

ただし Π は利潤、 K は資本ストック、 A は技術進歩を表すパラメータとする。また、簡単化のために労働は省略する。これ以降、時間を表わす添え字 t は、簡単化のために、必要のない限り省略する。確率項 θ は、次のような幾何平均回帰過程に従うとする：

$$d\theta = \mu(\bar{\theta} - \theta)\theta dt + \sigma\theta dz, \quad (2)$$

ただし $\bar{\theta}$ はファンダメンタルズの均衡水準、 z はランダムウォーク(ウイナー)過程であり、 $E[dz] = 0$, $E[(dz)^2] = dt$ とする。また、 θ の変化率 $d\theta/\theta$ の期待値は $\mu(\bar{\theta} - \theta)dt$ 、分散は $\sigma^2 dt$ になる。この時系列過程は、 $\mu = 0$ のとき純粋なランダムウォーク(ウイナー)過程となり、また、 μ が大きくなればなるほど、平均回帰的性質が強くなる。

企業は、粗投資 I を実行し、一定率 $\delta \geq 0$ の減価が起きる。つまり、資本ストックの変化は次のようなプロセスとして表される。

$$dK = (I - \delta K)dt, \quad (3)$$

投資の調整コストは、厳格に凸で、次のように表されると仮定する。⁵

$$C(I) = \begin{cases} c_{21}I + (1/2)c_3I^2 & \text{if } I > 0 \\ 0 & \text{if } I = 0 \\ c_{22}I + (1/2)c_3I^2 & \text{if } I < 0 \end{cases},$$

一次項の係数 $c_{21} > c_{22}$ のとき設備投資は非対称となり、 $c_{21} > c_{22} = 0$ のとき完全に不可逆になる。代表的企業はキャッシュフローの期待割引現在価値 (割引率 r) を最大化する。このとき、 t 期における企業価値は、次式で表される。

$$V(K, \theta) = \max_{I_t} E_t \int_t^{\infty} [\Pi(K_s, \theta_s) - c(I_s)] e^{-r(s-t)} ds. \quad (4)$$

また、この現在価値は、次の動学的最適化の均衡式 (ベルマン方程式) を満たすことになる。

$$rV(K, \theta) = \max_I \left[\Pi(K, \theta) - C(I) + \frac{EdV}{dt} \right]. \quad (5)$$

この方程式は、右辺が示す当期のキャッシュフローと期待キャピタルゲインの和の最大値が機会費用 $rV(K, \theta)$ に等しいことを示している。期待キャピタルゲインは、伊藤の補題 (Ito's lemma) を用いて次のように表される。

$$\frac{EdV}{dt} = (I - \delta K)V_k + \mu(\bar{\theta} - \theta)\theta V_\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 V_{\theta\theta}. \quad (6)$$

この方程式は、期待キャピタルゲインが設置された資本の限界価値 V_k に依存することを示している。いま、 $q \equiv V_k$ と定義すると、これは設置した資本のシャドウ価格になっており、これを用いて動学的最適化の均衡式 (ベルマン) 方程式は次のように書きかえられる。⁶

$$rV = \max_I \left\{ AK\theta - C(I) + (I - \delta K)q + \mu(\bar{\theta} - \theta)\theta V_\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 V_{\theta\theta} \right\}. \quad (7)$$

このとき、最適投資は次の最適化問題の解であることから、

$$\max\{Iq - C(I)\}, \quad (8)$$

1 階の条件を使って次の結果を得る。

$$I_1 = \left(\frac{q - c_{21}}{c_3} \right) \quad \text{for } I > 0 \\ I_2 = \left(\frac{q - c_{22}}{c_3} \right) \quad \text{for } I < 0. \quad (9)$$

⁵2 次微分方程式を容易に解けるようにするために、定数項 = 0 かつ 2 次項の係数共通と仮定した。この単純化は、基本的結論に影響を与えない。

⁶本稿では、新しい資本の更新コストは 1 に基準化する。このとき、 q はいわゆるトーピンの q となる。

$Iq - C(I)$ は投資ゼロのときゼロの値をとるので、 $I_i, (i = 1, 2)$ は $I_i q - C(I_i) \geq 0, (i = 1, 2)$ のとき最適値をとる。それゆえ、 q_u および q_l をそれぞれ $I_1 q - C(I_1) = 0, I_2 q + C(I_2) = 0$ の解とすると、次のような最適資本スケジュールを得る。

$$I^* = \begin{cases} I_1 & \text{if } q > q_u \\ 0 & \text{if } q_l \leq q \leq q_u \\ I_2 & \text{if } q < q_l \end{cases},$$

これは、代表的な企業の投資スケジュールがレジーム変化を起こすことを示しており、 q_l, q_u はそれぞれ、不活動レンジの下限、上限を示している。このモデルから、閾値となる資本のシャドウ価格 q を解くと最終的に次式が得られる。導出については、補論を参照されたい。

$$q_u(\theta) = \frac{1}{r + \delta - \mu\theta} A\theta + B_- \theta^{\lambda_-} H\left(\frac{2\mu}{\sigma^2}\theta; \lambda_-; b\right) \text{ if } \theta \in [\theta_u, \infty), \quad (10)$$

$$q_l(\theta) = B_+ \theta^{\lambda_+} H\left(\frac{2\mu}{\sigma^2}\theta; \lambda_+; b\right) \text{ if } \theta \in [0, \theta_l], \quad (11)$$

ただし θ_l, θ_u は不活動レンジの上下の閾値、 $w = 2\mu\theta/\sigma^2, b = 2\lambda + \frac{2\mu}{\sigma^2}\bar{\theta}, H$ は次のような合流型超幾何関数、

$$H(w; \lambda; b) = 1 + \frac{1}{b}w + \frac{1}{2!} \frac{\lambda(\lambda+1)}{b(b+1)}w^2 + \frac{1}{3!} \frac{\lambda(\lambda+1)(\lambda+2)}{b(b+1)(b+2)}w^3 + \dots \quad (12)$$

λ_+, λ_- は次の2次方程式の解とする。

$$\frac{1}{2}\sigma^2\lambda(\lambda-1) + \mu\bar{\theta}\lambda - (r + \delta) = 0, \quad (13)$$

この解から、新規設備投資の閾値 (q_l, q_u) が不確実性 (σ^2) の関数であることがわかる。より詳しく述べれば、設備投資の不活動レンジの閾値は、上記の解より確率変数の平均回帰度 (μ)、不確実性 (σ^2) 等、また式 (9) より調整コストの非対称度 (c_{21}, c_{22}) にも依存する。なお、この解は、解析的に解けないため、解の動きを評価するには、数値的に解くことが必要となるが、Dixit and Pindyck (1994) 等この分野におけるこれまでの研究は、パラメータ次第で、不確実性が設備投資に負の影響を与え得ることを示している。また、特に、確率変数の変動が全て恒久的変動 ($\mu = 0$) となる場合、Corrado and Holly (2001) が不確実性から設備投資への負の影響が大きくなり得ることを示している。⁷

⁷ $\mu = 0$ の場合の解は、補論参照。利潤関数における θ の次数 (本稿では1と仮定) も設備投資と不確実性の関係に影響を与え得る。本稿は不確実性から設備投資への影響の実証的検討を目的としており、ここで示された解の数値的解析は本稿の分析目的ではない。数値的解析の詳細は、例えば Dixit and Pindyck (1994) 参照。

ところで、式 (10) で示されたような代表的企業の設備投資の明確な不活動レンジは、次節で分析対象とする集計された設備投資には必ずしも明確に現れないことは留意すべきであろう。

例示のために、各企業が次のような明確な不活動レンジのある設備投資関数を持つ場合を考える。

$$I_{it} = \begin{cases} \alpha_{l,it} + \beta q_{it} & \text{if } q_{it} < q_l \\ 0 & \text{if } q_l < q_{it} < q_u \\ \alpha_{u,it} + \beta q_{it} & \text{if } q_u \leq q_{it} \end{cases}$$

ここでは、各企業は異なった $q_{it} \sim N(q_t, \sigma_N^2)$ に直面すると仮定し、 q_l, q_u は、各々下限、上限とする。このとき、総投資関数は、次のような関数で表される。

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N I_{it} &= F\left(\frac{q^l(\theta_l) - q_t}{\sigma_N^2}\right) (\alpha_{l,it} + \beta q_{it}) + \\ &\quad \left(1 - F\left(\frac{q^u(\theta_u) - q_t}{\sigma_N^2}\right)\right) (\alpha_{u,it} + \beta q_{it}) \\ &= \left(F\left(\frac{q^l(\theta_l) - q_t}{\sigma_N^2}\right) \alpha_{l,it} + \left(1 - F\left(\frac{q^u(\theta_u) - q_t}{\sigma_N^2}\right)\right) \alpha_{u,it}\right) + \\ &\quad \left(F\left(\frac{q^l(\theta_l) - q_t}{\sigma_N^2}\right) + 1 - F\left(\frac{q^u(\theta_u) - q_t}{\sigma_N^2}\right)\right) \beta q_t, \quad (14) \end{aligned}$$

ここで、 $F(\cdot)$ は標準正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ の累積密度関数とする。このことから、総設備投資関数は、非線形ではあるが明確な不活動レンジを持っていないことがわかる。さらに、以下のような特徴を指摘できよう。

第 1 に、非線形の程度は先験的に決まらず、境界値 θ_l, θ_u (あるいは、境界値に影響を与える不確実性や平均回帰度等) や企業間のバラツキの程度に依存する。それゆえ、例えば q_t のラグ項といった方法だけでこのような非線形性を近似することは一般的には難しい。

第 2 に、トービンの q_t の係数の非線形性の程度は、定数項の非線形性よりも小さくなり得る。これは、定数項と異なり、下限を下回った場合の係数と上限を上回った場合の係数が等しいからである。

第 3 に、現実の企業では、負の設備投資を行う企業を滅多にみかけない。これは、通常の場合、望ましい負の設備投資が発生した場合でも、それが減価償却の範囲内であるからであろう。そのため、現実に利用可能なデータは、不活動レンジ下限以下、不活動、不活動レンジ上限以上の 3 レジームに対応したのではなく、不活動と上限以上の 2 レジームに対応したことが多いと考えられる。

本節で示した不可逆投資モデルの特徴を踏まえ、次節で実証的に検証する。

3 実証分析

前節で見たように設備投資関数のパラメータは、不確実性によって変動し得る。本節では、トービンの q タイプの設備投資関数をベースに、不確実性が設備投資に与える影響を検証する。また同じく前節で述べたように、不確実性と設備投資の関係が非線形であり得ること、設備投資に正負双方の影響があり得ること、設備投資のパラメータに影響を与えている要因は不確実性だけでなく個別企業の直面する分布等観測不能な変数を含め多岐にわたっていることなどの推計上留意すべき特徴があった。

そこで、これらの特徴に対処するため、本稿では、マルコフスイッチングモデル・アプローチを採用した。このアプローチでは、設備投資関数のパラメータに観測されない要因が影響を与えている場合それを状態変数として表現する。また、状態変数およびその確率が変化することで、不確実性が設備投資に非線形の影響を与え得ることを表現できる。⁸

また、不確実性が必ずしも負の影響を与えない点については、次のような2段階のアプローチを採用した。

(i) トービンの q 型設備投資関数にパラメータの変化を表現する潜在変数を導入して、過少投資、もしくは過大投資への動きを抽出する。過少投資は、通常のトービンの q 型設備投資関数が与える水準より観測される設備投資水準が低いとき、その下振れ幅を設備投資低迷（過少設備投資）の動きとする。過大投資はまたその逆である。

(ii) 設備投資の低迷の動き（または過大投資の動き）を被説明変数とし、候補の不確実性要因を説明変数とする予備的回帰（サブサンプル線形回帰）で、設備投資を有意に説明する候補変数の絞り込みを行う。

(iii) 絞り込まれた不確実性要因候補をもとのトービンの q タイプの設備投資関数に導入して推計し、設備投資に有意に影響を与えてきた不確実性要因を選択する。

このアプローチをとることによって、不確実性候補要因の絞り込みを効率的に行うことができる。⁹

⁸ 状態変数は離散的値をとるが、その確率は連続的に変化するため、期待値でみると不確実性から設備投資への影響の変化を滑らかな変化として表現できる。なお、もし設備投資関数のパラメータに影響を与える全ての要因が既知であれば、円滑遷移モデルといった明示的にパラメータ変化のメカニズムを推計する方法が利用可能である。しかし、要因の全てが必ずしも既知でないときには、マルコフスイッチングモデルのような方法が望ましい。詳しくは van Dijk et al. (2002) 参照。

⁹ 不確実性の設備投資に与える負の影響と正の影響と区別して抽出して分析することで、日本経済の低迷の要因の分析という本稿の目的に適した分析を行うことができる。

3.1 トービンの q に基づく過少投資、過大投資の動きの抽出

不確実性が設備投資に与える影響を分析する準備段階として、トービンの q 型設備投資関数が与える設備投資水準よりも実際の設備投資が過少になる時期および低下幅、また過大になる時期および上振れ幅を抽出する。具体的には、通常のトービンの q 型設備投資関数に、通常の状態、過少、過多の3つの状況を示す(観測されない)状態変数を導入したモデル(3状態のマルコフスイッチングモデル)によって推計する。この推計段階では、状態変化がないと仮定した推計結果と比べることで3つの状態変化が有意に起こっているかどうかを検証することができる。また、このアプローチでは、ある時期の設備投資過少幅は、推計された過少期の関数パラメータに、ある時期の過少状態の推計確率を掛け合わせた、期待設備投資過少幅として表現されることになる。

