日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

# 自然利子率について：理論整理と計測

**小田信之***
nobuyuki.oda@boj.or.jp

**村永　淳****
jun.muranaga@boj.or.jp

No.03-J-5
2003 年 10 月

日本銀行
〒103-8660　日本橋郵便局私書箱 30 号

* 企画室、**企画室（現・考査局）

日本銀行ワーキングペーパーシリーズ No. 03-J-5
2003年10月

# 自然利子率について：理論整理と計測*

小田 信之[†]・村永 淳[‡]

【要 旨】

本稿は、景気中立的な実質利子率である自然利子率（均衡実質金利、中立利子率）の考え方や性質を解説するとともに、金融政策運営の参考とし得る自然利子率はどのように計測されるべきかについて、日本の計測例を呈示しつつ考察する。自然利子率を取り上げる理由は、中央銀行による金融政策運営の参考情報として、景気中立的な金利水準を正確に計測することが重要であると考えられるからである。

自然利子率の解説に当たっては、それを長期均衡的な一定値として捉える伝統的な概念だけでなく、毎期の総需要と総供給をマッチさせるように変動していく短期均衡的な概念として捉える近年の考え方も重点的に説明する。また、自然利子率の背景にある経済理論をサーベイする過程で、ニュー・ケインジアン型動学モデルのミクロ的基礎付けについても平易に解説する。

日本における自然利子率の計測に当たっては、バックワード・ルッキング型の小規模構造モデルを利用する。計測の結果、1997 年以降に自然利子率が負になる局面があった可能性などが示唆される。また、今回の計測を踏まえ、金融政策運営上の参考情報として自然利子率を活用していくに当たっての留意点等も考察する。その一環として、政策ルールの中で利用する自然利子率の計測方法にバリエーションを持たせて確率シミュレーションを行い、計測方法が政策パフォーマンスに与える影響を分析する。

キーワード：金融政策、自然利子率、中立利子率、均衡実質金利、自然産出量、潜在成長率、ニュー・ケインジアン型動学モデル

JEL 分類番号：E52, E58

* 本稿の作成過程では、齊藤誠教授（一橋大学）、鎌田康一郎氏（日本銀行調査統計局）、白塚重典氏（日本銀行金融研究所）、藤木裕氏（同）、そして日本銀行企画室の諸氏から貴重なコメントを頂いた。記して感謝したい。ただし、本稿中に残された誤りは、すべて筆者たちに帰するものである。また、本稿の内容や意見は、筆者個人に帰属するものであり、日本銀行および同企画室の公式見解を示すものではない。

† 日本銀行 企画室 （E-mail: nobuyuki.oda@boj.or.jp）

‡ 日本銀行 企画室（現 考査局）（E-mail: jun.muranaga@boj.or.jp）

## １．序： 要約を兼ねて

本稿の目的は、(1)景気中立的な実質利子率である自然利子率（均衡実質金利、中立利子率）の考え方や性質を解説することと、(2)金融政策運営の参考とし得る自然利子率はどのように定義され計測されるべきか、実際に日本の計測例を示しつつ考察することである。自然利子率の解説に当たっては、それを長期均衡的な一定値として捉える従来の概念だけでなく、毎期の総需要と総供給をマッチさせるように変動していく短期均衡概念として捉える近年の考え方も重点的に説明する。また、自然利子率の背景にある経済理論をサーベイする過程で、ニュー・ケインジアン型動学モデルのミクロ的基礎付けについても概要を解説する。

自然利子率を取り上げる背景としては、中央銀行による金融政策運営の参考情報として、景気中立的な金利水準を正確に計測することが重要であるという問題意識がある。こうしたニーズは、近年、中央銀行間で広く共有されているように思われる。例えば、主要国中央銀行の首脳発言において、しばしば「中立利子率」（自然利子率）への言及が見られる[1]。また、中央銀行のエコノミストによるリサーチでも、自然利子率の計測方法を構築しようという取り組みが見られる[2]。

金融政策の操作金利の誘導目標を決定する上での考え方の一つは、景気中立的な金利水準を基準として、経済情勢に鑑み引締めないし緩和方向へ適切なバイアスをかけるというものである。次のテイラー・ルール（より一般的な政策ルールを想定してもよい）はこうした考え方の一例である。

$$i_t = \bar{r} + \bar{p} + f_p(p_t - \bar{p}) + f_y(y_t - \bar{y}_t) \qquad (1\text{-}1)$$

---

[1] 例えば、ブラインダー元連邦準備制度理事会副議長は、著書の中で、「中央銀行は定期的に中立的な実質金利の推定値を出し（それも一つの数値でなく、いくつからいくつの間というように幅を持たせた形で）、その推定値を金融政策の評価に当たっての『基準値』として用いてはどうだろうか」と提案している（Blinder (1998)参照）。

[2] 例えば、Bomfim (1997, 2001)、Laubach and Williams (2003)、Neiss and Nelson (2001)、Plantier and Scrimgeour (2002)を参照。また、Bank for International Settlements (2003)にも、複数の関連論文が収録されている。

上式では、中央銀行がインフレ率$\pi_t$と産出量（対数値）$y_t$に代表される経済活動水準に目標（バー付き変数）を持ち、その相対的重要性の評価は各々の目標からの乖離に対するウェイト（$f_p$、$f_y$）で与えられる。右辺の切片は、景気中立的な実質利子率を示しており、自然利子率（$\bar{r}$）に対応すると考えられる。これを正確に評価することは、意図せざる政策バイアスを排除する上で重要である。

過去20年～30年のわが国経済を振り返ると、米国と異なり、潜在成長率に大きな変化が見られてきたことから、政策ルールにおいて自然利子率を長期的に一定と考えるのは非現実的であろう。実際、わが国に関する先行研究では、自然利子率の代理変数として可変的な潜在成長率の推定値を採用する扱いが一般的である。ただ、このような扱いの妥当性に関して理論的背景や実証的根拠が具体的に示されている例は、ほとんど見当たらない。本稿では、こうした基礎的な問題についても回答を試みる。

自然利子率にせよ、政策ルールが示す名目利子率にせよ、金融政策運営上の参考情報として機能し得るという点は同様である。ただし、情報の内容については、前者が単に景気中立的な水準を示唆するのに対し、後者は中立水準からどのようなバイアスをかけるべきかについてまで示唆しており、この意味で後者の方がより多くの情報を与えようと企図されているとみることもできる。ただ、いずれの概念も何らかの経済モデルに立脚して推定ないし計測される情報である以上、モデルの不確実性や不完全性などに付随する様々な誤差から免れることはできない。そうした誤差は、前者を包含する後者の方が大きいと考えられる。現実の政策運営の参考にする上で、どの程度の誤差までが許容されるかは、経験的に判断されるべき問題かもしれない。

前述のように、実際に政策運営に携わる主要中銀首脳の発言の中で自然利子率への言及がしばしばみられることは、少なくとも自然利子率の情報価値が大きいと認識されていることの表れであろう。したがって、より正確に自然利子率を計測する方法を研究するとともに、計測誤差の存在に留意しつつも、得られた情報を政策運営の参考として活用していくことが有益であると考えられる。

本稿では以下、２節で各種利子率に関する基本知識を確認するとともに、自然利子率に関する基本的な概念を定性的に整理する。これは、その後の理論解

説を平易にプレビューしたものと位置付けられる。３節と４節では、それぞれ長期均衡、短期均衡を記述する理論モデルを呈示し、長期自然利子率、短期自然利子率に関連する理論的解説を行う。次に、実証として、５節で小規模構造モデルに基づきわが国における自然利子率の推移を計測する。また、６節では、テイラー・ルールの中で利用する自然利子率の計測にバリエーションを持たせて確率シミュレーションを行い、計測方法が政策パフォーマンスに与える影響について考察する。本稿は、このように理論解説と実証分析の両者を含むことからやや大部となっているが、実証のみに関心がある読者は、５節以降のみを独立して読むことも可能である。

以下、理論解説の要点と実証分析の概要をあらかじめ紹介しておく。まず、自然利子率の理論解説としては、３節において、初歩的な経済成長論の枠組みから次のような長期自然利子率の理論式を導出する。

長期自然利子率＝（相対的リスク回避度×技術進歩率）＋時間選好率　(1-2)

ここで、相対的リスク回避度を 1（今期と来期の消費量がそのまま効用に反映される状態）と仮定し、また時間選好率を 0（消費からの効用が今期と来期で無差別である状態）と近似し、さらに技術進歩率が潜在成長率に一致する[3]と近似すると、

長期自然利子率　潜在成長率（一定）　(1-3)

となる。これが、経済分析の実務でしばしば前提とされる関係式である。

また、４節で、短期的な経済ショックを勘案した構造モデルを分析し、自然産出量および短期自然利子率について、以下のような関係を導出する。

自然産出量＝長期成長トレンド＋各種経済ショックに起因する短期変動　(1-4)

ここで、自然産出量の長期成長トレンドは、技術進歩率と労働人口増加率の和として与えられる定数である。トレンド周りの短期変動は、需要ショックと供給ショックの加重平均値として表される。それらショックの要因分解については図表１に示されている。このように、自然産出量（潜在産出量）やその成長率が短期的に変動するメカニズムを直観的に理解するには、次のように考える

[3] これは、労働人口増加率が 0 であると近似できることに相当する。３節を参照。

と分かり易い。すなわち、総需要と総供給がバランスする均衡状態は、家計の消費選好や企業の生産性など各種の外生変数に依存しており、それらが例えば現在と 1 年前とで多少なりとも変化していれば、均衡点として与えられる自然産出量も当然変化する。

自然利子率に関する重要な関係式は次式である。

短期自然利子率　潜在成長率[4]（可変）＋需要ショック[5]成分　(1-5)

ここでの潜在成長率は、可変的な自然産出量の変化率として定義されている。自然産出量、短期自然利子率等の関係を表す概念図として、図表２を参照されたい。図表２の上段グラフに示された自然産出量の変化率が、下段グラフの潜在成長率に相当しており、それに景気循環等を反映した需要ショック成分を加えたのが自然利子率である。

次に、自然利子率の計測（5 節）と金融政策シミュレーション（6 節）の概要を整理すると、以下のとおりである。

自然利子率を計測する手法としては各種のアプローチが研究されているが、いずれも一長一短であり、これまでのところ確立された計測モデルは構築されていない。本稿では、自然利子率や自然産出量の短期変動のうち、周期が極端に小さいノイズ的な要素を除去して、いわば中期的な自然利子率・自然産出量を計測することを企図したアプローチを採る。これは、米国連銀の Laubach and Williams (2003)による研究にならったものである。具体的には、バックワード・

[4] この潜在成長率に対し、相対的リスク回避度（1 に近い定数）を乗じる形で近似することもある。４．２節を参照。

[5] 伝統的なマクロ経済分析においては、需要ショックという用語は、何らかの特定の「潜在産出量」を定義した上で、現実の産出量がそこからどれだけ乖離しているか、という概念として用いられることが少なくない。換言すれば、この需要ショックは、産出ギャップないし需給ギャップとも呼ばれるべき概念である。

これに対し、本稿においては、需要ショックという用語は、消費選好や財政支出が平均的な水準から乖離するという意味での需要環境の変化が、現実の産出量を変化させる効果として定義される。そうした需要環境の変化は、仮に価格伸縮的であったらという想定下で定義される潜在産出量に対しても、影響を与える。需要ショックの影響は、現実の産出量と潜在産出量とで必ずしも一致しないことから、現実の産出量と潜在産出量の乖離として定義される産出ギャップについても、需要ショックからの影響が相殺されることなく残存する。ただし、前述の伝統的な経済分析の枠組みのように、産出ギャップそのものが需要ショックと同一であるわけではない。詳細については、4．２節を参照。

ルッキング型の小規模構造モデルに対しカルマン・フィルターを適用して自然産出量および自然利子率を同時にシステム推計するアプローチを採用する。わが国の 1980 年第 1 四半期から 2002 年第 2 四半期までのデータについて計測を行ったところ（図表４）、例えば、1997 年以降には自然利子率が負で推移した局面があった可能性等が示唆された。

なお、自然利子率の推定結果については、分析時に利用可能なデータだけに基づいて計測するか、事後的に利用可能なデータも含めてより正確に計測するかによって、乖離が生じ得ることが確認された。また、計測に当たって仮定したマクロ経済モデルによって捉え切れない経済事情の存在などから、必ずしも現実を説明しきれないような計測結果が得られるケースがあることも分かった。したがって、自然利子率の推定値を金融政策運営の参考として活用するには、こうした限界に留意するとともに、複数の計測方法でクロスチェックをかけながら多面的に評価することが望ましいと考えられる。

次に、金融政策運営において、景気中立的な実質利子率として、自然利子率の推定結果を用いるか潜在成長率の推定結果で代用するか、あるいは統計的なスムージング（HP フィルター）で推定した潜在成長率で代用するかにより、政策パフォーマンスにどの程度の差違が現れるかを確率シミュレーションにより分析した。政策目標に関する分散フロンティアを評価した結果、日本でも米国でも、代用値を使わず自然利子率の推定結果そのものを利用することの有効性が確認された。

## ２．各種利子率の基本概念

本稿の主要な分析に入る前のレビューとして、まず２．１節と２．２節では、各種利子率に関する基本的な概念を確認する。続く２．３節は、主として３節および４節のプレビューと位置付けられる。そこでは、自然利子率、自然産出量の考え方や基本的性質について、あらかじめ定性的な整理を行っておく。

### ２．１　名目利子率と実質利子率

利子率は通貨価値（変化率）の尺度である。したがって、財価格に名目価格と実質価格という２つの概念があるのと同様に、利子率にも、名目と実質の概念がある。すなわち、市場では名目利子率で取引が行われるのに対し、そこから期待インフレ率を差し引いたものが実質利子率であって、後者を直接観測することはできない。両者の関係を表す次式は、フィッシャー恒等式と呼ばれ、実質利子率の定義式であると解釈できる[6]。

名目利子率＝実質利子率＋期待インフレ率　　(2-1)

名目利子率と実質利子率について、基本的な性格を列挙すると次のとおりである。

- 消費（実質値）や投資（同）に影響を及ぼすのは、実質利子率である。
- 通貨需要（実質値）に影響を与えるのは、名目利子率である。
- 本稿で取り上げる自然利子率は、実質利子率についての景気中立値である。

### ２．２　短期利子率と長期利子率

次に、短期利子率と長期利子率の関係について整理すると、次のとおりであ

---

[6] フィッシャー恒等式と関連して、フィッシャー効果と呼ばれる命題がある。これは、何らかの事情で期待インフレ率が変化した時、同幅だけ名目利子率が変化する、換言すれば、期待インフレ率の変化が実質利子率に何ら影響を与えない、という命題である。実証研究によれば、フィッシャー効果は、少なくとも短期的には成立しないことがコンセンサスとなっている。実証研究の例としては、Summers (1983)などを参照。

る。

- 一般に、利子率（名目・実質とも）は、満期までの期間に応じた期間構造を持つ。金利の期待仮説によれば、1 期後満期の短期利子率と $n$ 期後満期（$n>1$）の長期利子率について、

$$\text{長期利子率}=\frac{1}{n}\sum_{t=0}^{n}(\text{時点}t\text{における期待短期利子率})+\text{期間プレミアム} \qquad (2\text{-}2)$$

  という関係が成立する[7]。期間プレミアムは、将来の不確実性を甘受しつつ固定利子率で資金取引を行うことの代償であると解釈でき、長期利子率の満期に応じて異なる値をとる。定性的には、将来の経済環境が不確実であるほど期間プレミアムが大きくなる。

- 本稿で扱う自然利子率は、今期から一期先の異時点間代替に関係した実質利子率であるから、短期利子率に分類される。

## ２．３　自然利子率の基本概念に関するプレビュー

### ２．３．１　自然利子率の基本概念

本節では、自然利子率の定義および基本的性質を定性的に整理しておく。より厳密な定義や理論解説は、3 節と４節で扱われるので、本節はいわばそのプレビューと位置付けられる。なお、２．３．２節でも論じるように、自然利子率には長期均衡的な考え方と短期均衡的な考え方が有り得るが、本節の説明は主として後者を念頭におく。

まず、自然産出量および自然利子率の定義は次のとおりである。

- 自然産出量（natural rate of output）・自然利子率（natural rate of interest）
  ＝仮に価格が完全に伸縮的ならば実現しているであろう産出量（実質値、以下同様）・実質利子率

ここで、「自然」という用語は、価格が完全に伸縮的であるという仮想的世界を意味する。また、産出ギャップは、このように定義された自然産出量からの現実の産出量の乖離幅として定義される。

---

[7] 将来の短期利子率について全く不確実性がない仮想的な場合には、期間プレミアムが存在しないこととなる。特にこの場合の(2-2)式を純粋期待仮説と呼ぶ。現実には純粋期待仮説は成立せず、何らかの期間プレミアムが存在する。

- 産出ギャップ＝現実の産出量－自然産出量

本稿では、自然産出量の同義語として、潜在産出量という用語も利用する。文献によっては、これらをインフレ中立産出量と呼ぶ場合もある[8]。また、本稿で潜在成長率という場合には、この自然産出量（潜在産出量）の増加率を意味する。一方、経済分析の実務ではしばしば、所与のマクロ生産関数の下で生産要素をフル投入した場合の最大産出量を「潜在産出量」と呼称し、そこからの乖離を「産出ギャップ」と定義する場合もあるが、本稿の定義はそれとは異なる点に注意を要する。本稿での定義は、4 節でみるような標準的なマクロ理論モデルの下での解釈が自然となるように組まれたものと考えられる。また、本稿では、自然利子率、均衡実質金利(equilibrium real interest rate)、中立利子率(neutral rate of interest)の三語を全くの同義として扱う[9]。

このように価格伸縮的な世界を仮定して定義された上記概念の基本的な特徴を定性的に整理すると、次のとおりである（導出は主に４節でなされる）。

(1) 自然産出量は、最終的にインフレを加速も減速もさせないという意味で、インフレ中立的な産出量である。

(2) 自然利子率[10]は、景気（産出ギャップ）への影響が緩和的でも引締め的でもないという意味で、景気中立的な実質利子率である。

これらの性質は、IS 曲線と AS 曲線（フィリップス曲線）から成る典型的な経済モデルを想定することにより確認できる。すなわち、現実の実質利子率が自

[8] 例えば、廣瀬・鎌田(2001, 2002)。

[9] 均衡実質金利という用語は、学術的には、必ずしも景気中立的でなくても、経済モデルを閉じる全ての実質金利を指して広義で用いる場合がある。そうした混乱を避ける目的もあって、最近では、他の２つの用語を用いる場合が増えているように思われる。相対的にみると、一般向けには中立利子率、学術向けには自然利子率という用語が利用される傾向がみられる。本稿では、以下、自然利子率という用語を中心に使用する。

[10] 自然利子率の考え方の起源は、Wicksell (1936)が、「資金貸借の利子率は、ある特定の水準で、商品価格に対して中立的に振る舞い、価格を引き上げることも引き下げることもない」という趣旨の議論を展開したことにさかのぼるとされている。近年では、この概念をニュー・ケインジアン的なマクロ経済理論の上で再整理した Woodford (2003)が注目を集めている。本稿では、主として Woodford (2003)の枠組みに即して、自然利子率について解説する。

然利子率に一致していれば、IS 曲線における金利チャネルが中立的になり、産出ギャップが定常的となる。また、産出ギャップがゼロで一定であれば、フィリップス曲線の性質から、インフレ率を低水準で定常状態に維持できる環境が整う。この２つの性質を考え合わせると、「物価安定下（インフレ率がほぼゼロで安定的な状態と解釈）での持続的経済成長（潜在成長に見合った成長と解釈）」を実現するための必要条件として、自然利子率を位置付けることが可能である。

### ２．３．２　短期自然利子率と長期自然利子率

自然利子率の概念は、長期均衡、短期均衡のいずれが達成されている場合の概念として捉えるかにより、以下のように２通りに分類することができる。

- 短期均衡的な自然利子率は、毎期発生する様々な経済ショックの影響を打ち消して産出ギャップを不変に保つことにより、常に安定的な経済成長を実現させるような実質利子率である。経済ショックに応じて、短期的に変動する。本稿では、これを単に自然利子率と呼ぶか、または短期自然利子率と呼ぶ。
- 長期均衡的な自然利子率は、経済ショックを無視できる長期安定的な成長経路上で実現する実質利子率（一定値）である。短期自然利子率の長期平均値に相当する。本稿では、これを長期自然利子率と呼ぶ。

両者の関係は、次のように整理することができる。

短期自然利子率＝長期自然利子率＋各種経済ショックに起因する短期変動 (2-3)

一般に、自然利子率という用語が使われている場合、短期・長期いずれの概念を意味しているのかに注意を要する。従来は暗黙のうちに長期自然利子率を想定することが多かったが、最近では、短期自然利子率を踏まえた議論も増えてきている。

### ２．３．３　短期自然利子率の考え方

ここでは、景気中立的な自然利子率が短期的に変化し得るという事実を直観的に理解するために、生産性ショックが発生するケースを解説しておきたい。

自然利子率を捉えるには景気中立性を議論することが有益であるが、そのためにはマクロ経済の構造（総需要・総供給関数など）を考える必要がある。一般に、構造モデルは、物価や実質産出量などの内生変数のほかに、金融政策・財政政策の効果や経済主体の効用を特徴づけるパラメータなど、各種の外生変

数を含んでいる。分析の対象が長期均衡であるならば、外生変数が安定していることを前提として景気中立性を調べればよい。一方、短期的な均衡を分析対象とするならば、外生変数の毎期の変動（ショック）によって構造モデルが影響を受けることまで考えに入れて、景気中立性を議論する必要がある。

　例えば、景気中立的な状況（実質利子率が自然利子率に一致した状況）から出発して、一時的にトレンドを上回る技術進歩が発生し、潜在成長率が高くなった場合を考えてみよう（正の生産性ショックの発生）。もし今期の実質利子率を前期の自然利子率のまま不変に保てば、実現する経済成長率は前期から不変であるが、潜在成長率が高くなった分、負の産出ギャップが拡大する。そして、企業の生産費用が低下する結果、インフレ率が低下する。このように、今期の実質利子率が前期の自然利子率と同じままでは、もはや景気中立や物価安定を達成することができない。では、この例において、経済変動や価格変動を回避し安定した経済成長を維持するにはどうすればよいか。潜在成長率の増加と同じだけ実際の経済成長率も引き上げれば、産出ギャップとインフレ率をゼロに維持できる。そのためには、今期よりも来期の消費がより増えるように、実質利子率を引上げる必要がある。定義により、適切な引上げ後の水準が、今期の自然利子率である。すなわち、自然利子率は、生産性ショックの発生により、前期より今期の方が高くなった訳である。この例から分かるように、経済構造にショックが加わると、均衡を実現する自然利子率は期毎に変動する。このような考え方が短期自然利子率の概念の底流にある。

## ３．長期均衡における自然利子率：経済成長論における均斉成長経路の考え方に基づいて

経済分析の実務では、「均衡実質金利は『潜在成長率』に対応する」と扱われることが多い。どのような前提や近似の下にこの考え方が妥当するのだろうか。以下、初歩的な経済成長モデルの枠組みを利用して、長期的な均衡実質金利すなわち長期自然利子率を導出し、この問いへの回答を導く。

ここで考える経済成長論モデルの基本的枠組みは、次のとおりである。生産技術（$A_t$)、労働人口（$L_t$）は、それぞれ定率 $g_A$、$n$ で成長する外生的なマクロ変数であると考える。産出量、消費、資本ストック、実質利子率は、経済主体が競争市場において最適化行動をする結果として、内生的に決定される。経済主体のうち企業は、資本を貸借し労働者を雇い入れて生産活動を行い、生産物を販売する。また、一定の数の家計が存在して、労働を供給するとともに資本を保有し、消費と貯蓄を行う。市場の不完全性（独占的競争の可能性など)、家計の多様性、複数世代間の関係などは捨象する。また、貨幣や物価などの名目変数にも役割を与えない。すなわち、価格が完全に伸縮的であると仮定することから、金融政策は景気に対して中立的である。

経済成長論モデルの一般的な展開は、基本的なマクロ経済学の教科書に譲り、以下では、長期自然利子率の導出に当たって鍵となる内容だけを抽出して説明しよう。

時点 $t$ での生産関数 $F\ (K_t,\ A_tL_t)$は、(1)資本ストック $K_t$ と(2)実効労働（生産技術 $A_t$ と労働人口 $L_t$ の積）の２つを投入要素とする関数であると仮定する。さらに、収穫一定（生産関数の一次同次性）を仮定して、

$$F\,(K_t, A_tL_t) = A_tL_t \cdot F\,(k_t, 1) \equiv A_tL_t \cdot f\,(k_t) \qquad (3\text{-}1)$$