トービンの q 型設備投資関数が不確実性の影響を受ける場合、前節で展開したように、定数項と係数に非線形性が現れ得る。しかし、係数に現れる非線形性は、定数項に現れる非線形性よりも小さくなり得ることもみえた。そこで、本節では、最初に、定数項と係数双方に非線形性を持つモデルと定数項のみに非線形性を持つモデルの双方を推計し、周辺尤度(モデルの尤もらしさ)を基準としてどちらが設備投資行動をよりよく表現できるかを比較した。その結果によれば、定数項のみに非線形性を持つモデルの方がより良い結果(具体的には、高い周辺尤度)を示したため、以下本節では、定数項のみに非線形性を持つモデルをもとに議論を展開する。推計モデルは、具体的には、次のように表現される。

$$\begin{aligned}
 I_t/K_{t-1} &= \alpha S_t + \beta_{0,i_q} q_{t-i_q} + \sum_{k=1}^n \beta_{k,i_k} z_{k,t-i_k} + \epsilon_t \\
 S_t &= [S_1, S_2, \dots, S_M]' \\
 Pr[S_t = j, S_{t-1} = i] &= p_{ij}, \quad \sum_{j=1}^M p_{ij} = 1
 \end{aligned} \tag{15}$$

ただし、 I_t は t 期の設備投資、 K_{t-1} は $t-1$ 期の実質資本ストック、 q_t は t 期のトービンの q 、 α, β はパラメータ、 S_t は t 期の観測されない状態変数、 i_k は変数のラグ期間、 p は確率、 ϵ_t は分散 σ^2 の誤差項を表す。 $z_{k,t-i_k}$ は設備投資関数の先行研究に倣い、キャッシュフローもしくはキャッシュフローに関連した変数とする。¹⁰ z の候補として、 CF 比率(キャッシュフロー/投資財価格 \times 実質資本ストック)、 BS^f (負債資産比率)、 BS^b (銀行のバランスシート状況)を採用する。

推計期間は1970年第1四半期から2002年第3四半期まで(計131期)の季節調整済四半期計数であり、データやトービンの q の算出方法については補論参照。¹¹

¹⁰ 実証例は Hubbard (1996) を参照。

¹¹ このような観測されない変数を含むモデルでは、石油ショックのような外部ショック

なお、トービンの q は、調整コストまで考慮されて導出された概念であるため、通常はラグを考慮する必要がないが、ここでは、企業家がリアルタイムで認知するトービンの q が事後的に算出されたトービンの q より遅れ得る可能性を考慮してラグ変数を許容するモデルとした。¹² また状態変数の取り得る状態数は、最大限 3 (通常状態、過少状態、過大状態) とし、トービンの q とキャッシュフロー関連変数 z にかかるラグは最大 3 期とした。また、各キャッシュフロー関連変数を導入しないケースも許容した。その結果、1500 通り ($= 3 \times 4 \times (1 + 4) \times (1 + 4) \times (1 + 4)$) について、このマルコフスイッチングモデルを推計した。推計に際しては、マルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法を採用した。^{13 14}

観測されたデータを使って特定のモデルの尤もらしさを示す指標である周辺尤度を別途推計し最適なモデルを選択した。表 1 に結果が示されているが、状態変数の数は 3、トービンの q のラグは 0 期、キャッシュフロー関連変数としては 2 期のラグ付きキャッシュフロー比率 (CF 比率) が選択された。トービンの q 変数、およびキャッシュフロー比率の係数は、理論的に期待されるように、正の値を有意に示している。表 1 に示された Geweke (2001) のシミュレーション比較テストは、モンテカルロシミュレーションのエラーを検出する検定であるが、それによれば、モンテカルロ推計におけるエラーは検出されていない。^{15 16}

等もその影響を観測されない変数が吸収することで、不確実性の分析に影響しないことが期待される。1975 年第 1 四半期から 2002 年第 3 四半期を推計期間とする同様の分析も行ったが、基本的結論に影響を与えるものではなかった。

¹² 事後的なデータを使って構築したトービンの q がリアルタイムで企業家が認知しているトービンの q と異なり得るという発想は、Blanchard, Rhee and Summers (1993) にもみられる。

¹³ 収束は、図と Geweke (1992) の検定によって確認した。その結果、サンプリングは 12000 回行い、最初の 2000 回分を排除した後、系列相関の LM 検定の結果を基に、サンプル間の相関を避けるため 5 個置きにピックアップした。以下の MCMC 推計において、断らない限り同様の方法によった。

¹⁴ 事前分布として、 $\alpha_i \sim N(0, 2)$, $\beta_{0,i} \sim N(0, 2)$, $\gamma_i \sim N(0, 2)$, $\sigma^2 \sim IG(4, 4)$, $q_i \sim Dirichlet(e_{0,i1}, \dots, e_{0,iK})$ ただし $e_{0,ii} = K$, $e_{0,ij} = 1$ if $i \neq j$, という比較的漠然とした分布を仮定した。他の幾つかの分布を試みたが、結果に変化はみられなかった。

¹⁵ トービンの q の係数について非線形性が現れるモデルについては、以下のように表現される。

$$I_t/K_{t-1} = \alpha_{S_t} + \beta_{0,i_q,S_t} q_{t-i_q} + \sum_{k=1}^K \beta_{k,i_k} z_{k,t-i_k} + \epsilon_t$$

$$S_t = [S_1, S_2, \dots, S_M]'$$

$$Pr[S_t = j, S_{t-1} = i] = p_{ij}, \sum_{j=1}^M p_{ij} = 1$$

このモデルについて、係数について非線形が現れるケースとして 1500 種の組み合わせの推計を行い、周辺尤度を求めたところ、係数を一定とするモデルが示した周辺尤度の最大値より有意に小さかった。この結果は、前節で示した理論分析の結果と矛盾しない。

¹⁶ 制約条件の無い推計。周辺尤度とは、観測されたデータ D を条件として、モデル m ($m = 1, 2, \dots, M$)、パラメータ θ で表現される条件付き事後分布 $\pi(\theta, m|D)$ をパラメータに関し積分しキャンセルアウトした概念 $\pi(m|D)$ であり、データを与えたときの当該モデルの尤もらしさを示す。モデル尤度とも呼ばれる。

周辺尤度の推計方法は、どの地点で評価するかによっていくつかの方法がある。本稿では、サンプルを代表する点(平均等)において評価する Chib(1995)の方法 L_{Chib} 、周辺尤度の計算式の分母の密度関数(推計事後密度)からサンプリングされた複数の点で評価する重点的サンプリング法 L_{IS} ¹⁷、より広範に周辺尤度の計算式の分母および分子双方の関数からサンプリングされた値を最適なウイトで組み合わせたブリッジサンプリング法 L_{BS} を試みた。¹⁸

選択された非線形モデルに使われたデータは図1に示されている。また図2は実績値と推計値および平均的状態の推計値を示したものである。図2において、中間の状態の値より小さければ過少、大きければ過大となるが、各状態の推移をよりわかり易くみるために、図3は、各状態の確率の時系列的推移を示したものである。

図3では、いわゆるバブル期の1990年前後に設備投資過大を示す状態変数の確率が顕著に高くなっていることを除けば、通常の設定投資と過少の設備投資を表す状態変数の確率が交互に現れている。特に過少の確率が高いのは、第1次石油危機から第2次石油危機までの1980年代、バブル崩壊後の1990年代となっている。

3.2 不確実性情報の抽出

次に、この平均的設備投資水準からの乖離に関し影響を与え得る不確実性を経済変数から抽出する。不確実性の評価に当たって、本稿では以下の方針を採用した。

(i) 企業が直面する様々な不確実性が最終的に反映される収益や株価のデータから抽出した漠然とした不確実性ではなく、為替レートといった経営環境に影響を及ぼす個々の基本的経済変数から抽出した本源的不確実性要因を分析の対象とする。こうした個々の不確実性要因を用いることにより、設備投資に影響を与えている不確実性が何に関する不確実性なのか読み取ることができる。また、様々な不確実性が最終的に反映される企業収益や株価といった変数については、それ自体が企業にとって内生変数であるため、不確実性を適切に抽出できない場合があり得る。なぜなら、例えば、経済環境を構成するある本源的不確実性が増大すると、それを収益の不確実性に反映させないように、企業が資本投入や労働投入を調整するといったことが起こり得るからである。この意味では、経営環境に影響を与

¹⁷ 補論参照。

¹⁸ 制約なしマルコフスイッチングモデルのように必ずしも単一峰(single modal)でない場合、複数の地点で評価する重点的サンプリング法やブリッジサンプリング法でも検討することが望ましいとされる。周辺尤度に関する詳細は Geweke and Keane (2001)、Chib (2001) を参照。

える個々の本源的不確実性を考慮することで、そういった問題を回避できる。¹⁹

(ii) 経済変数の不確実性については、一時的変動の不確実性と恒久的変動の不確実性に分けた。前節でみたように、変動が一時的か恒久的かで設備投資への影響が異なり得るからである。

経済変数変動を一時的変動と恒久的変動に分けるために、Kim and Nelson (1999) の方法を採用した。つまり、次のようなモデルを考える。

$$y_t = z_t + x_t, \quad (16)$$

$$z_t = z_{t-1} + e_t, e_t \sim N(0, \sigma_{e,t}^2), \quad (17)$$

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + u_t, u_t \sim N(0, \sigma_{u,t}^2) \quad (18)$$

ただし、 y_t は経済変数の対数値、 e_t および u_t はお互いに独立な誤差項。ここで、2つの変動の分散はマルコフスイッチング過程(内生的なレジーム変化)に従うものと仮定すると、次のように表現できる。

$$\sigma_{e,t}^2 = \sum_{j=1}^M \sigma_{e,j}^2 S_{1,j,t}, \quad (19)$$

$$\sigma_{u,t}^2 = \sum_{j=1}^{M'} \sigma_{u,j}^2 S_{2,j,t}, \quad (20)$$

ただし、

$$S_{1,mt} = 1 \text{ if } S_{1t} = m; S_{1,mt} = 0 \text{ otherwise, } m = 1, 2, \dots, M, \quad (21)$$

$$S_{2,m't} = 1 \text{ if } S_{2t} = m'; S_{2,m't} = 0 \text{ otherwise, } m' = 1, 2, \dots, M', \quad (22)$$

また S_{1t} 、 S_{2t} は、独立なマルコフスイッチング変数とし、次の遷移確率に従うとする。

$$p_{1,ij} = Pr[S_{1t} = j | S_{1,t-1} = i], \sum_{j=1}^M p_{1,ij} = 1,$$

$$p_{2,ij} = Pr[S_{2t} = j | S_{2,t-1} = i], \sum_{j=1}^{M'} p_{2,ij} = 1,$$

ここでは、状態変数の変化数につき、裁量的に3を選択した($M = 3$)。このような選択により、後述の議論の展開において、分散の大きさを大・中・小とわかりやすい形で表現できることになる。不確実性を抽出する変数としては、実質売上高、産出価格、投入価格、輸入物価、投資財価格、倒産件数、倒産負債額/売上高、長期金利、為替レートの9変数を採用した。推計期間はデータの制約がない限り設備投資関数と同一とした。また、四半期計数が利用可能であるものは季節調整済四半期計数を利用し、

¹⁹利益や株価といった指標の不確実性による分析は補論で行われている。

月次係数が利用可能なものは、季節調整済月次計数で推計した後、推計データを四半期計数に変換した。推計方法は、マルコフスイッチング過程に従う状態変数と一時的変動・恒久的変動という潜在変数を同時に含むため、MCMC法を用いた。また、本稿は、不確実性の抽出に際して、なるべく多様な不確実性を把握するために、各経済変数に以下の5つの不確実性指標を推計した。

- (i) 恒久的変動の分散が大あるいは中の確率;
- (ii) 恒久的変動の分散が大の確率;
- (iii) 一時的変動の分散が大あるいは中の確率;
- (iv) 一時的変動の分散が大の確率;
- (v) 恒久的変動の一時的変動に対する比率。

各経済変数に関する抽出された指標は補図に示されている。

3.3 設備投資を説明する不確実要因の絞り込み

抽出した45(=9変数×5種)個の不確実性要因の組み合わせは約35兆($2^{45}=35,184,372,088,832$)通りあるため、そのまま設備投資関数に導入してモンテカルロ推計を約35兆回繰り返すのは現実的でない。そこで、次の段階では、既に推計された過少設備投資変動を用い、それをどれほど有意に説明するか事前のサブサンプル線形回帰で不確実性要因候補を絞り込むこととする。²⁰つまり、前節でみたように不確実性から設備投資への影響の与え方は非線形となり得るが、ここでは、近似としてサブサンプル期間の線形推計を基に絞り込みを行った。具体的には、つぎのようなストラテジーを採用した。ただし、フルサンプルのサンプルサイズを T とする。