と記述する[11]。ただし $k_t \equiv K_t\,/A_tL_t$ は実効労働当り資本を表す。企業の最適な投資行動の結果、実質利子率 $r_t$ は資本の限界収益率に一致することから、

$$r_t = F_K\,(K_t, A_tL_t) = f'(k_t) \qquad (3\text{-}2)$$

である。ただし、$F_K$ は、関数 $F\,(K_t, A_tL_t)$ の引数 $K_t$ に関する一次導関数を表す

[11] こうした生産関数の一例としては、コブ・ダグラス型関数 $F\,(K_t, A_tL_t) = K_t^{\alpha}\ (A_tL_t)^{1-\alpha}$を挙げられる。

（以下、同様の表記を用いる）。家計が異時点間の消費を最適化する結果として、一人当り実質消費 $c_t$ について、

$$u'(c_t) = u'(c_{t+1}) \cdot (1 + r_t)/(1 + r) \qquad (3\text{-}3)$$

という関係が成立する[12]。ただし $u(\bullet)$ は時点効用関数、$\rho$ は時間選好率を表す。これは、家計が財産を今期（$t$ 期）に消費することから得る限界効用と、今期に消費しないで来期（$t$+1 期）まで投資した収益を得た後で消費することの限界効用（割引価値）が均衡することを表す関係式（オイラー方程式）である。

ここで、時点効用関数は、相対的リスク回避度（$-u'(c_t)/(c_t \cdot u''(c_t))$）が一定値（$\sigma^{-1}$）であるようなタイプであると仮定する[13,14]。このとき、(3-3)式に一次のテイラー展開を適用しつつ計算すると、

$$(c_{t+1} - c_t)/c_t = s(r_t - r) \qquad (3\text{-}4)$$

となる[15]。この右辺に現れる３つの要素を定性的に解釈すると、(1)実質利子率 $r_t$

---

[12] 本稿では、議論を平易にするために、家計の最適化問題に現れる人口変動の効果を明示的には説明しない。

一般に、人口変動の扱いについては、2 通りの設定があり得る。一つは、異時点間の効用関数に人口増加の効果をウェイト付けして最適化を行う方法である。他方は、ウェイト付けを行わず均等に時点効用関数の割引価値を足し上げる方法である。本文中で示した説明および結果は、前者の設定に対応する。一方、後者の問題設定を行うと、後掲(3-5)式は、右辺に労働人口増加率 $n$ が加わり、次式のようになる。

$$\bar{r} = \sigma^{-1} g_A + \rho + n \qquad (3\text{-F1})$$

[13] 相対的リスク回避度（$\sigma^{-1}$）の逆数 $\sigma$ は、異時点間代替率と呼ばれる。この効用関数を仮定すれば、当然、異時点間代替率も一定である。

[14] このタイプの効用関数は、経済モデル分析で頻繁に利用される。

[15] 本節では、説明を平易にするため、将来のマクロ変数に不確実性がないという暗黙の仮定を置いて議論を進める。具体的には、(3-3)式右辺に表れる($t$ +1)期の消費量が確定的であると考え、期待値オペレータを捨象した。より一般的には、将来のマクロ変数の不確実性を勘案しつつモデルを解くことが可能である。その場合、(3-4)式左辺に期待値オペレータが付くことになる。この時テイラー展開を行うと、一人当り消費の増加率（期待値）の項のほかに、追加的に、$[\sigma^{-1}(\sigma^{-1}-1)/2] \bullet E_0[(c_{t+1}-c_t)/c_t]^2$ という項が現れる。この項は、近似的に、$[\sigma^{-1}(\sigma^{-1}-1)/2] \bullet \mathrm{Var}[(c_{t+1}-c_t)/c_t]$ と表すことができる（Var は分散オペレータ）。したがって、(3-7)～(3-10)式の右辺にはそれぞれ、経済成長率の分散に依存する項が現れる。その効果が小さい場合において、本文中で解説した状況が近似的に成立する。

本稿では、説明を平易にするため、将来のマクロ変数に不確実性がないという暗黙の仮定

は、今期の消費を先送りして投資を行い、来期の消費量を増やせる度合い、(2)時間選好率$\rho$は、遠い将来に発生する効用より今期に近い時点の効用を好む度合い、(3)相対的リスク回避度$\sigma^{-1}$は、消費量を効用に反映させる際に異時点間の消費量の格差が小さいことを好む度合い（換言すれば、将来の消費を大きく増やすことなく、今期と来期で均等に消費することを好む度合い）、と表現することができる。家計は、手許資金を今期または来期いずれの消費に充てるか考える時、来期の消費を増やす要因（上記(1)）と今期の消費を増やす要因（(2)、(3)）のトレードオフに直面する。両要因がちょうど釣り合う消費量を(3-4)式にしたがって毎期選択することにより、消費の増加率が決まる。

次に、安定的な経済成長経路として、実質産出量・消費・資本ストックがいずれも定率で成長していく経路を考える。このような経路は、均斉成長経路（balanced growth path）と呼ばれる。(3-4)式をみると、消費が定率成長するには右辺に含まれる実質利子率 $r_t$ が一定値（それを$\bar{r}$と表記）でなくてはならないことが分かる。(3-2)式をみると、このとき、実効労働当り資本 $k_t \equiv K_t/A_tL_t$ も一定である必要がある。そのためには、資本ストック $K_t$ が定率 $g_A+n$ で成長しなければならない。なぜならば、生産技術 $A_t$、労働人口 $L_t$ はそれぞれ定率 $g_A$、$n$ で成長すると仮定されていたからである。このとき、(3-1)式から、産出量および消費もそれぞれ定率 $g_A+n$ で成長することが分かる。換言すれば、一人当りの産出量および消費は、定率 $g_A$ で成長する。

均斉成長経路上では、(3-4)式左辺が $g_A$ であることから、長期自然利子率$\bar{r}$は、

$$\bar{r} = \sigma^{-1} g_A + \rho \qquad (3\text{-}5)$$

となる。これは、1 節であらかじめ示した(1-2)式である。

時間選好率$\rho$が技術進歩率 $g_A$ に比べ相対的に小さいならば[16]、(3-5)式を近似して、

$$\bar{r} \quad \sigma^{-1} g_A \qquad (3\text{-}6)$$

---

を置いて議論を進める。より一般的には、将来のマクロ変数の不確実性を勘案しつつモデルを解くことが可能である。その場合、(3-5)～(3-8)式の右辺にはそれぞれ、経済成長率の分散に依存する項が現れる（例えば、Chadha and Dimsdale (1999)を参照）。その効果が小さい場合において、本文中で解説した状況が近似的に成立する。

[16] カリブレーションの結果などから、時間選好率は、0.01 程度に設定される場合が多い。

と書ける。さらに、相対的リスク回避度[17] $\sigma^{-1}$ が 1 に近いと近似できるならば、

$$\bar{r} \qquad g_A \tag{3-7}$$

となる。

本モデルでは価格が伸縮的であると考えていたから、長期均衡的な潜在成長率（一定値）は実際の経済成長率（技術進歩率 $g_A$ と人口増加率 $n$ の和）と等しい。したがって、技術進歩率は、一人当りの潜在成長率と読み替えることができる。さらに、労働人口増加率が 0 に近いと近似できるならば、一人当りの潜在成長率が単なる潜在成長率と一致することから、(3-7)式を書き換えて、長期自然利子率 $\bar{r}$ を

$$\bar{r} \qquad \text{潜在成長率（一定値）} \tag{3-8}$$

と近似することができる。これは、1 節で示した(1-3)式であり、本節の冒頭に指摘したように、実務上しばしば利用される関係式である。その正確性は、上記導出過程で利用した仮定や近似の妥当性に依存する。

[17] カリブレーションの結果などから、相対的リスク回避度（$\sigma^{-1}$）は 1.0 から 2.0 程度のレンジで考えられることが多い。換言すれば、異時点間代替率（$\sigma$）は、0.5 から 1.0 程度のレンジで考えられることが多い。

## ４．短期均衡における自然利子率：ニュー・ケインジアン型動学モデルに基づいて

３節の成長理論モデルでは、価格が完全に伸縮であることが前提とされていたから、実質利子率は限界資本収益率に一致するように内生的に決定された。それは、金融政策の効果（名目利子率の変更）が期待インフレ率の変化によって完全に相殺されてしまうことを意味する。また、3 節の枠組みで内生的に決定される産出量および実質利子率は、定義により、常に自然産出量および自然利子率（価格伸縮的な世界において実現する産出量および実質利子率）であった。このように、３節では、金融政策を視野に入れることなく、また短期的な需要・供給ショックを明示的に勘案することもなく、長期均衡への収束に限った分析を行った。

そこで４節では、金融政策の効果に関連した分析を行うことができるモデルを取り上げ、短期自然利子率の理論的背景を整理する。このために、まず価格硬直性を導入する。その前提の下で独占的競争市場における経済主体が合理的に価格設定を行うと考えることにより、総供給関数（AS 曲線、フィリップス曲線）を導出する。その結果、経済主体の選好が変化したり生産性の成長が長期トレンドから外れるような需要・供給ショックが発生すると、自然産出量の水準が変化するとともに、自然産出量から乖離した産出量が実現し得る。また、実際の実質利子率が自然利子率から乖離することも可能となる。この乖離を取り除くように、金融政策によって実質利子率に働きかけることができる。

４節では、このような性質を有する経済モデルとして、ニュー・ケインジアン型動学モデルと呼ばれるモデルを扱う。プリンストン大学のウッドフォード教授の文献（Woodford (2003)）の内容に即して、ニュー・ケインジアン型動学モデルの概要をできる限り平易に解説しつつ、短期自然利子率を導出する。具体的には、４．１．１節で分析の枠組みについて簡単に説明した後、４．１．２節で総需要関数（IS 曲線)、４．１．３節で総供給関数（AS 曲線）４．１．４節で損失関数最小化の考え方をそれぞれ解説する。それらにより短期自然利子率を考察するためのバックグラウンドとなる情報が得られる。これを踏まえ、４．２節では、短期自然利子率について説明し、あらかじめ２．３節で示した自然利子率や自然産出量の定義や性質について具体的に確認していく。

### ４．１　ニュー・ケインジアン型動学モデルの概要

#### ４．１．１　分析の枠組み

４節では、３節で得た均斉成長経路上の長期トレンドを各マクロ経済変数から控除して、経済ショックに起因する短期変動のみを抽出した変数（ハット付きの文字で表記）を新たに定義し、それらの間の関係を記述する構造モデルを導出・分析する。換言すれば、各マクロ経済変数を長期トレンドからの乖離率に変換した形で、構造モデルを組み立てる。この扱いは、数学的には、構造モデルを定常状態周りで対数線形近似したことになる。

３節で見たように、産出量や消費のトレンドは長期的な潜在成長率（＝技術進歩率 $g_A$＋労働人口増加率 $n$）、短期自然利子率のトレンドは、長期自然利子率である。これを数式で表示して確認すると、産出量（$y_t$）および消費（$c_t$）を表すマクロ変数を総称して $z_t$ と表記すれば、トレンド除去済み変数 $\hat{z_t}$ は、

$$\hat{z_t} \equiv \log(z_t / \bar{z}_t) \cong z_t \text{の} \bar{z}_t \text{からの乖離率} \tag{4-1}$$

と定義できる。ただし、$\bar{z}_t$ は $z$ の定常状態（トレンド除去前）を表す。３節で得た長期トレンドを想起すれば、

$$\bar{z}_t \equiv z_0 \exp(g_A + n)t \tag{4-2}$$

である。

また、実質利子率（$r_t$）、名目利子率（$i_t$）についても、グロス利子率ベースでみた長期トレンドからの乖離率を表す変数として、それぞれ、

$$\hat{r_t} \equiv \log \frac{1 + r_t}{1 + \bar{r}} \tag{4-3}$$

$$\hat{i_t} \equiv \log \frac{1 + i_t}{1 + \bar{i}} \tag{4-4}$$

という定義を導入する。これらの長期トレンドは、

$$\bar{r} \equiv s^{-1} g_A + r \tag{4-5}$$

$$\bar{i} \equiv \bar{r} + \bar{p} \tag{4-6}$$

である。ここで、$\bar{p}$ は、

$$p_t \equiv \log P_t \equiv \log(P_t / P_{t-1}) \tag{4-7}$$

と定義されたインフレ率 $\pi_t$ の目標値であり、本稿ではそれをゼロと考える[18]。

---

[18] 本稿では便宜的に目標インフレ率をゼロと扱うが、これを低水準の正値に拡張すること

### ４．１．２　総需要関数（IS 曲線）

本節では、家計による消費の異時点間最適化の結果として、ミクロ的基礎付けをもった動学的 IS 曲線（後掲(4-17)式）が導かれることを示す。最適化のロジックは、３節での議論とほぼ同様である。逆に、相違点を挙げれば、次の二点である。