- (0) サブサンプルの単回帰の始期 $i=1$ とする。
- (1) 始期 i 期のサンプルサイズ n のサブサンプルについて45通りの単回帰を行う。
- (2) 有意に設備投資に負の影響を与えたものの中から情報量基準を基に上位 $\min\{n-2, 8\}$ 個の不確実性要因候補変数を絞り込む。
- (3) 選択された不確実性要因候補変数の全ての組み合わせ($2^{\min\{n-2, 8\}}$)を説明変数とする線形回帰を行い、不確実性が設備投資に有意に負の影響を与える組み合わせの中から情報量基準を基に最適の組み合わせを選択する。最適な組み合わせの変数を使った回帰に関し、それぞれの説明変数の当該サブサンプルにおける寄与度を計算し、始期 i に対応するデータとして保存する。

²⁰ 各不確実性要因の変数は平均値周りの偏差に変換した。

(4) 始期を1期増加させる。始期 i が $T - n + 1$ になるまで (1) に再び戻って推計を繰り返す。

(5) $(T - n + 1)$ 回の回帰の結果得られた寄与度を変数毎に集計し、上位の変数を、非線形設備投資関数推計の不確実性候補変数とする。²¹ サブサンプルサイズの選択は、上記のプロセスにつき、サンプルサイズ5期から131期 (=フルサンプル) までの推計をそれぞれ行い、集計された寄与度を基に説明力が最も高かった14期を最終的に選択した。なお、通期の線形回帰で説明するよりも、サブサンプルの線形回帰で説明した方がパフォーマンスが良いことは、不確実性要因から設備投資への影響が通期で必ずしも一定でないことが背景にあると考えられる。

上記の手順を前節で推計した3種の被説明変数(過少投資、過大投資、平均投資からの乖離 (=過少投資+過大投資))について行った。過大投資を被説明変数としたケースでは、有意な要因を検出することができなかった。²² 一方、過少投資と平均値からの乖離を被説明変数とするケースでは、どちらのケースにおいても、同じ11変数が同一の順序で設備投資に負の影響をもたらす不確実性要因変数候補として検出された。このような予備的サブサンプル線形単回帰で設備投資に有意に負の影響を与えた11変数のうち、寄与度でみて上位7変数「輸入物価 恒久的変動(大)」、「為替レート 恒久的変動(大)」、「為替レート 一時的変動(大+中)」、「為替レート 恒久的変動の一時的変動に対する比率」、「輸入物価 恒久的変動(大+中)」、「倒産負債額(対売上高比) 恒久的変動の一時的変動に対する比率」、「倒産件数 恒久的変動の一時的変動に対する比率」を不確実性要因変数候補とした。²³

3.4 設備投資に影響を与える要因を含めた設備投資関数の推計

前段階で選択された不確実性候補変数を用いて、設備投資関数の推計を行う。ここでは不確実性変数から設備投資への影響の非線形を考慮し、

²¹ ここでは、 t 期の不確実性要因は t 期の設備投資に影響を与えるとして回帰を行った。不確実性要因にラグを許容するスペシフィケーションでも同様のサーチを行ったが、最終的に選択された変数は、当期(つまりラグ無し)変数だけであった。

²² 過大投資のケースは、今後の課題である。

²³ 予備的サブサンプル線形単回帰で設備投資に有意に負の影響を与えた変数は、サブサンプル線形単回帰で寄与度が大きい順に、「輸入物価 恒久的変動(大)」、「為替レート 恒久的変動(大)」、「為替レート 一時的変動(大+中)」、「為替レート 恒久的変動の一時的変動に対する比率」、「輸入物価 恒久的変動(大+中)」、「倒産負債額(対売上高比) 恒久的変動の一時的変動に対する比率」、「倒産件数 恒久的変動の一時的変動に対する比率」、「為替レート変動 恒久的変動(大+中)」、「輸入物価 恒久変動の一時的変動に対する比率」、「投資財価格 恒久的変動(大)」、「投資財価格 恒久的変動の一時的変動に対する比率」の11変数。本文で取り上げられなかった下位の変数を非線形設備投資関数に導入した推計も試みたが、周辺尤度でみて、本文で取り上げたスペックより良好なパフォーマンスは得られなかった。

不確実性要因変数の係数の大きさについても非線形性を許容する次のようなモデルを利用した。

$$I_t/K_{t-1} = \alpha_{S_t} + \beta_{0,0}q_t + \beta_{1,2}z_{1,2} + \sum_{j=1}^m \gamma_{j,S_{\gamma t}} z_{j,t} + \epsilon_t, \quad (23)$$

$$S_t = [S_1, S_2, S_3]'$$

$$Pr[S_t = l, S_{t-1} = k] = p_{kl}, \quad \sum_{l=1}^3 p_{kl} = 1$$

$$S_{\gamma t} = [S_1, S_2]'$$

$$Pr[S_t = l, S_{t-1} = k] = p_{kl}, \quad \sum_{l=1}^2 p_{kl} = 1$$

ただし、 $z_t = (z_{1,t}, z_{2,t}, \dots, z_{m,t})'$ は不確実性要因、 $\gamma_{j,S_{\gamma t}}$ はパラメータ。このようなモデルによって、不確実性から設備投資への影響を、非線形かつ時変を許容する形で捉えることができる。²⁴

不確実性要因候補となる 7 変数を用いた設備投資関数の推計において、最も周辺尤度が高くなる組み合わせを探索すると、「為替レート一時的変動(大+中)」、「為替レート恒久的変動(大+中)」、「倒産負債額(対売上高比)恒久的変動の一時的変動に対する比率」の 3 変数を不確実性要因とする設備投資関数であった。また選択されたモデルの推計式が表 2 に示されている。トービンの q 変数とキャッシュフロー関連変数の係数は理論から期待される通り、有意に正の値を示している。また、導入された各不確実性要因変数のうち値が小さい(絶対値が大きい)方の係数は、いずれも有意に負であり、不確実性が投資に負の影響を持つことが示されている。

このモデルの周辺尤度(表 2)が、不確実性要因を導入しないモデルの周辺尤度(表 1)と比べると、3 種類の周辺尤度推定量でみて、いずれも有意に上回っている。Geweke (2001) のシミュレーション比較テストを行ったが、モンテカルロ推計のエラーは確認されていない。

日本の 1970 年代以降のデータを用いた検証によれば、不確実性は設備投資に対し有意に負の影響を与えていることがわかる。²⁵

第 i 番目の不確実性要因変数 z_{it} の第 t 期の寄与を $Cont_{it}$ とすると、

$$Cont_{it} = (\sum_{j=1}^2 (Prob_{ijt} \times \gamma_{ij})) \times (z_{it}) \quad (24)$$

ただし、 $Prob_{ijt}$ は、 t 期における i 番目の不確実性要因変数の j 番目の状態の確率、として算出できる。ここで、 z は平均値周りの乖離に変換しており、 $Cont_{it}$ は z の投資への負の寄与分の変化を表わす。

²⁴ 各不確実性要因変数 $z_{j,t}$ が各状態 $S_{j,\gamma t}$ を持つ特定化を行ったモデルについても推計したが、周辺尤度でみて、より良いパフォーマンスは得られなかった。

²⁵ これらの不確実性要因の係数を一定としたとき推計も行ったが、周辺尤度は、本文のように可変であるとしたモデルの周辺尤度よりも小さい。このことは、不確実性要因の係数を本文のように可変とした方が適していることを示している。

図4は選択された不確実性変数の寄与を含むモデルの推計値、推計値(特定化された不確実性変数による寄与分を除く)、推計された平均的状态、および実績値を示したものである。図4において、推計値と推計値(特定化された不確実性変数による寄与分を除く)の乖離が、今回の推計で特定化された不確実変数により説明できる部分であるが、説明されないで残っている過少投資の幅に比べれば、相対的に小さいように見える。

しかしながら、今回特定化された不確実性要因は、設備投資そのものを与える影響としては、必ずしも小さくない。²⁶まず、不確実性変数を導入したことにより、可変定数項の $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 間の値の差は表1に比べ表2の結果による方が小さくなっている。また、図5では図3と同様、各状態の確率の時系列的推移を示しているが、不確実性要因変数の導入により、過少投資の確率が高まる頻度が低下したことがみてとれる。さらに、図6は、選択された不確実性変数を含むモデルの推計結果をもとに算出した寄与度の推移を示したものであるが、選択された不確実性要因が設備投資に与えた負の影響の変化は、サンプル期間につき、対実質資本比でみて平均0.2%程度(最大0.5%程度)、対実質設備投資比でみて平均3%程度(最大9%程度)と、決して小さくない影響を与えていたことがわかる。

また、要因別推移をみると、為替レートは、一時的変動が概ね通期で、恒久的変動が1980年代までを中心に、設備投資に負の影響を与えていたことがわかる。また、倒産負債額(対売上高比)といった倒産関係の変数の不確実性は、恒久的変動比の増加に伴い、1990年代の後半に顕著になっていることがわかる。²⁷

4 むすび

本稿は、日本の設備投資データを用いて、不確実性が設備投資に与える影響を、非線形・時変係数をもつモデルの推計で検証した。実証結果によれば、不確実性は設備投資に有意な負の影響を与えていた。また、要因別に見ると、為替レート変動は、一時的変動が概ね通期で、恒久的変動が1980年代までを中心に、負の影響を与え、また、倒産変数の不確実性は、1990年代の後半に顕著になっていることがわかる。

こうしたことは、近年の日本経済の停滞に幾つかの示唆を与え得る。つ

²⁶ 定数項の状態変数の数を1および2とした推計も行ったが、周辺尤度でみて、状態変数3のケースの推計のパフォーマンスより良い結果は得られなかった。本稿で把握できなかった観測されない変数の影響には、経済構造変化にともなう企業の合理化努力や、金融危機などによる影響などが考えられる。投資に影響する他の要因の効果に関しては今後の課題としたい。

²⁷ 不確実性下の設備投資の分析には、投資関数を含めたモデルと不確実性を恒久的要因と一時的要因に区別したモデルを同時に推計する方がより適切であるが、システムが大きくなり推計の困難さは増加する。今後の課題としたい。

まり、本研究は、既に良く認識されている名目金利のゼロ制約や構造改革の遅れといった要因に加え、不確実性が設備投資抑制を通して近年の日本経済停滞の要因のひとつとして影響を与えたことを明らかにした。日本経済の健全な回復のためには、こうした不確実性をできるだけ小さくすることも重要であろう。全ての時期で為替レート変動が投資に負の影響を与えたことは、為替レートの不必要な乱高下を避ける政策の重要性を意味する。また、近年、倒産関係変数の不確実性が設備投資に与える負の影響が顕著になってきたことは、不必要な企業倒産の連鎖を避け、企業心理に不安を与えないようにすることの重要性も示唆していると考えられる。

以上

A ベルマン方程式の解の導出

Abel and Eberly (1997) に従い、解を導出する。まず解が資本ストックの線形関数であると仮定する。

$$V(K, \theta) = q(\theta)K + G(\theta)$$

ただし、 $q(\theta)$ は投資のシャドウ価格、 $G(\theta)$ は定数項とする。この関係をベルマン方程式に代入して得られた微分方程式が、全ての K について成立すると仮定したときの条件から、

$$rq = A\theta - \delta q + \mu(\bar{\theta} - \theta)\theta q_\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 q_{\theta\theta}, \quad (25)$$

この微分方程式の解は一般的に

$$q(\theta) = C\theta^\lambda h(\theta) \quad (26)$$

の形で表される。これを式 (25) に代入して得られる式が全ての θ に対して成立するという条件から

$$\frac{1}{2}\sigma^2\theta h_{\theta\theta}(\theta) + h_\theta(\lambda\sigma^2 + \mu\bar{\theta} - \mu\theta) - \mu\lambda h(\theta) = 0 \quad (27)$$

を得る。この式は、Kummer の微分方程式にほかならない。このとき、 $q^l(\theta)$, $l = l, u$ の解を、Kummer の微分方程式の解として求めることができる。

$$q^u(\theta) = \frac{1}{r + \delta - \mu\bar{\theta}} A\theta + B_- \theta^{\lambda_-} H\left(\frac{2\mu}{\sigma^2}\theta; \lambda_-; b\right) \text{ if } \theta \in [\theta_u, \infty), \quad (28)$$

$$q^l(\theta) = B_+ \theta^{\lambda_+} H\left(\frac{2\mu}{\sigma^2}\theta; \lambda_+; b\right) \text{ if } \theta \in [0, \theta_l], \quad (29)$$

ただし $w = 2\mu\theta/\sigma^2, b = 2\lambda + \frac{2\mu}{\sigma^2}\bar{\theta}, H$ は次のような合流型超幾何関数とする。

$$H(w; \lambda; b) = 1 + \frac{1}{b}w + \frac{1}{2!} \frac{\lambda(\lambda+1)}{b(b+1)}w^2 + \frac{1}{3!} \frac{\lambda(\lambda+1)(\lambda+2)}{b(b+1)(b+2)}w^3 + \dots \quad (30)$$

また、 λ は次の 2 次方程式の解とする。

$$\frac{1}{2}\sigma^2\lambda(\lambda-1) + \mu\bar{\theta}\lambda - (r + \delta) = 0, \quad (31)$$

境界条件 $q(0) = 0, q(\infty) = 0$ を満たすために、 q_l については正の解、 q_u に対しては負の解を使うことになる。

これらの解から、閾値 θ_u, θ_l が分散 σ^2 の関数になっていることが分かる。ただし、本稿の採用したセッティングでは、一般的には、閾値 θ_u, θ_l 、パラメータ B_-, B_+ が解析的に解けないため、大きさの評価には数値的解法が必要となる。²⁸

もし $\mu = 0$ つまり、変動が全て恒久的変動であれば、次式を得る。

$$q^u(\theta) = \frac{1}{r + \delta - \mu\theta} A\theta + B_-^I \theta^{\lambda_-} \quad \text{for } [\theta_u, \infty), \quad (32)$$

$$q^l(\theta) = B_+^E \theta^{\lambda_+} \quad \text{for } [0, \theta_l). \quad (33)$$

追加の条件として、the smooth pasting conditions を利用すると、次式を得る。

$$\theta_u = \frac{r + \delta}{A} \left[c_{21} \left(\frac{1 - \lambda_+ + \lambda_-}{1 - \lambda_-} \right) \left(\frac{\theta^u}{\theta_l} \right)^{\lambda_-} \right], \quad (34)$$

$$\theta_l = \frac{r + \delta}{A} \left[c_{22} \frac{\lambda_+ - \lambda_-}{1 - \lambda_-} \right] \quad (35)$$

B データ

データの作成方法は、以下の通り。

実質資本ストック 法人企業統計季報、製造業 (10 億円以上)、その他有形固定資産増加額より恒久棚卸法により物的資本ストックを作成。断層調整済み。物的資本減耗率は、小川・北坂 (1998) の計算方法に基づく。実質化は別途投資財価格を算出。

投資財価格 産業連関表の資本マトリックスと財別卸売物価指数を利用して算出。

実質投資額 法人企業統計季報、製造業 (10 億円以上)、その他有形固定資産増加額と投資財価格より作成。断層調整済み。

負債のコスト (利息支払+債券利払)/(長・短期の借入れ+債券+割引手形)

資本の限界収益 (営業収益(減価償却費控除前)/前期末実質資本ストック。

Blanchard, Rhee and Summers (1993) に従う。

²⁸ 本稿では、数値的解法を具体的に試みない。数値的解法を含めた詳細は、先行研究である Dixit and Pindyck (1994) 等を参照されたい。

限界 q の代理変数 (資本の限界収益/資本コスト)/投資財価格。ここでは、株式持ち合いやバブルを考慮して、鈴木 (2002) に従い、負債コストのみで、資本コストを計算した。自己資本の資本コストを考慮しないことの影響は、鈴木 (2001) がそれほど大きいものではないことを議論している。

キャッシュフロー比率 $\text{キャッシュフロー比率} = (\text{キャッシュフロー})_t / (\text{投資財価格} \times \text{実質資本ストック})_{t-1}$

負債資産比率 $\text{負債} / \text{資産} (\text{市場評価額})$

銀行の資本比率 $(\text{自己資本} + \text{有価証券の含み損益} + \text{リスク資産への貸倒引当金} - \text{繰延税金資産}) / \text{総資産}$

C 周辺尤度

C.1 周辺尤度の推計

$y^N = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ が N 個の独立な観測値とし、 y は離散変数あるいは連続変数いずれの場合もあり得るとする。また、 y^N の分布 $f(y_1, \dots, y_N | I^N, \theta)$ は、通常のパラメータ θ 同様離散空間 $\{1, \dots, K\}$ の値をとる潜在変数 $I^N = (I_1, \dots, I_N)$ に依存し、潜在変数 I^N の分布 $\pi(I^N | \eta)$ は、ハイパーパラメータ η に依存すると仮定する。

モデルの周辺尤度は次のように定義される。

$$L(y_N) = \int f(y_1, y_2, \dots, y_N | \phi) \pi(\phi) \nu(d\phi), \quad (36)$$

ただし、 ϕ は未知のパラメータベクトルであり、尤度 $f(y_1, y_2, \dots, y_N)$ は既知、 ν は σ -algebra 上の適当な測度とする。式 (36) から、モデルの周辺尤度は事後密度 $\pi(\phi | y^N) \propto \pi^*(\phi | y^N) = f(y^N | \phi) \pi(\phi)$ の基準化定数に等しいことがわかる。いま事後密度 $\pi(\phi | y^N)$ の何らかの近似である $q(\phi)$ を基準化定数既知の密度とする。

このとき、重点的サンプリング (importance sampling, Fruhwirth-Schnatter (1995) 参照) は次のように定義できる。

$$\hat{L}_{IS}(y^N) = \frac{1}{L} \frac{\pi^*(\tilde{\phi}^{(l)} | y^N)}{q(\tilde{\phi}^{(l)})} \quad (37)$$

ただし $\tilde{\phi}^{(1)}, \dots, \tilde{\phi}^{(L)}$ は、 $q(\theta)$ からの iid サンプルとする。これは、分子を構成する関数からサンプリングした値で周辺尤度を評価する方法を示している。

一方、分子を構成する関数からサンプリングした値で評価する方法もあり得る。つまり、逆重点的サンプリング (reciprocal importance sampling, Gelfand and Dey (1994) 参照) は、次のように定義できる。

$$\hat{L}_{RI}(y^N) \left\{ M^{-1} \sum_{m=1}^M \frac{q(\phi^{(m)})}{\pi^*(\phi^{(m)}|y^N)} \right\}^{-1} \quad (38)$$

ただし $\phi^{(m)}$, $m = 1, \dots, M$ は、 $\pi(\phi|y^N)$ からの iid サンプルとする。

これらの方法を融合させた推計方法も存在する。

いま、 $\alpha(\phi)$ を $\int \alpha(\phi)\pi(\phi|y^N)q(\phi)\nu(d\phi) > 0$ となるような任意の関数とする。このとき、ブリッジサンプリング (Bridge sampling, Meng and Wong (1996)) は次のような恒等式に基づいて組み立てることができる。

$$1 = \frac{\int \alpha(\phi)\pi(\phi|y^N)q(\phi)\nu(d\phi)}{\int \alpha(\phi)q(\phi)\pi(\phi|y^N)\nu(d\phi)} = \frac{\int \alpha(\phi)\pi^*(\phi|y^N)q(\phi)\nu(d\phi)}{L(y^N) \int \alpha(\phi)q(\phi)\pi(\phi|y^N)\nu(d\phi)} \quad (39)$$

これを用いて、

$$L(y^N) = \frac{E_q(\alpha(\phi)\pi^*(\phi|y^N))}{E_\pi(\alpha(\phi)q(\phi))} \quad (40)$$

ただし、 E_f は密度 $f(\cdot)$ に関する期待である。 $\phi^{(m)}, \tilde{\phi}^{(l)}$ および $q(\phi)$ を用いて、ブリッジサンプリング周辺尤度推定量は次のように定義できる。

$$\hat{L}_{BS}(y^N) = \frac{\hat{E}_q}{\hat{E}_\pi} = \frac{L^{-1} \sum_{l=1}^L \alpha(\tilde{\phi}^{(l)})\pi^*(\tilde{\phi}^{(l)}|y^N)}{M^{-1} \sum_{m=1}^M \alpha(\phi^{(m)})q(\phi^{(m)})} \quad (41)$$

ここで、ウエイトである α をどのようにして選択するかということが問題になるが、Meng and Wong (1996) は、 $\pi(\phi|y^N)$ および $q(\phi)$ からの iid サンプリングを用いた推定量 $\hat{L}_{BS}(y^N)$ の期待相対的平均二乗誤差を最小にするような漸近的に最適な $\alpha(\phi)_{opt}$ を議論している。

$$\alpha(\phi)_{opt} \propto \frac{1}{Lq(\phi) + M\pi(\phi|y^N)}. \quad (42)$$

この $\alpha(\phi)_{opt}$ を用いたブリッジサンプリング推定量を、最適ブリッジサンプリング推定量 $\hat{L}_{BS_{opt}}(y^N)$ とよぶ。

ところで、未知の周辺尤度を推計するための $\alpha(\phi)_{opt}$ 自体が未知の周辺尤度に依存するため、実際の推計作業においては、Meng and Wong(1996) に従い、 $\hat{L}_{BS_{opt}}(y^N)$ を、次のような反復アプローチを採用する。

$$\hat{L}_{BS_{opt}}^{(t)} = \hat{L}_{BS_{opt}}^{(t-1)} \frac{L^{-1} \sum_{l=1}^L \frac{\hat{\pi}(\tilde{\phi}^{(l)}|y^N)}{Lq(\tilde{\phi}^{(l)}) + M\hat{\pi}(\tilde{\phi}^{(l)}|y^N)}}{M^{-1} \sum_{m=1}^M \frac{q(\phi^{(m)})}{Lq(\phi^{(m)}) + M\hat{\pi}(\phi^{(m)}|y^N)}} \quad (43)$$

本稿では、初期値 $\hat{L}_{BS_{opt}}^{(0)}(y^N)$ として重点的サンプリング周辺尤度推定量 $\hat{L}_{IS}(y^N)$ を用いた。

別な周辺尤度推定量としては、Chib (1995) の方法があり、次のように定義される。

$$\hat{L}_{CH}(y^N) = \frac{f(y^N|\theta^*, \eta^*)\pi(\theta^*, \eta^*)}{\hat{\pi}(\theta^*, \eta^*|y^N)} \quad (44)$$

ただし (θ^*, η^*) および $\pi(\theta^*, \eta^*|y^N)$ は、ギブスサンプラーのMCMCアウトプットとする。

周辺尤度推定量の誤差は、期待相対的平均二乗誤差 (RE^2) によって表すことができる。

$$RE^2(\hat{L}(y^N)) = \frac{E(\hat{L}(y^N) - L(y^N))^2}{L^2(y^N)} \quad (45)$$

RE^2 はまた、 $\log \hat{L}(y^N)$ の期待絶対平均二乗誤差の近似にもなっている。

$$E(\log \hat{L}(y^N) - \log L(y^N))^2 \approx RE^2(\hat{L}(y^N)) \quad (46)$$

C.2 重点密度 $q(\phi)$ の選択

周辺密度推計を行うためには、重点密度 $q(\phi) = q(\theta, \eta)$ を選択する必要がある。本稿では、スイッチングモデルに関する Chib(1995), Fruhwirth-Schnatter (1995) 等のアプローチに従い、以下のアプローチを採用した。パラメータ $\psi = (I^N, \theta, \eta)$ の台 (support) を Ω 、 ν を Ω の σ -algebra 上の適当な測度、 $K(\psi|\psi')$ を ν に関するMCMCサンプラーの遷移核の密度とすると、

$$\pi(\psi|y^N) = \int_{\Omega} K(\psi|\psi')\pi(\psi'|y^N)\nu(d\psi') \quad (47)$$

ここで、ギブスサンプリングが行われるケースを考えると、密度 $K(\phi|\phi')$ は次のように表される。

$$K(\psi|\psi') = K_{\theta}(\theta|I^N, y^N, \theta')\pi(\eta|I^N)\pi(\theta, \eta)', y^N), \quad (48)$$

また θ を D 個のブロック $(\theta_1, \dots, \theta_D)$ に分けると、 K_{θ} は次のように書き換えることができる。

$$K_{\theta}(\theta|I^N, y^N, \theta') = \prod_{d=1}^D \pi(\theta_d|\theta'_{j < d}, \theta'_{j > d}, I^N, y^N). \quad (49)$$

次に、重点的密度 $q(\theta, \eta)$ は、Rao-Blackwellization(Gelfand and Smith (1990)) に基づいて、MCMC サンプル $\phi^{(1)}, \dots, \phi^{(s)}$ から導かれた混合密度として構成することができる。

$$q(\theta, \eta) = \frac{1}{S} \sum_{n=1}^S \pi(\eta | (I^N)^{(n)}) \prod_{d=1}^D \pi(\theta_d | \theta_{j < d}^{(n)}, \theta_{j > d}^{(n-1)}, (I^N)^{(n)}, y) \quad (50)$$

D 不確実性要因として利益あるいは株価を利用するケース

利益や株価等、企業の経営環境を構成する様々な不確実性が最終的に反映されるものであり、これらの変数から抽出した不確実性を用いて設備投資に与える影響を分析することができる。対象とする変数は、営業利益(減価償却控除前)および株価(Topix)である。本文と同様、各変数につき、Kim and Nelson (1999)の方法を用いて各変数5種類の不確実性指標を抽出し、抽出された不確実性指標につき、本文と同様サブサンプルの線形回帰によって絞り込みを行うと、設備投資に有意な影響を与えていたのは、「営業利益 恒久的変動(大)」、「営業利益 恒久的変動の一時的変動に対する比率」、「株価 恒久的変動の一時的変動に対する比率」の3変数であった。²⁹これらの変数の全ての組み合わせを設備投資関数に導入した推計を行うと、導入しないモデルより良好な結果は得られなかった。つまり、サブサンプルによる線形回帰では、これらの指標から抽出される設備投資に有意に負の影響を与えたことが指摘できるが、通期においては良好なパフォーマンスの推計結果は得られなかった。この要因としては、(i)これらの指標に含まれる集約された不確実性は、企業が設備投資段階で実際に重要だと感じている特定の不確実性の変化を希薄にしてしまっている場合があり得ること、(ii)これらの変数自体が、企業の主体的行動によって変化を受けること等が影響していると考えられる。

参考文献

- [1] 小川一夫・北坂真一『資本市場と景気変動 現代日本経済の実証分析』日本経済新聞社 1998年.
- [2] 鈴木和志『設備投資と金融市場』東大出版会 2001年.
- [3] Abel, Andrew B. (1983) "Optimal Investment under Uncertainty," *American Economic Review*, Vol. 73 (1). pp. 228-33.
- [4] Abel, A.B. and Eberly, J.C. (1997) "An Exact Solution for the Investment and Value of a Firm Facing Uncertainty, Adjustment