(1) 家計の消費選好を表すパラメータを効用関数に組み込み、その短期的な変動から発生する需要ショックをモデルに取り入れること。

(2) 名目利子率やインフレ率など、名目変数を扱うこと。

具体的に考えよう。IS 曲線の導出の基本は、家計の時点効用関数 $u\ (c_t;\ \xi_t)$ の割引現在価値（時間選好率 $\rho$）について将来にわたる流列を考え、その総和の期待値が最大となるように家計が消費 $c_t$ を決定するという考え方である[19]。家計の時点効用関数は、実質消費などの内生変数だけに依存して決まるのではなく、家計の選好の変化、財政政策の影響など外生的なショックから影響を受けることも考えられるので、その効果を表す可変パラメータ（$\xi_t$）を効用関数に取り入れ、ショックを表現する自由度を確保する。

最適化問題の解は、次の考え方から得られる。今期（$t$ 期）の消費から得られる限界効用と来期（$t$+1 期）の消費から得られる限界効用（期待割引現在価値ベース）の比率によって表される消費の異時点間代替率は、今期の消費と来期の消費の相対価格（グロス期待物価上昇率（$\Pi_{t+1}$）／グロス名目利子率（$1+i_t$））に一致する必要がある（消費最適化の一階条件）。さもないと、今期の消費を増加ないし減少させることによって、予算制約を満たしながら、家計の効用を引き上げることが可能になってしまうからである。これを数式で表現すると、名目利子率以外を右辺に整理して、

$$1+i_t=\left\{E_t\left[\frac{u_c(c_{t+1};x_{t+1})/(1+r)}{u_c(c_t;x_t)}\cdot P_{t+1}^{-1}\right]\right\}^{-1} \qquad \text{(4-8)}$$

と書くことができる。以下 4 節では、議論を平易にするために、資本の増減を

---

は可能である。ここで低水準とは、ゼロ周りでの対数線形近似が十分に成立する程度にゼロに近いという意味である。

[19] 時点効用関数の決定要因としては、実質消費や実質貨幣残高（リアル・バランス）が考えられる。本稿では、両者を分離して最適化できるような関数形を仮定することにより、消費の最適化だけに焦点を絞った分析に特化する。

捨象したモデルを考えることとし、その結果、家計の消費 $c_t$ と産出量 $y_t$ が常に一致すると仮定する[20]。また、Dixit-Stiglitz 型の消費指数 $C_t$、産出量指数 $Y_t$、物価指数 $P_t$ を採用するとともに、代表的個人の効用関数が Dixit-Stiglitz 型の総消費によって記述されると仮定する。このとき、個々の経済主体の消費 $c_t$ や産出量 $y_t$ を消費指数 $C_t$ や産出量指数 $Y_t$ で置き換えられることが知られている。したがって、(4-8)式から次の(4-9)式を導くことができる。

$$1+i_t = \left\{ E_t \left[ \frac{u_c(Y_{t+1};x_{t+1})/(1+r)}{u_c(Y_t;x_t)} \cdot P_{t+1}^{-1} \right] \right\}^{-1} \tag{4-9}$$

ただし、産出量指数 $Y_t$、消費指数 $C_t$ は、財 $i$ に対する個別の変数を以下の(4-10)式、(4-11)式のように集約した変数として定義される。

$$Y_t \equiv \left[ \int_0^1 y_t(i)^{\frac{q-1}{q}} di \right]^{\frac{q}{q-1}} \tag{4-10}$$

$$C_t \equiv \left[ \int_0^1 c_t(i)^{\frac{q-1}{q}} di \right]^{\frac{q}{q-1}} \tag{4-11}$$

ここで、$\theta$ は財の代替の弾力性（財の価格が 1%上昇すると数量が何%減少するか）を表すパラメータであり（$q = -\dfrac{dy_t(i)/y_t(i)}{dp_t(i)/p_t(i)}$）、全ての財においてこの弾力性が一定であると仮定されている。

ここで、４．１．１節で述べたように、(4-9)式に対して各変数の長期均衡値周りで対数線形近似を施す。すなわち、(4-9)式の両辺を対数に変換し、次に(4-9)式の長期均衡値を両辺から控除した上、均衡からの乖離幅が小さいという仮定に基づき一次のテーラー展開を実行すると、

$$\hat{Y}_t = E_t \hat{Y}_{t+1} - s(\hat{i}_t - E_t p_{t+1} - \tilde{r}_t^{\prime}) \tag{4-12}$$

ただし、$\tilde{r}_t^{\prime} \equiv s^{-1}(g_t - E_t g_{t+1})$ (4-13)

$$s \equiv -\frac{u_c(\bar{y};0)}{\bar{y} \cdot u_{cc}(\bar{y};0)} \quad \text{：異時点間代替率} \tag{4-14}$$

---

[20] 資本ストックが増減する効果を勘案した場合の修正については、例えば Woodford (2003) で言及がなされている。

$$g_t \equiv s\frac{u_{cx}(\bar{y};0)}{u_c(\bar{y};0)}x_t = -\frac{u_{cx}(\bar{y};0)}{u_{cc}(\bar{y};0)}\frac{x_t}{\bar{y}}$$ ：「需要ショック」と呼称 (4-15)

という結果を得る。(4-12)式は、IS 曲線の一表現である。ハットが付されたマクロ変数は、長期トレンドからの乖離率を表す変数であったことに再度注意しておこう。

さらに、後掲(4-30)式で定義する自然産出量（乖離率ベース）$\hat{Y}_t^n$ を基準として産出ギャップ $x_t$ を

$$x_t \equiv \hat{Y}_t - \hat{Y}_t^n \tag{4-16}$$

と定義した上、(4-12)式を書き換えると、IS 曲線を

$$x_t = E_t x_{t+1} - s(\hat{i}_t - E_t p_{t+1} - \hat{r}_t^n) \tag{4-17}$$

$$\hat{r}_t^n \equiv s^{-1}[(g_t - \hat{Y}_t^n) - E_t(g_{t+1} - \hat{Y}_{T+1}^n)] \tag{4-18}$$

と表現できる。(4-17)式は、ニュー・ケインジアン動学モデルで最も頻繁に利用される IS 曲線の定式化であり[21]、(4-18)式は、その下での自然利子率（正確には、トレンド除去済みの短期自然利子率）の定義式である。(4-17)式をみると、今期の実質利子率($\hat{i}_t - E_t p_{t+1}$)が今期の自然利子率 $\hat{r}_t^n$ に一致するとき、来期の期待産出ギャップが今期の産出ギャップから不変となる。もし、今期に自然産出量が実現していれば、すなわち産出ギャップがゼロであれば、来期の期待産出ギャップもゼロであり、自然産出量に見合った定常的な成長が期待される。なお、自然産出量を定義した上、その安定化を念頭において自然利子率を定義している理由については、後掲４．１．４節を参照されたい。

### ４．１．３　総供給関数（AS 曲線、価格決定式）

本節では、はじめに、独占的競争下における企業の価格設定行動と、家計による消費と労働供給の最適選択を組み合わせてモデル化し、産出ギャップと実

[21] 伝統的なケインズ経済学の IS 曲線と比べると、ニュー・ケインジアン型動学モデルの IS 曲線は、式の形こそ類似しているが、その意味については異なる点も少なくない。特に、(1)各マクロ変数は定常状態からの乖離率ベースで定義されていること、(2)被説明変数は、当期の産出ギャップ（ないし産出量）の絶対水準ではなく、来期の期待産出ギャップと比べた変化率を説明する形になっていること、(3)短期自然利子率が毎期変化すること、などに注意しておきたい。

質限界費用の関係式を導く（4-32 式）。次に、価格の硬直性をモデル化すると、今期・来期のインフレ率と実質限界費用の関係式が導かれる（(4-33)式）。この２つの式を組み合わせることにより、今期・来期のインフレ率と産出ギャップを関係付ける AS 曲線（フィリップス曲線）を得る（(4-34)式ないし(4-36)式）。また、導出過程において、自然産出量の定義付けを行う。以下、説明の手順として、３つのステージ（(1)〜(3)）に分けて順を追って解説する。

(1) 財 $i$ の生産に関する生産関数を

$$y_t(i) = A_t f(h_t(i)) \tag{4-19}$$

と仮定する。$A_t$ は生産技術を表す。簡単のために、財 $i$ についての生産要素は労働投入 $h_t(i)$だけであると仮定している。また、財 $i$ の生産に従事する家計の効用関数は、消費指数に依存する効用 $u(C_t;\xi_t)$と、労働投入に付随する不効用 $v(h_t(i);\xi_t)$から成ると考える[22]。

(2) 次に、家計の効用最大化に基づいて決まる賃金の水準と生産関数から、財の生産に関する実質限界費用（real marginal cost）を求めよう。

財 $i$ の生産者は、労働投入 $h_t(i)$を増加させる場合の不効用と、増加した賃金 $w_t(i)$で消費を拡大することによる効用が均衡するように行動するのが最適であると考える。したがって、

$$v_h(h_t(i);x_t) = \frac{w_t(i)}{P_t} u_c(C_t;x)$$

となる。生産関数の逆関数 $f^{-1}(\bullet)$を用いて記述すれば、

$$v_h(f^{-1}(y_t(i)/A_t);x_t) = \frac{w_t(i)}{P_t} u_c(Y_t;x) \tag{4-20}$$

と書くこともできる。この式は、財 $i$ の産出量 $y_t(i)$と平均産出量 $Y_t$ の両者に依存して実質賃金 $w_t(i)/P_t$が決まるという関係を表す。ところで、財 $i$ を生産する企業にとって、変動費用は $w_t(i) f^{-1}(y_t(i)/A_t)$であるから、これを $y_t(i)$で微分した名目限界費用を物価指数で除することにより、財 $i$ の実質限界費用 $s_t(i)$を次のよ

[22] 労働投入の不効用関数については、関数 $v$ による表現のほかに、

$$\tilde{v}(y_t(i);x_t) \equiv v(f^{-1}(y_t(i)/A_t);x_t) = v(h_t(i);x_t) \tag{4-F1}$$

という表記を導入しておく。

うに導出することができる（(4-20)式を利用）。

$$s_t(i)=\frac{v_h(f^{-1}(y_t(i)/A_t);x_t)}{u_c(Y_t;x_t)\cdot A_t}Y(y_t(i)/A_t) \tag{4-21}$$

ただし$Y(x)\equiv 1/f'(f^{-1}(x))$である。ここで$\hat{A}_t\equiv\log(A_t/\overline{A}_t)$、$\overline{A}_t\equiv A_0\exp(g_A t)$と定義して、$s_t(i)$が定常状態からの乖離、すなわち生産性ショック$\hat{A}_t$や選好ショック$\xi_t$に依存することを明示すると、

$$s_t(i)=s(y_t(i),Y_t;x_t,\hat{A}_t) \tag{4-22}$$

と表現することができる。これは、個別の財の産出量水準に応じてその実質限界費用が決まるという関係を表す。

実質限界費用に着目した理由は、独占的競争の枠組みにおいて、収益最大化を行う企業にとっての最適価格（相対価格$p_t(i)$／$P_t$）が当該時点の実質限界費用にマークアップ率$\mu$を乗じた価格となることが知られているからである[23]。

$$\frac{p_t(i)}{P_t}=m\cdot s(y_t(i),Y_t;x_t,\hat{A}_t) \tag{4-23}$$

このマークアップ率$\mu$は、財の代替の弾力性$\theta$によって

$$\mu\equiv\theta/(\theta-1)>1 \tag{4-24}$$

と表される定数である[24]。もっとも、このような最適価格を常時実現できるのは、価格が伸縮的なケースに限られている。価格硬直的なケースでは、後述する非同時価格調整のようなモデルに従った価格設定を考える必要がある。すなわち、(4-22)式までの議論は、価格硬直性・伸縮性に関係なく一般的に成立するが、(4-23)式で表される最適価格を設定できるかどうかは、価格の硬直性・伸縮性に依存する。