²⁹ サンプルサイズは、本文と同じ 14 期のケース。

- Costs, and Irreversibility,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 21 (4-5). pp. 831-52.
- [5] Blanchard, O., Rhee, C. and Summers, L. (1993) “The Stock Market, Profit, and Investment,” *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 108 (1). pp. 115-36.
- [6] Chib, S. (1995) “Marginal Likelihoods from the Gibbs Output,” *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90, pp.1313-1321.
- [7] Chib, S. (2001) “Markov Chain Monte Carlo Methods: Computation and Inference,” J.J. Heckman and E. Leamer (eds.), *Handbook of Econometrics*, Vol. 5, Chapter 57, pp.3569-3649.
- [8] Corrado, Luisa, Holly, Sean, and Turner, Paul (2001) “Nonlinearities and Inactivity in Aggregate Investment: Some Theoretical Analysis and Time-Series Evidence,” *Studies in Nonlinear Dynamics and Economics*, Vol. 5, No. 4, pp.261-280.
- [9] DiCiccio, T. J., Kass, R., Raftery, A., and Wasserman, L. (1997) “Computing Bayes Factors by Combining Simulations and Asymptotic Approximations,” *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 92, pp.903-915.
- [10] Dixit, A. K. and Pindyck, R. S. (1994) *Investment Under Uncertainty*, Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- [11] Fruhwirth-Schnatter, S. (1995) “Bayesian Model Discrimination and Bayes Factors for Linear Gaussian State Space Models,” *Journal of the Royal Statistical Society*, B.57, pp.237-246.
- [12] Gelfand, A. E., and Dey, D. K. (1994) “Bayesian Model Choice: Asymptotic and Calculating Marginal Densities,” *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 85, pp. 398-409.
- [13] Gelfand, A.E. and Smith, A.F.M. (1998) “Sampling-Based Approaches to Calculating Marginal Densities,” in Polson, Nicholas Tiao, George C. (eds), *Bayesian inference*, Vol.2
- [14] Geweke, J. (1992) “Evaluating the Accuracy of Sampling-Based Approaches to the Calculation of Posterior Moments,” in J.M. Bernardo, J.O. Berger, A.P. Dawid, and A.F.M. Smith (eds.),

Bayesian Statistics, 4, New York: Oxford University Press, pp. 169-188.

- [15] Geweke, J. (2001) "Getting in Right: Checking for Errors in Likelihood Based Inference," Working Paper, University of Iowa.
- [16] Geweke, J., and M. Keane (2001) "Computer Intensive Methods for Integration in Econometrics," J.J. Heckman and E. Leamer (eds.), *Handbook of Econometrics*, Vol. 5, Chapter 56, pp.3463-3568.
- [17] Hartman, R. (1972) "The Effects of Price and Cost Uncertainty on Investment," *Journal of Economic Theory*, Vol. 5 (2). p 258-66.
- [18] Hubbard, R.G. (1996) *Money , the Financial System, and the Economy*, second edition, Addison Wesley Longman.
- [19] Kim, C. J. and C. R. Nelson (1999) *State-Space Models with Regime Switching*, Cambridge: MIT Press.
- [20] Leahy, J.V. and Whited, T.M. (1996) "The Effect of Uncertainty on Investment: Some Stylized Facts," *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 28 (1). p 64-83.
- [21] Meng, X. L. and Wong, W. H. (1996) "Simulating Ratios of Normalizing Constants via a Simple Identity," *Statistica Sinica*, Vol. 6, pp. 523-539.
- [22] Ogawa, Kazuo, and Suzuki, Kazuyuki (2000) "Uncertainty and Investment: Some Evidence from the Panel Data of Japanese Manufacturing Firms," *Japanese Economic Review*, Vol. 51 (2). pp. 170-92. June.
- [23] Pindyck, R.S. and Solimano, A. (1994) "Economic Instability and Aggregate Investment," NBER Working Paper No.4380.
- [24] van Dijk, Dick, Terasvirta, Timo and Franses, Philip Hans (2002) "Smooth Transition Autoregressive models - A Survey of Recent Developments," *Econometric Reviews*. Vol. 21 (1). pp. 1-47.

表 1: 選択された非線形モデルの推計結果: 不確実性要因を含まないモデル

変数	推定値	標準誤差
p_{11}	0.913	0.035
p_{12}	0.059	0.029
p_{21}	0.162	0.060
p_{22}	0.749	0.075
p_{31}	0.231	0.116
p_{32}	0.324	0.115
α_1	0.053	0.004
α_2	0.068	0.005
α_3	0.083	0.006
$\beta_{0,0}$	0.004	0.002
$\beta_{1,2}$	0.209	0.041
σ^2	2.632e-005	4.375e-006
周辺尤度		
	推定値	標準誤差
L_{IS}	449.758	0.288
L_{BS}	438.711	0.851
L_{Chib}	444.063	0.700
Geweke(2001) のシミュレーション比較テスト		
5%水準でシミュレーション結果に相違のあった数		
90 モーメント中ゼロ		

注 1: L_{IS}, L_{BS}, L_{Chib} は、各々、重点的サンプリングによる周辺尤度、ブリッジサンプリングによる周辺尤度、Chib (1995) の方法による周辺尤度を示す。

注 2: 定数項とトービンの q の係数がともに非線形のケースの結果:

$$\max_{\Omega} L_{IS} < 449.758$$

$$\max_{\Omega} L_{BS} < 441.824$$

$$\max_{\Omega} L_{Chib} < 438.711$$

ただし、 Ω は探索すべき変数の特定化の集合。

注 3: 先験分布からのシミュレーションと Geweke(2001) に従う事後分布を使ったシミュレーション結果の 1 次、2 次モーメントにつき 150,000 回のサンプリングを行った。先験分布については 3 節参照。

表 2: 選択された非線形モデルの推計結果: 不確実性要因を含むモデル

変数	推定値	標準偏差
p_{11}	0.849	0.050
p_{12}	0.114	0.045
p_{21}	0.222	0.069
p_{22}	0.664	0.097
p_{31}	0.202	0.089
p_{32}	0.351	0.104
α_1	0.032	0.010
α_2	0.044	0.011
α_3	0.058	0.013
$\beta_{0,0}$	0.014	0.004
$\beta_{1,2}$	0.287	0.064
$p_{\gamma,11}$	0.515	0.167
$p_{\gamma,21}$	0.520	0.188
γ_{11}	-0.158	0.120
γ_{12}	-0.296	0.148
γ_{21}	-0.010	0.007
γ_{22}	-0.021	0.012
γ_{31}	-0.004	0.003
γ_{32}	-0.010	0.005
σ^2	2.254e-005	4.226e-006
周辺尤度		
	推定値	標準偏差
L_{IS}	455.649	0.221
L_{BS}	446.323	0.426
L_{Chib}	451.315	0.764
Geweke(2001)' のシミュレーション比較テスト		
5%水準でシミュレーション結果のに相違のあった数		
230 モーメント中ゼロ		

注 1: L_{IS}, L_{BS}, L_{Chib} は、各々、重点的サンプリングによる周辺尤度、ブリッジサンプリングによる周辺尤度、Chib (1995) の方法による周辺尤度を示す。

注 2: 先験分布からのシミュレーションと Geweke(2001) に従う事後分布を使ったシミュレーションの 1 次、2 次モーメントにつき 150,000 回のサンプリングを行った。先験分布については 3 節参照。

図 1a. 設備投資の推移

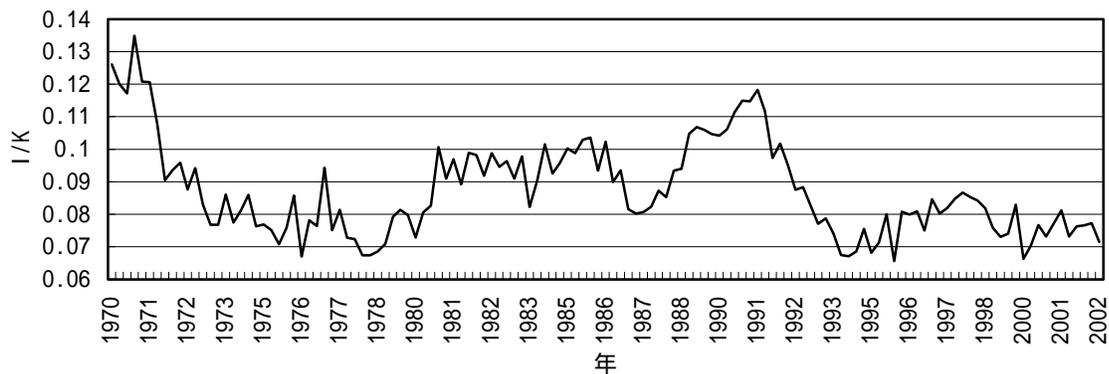


図 1b. トービンの q

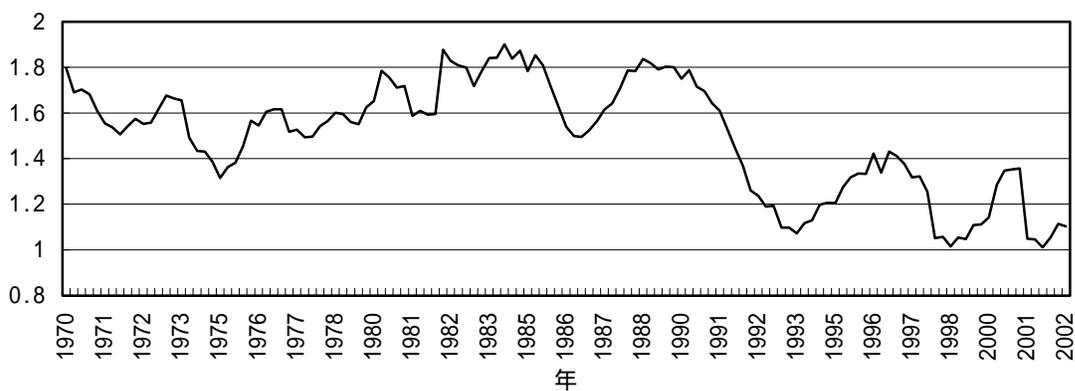


図 1c . キャッシュフロー比率

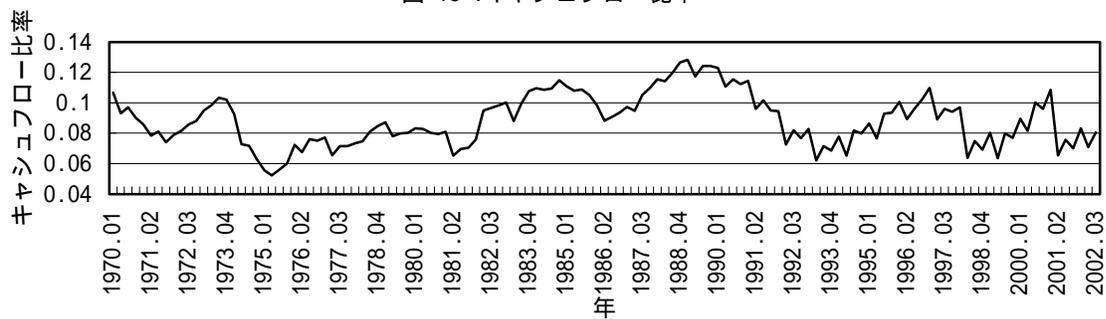


図 2. 選択されたモデルの推計結果:
不確実性変数を含まないケース

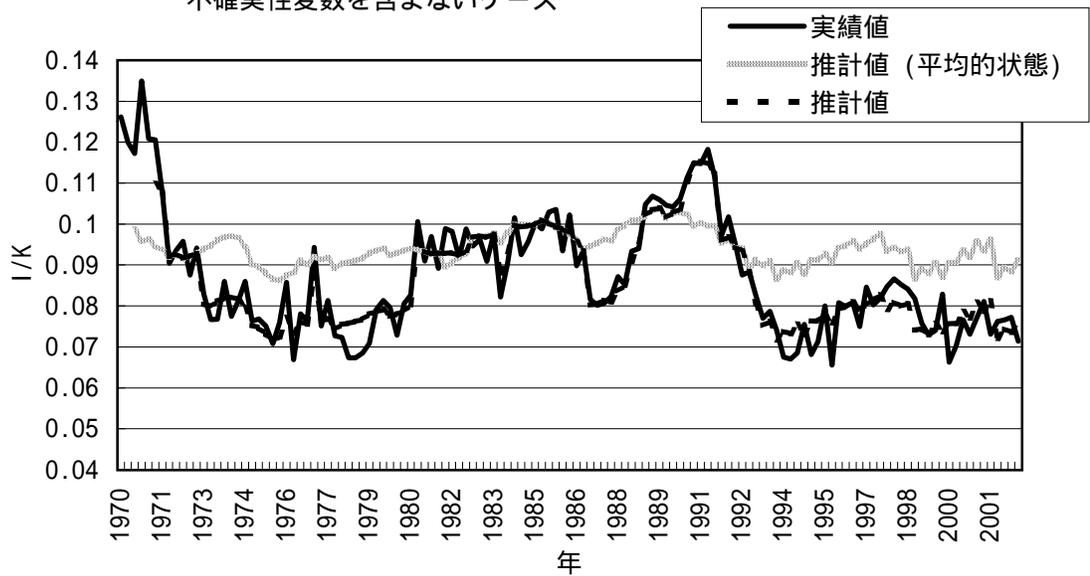


図3. 各状態の確率:
選択されたモデル (不確実性変数を含まず)