(3) 次に、価格が伸縮的であるケース（生産者がいつでも価格を設定し直すことができるケース、以下(3-1)で扱う）と硬直的であるケース（任意の時点で、生産者が価格を変更できるかできないかが確率的に決まるケース＜一定の確率が

---

[23] 実質限界費用と実質限界利益が一致するように企業が価格設定を行うことから、(4-23)式を容易に導出可能である。

[24] もし全ての財が完全代替（$\theta$が無限大）であれば、マークアップ率$\mu$が漸近的に1となり、競争市場となる。４節では独占的競争を扱っていることから、$\theta$は1より大きい有限の値であり、マークアップ率$\mu$も1より大きい。

外生的に与えられる>、以下(3-2)で扱う）の 2 種類に分けて、企業の収益最大化により財価格が決まり、それに伴い産出量（需要）が決定されることを見て行こう。

(3-1) まず、価格が完全に伸縮的である世界を考える。本モデルでは全ての種類の財が対称的であったから、あらゆる財の価格・産出量が等しいような均衡が瞬時に達成される。その産出量を自然産出量（natural rate of output）と呼び[25]、$Y_t^n$ と表記する。すなわち、価格伸縮的な均衡では、任意の時点 $t$、任意の財 $i$ について、$p_t(i) = P_t$、$y_t(i) = Y_t \equiv Y_t^n$であることから、(4-23)式より、

$$s(Y_t^n, Y_t^n; x_t, \hat{A}_t) = m^{-1} \tag{4-25}$$

となる[26]。この式は、伸縮価格の下で総需要と総供給をマッチさせるような一般均衡解として、自然産出量 $Y_t^n$ が一意に決まることを示している。この $Y_t^n$ は、毎期の選好ショック $\xi_t$ や生産性ショック $A_t$ に依存している[27]。すなわち、(4-25)式を誘導形にすることによって、

$$Y_t^n \equiv Y^n(x_t, \hat{A}_t) \tag{4-26}$$

と表現可能である[28]。伝統的なマクロ経済学では、現実の世界が短期的には価格硬直的である一方、長期的には価格伸縮的であると考えることが多いが、ここでの自然産出量は、短期的にみても価格伸縮的であると仮定した世界での仮想的な産出量として定義されていることに注意しておきたい。(4-25)式ないし(4-26)式は、伸縮価格の下での AS 曲線を表しており、総供給が価格に依存しない

---

[25] 価格硬直性の起源を名目価格の下方硬直性に限るならば、自然産出量は、その環境における最大産出量に対応しているという意味で、潜在産出量ないし完全雇用産出量と呼ぶこともできる。しかし、本稿の枠組みでは、より一般的に、名目価格の硬直性が上方にも下方にも存在する可能性を許容していることから、現実の産出量が自然産出量を上回る可能性も下回る可能性もある。したがって、ここで定義した自然産出量は、生産要素を全て投入することによる最大産出量とは意味が異なることに注意を要する。

[26] 自然産出量の特殊ケースとして、完全競争市場（市場占有力に起因する資源配分に歪みがないことから、マークアップ率 $\mu$ が 1 となる）における自然産出量 $Y_t^e$ を効率産出量（efficient rate of output）と呼ぶ。$Y_t^e$ は、$s(Y_t^e, Y_t^e; x_t, \hat{A}_t) = 1$、$Y_t^e \geq Y_t^n$ を満たす。

[27] 一般に、選好（ショック）を表す $\xi_t$ は、複数のパラメータから成るベクトルである。

[28] 自然産出量に関する後掲(4-48)式は、(4-26)式を変形して表現を変えたものに相当する。

という意味で、AS 曲線が垂直に立っていることを示している。ただし、垂直なAS 曲線の位置は、毎期のショックに応じて変動する。このように毎期変動する自然産出量を考えることの利点は、後述するように、毎期のインフレ率を不変にするという意味での物価安定と整合的な産出量が、この自然産出量に他ならないことである。毎期のインフレ率に影響を及ぼす外生的なショックを相殺するように自然産出量が定義されていると言える。したがって、本モデルの枠組みでは、各期で自然産出量を実現させつつ低位安定したインフレ率を維持することが理想的な政策運営であると理解できる。

これに対し、伝統的なマクロ経済学では、長期的には物価が伸縮的であることから外生ショックの影響は均されて無視できると考えることが多い。すなわち、ショック・パラメータをそれぞれ $\xi_t=0$、$\hat{A_t}=0$ と設定した場合の自然産出量が、長期的な定常トレンド（産出量は $\overline{Y_t}$ ）に相当する。

$$s(\overline{Y_t},\overline{Y_t};0,0)=m^{-1} \tag{4-27}$$

$\overline{Y_t}$ はトレンド成分を除けば定数であるから、(4-27)式は、長期的には AS 曲線が時間不変的であることを示している。

次に、(4-21)式は、価格硬直性･硬直性の双方において成立したことを想起しながら、同式を対数線形近似することによって、その性質を調べてみよう。具体的には、(4-21)式の両辺の対数をとった上、$y_t(i)$および $Y_t$ について $\log Y_t^n$ 周りで一次のテーラー展開を行い、(4-25)式を利用して整理すると、

$$\hat{s_t}(i)\equiv w\hat{y_t}(i)+s^{-1}\hat{Y_t}-(w+s^{-1})\hat{Y_t^n} \tag{4-28}$$

となる。ただし、

$$\hat{y_t}(i)\equiv\log(y_t(i)/\overline{Y_t}) \tag{4-29}$$

$$\hat{Y_t^n}\equiv\log(Y_t^n/\overline{Y_t}) \tag{4-30}$$

$$\hat{s_t}(i)\equiv\log(m\cdot s_t(i)) \tag{4-31}$$

と定義した。ただし、$\sigma$は消費支出の異時点間代替に関する弾性値（(4-14)式)、$\omega$は生産者自身の産出量に対する実質限界費用の弾性値である。すべての財について均等に産出がなされるような対称均衡では $\hat{y_t}(i)=\hat{Y_t}$ であるから、(4-28)式は次のように書ける。

$$\hat{s_t}=(w+s^{-1})(\hat{Y_t}-\hat{Y_t^n}) \tag{4-32}$$

これは、産出ギャップと実質限界費用の関係式である。対数線形近似の範囲において成立し、価格の伸縮性・硬直性に依存しない一般的な関係である。

(3-2) 次に、非同時的価格調整（staggered price adjustment）に関するモデルの一つである Calvo (1983)に従って、価格が硬直的である場合の企業の価格設定行動をモデル化する[29]。このモデルを使うと、実質限界費用によってインフレ率の期待変化幅を表現することができる。その結果と(4-32)式を組み合わせれば、産出ギャップとインフレ率の変化を関係付ける総供給関数（ニュー・ケインジアン型フィリップス曲線）を導出できる。

Calvo (1983)のモデルの基本は、毎期、全ての財のうちの一定割合（$\alpha$）の財は価格を変更できない一方（$0 < \alpha < 1$）、他の（$1-\alpha$）の割合の財の価格は自由に変更が可能である、という仮定である。ある財がどちらのカテゴリーに入るかは、期毎に確率的に決まり、予め知ることはできない。こうした環境の下で、価格変更可能となった企業は、その後の各期の期待収益（割引現在価値ベース）の和が最大となるように価格を再設定する。その際には、次回いつ価格を再変更できるか不確実だという事実を認識した上で、将来の収益期待値を計算して最適化を実行する。その結果、今期のインフレ率は、来期の期待インフレ率と実質限界費用に依存して次のように決まるという関係が導かれる。

---

[29] 価格硬直性に関する理論モデルは多様である。本文で取り上げた Calvo (1983)のモデルは、今期における来期の期待インフレ率に依存した総供給関数（ニュー・ケインジアン型フィリップス曲線）を導出する代表的なモデルである。この他にも、様々な理論モデルによって、様々な型の総供給関数を導出することが可能である。それらを網羅するのは本稿のスコープを超えるが、一例だけを挙げると、全ての財のうちの一定割合（$\gamma$）の財は価格伸縮的である一方、他の $1-\gamma$ の割合の財は一期間前に予め価格を設定しなくてはならないという制約が課されているというモデルを考えると、前期における今期の期待インフレ率に依存した総供給関数（新古典派型フィリップス曲線）を導出できる。すなわち、

$$p_t = E_{t-1} p_t + k(\hat{Y}_t - \hat{Y}_t^n) \qquad \text{(4-F2)}$$

ただし、$k \equiv \dfrac{g}{1-g} \dfrac{w+s^{-1}}{1+wq}$ (4-F3)

である。

ここでは、インフレ率を安定させる上で自然産出量が果たす役割は、ニュー・ケインジアン型フィリップス曲線と共通しているから（係数は異なる）、本稿が主題とする自然利子率を導出する際の結論は同一となる。

$$p_t = bE_t p_{t+1} + z\hat{s}_t \tag{4-33}$$

ただし、$b \equiv \dfrac{1}{1+r}$、$z \equiv \dfrac{1-a}{a}\dfrac{1-ab}{1+wq} > 0$である。

最後に、Calvo (1983)のモデルの帰結である(4-33)式に(4-32)式を代入すると、

$$p_t = bE_t p_{t+1} + k(\hat{Y}_t - \hat{Y}_t^n) \tag{4-34}$$

となる。ただし、

$$k \equiv (w + s^{-1})z = \frac{(1-a)(1-ab)}{a}\frac{w + s^{-1}}{1+wq} > 0 \tag{4-35}$$

である。産出ギャップ $x_t \equiv \hat{Y}_t - \hat{Y}_t^n$ を使って表記すれば、

$$p_t = bE_t p_{t+1} + kx_t \tag{4-36}$$

となる。(4-34)式および(4-36)式は、ニュー･ケインジアン型フィリップス曲線（AS 曲線）と呼ばれる。

### ４．１．４　社会厚生の評価（損失関数の設定）

社会厚生の基準として、代表的家計の効用を採用することとした上、それを最大化するような金融政策の特徴を確認しておこう。

代表的家計の時点効用関数 $U_t$ は、４．１．３節と同様に、(1)消費指数に依存する効用 $u\,(C_t; \xi_t)$と、(2)労働投入に付随する不効用 $v\,(h_t(i); \xi_t)$を全種類の財について平均した指数、の２つから構成されると考える。資本財投資や資本ストックを考えないことから、消費と産出量は一致するので、$u\ (C_t; \xi_t) = u\ (Y_t; \xi_t)$と書ける。また、(4-19)式を使い、

$$v\,(h_t(i); \xi_t) = v\,(f^{-1}(y_t(i)/A_t); \xi_t) \tag{4-37}$$

と書ける。ここで $Y_t$、$y_t(i)$、$\xi_t$ の定常値周りで $u\,(Y_t; \xi_t)$と $v\,(f^{-1}(y_t(i)/A_t); \xi_t)$のそれぞれに対し二次のテーラー展開を実行し、総供給関数を利用して整理を行うと、社会的な効用（時点効用関数 $U_t$ の割引価値）を次のように整理することができる。

$$\sum_{t=0}^{\infty} b^t U_t = -W \cdot \sum_{t=0}^{\infty} b^t L_t + X \tag{4-38}$$

ただし、$W$ は正定数、$X$ は政策から独立した項である。$L_t$ は、時点 $t$ のマクロ変数に依存する損失関数であり、ニュー・ケインジアン型の総供給関数(4-36)

式を前提にすると以下のように定義される[30]。

$$L_t = p_t^2 + l(x_t - x^*)^2 \quad (4\text{-}39)$$

となる。ただし、

$$x^* \equiv \log(\overline{Y}_t^e / \overline{Y}_t) > 0 \quad (4\text{-}40)$$

$$l \equiv k / q \quad (4\text{-}41)$$

$$s(\overline{Y}_t, \overline{Y}_t; 0,0) = m^{-1} \quad (\text{再掲 } 4\text{-}27)$$

$$s(\overline{Y}_t^e, \overline{Y}_t^e; 0,0) = 1 \quad (4\text{-}42)$$

である。(4-41)式に現れる $\kappa$ は、(4-35)式によって定義されたパラメータである。$x^*$は、独占的競争に付随する非効率性によって、完全競争での産出量水準に及ばなくなるという未達幅を表す。裁量的金融政策がインフレ・バイアスを生むという問題（時間不整合性の問題）は、(4-39)式で $x^*$が正であることに表れている。(4.39)式は、インフレをゼロに、産出ギャップを $x^*$にそれぞれ安定的に近づけることを目標とする。