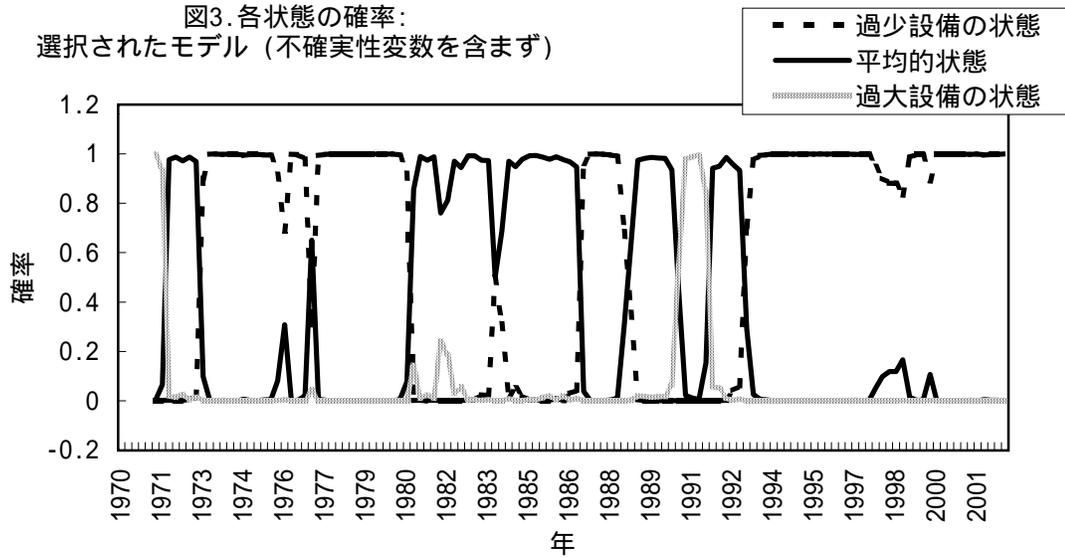


図 4. 選択されたモデル:
不確実性変数を含む

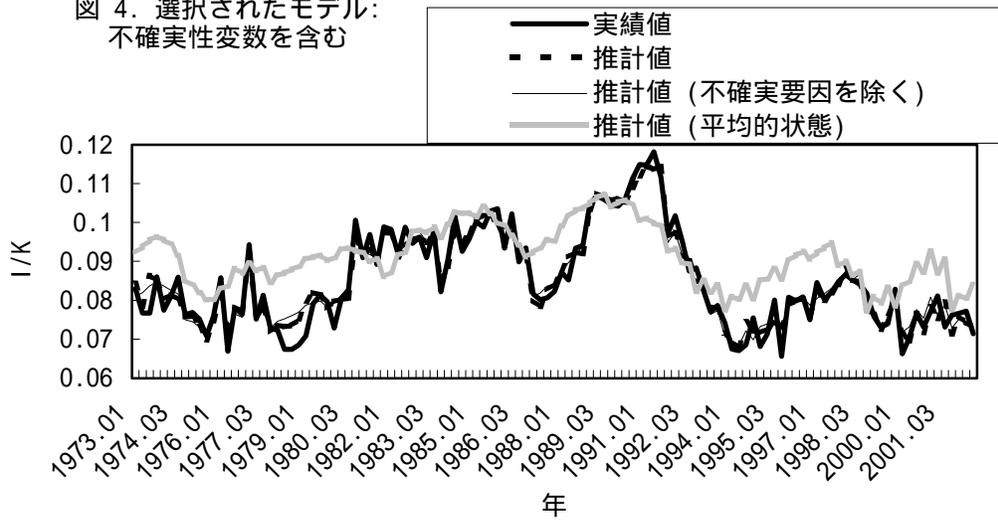


図 5. 各状態の確率:
選択されたモデル (不確実性変数を含む)

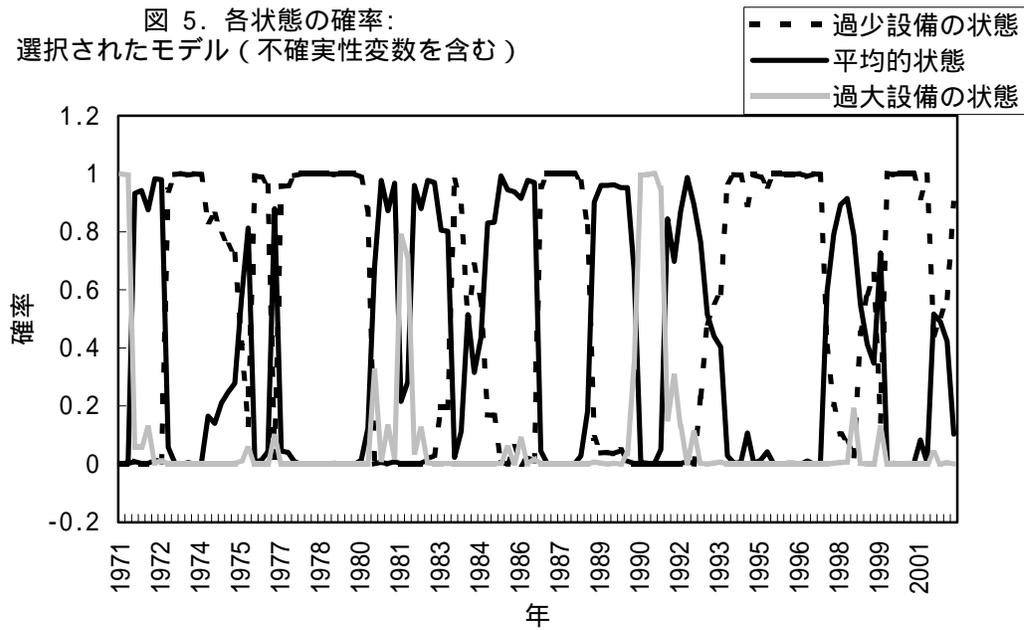
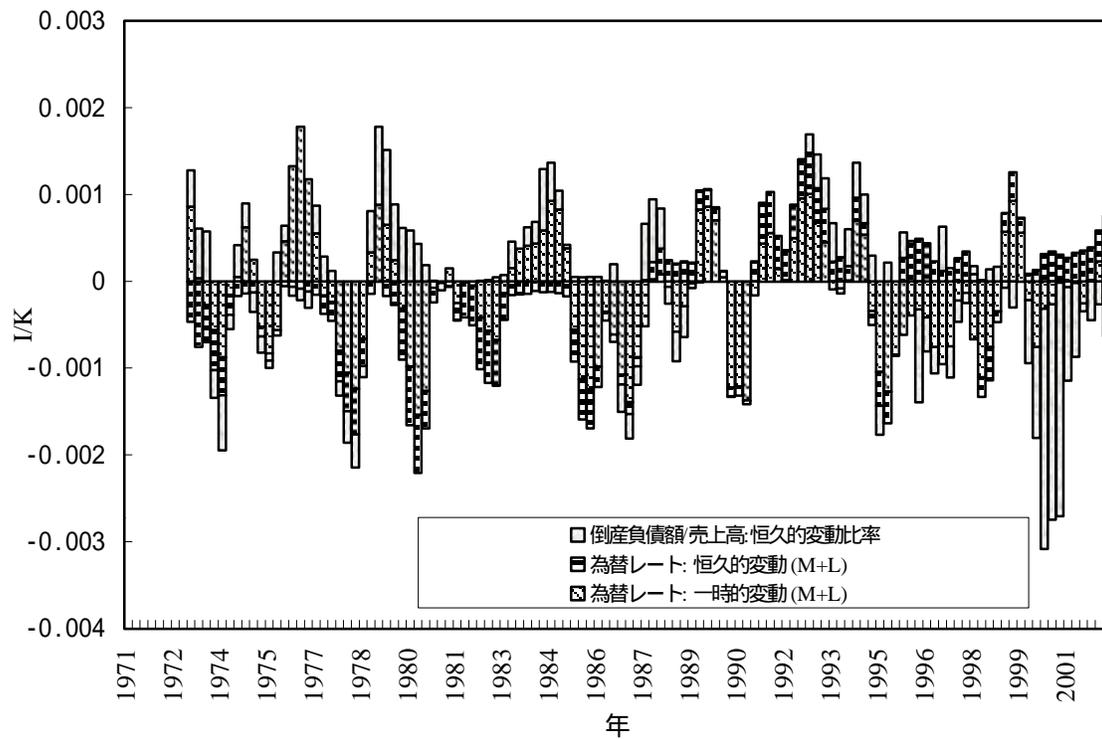


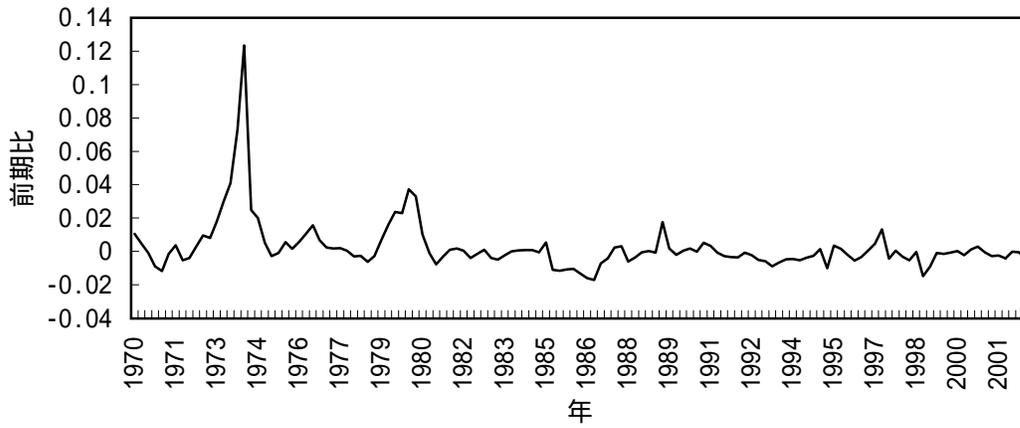
図 6. 各不確実性要因の設備投資への寄与



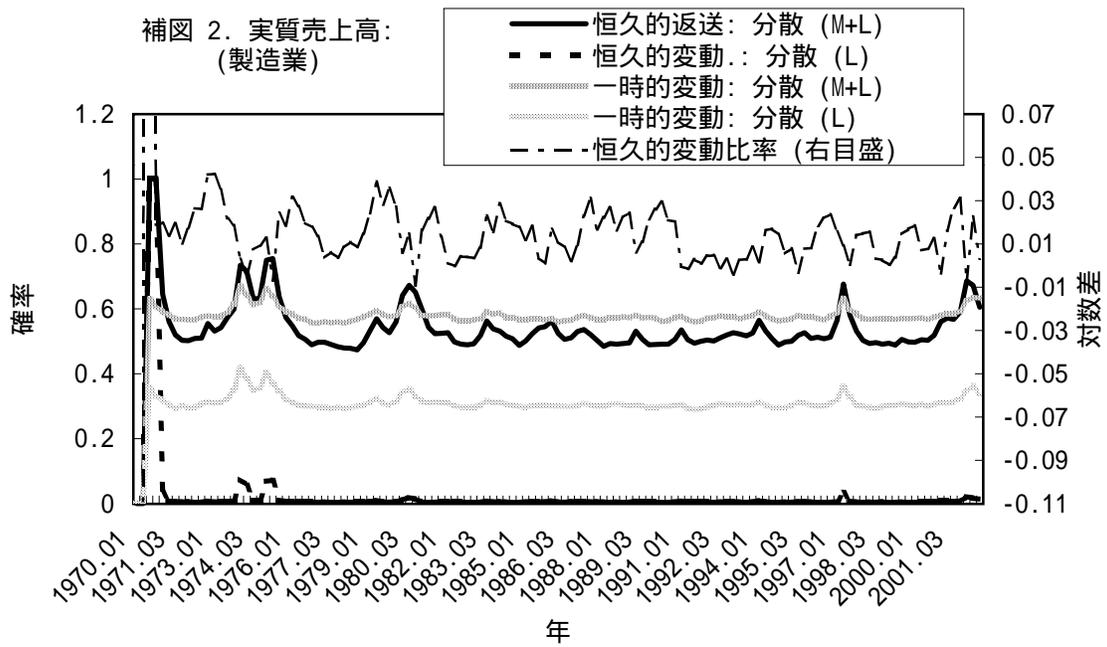
注 1. 3期移動平均.

注 2. 正の値は、設備投資への正の効果ではなく、当該要因の平均的效果より負の効果が小さいことを示す.