以下、中央銀行のコミットメントが有効である場合、したがって、インフレーション・バイアスの問題が発生しないケースについて、最適化問題を簡単に考察しよう。(4-38)式の社会厚生を最大化するには、(4-17)式と(4-36)式を制約条件として、損失関数

$$\sum_{t=0}^{\infty} b^t L_t \quad (4\text{-}43)$$

を最小化すればよい。中央銀行にとっての直接の操作変数は、総需要関数(4-17)式における名目金利 $\hat{i}_t$ である。ただし $\hat{i}_t$ は、(4-36)式にも損失関数にも現れないという意味で、(4-17)式で「ぶら下がり」となっている。すなわち、内生変数（$x_t$、$\pi_t$）の最適経路が見つかれば、中央銀行は、(4-17)式で最適経路と整合的なように金利を操作すれば良い。したがって、中央銀行にとっての最適化問題は、内

---

30 これに対し、総供給関数として新古典派フィリップス曲線（(4-F2)式）を前提とした場合には、

$$L_t = (p_t - E_{t-1} p_t)^2 + l(x_t - x^*)^2 \quad (4\text{-F4})$$

と定義することによって、社会厚生を(4-38)式のように整理できる。すなわち、総供給関数の形式によって $L_t$の定義を変更すれば、(4-38)式の表現を保持できる。ただし、(4-F4)式における $\lambda$ は、(4-35)式と(4-41)式によって定義されたニューケインジアン型のケースとは異なり、(4-F3)式と(4-41)式によって定義されるパラメータである。

生変数の一つ（例えば $x_t$）を操作変数として、制約条件(4-36)式の下で(4-43)式の損失関数を最小化する問題に置き換えることができる。この問題設定に対し、確実性等価が成立することを利用しつつ、一階条件を導くと、

$$E_0[p_{t+1}+\frac{l}{k}(x_{t+1}-x_t)]=0 \qquad (4\text{-}44)$$

という結果を得る。この条件と(4-36)式を同時に満たす（$x_t$、$\pi_t$）の経路を金融政策が誘導すればよい。特に、両条件を満足する定常状態を（$x^s$、$\pi^s$）と表記すると、

$$x^s=\pi^s=0 \qquad (4\text{-}45)$$

であることを確認できる。すなわち、最適な定常状態は、ゼロ・インフレと自然産出量が持続する状態であることを示している。この点は、産出ギャップの定義において自然産出量を基準としたこと、インフレ率を安定させるにはこの産出ギャップをゼロに維持する必要があり（総供給関数)、そのためには、実質利子率を短期自然利子率に一致させることが必要であること（総需要関数）の背景となっている。

## ４．２　短期自然利子率

ここでは、４．１．２節および４．１．３節で導出された総需要関数（IS 曲線）と総供給関数（ニュー･ケインジアン型 AS 曲線）の構造を踏まえ、短期自然利子率の性質を確認する。まず、IS 曲線と AS 曲線を再掲しておこう。

$$x_t=E_t x_{t+1}-s(\hat{i_t}-E_t p_{t+1}-\hat{r_t^n}) \qquad (再掲\ 4\text{-}17)$$

$$p_t=bE_t p_{t+1}+kx_t \qquad (再掲\ 4\text{-}36)$$

４．１．２節でも指摘したように、(4-17)式をみると、自然利子率 $\hat{r_t^n}$ は産出ギャップ $x_t$ を不変にする（定常的にする）という意味で景気中立的な実質利子率であると言える。また、(4-36)式をみると、もし産出ギャップがゼロであり続ければ、インフレ率をゼロに近い低率でほぼ不変（定常的）に維持することができる。したがって、自然利子率は、経済がインフレ中立的であり続けるための必要条件であると解釈することも可能である。この性質は、自然産出量を基準として定義した産出ギャップを安定化させるように、自然利子率を定義していたことに由来する。自然利子率が中立利子率と呼称されることもあるのは、

こうした性質による。

４．１．３節では、価格が完全に伸縮的な世界で実現する産出量を自然産出量と定義したが、同様に、自然利子率は、価格が完全に伸縮的な世界で実現する実質利子率であると言えることを確認しておこう。伸縮価格の下では常に $x_t$ = 0 であることから、(4-17)式の右辺第 2 項はゼロとなり、実質利子率が自然利子率に一致する。このように、「自然」とは、価格伸縮的な世界で実現する経済状態を意味する。

なお、こうした自然利子率、自然産出量の概念や定義は、4 節で扱ったようなニュー・ケインジアン型モデルに限らず、他の構造モデルにおいても同様に適用することができる。実際、5 節では、バックワード・ルッキングな AS 曲線を含んだ構造モデルを利用して実証を行うが、そこで定義される自然利子率・自然産出量は、本節で明らかにした内容と同様の性質を有する。

次に、次節以降で実証分析を行う上で有益な考え方について、整理しておこう。(4-17)式に現れる短期自然利子率（トレンド除去後の短期変動部分）は、具体的には次のように表された。

$$\hat{r}_t^n \equiv s^{-1}[(g_t - \hat{Y}_t^n) - E_t(g_{t+1} - \hat{Y}_{t+1}^n)] \qquad \text{(再掲 4-18)}$$

これに長期トレンド（長期自然利子率）を加えることにより、短期自然利子率は、

$$\begin{aligned} r_t^n &= (s^{-1}g_A + r) + \hat{r}_t^n \\ &= (s^{-1}g_A + r) + s^{-1}(E_t\hat{Y}_{t+1}^n - \hat{Y}_t^n) + s^{-1}(g_t - E_t g_{t+1}) \\ &\cong s^{-1}(g_A + n) + s^{-1}(E_t\hat{Y}_{t+1}^n - \hat{Y}_t^n) + s^{-1}(g_t - E_t g_{t+1}) \\ &\cong s^{-1}E_t(\log Y_{t+1}^n - \log Y_t^n) + s^{-1}(g_t - E_t g_{t+1}) \end{aligned} \qquad \text{(4-46)}$$

または[31]、

$$r_t^n \cong E_t(\log Y_{t+1}^n - \log Y_t^n) + s^{-1}(g_t - E_t g_{t+1}) \qquad \text{(4-47)}$$

と表現できる[32]。(4-47)式をみると、自然利子率は、自然産出量の期待変化率（以

[31] (4-47)式は、(4-46)式の右辺第 1 項における係数（相対的リスク回避度）を１と近似したものである。

[32] (4-48)式を利用すると、(4-46)式の代替表現として、自然利子率を

$$r_t^n = (s^{-1}g_A + r) + \frac{s^{-1}w}{(s^{-1} + w)} \cdot (1 - E_t L^{-1})(g_t - q_t) \qquad \text{(4-F5)}$$

下、可変的な潜在成長率と呼称）と需要ショック成分（$\equiv s^{-1}(g_t - E_t g_{t+1})$）と定義）の和として近似可能であることが分かる。あるいは、(4-46)式に従えば、自然利子率は、可変的な潜在成長率に定数（相対的リスク回避度）を乗じた要素と需要ショック成分から構成されると位置付けるとことも可能である。なお、後掲(4-48)式に示されるように、自然産出量は需要ショックと供給ショックの両方から影響を受けることから、その増加率である潜在成長率（(4-47)式右辺第 1 項）も、需要ショックと供給ショックの双方に依存する。短期自然利子率は、この潜在成長率のほかに、別途の需要ショック成分（(4-47)式右辺第 2 項）が加わる形で定式化される。

短期自然利子率に関するこの定式化は、５．２．１節および６．１節の分析で利用される。なお、短期自然利子率に関する概念図として、図表２を参照されたい。図表２の上段グラフに示された自然産出量について変化率をとったデータが、下段グラフの可変的な潜在成長率に相当している。それに景気循環等を反映した需要ショック成分を加えたのが、自然利子率となっている。

ここで、自然産出量の性質の性質について、考察しておこう。(4-21)式の両辺の対数をとった上、$y_t(i)$および $Y_t$ について $\log\overline{Y_t}$ 周りで一次のテーラー展開を行い、(4-27)式を利用して整理すると、次式が得られる。

$$\hat{Y}_t^n = \frac{s^{-1} g_t + w q_t}{s^{-1} + w} \tag{4-48}$$

この式は、自然産出量の短期変動（$\hat{Y}_t^n$）が、需要ショック（$g_t$）および供給ショック（$q_t$）の加重平均として表されることを示している[33]。自然産出量は、伸縮価格の下で総需要と総供給が一致することによって実現する産出量であると定義されているから、需要ショックと供給ショックの両者から影響を受けるのは当然である。

なお、(4-48)式に現れる需要ショック $g_t$ と供給ショック $q_t$ は、次のように定義されたものである。

---

と記述することも可能（$L$ はラグ演算子）である。この表現では、自然利子率の短期変動要素が需要ショックと供給ショックによって表されている。ただ、推計モデルを扱う場合などには、(4-46)式による表現の方が有益なケースが多いと思われる。

[33] $\sigma$は、消費支出の異時点間代替に関する弾性値、$\omega$は、自分自身の産出量に対する実質限界費用の弾性値である。

$$g_t \equiv -\frac{u_{cx}(\overline{Y};0)}{u_{cc}(\overline{Y};0)}\frac{x_t}{\overline{\overline{Y}}} \qquad \text{(再掲 4-15)}$$

$$q_t \equiv -\frac{\tilde{v}_{yx}(\overline{Y};0)}{\tilde{v}_{yy}(\overline{Y};0)}\frac{x_t}{\overline{\overline{Y}}} \qquad (4\text{-}49)$$

**需要ショック $g_t$ は、選好の変化 $\xi_t$ に対して消費支出の限界効用を一定に保つためには産出量を何パーセント増加させる必要があるかを表す変数である。この需要ショックは、財政支出のトレンドからの乖離に起因する「財政ショック」[34]（$\hat{G}_t$）と、消費に対する選好（効用関数 $u$ の形状）の変化に起因する「消費選好ショック」（$\overline{C}_t$）から構成されると解釈可能である。また、供給ショック $q_t$ は、選好の変化 $\xi_t$ に対して労働供給の限界不効用を一定に保つためには産出量を何パーセント増加させる必要があるかを表す変数である。この供給ショックは、生産性のトレンドからの乖離に起因する「生産性ショック」[35]（$\hat{A}_t$）と、労働に対する選好（不効用関数 $v$ の形状）の変化に起因する「労働選好ショック」（$\overline{h}_t$）から構成されると解釈可能である。すなわち、**

$$g_t = \hat{G}_t + (1 - s_G)\overline{C}_t \qquad (4\text{-}50)$$

$$q_t = (1 + w^{-1})\hat{A}_t + w^{-1}n\overline{h}_t \qquad (4\text{-}51)$$

**ただし、$s_G$ は定常状態で総支出に占める政府支出の割合、$\nu$ は労働供給の異時点間弾力性の逆数である。これらに基づき、(4-48)式の自然産出量の短期変動（$\hat{Y}_t^n$）を各種ショックに分解すると、図表１に図示したようになる。**

**短期自然利子率に関する(4-46)式に戻ると、その構成要素の一つである $\hat{Y}_t^n$ が上記のような経済ショックに細分化可能であることから、短期自然利子率についても、上記の各種経済ショックの線形和となっていると解釈できる。具体的には、(4-46)式に(4-50)式と(4-51)式を代入し、さらに、各ショックが互いに独立な AR(1)過程に従うと仮定すると[36]、次式を導くことができる。**

---

[34] (4-15)式における選好パラメータ・ベクトルの一成分として、財政支出が長期トレンドから乖離することに伴うショックが含まれていると解釈する。

[35] (4-49)式における選好パラメータ・ベクトルの一成分として、生産性ショック $\hat{A}_t$ が含まれていると解釈する。

[36] 外生ショックは、必ずしも AR(1)でなくてもよいが、対数線形近似を成立させるために、

$$
\begin{aligned}
r_t^{\,n} &= (s^{-1} g_A + r) \\
&\quad + (s + w^{-1})^{-1} \cdot [(1 - r_G)\hat{G}_t + (1 - s_G)(1 - r_C)\overline{C}_t \\
&\quad - (1 + w^{-1})(1 - r_A)\hat{A}_t - w^{-1} u (1 - r_h)\overline{h}_t\,]
\end{aligned}
\qquad (4\text{-}52)
$$