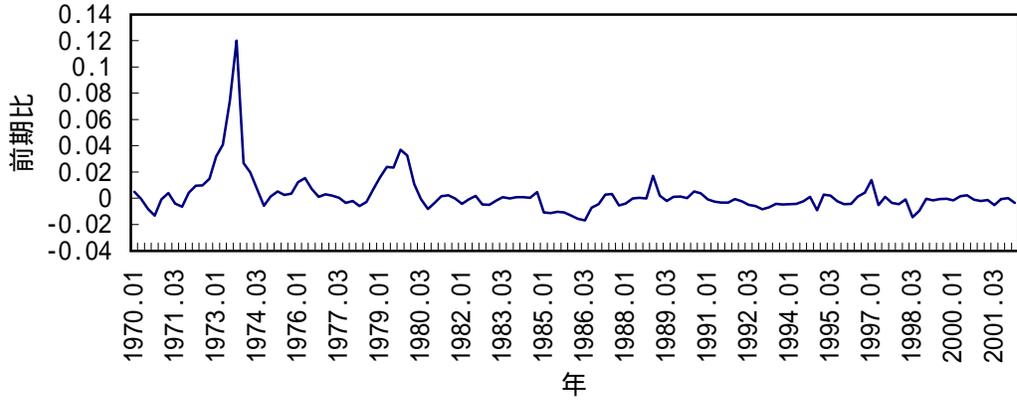
補図 1. 実質売上高:
(製造業)



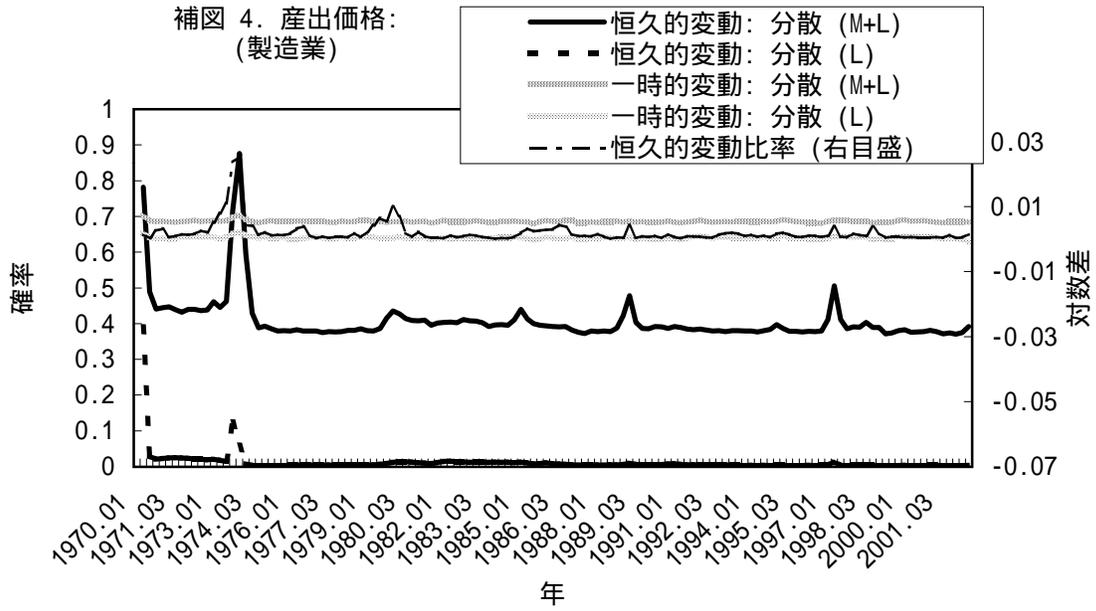
補図 2. 実質売上高:
(製造業)



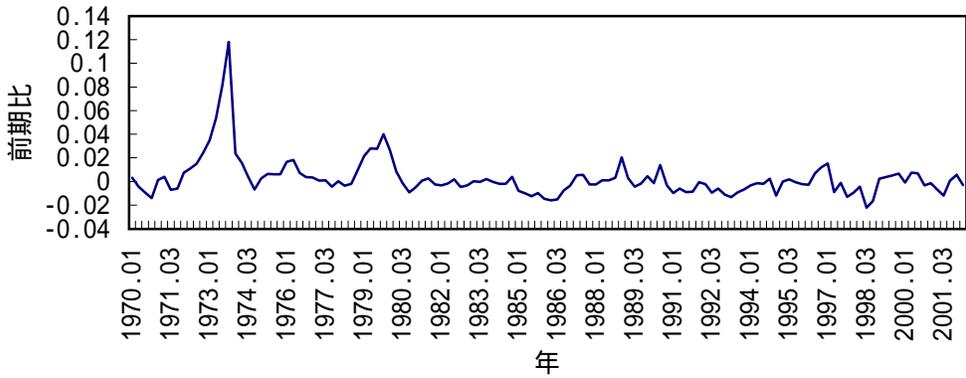
補図 3. 産出価格:
(製造業)



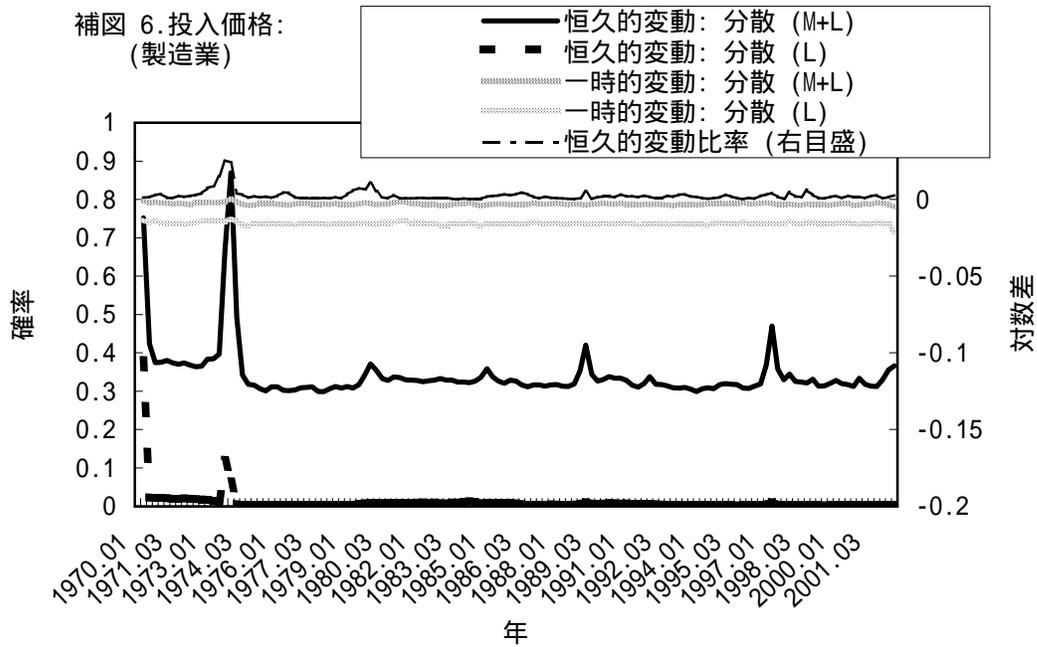
補図 4. 産出価格:
(製造業)



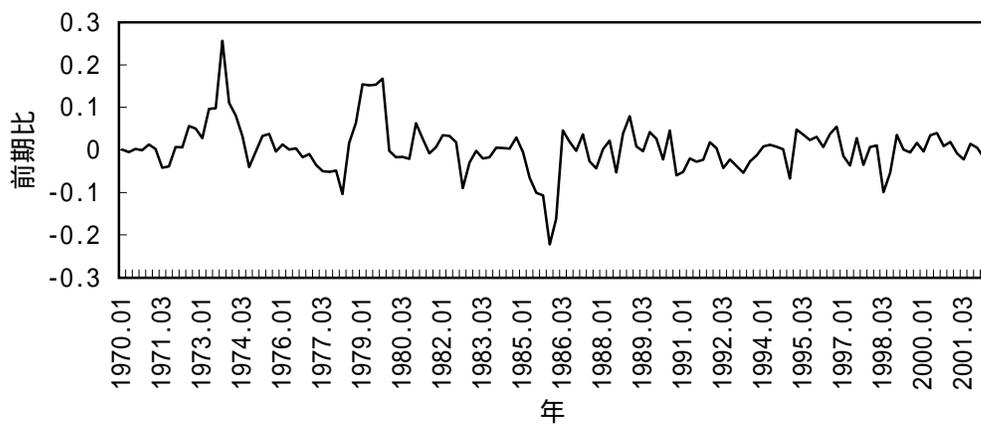
補図 5. 投入価格:
(製造業)



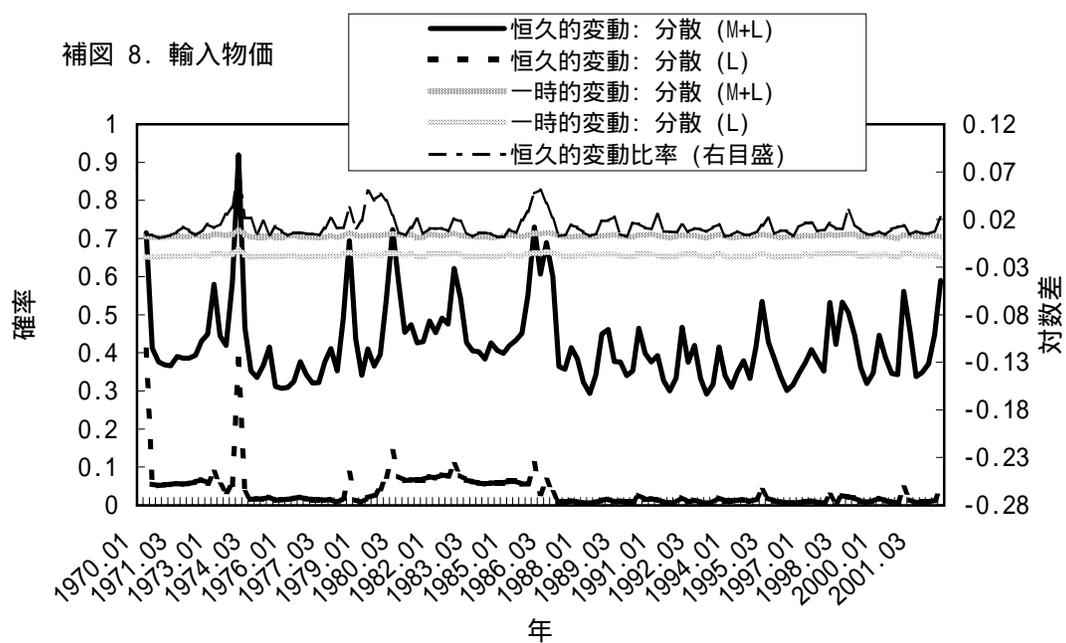
補図 6. 投入価格:
(製造業)