ただし、$\rho_G$、$\rho_C$、$\rho_A$、$\rho_h$はそれぞれ、4 種類の外生ショック$\hat{G}_t$、$\overline{C}_t$、$\hat{A}_t$、$\overline{h}_t$（いずれも AR(1)過程と仮定）の自己相関係数を表す。これをみると、短期自然利子率は、長期自然利子率（$\sigma^{-1} g_A + \rho$）を長期均衡水準として、その周りに様々な短期的ショックに起因する乖離を発生させることが分かる。これにより、２．３節の(2-3)式を確認することができる。

もし、各々のショックの時系列的な性質（例えば、AR(1)過程に従うなど）が分かれば、(4-46)式全体としての時系列的性質を特定することができる。ただ、各種経済ショックの識別は実証的に容易でないことから、そのようなボトムアップ的な計測は困難であることが予想される。したがって、短期自然利子率の計測に当たっては(4-46)式または(4-47)式の定式化を利用することが有益であると考えられる。本稿でも、５．２節において、そのような構造モデルを採用して計測を行う。

少なくとも I(0)である必要がある。

## ５．自然利子率の計測

### ５．１　実証分析の分類

自然利子率の計測方法は、大きく次の３通り（(1)〜(3)）に分類することができる[37]。いずれの計測方法にも長所・短所があるので、分析目的等に応じて多面的に計測を行うのが理想的と考えられる。

(1) 市場金利の期間構造に関する情報から推定

物価インデックス債利回りの期間構造データから、遠い将来についての短期インプライド・フォワード・レート（実質値）を求め、それが短期実質金利の均衡水準、すなわち自然利子率を表していると解釈する（例えば、Bomfim (2001)）。この手法により導出される自然利子率は、遠い将来に関する予測値を計測しているという意味で、長期自然利子率に相当すると考えられる。ただし、分析上の問題点として、インプライド・フォワード・レートには、債券価格の需給プレミアムなど、自然利子率以外の要因が混入している可能性が挙げられる。

(2) 大規模マクロ経済モデルの利用

マクロ経済モデルを所与として、毎期の産出ギャップを不変に保つような実質利子率を計測した結果が短期自然利子率であると考える。米国については、MIT-Penn-SSRC (MPS)モデルを用いた計測結果（Bomfim (1997)）などが報告されている。

(3) 小規模マクロ経済モデルの利用

上記(2)と同様に短期自然利子率を計測する。その際、取扱いが相対的に容易な小規模マクロ経済モデルを利用する。

大別すると、(1)ミクロ的基礎付けを持ったフォワード・ルッキング型の構造モデルをカリブレーションによって特定するアプローチと、(2)ミクロ的基礎付

---

[37] ここでの分類は、Bomfim (2001)を参考にした。

けがなくても過去のデータに基づく推定が比較的容易な構造モデルに基づくアプローチ、の 2 種類に分類することができる。前者の例としては、Neiss and Nelson (2001)が、動学的一般均衡モデル（DGEM）のカリブレーションを行った上で自然利子率を計測した結果を報告している。一方、後者については、FRB の Laubach and Williams (2003)をはじめとして、各国の中央銀行で研究が進められている。

前者のアプローチの長所としては、ミクロ的基礎に基づいて定義された短期自然利子率を理論整合的に計測できる点が挙げられる。一方、短所は、モデルの推定が容易でないことからカリブレーションに頼らざるを得ないほか、モデルへの依存性が強いことから、モデル構造の不確実性に対する頑健性を担保するのが容易ではないことである。

後者のアプローチの長所は、比較的頑健にマクロ経済モデルを推定して、景気中立的な自然利子率を計測できる点である。短所は、構造モデルと比較して、理論モデルとの整合性が必ずしも明らかでなくなることである。

## ５．２　わが国の自然利子率の計測

### ５．２．１　モデル

本節では、５．１節の分類における(3)の小規模マクロ経済モデルを利用するアプローチによる自然利子率の計測例を示す。具体的には、Laubach and Williams (2003)の方法をわが国のデータに適用する。

このアプローチは、バックワード・ルッキング型の構造モデルを用い、４節で整理した短期自然利子率に相当する時系列を計測するものである。ただし、自然利子率や自然産出量の短期変動のうち、周期が極端に小さいノイズ的な要素を除去する点が特徴となっている。これは、金融政策運営の参考情報を得るという目的からは、文字どおり毎期の短期ショックまでが必要となるのではなく、政策により対応可能な、いわば中期的な経済ショックを検出することに意味があるという考えに基づく。この意味で、本方法で計測される自然利子率は、中期自然利子率とでも呼ぶべき概念である。

具体的なモデルは、下記の(5-1)～(5-6)式で構成される。

▽IS 曲線

$$y_t - y_t^n = a_1(y_{t-1} - y_{t-1}^n) + a_2(y_{t-2} - y_{t-2}^n) - a_3\left[(r_{t-1} - r_{t-1}^n) + (r_{t-2} - r_{t-2}^n)\right]/2 + e_{1t} \tag{5-1}$$

▽AS 曲線

$$p_t = b_1 p_{t-1} + \frac{b_2}{3}\sum_{i=2}^{4} p_{t-i} + \frac{(1-b_1-b_2)}{4}\sum_{i=5}^{8} p_{t-i} + b_3(y_{t-1} - y_{t-1}^n) + b_4 p_t^m + b_5 p_{t-1}^m + e_{2t} \tag{5-2}$$

▽自然産出量の定式化

$$y_t^n = y_{t-1}^n + g_{t-1}^n + e_{3t} \tag{5-3}$$

ただし、$g_t^n = g_{t-1}^n + e_{4t}$ (5-4)

▽自然利子率の定式化

$$r_t^n = c \cdot g_t^n + z_t \tag{5-5}$$

ただし、$z_t = d \cdot z_{t-1} + e_{5t}$ (5-6)

$y_t$：産出量（対数値）、$y_t^n$：自然産出量（対数値）、$r_t$：実質利子率、
$r_t^n$：自然利子率、$p_t$：インフレ率、$p_t^m$：輸入物価インフレ率、
$g_t^n$：自然産出量のトレンド（＝潜在成長率）、$z_t$：需要ショック成分、
$e_{1t}$、$e_{2t}$、$e_{3t}$、$e_{4t}$、$e_{5t}$：いずれも系列相関を持たず、互いに独立なショック。

各式を順に見ていこう。IS 曲線と AS 曲線は、いずれもバックワード・ルッキング型である。IS 曲線では、産出ギャップ（$y_t - y_t^n$）が２期分の自己ラグと前期および前々期の実質利子率ギャップ（$r_t - r_t^n$）に依存する。AS 曲線では、インフレ率が 8 期の自己ラグ[38]、前期の産出ギャップ、今期および前期の輸入物価インフレ率[39]に依存する。

IS 曲線と AS 曲線の中に現れる自然産出量と自然利子率は、ミクロ的基礎付

[38] パラメータの数を節約するために、インフレ率の自己ラグについては、2 期ラグから 4 期ラグまでの係数が互いに等しく、また 5 期ラグから 8 期ラグまでの係数も互いに等しいという仮定を置いている。

[39] 輸入物価インフレ率は、AS 曲線のシフトを制御するための代理変数という位置づけで採用した。

けの下に定義された 4 節の自然産出量、自然利子率と理論的に完全に対応しているわけではない。この点は、推定モデルが厳密なミクロ的基礎付けを犠牲にして現実経済の説明力を優先させていることに伴う限界とも言える。ただし、それでも、IS 曲線において、実質利子率が自然利子率に一致する状況は、産出ギャップがゼロに保たれた状況と整合的であるという意味で、景気中立的であると言える。また、AS 曲線において、現実の産出量が自然産出量に一致する状況は、輸入インフレ率や経済ショックを無視した場合にインフレ率が不変である状況と整合的である。その意味で、自然産出量はインフレ中立的であると言える。このように、ここで定義されている自然産出量や自然利子率は、4 節までの定義に基づく場合と同様の基本的性質を満たすことを確認できる。

次に、自然産出量と自然利子率の構造は、次のように定式化されている。まず、自然産出量については、その可変トレンド（潜在成長率）$g_t^n$ が分散の小さいランダム・ウォークに従うと仮定することによって、構造変化を説明する自由度を確保している（(5-3)式、(5-4)式）。これは、本稿 3 節や 4 節のような比較的単純なモデルでは説明しきれない現実の経済の動きを扱う上で必要な要素の一つである[40]。自然利子率（$r_t^n$）については、潜在成長率（$g_t^n$）に定数 $c$（＝相対的リスク回避度と解釈可能）を乗じた成分と需要ショック成分（$z_t$）から構成されると考える（(5-5)式）。これは４．２節の(4-46)式に対応する。その需要ショック成分については、AR(1)プロセスに従うと仮定する[41]。

---

[40] 実証分析において、潜在成長率が長期的に一定と仮定することには無理があるので、一般に、潜在成長率が何らかの確率過程に従って変動するというモデル化を行う。本稿で採用した Laubach and Williams (2003)のアプローチは、潜在成長率がランダム・ウォーク過程に従うとしている。潜在成長率に加わるショック（$e_{4t}$）の分散が小さいので、潜在成長率は毎期少しずつ変化していくことが想定されている。この定式化は、Clark (1987)や Kuttner (1994)を始め、米国経済を対象とする多数の先行研究で取り上げられてきたものである。

なお、潜在成長率の確率過程に関するもうひとつの代表的なモデル化として、マルコフ・スイッチング・モデルがある（例えば、Hamilton (1989)、Kim and Piger (2002)）。このアプローチでは、長期の潜在成長率は基本的に定数であるが、とることができる定数の値が複数存在し、一定の確率で異なる値にジャンプすると想定する。本稿では、複数のモデルを推定することにより頑健性を調べることはしていないが、今後の課題として、このような他のアプローチを採用した上で自然利子率を計測することが考えられる。

[41] Laubach and Williams (2003)は、米国経済のデータを分析する中で、$z_t$ についてランダム・ウォークを仮定したモデルと AR(2)プロセスを仮定したモデルを推計したうえ、両者の

経済には、$e_{it}$ $(i = 1,2,\dots,5)$という５種類の独立な経済ショックが発生すると想定している[42]。特に$e_{1t}$、$e_{2t}$の項をモデルに取り入れたことにより、産出ギャップやインフレ率の変動のうち、ラグを伴わずに 1 期のみで消滅するような極めて短期のショックによる影響が自然産出量（$y_t^n$）、自然利子率（$r_t^n$）、需要ショック成分（$z_t$）から排除され、誤差項として処理される。

これらの推計式は、観測不能成分推定モデル（unobserved components model）と呼ばれる計量モデルを構成しており、状態空間表現を採用した上でカルマン・フィルターを活用して推定が可能である[43]。

推計に用いたデータは、1980 年第 1 四半期～2002 年第 2 四半期の実質 GDP、CPI（除く生鮮、消費税要因調整済ベース）、輸入物価指数、およびコールレート（無担保オーバーナイト物）である。また、IS 曲線の実質利子率を算定する上で必要な期待インフレ率については、実際のインフレ率データに AR(3)過程を当てはめたモデルによって推定される予測値を使用した。

---

結果は大きく違わないと報告している。

これに対し、今回わが国経済のデータを分析するに当たっては、$z_t$ について AR(1)過程（I(0)過程）とランダム・ウォーク（I(1)過程）の 2 通りを仮定して、モデルの推計を行った。これは、経済に加わるショックの時系列的性質として、I(0)ないし I(1)過程を考えるのが一般的であることによる。推計の結果、$z_t$ に対してランダム・ウォークを仮定した場合には、サンプル期間を通して需要ショック成分がマイナスで推移するなど、非現実的な結果となってしまうことが分かった。一方、$z_t$ に対して AR(1)過程を仮定した場合には、経済的に解釈可能な解を得ることができた。

なお、$z_t$ に関する AR(1)過程を推定する上では、発散解を排除するために、自己相関係数（$d$ ）が１以下であるという制約を課して推計を行った。この制約を課すに当たっては、$d = g^{|k|}$ （ただし、 $g$は 1 未満で任意の正定数＜本稿では $g = 0.95$ と設定＞）と定式化した上、$d$ を直接推計する代わりに $k$ を推計した。