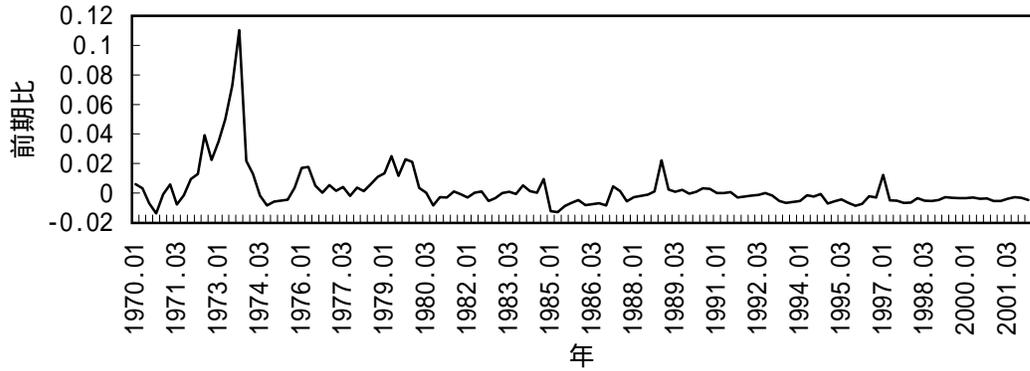
補図 7. 輸入物価



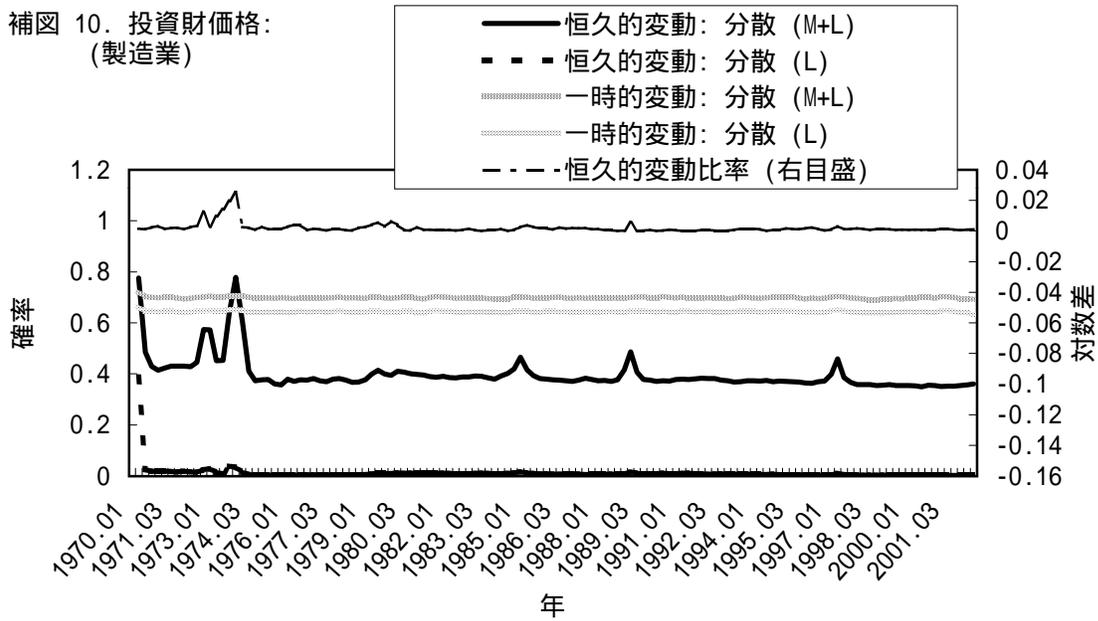
補図 8. 輸入物価



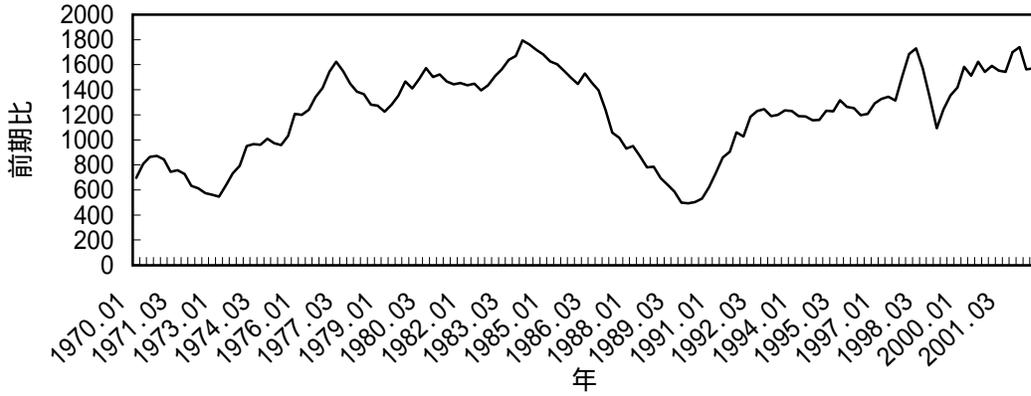
補圖 9. 投資財價格：
(製造業)



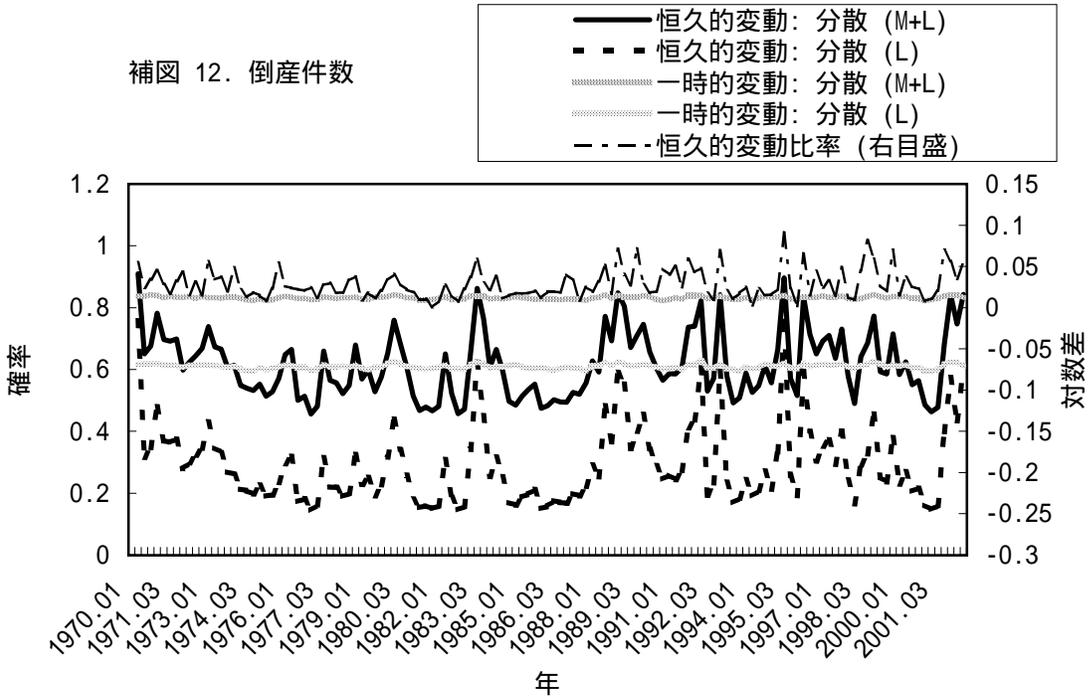
補圖 10. 投資財價格：
(製造業)



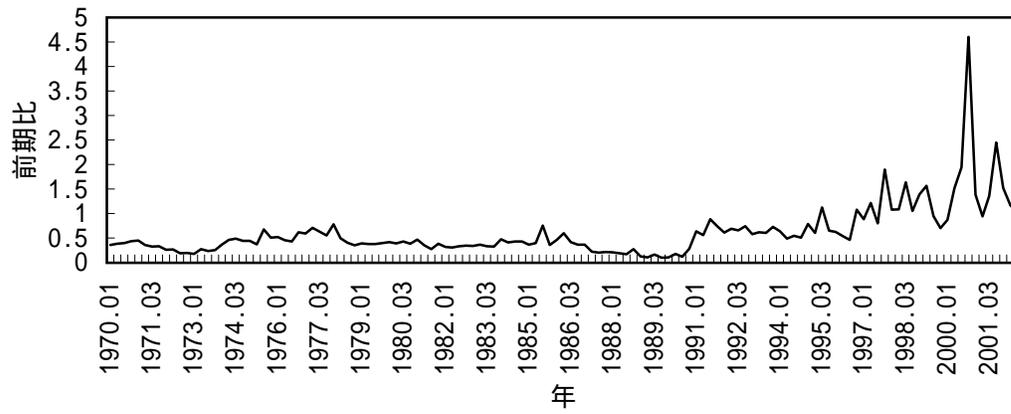
補図 11. 倒産件数



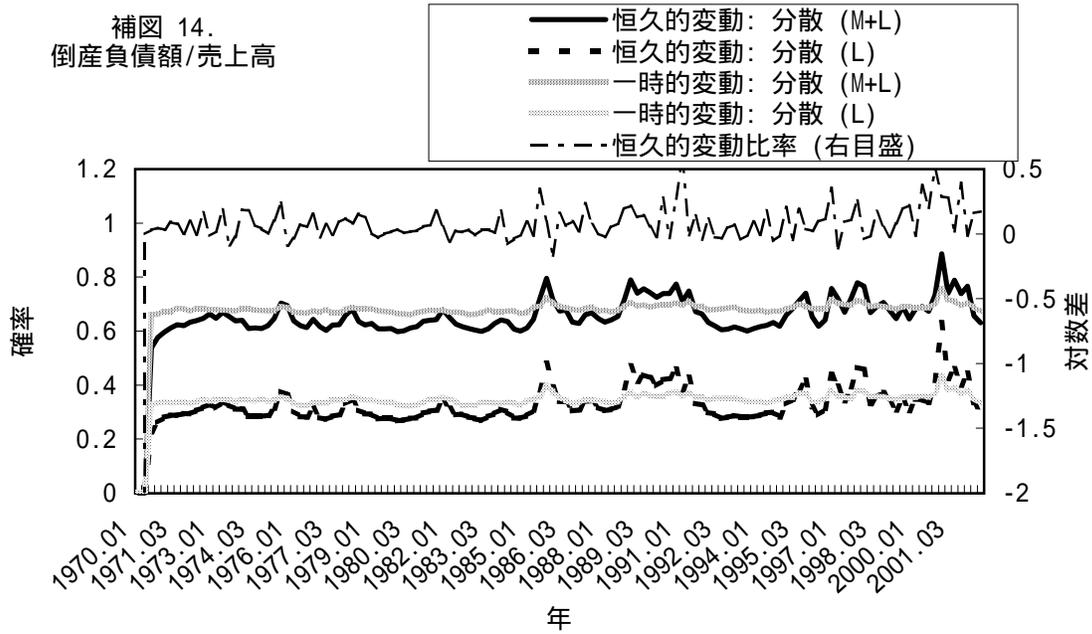
補図 12. 倒産件数



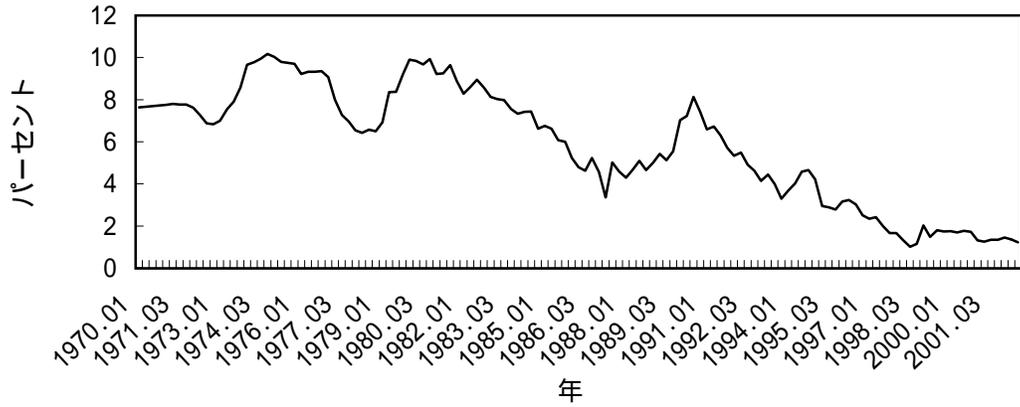
補図 13. 倒産負債額/売上高



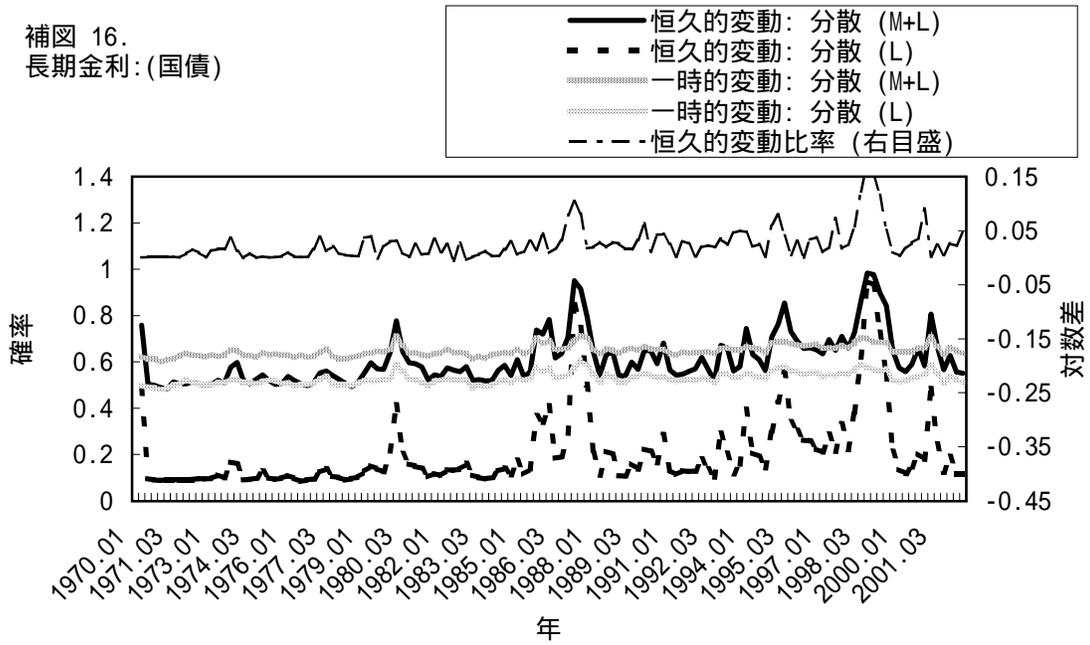
補図 14.
倒産負債額/売上高



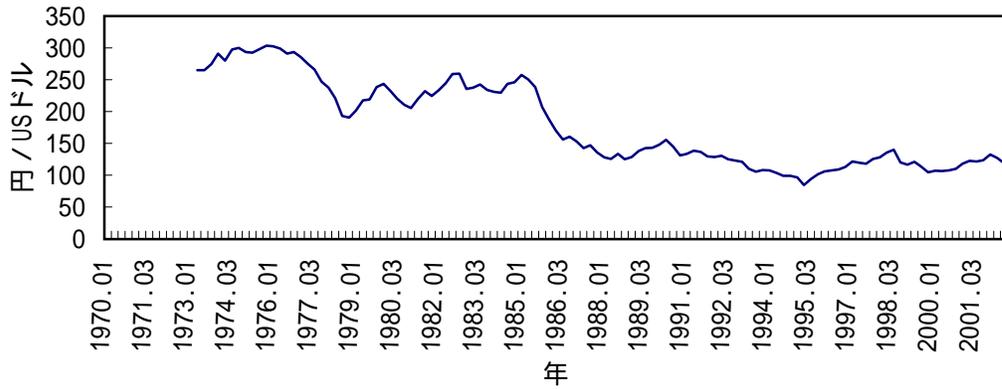
補図 15. 長期金利:
(国債)



補図 16.
長期金利:(国債)



補図 17. 為替レート (円/ US ドル)



補図 18.
為替レート (円/ US ドル)