42 $e_5$ の分散に比べて$e_4$ の分散がかなり小さい場合、(5-1)～(5-6)式をそのまま最尤法で推計すると、$e_4$ の分散が 0 と推計されてしまうという問題がある（pile-up problem と呼ばれる）。この問題を回避するため、本稿では、Laubach and Williams (2003)と同様に、Stock and Watson (1998)が提案した中位値不偏推定量（median unbiased estimator）を用いて、$e_4$ の標準偏差と$e_5$ の標準偏差の相対比（$s_4 / s_5$）を事前に別途推定しておくというアプローチを採用した。

43 観測不能成分推定モデル（unobserved components model）の推定方法については、例えば、Harvey (1989)、Hamilton (1994, Chapter 13)などを参照。

### ５．２．２　短期自然利子率の計測結果

本モデルの推計結果は、図表３に示されている。IS 曲線、AS 曲線ともに、２次以上のラグ項（$a_2$、$b_2$）の有意性がやや低いものの、全てのパラメータが正しい符号を示し、一定の説明力を示している。

推定されたモデルに基づき算定される短期自然利子率等は、図表４に示されている。この図は、前掲の概念図（図表２）の形式に合わせて、自然産出量と自然利子率の計測結果を表示している。潜在成長率成分は、バブル崩壊期の 1990 年央から 1992 年央にかけて急低下した後、若干の振れを伴いつつさらにじわじわと低下し続け、1997 年以降は 1%に満たない低い水準で推移している。また、需要ショック成分も 1992 年以降振れを伴いながらも一貫してマイナスで推移している。この結果、潜在成長率成分と需要ショック成分を加えた自然利子率は、1997 年以降 2002 年第 1 四半期までの大部分の期間でマイナスとなっている。

米国について同様の推定を行い[44]、結果を図示したのが図表５である。日米を比較すると、自然利子率を変動させている要因が日米で大きく異なっている。すなわち、米国の自然利子率の循環的変動のほとんどが需要ショック成分の変動によって説明可能である。換言すれば、米国の潜在成長率成分は大きく動いておらず、自然利子率の変動に対して寄与が小さい。これに対し、わが国の場合、バブル生成期・崩壊期を挟んで潜在成長率が極めて大きく変動したことから、自然利子率の変動に対する寄与としても、需要ショック成分だけでなく、潜在成長率成分の変動が大きく影響している。

次に、本モデルの推計によって得られた産出ギャップを、他の推計方法[45]に基

---

[44] 米国のデータを利用した推定に当たっては、需要ショック成分の定式化について、５．２．１節で掲げた(5-6)式の代わりに、Laubach and Williams (2003)の元々の定式化の一つであるランダム・ウォークを採用したうえ、データ（1961 年第 1 四半期～2000 年第 4 四半期）を 2002 年第 2 四半期まで拡張して、再推計を行った。

[45] 本節のモデルの推計結果に基づく GDP ギャップの比較対象としては、次の３種類の推計値を取り上げた。

(1) HP フィルターによる産出量のスムージング結果を潜在産出量（自然産出量）であるとみなした上、そこから現実の産出量がどれだけ乖離しているかを GDP ギャップと

づく産出ギャップと比較したのが、図表６上段グラフである。本モデルによる推計値の特徴点としては、他の推計値と比べ、(1)景気の山谷の時期は概ね一致していること（ただしバブル生成期がやや早めに現れている）、(2)産出ギャップの変動幅が全般的に小さいこと、の２つが挙げられる。

同様に、ここで推計された自然利子率をＨＰフィルターに基づく潜在成長率と比較したのが、図表６下段グラフである。産出ギャップの場合とは逆に、本モデルによる自然利子率の推計値は、ＨＰフィルターによる推計値に比べてかなり大きく変動している。また、バブル生成期における自然利子率の上昇は、ＨＰフィルターによる推計値よりもやや遅れて現れている。

以上の分析は、2002 年第 2 四半期時点で利用可能な全てのデータ（フルサンプル）を用いて、自然産出量や自然利子率を事後的に推計した結果である。仮にそれらが真の自然産出量や自然利子率を表わしているとして、過去の各時点において、リアルタイムではどの程度正確にそれらを推計できたのだろうか[46]。各時点において、そのときに入手可能なデータだけを利用して自然利子率を推

---

考える推計。

(2) マクロ生産関数の推定を行い、生産要素（労働、資本）をフル稼働して得られる生産の上限を「潜在産出量」であると定義した上、そこから現実の産出量がどれだけ乖離しているか（下回っているか）を GDP ギャップと考える推計。特に生産関数の推計に当たって、非製造業の資本稼働率を 100%に固定した上でソロー残差にトレンドを当てはめ、そのトレンド部分を全要素生産性（TFP）であると解釈して推計する方法。図表 6 上段グラフで、「生産関数アプローチ（固定稼働率型）」と呼称。

(3) 基本的に、GDP ギャップを上記(2)と同様に定義するが、生産関数の推計に当たって、(2)と異なり、電力需要に基づいて非製造業の資本稼働率を直接推計し、その際のソロー残差をそのまま TFP とみなす方法。図表 6 上段グラフで、「生産関数アプローチ（可変稼働率型）」と呼称。

なお、(3)の推計は、鎌田・増田(2001)で提案された方法である。(2)と(3)の推計方法の詳細は、鎌田・増田(2001)を参照。

[46] 状態空間モデルにおいて、時点 $t$ の状態変数として扱われる潜在成長率 $g_t$ や需要ショック成分 $z_t$ を $a(t)$ というベクトルで表記すると、フルサンプルを用いた推計値は、サンプル最終期（$T$ 時点）の情報を用いて $t$ 期($t<T$)の状態変数を推計しているので、$a(t|T)$と表記される。一方、各時点においてリアルタイムで入手可能なデータのみに基づいて推計したものは、$a(t|t)$と表記される。前者はカルマン・フィルター予測、後者はカルマン・スムージングと呼ばれる。詳しくは、Harvey (1989), Hamilton (1994, Chapter 13)などを参照。

計した場合の結果（リアルタイム推計）を示したのが、図表７である。上段グラフをみると、リアルタイムの推計値の変化は、事後的に推計される正確な値（フルサンプル推計）に比べて若干遅れる傾向がある。両者の乖離幅を示したのが下段グラフであるが、最大で 1.9%程度の乖離が現れている。サンプル期間を通してみると、特に急速な景気拡大・後退期において乖離が大きくなっている。したがって、自然利子率を政策運営の参考とする場合には、リアルタイムの推計値の遅行可能性という癖をはじめ、様々な推計誤差の存在に留意する必要があり、他のデータ等と相互補完的に分析することが望ましいと考えられる。

計測された自然利子率（リアルタイム推計）に期待インフレ率を加えることにより、自然利子率と整合的であるという意味で景気中立的な名目短期金利（中立コールレート）の水準を示したのが、図表８である。これを見ると、1987 年央～1989 年央におけるコールレートの水準は、リアルタイム推計に基づく景気中立的な値に照らして 2%強低い水準で推移していたことが示唆される。

1996～97 年をみると、実際のコールレートが 0.5%程度の低水準で横這いに推移したのに対し、推計された景気中立的なコールレートは 3%近くまで上昇している。この時期、景気は拡大を続けていたものの、一方で企業部門の過剰債務、金融部門の不良債権といった金融面の問題が徐々に表面化し始めていた（97 年秋以降には、金融機関の相次ぐ破綻により、現実に金融不安が顕在化した）ことを踏まえると、これほどの金融引締めが妥当とは考えられない。このような乖離が生じた理由としては、今回の計測が経済を IS 曲線と AS 曲線という２本の式で単純化したモデルに立脚していたことから、金融面の問題がもたらす影響等までは捉え切れていなかった可能性が考えられる。したがって、計測された自然利子率を解釈する上では、前提とした構造モデルの不確実性や不完全性に十分注意を払う必要があると考えられる。

また、1997 年から 2002 年初には、自然利子率の推定値がマイナスとなった局面がある上[47]、期待インフレ率の推定値もゼロ近辺ないし若干のマイナスで推移していることから、この時期、中立的なコールレートの水準がマイナスであったと推定される時期が存在する。その場合、名目金利をゼロに維持したとし

[47] 日本における近年の自然利子率がマイナスである可能性については、例えば Krugman (1998)も、理論的側面から示唆を与えている。

ても、他にポジティブな経済ショックが加わらないならば、負の産出ギャップが拡大しデフレが進行する可能性を排除することができないという意味を持つ。本モデルによる推定結果そのものについては、前述のように、ある程度幅をもって評価する必要があるが、自然利子率が正か負かは、金融政策の運営に当たって大きな意味を持つ問題である。

## ６．金融政策運営における自然利子率の有用性

本節では、自然利子率を金融政策運営上の参考情報として活用する場合に、その計測の正確性が重要であることについて定量的に検証を行う。具体的には、景気中立的な実質利子率として、(1)５．２節で推定した短期自然利子率、(2)そのうち潜在成長率成分だけで採用したケース、(3)HP フィルター（Hodrick-Prescott フィルター）[48]によって導出した潜在産出量の成長率、のいずれを参照するかによって、経済厚生の尺度で評価したパフォーマンスがどのように変わるかを分析する[49]。

### ６．１　自然利子率と政策ルール

テイラー・ルールの最も基本的な定式化では、中央銀行の政策金利がインフレ率、産出量それぞれの目標水準からの乖離に依存して決定されるべきであると考える（Taylor (1993)）。具体的には、

$$i_t = \bar{r} + \bar{p} + f_p(p_t - \bar{p}) + f_y(y_t - \bar{y}_t) \qquad (6\text{-}1)$$

と書くことができる[50]。ただし、$i_t$、$p_t$、$y_t$ は、それぞれ政策金利、インフレ率、産出量（対数）を表わし、$\bar{r}$、$\bar{p}$、$\bar{y}_t$ は、それぞれ、均衡利子率（＝長期自然利子率、定数）、目標インフレ率（定数）、潜在産出量（対数、一定トレンドで成長）を表わす。ここで、潜在産出量（$\bar{y}_t$）および均衡利子率（$\bar{r}$）について、長期均衡状態に固定する代わりに、それぞれ可変的な自然産出量（$y_t^n$）および短期自然利子率（$r_t^n$）を採用する一般化を考えよう。すなわち、

---

[48] HP フィルターを産出量の時系列データに適用する場合、実際の産出量と「潜在産出量」の偏差の二乗の合計値と、「潜在産出量」の成長率の変化の二乗の合計値を加重平均した値が最小化されるように、「潜在産出量」が定義される。分析の簡便性などから、潜在産出量を算定する上でしばしば利用される方法である。

[49] 短期自然利子率の代理変数の設定方法としては、(2)のバリエーションとして、生産関数アプローチによって潜在成長率を推定する方法や、AS 式からインフレ中立的な潜在成長率を推定する方法（例えば、廣瀬・鎌田(2001､2002)）なども考えられる。

[50] テイラーによるオリジナルな定式化は、米国経済に対して、均衡実質利子率（$\bar{r}$）を 2.0%、潜在成長率（$\bar{y}_t$ を求める上でのトレンド）を 2.2%で一定、$f_p = f_y$=0.5 と設定したものであった（Taylor (1993)）。

$$
\begin{aligned}
i_t &= r_t^n + \bar{p} + f_p(p_t - \bar{p}) + f_y(y_t - y_t^n) \\
&= r_t^n + \bar{p} + f_p(p_t - \bar{p}) + f_y x_t
\end{aligned}
\tag{6-2}
$$

というような政策ルールを考える。$x_t (= y_t - y_t^n)$は、産出ギャップである。IS曲線と照らし合わせると、インフレ率（$p_t$）や産出量（$y_t$）が目標水準（$\bar{p}$、$y_t^n$）よりも大きい（小さい）場合には、政策金利を引き上げる（引き下げる）ことにより、IS曲線を通じて産出ギャップを減少（増加）させるように制御するものと理解できる。産出ギャップの減少（増加）は、AS曲線を通じてインフレ率を低下（上昇）させる。

これに対し、従来の分析でしばしば採用された定式化は、(4-46)式（または(4-47)式）で表される$r_t^n$の構成要素のうち、可変潜在成長率に関係した成分のみに着目し、需要ショック成分は捨象した変数$\tilde{r}_t^n$を利用するものである。すなわち、

$$
\begin{aligned}
\tilde{r}_t^n &\equiv s^{-1}(E_t \log Y_{t+1}^n - \log Y_t^n) \\
&= s^{-1}(E_t y_{t+1}^n - y_t^n)
\end{aligned}
\tag{6-3}
$$

という変数で代用するか、さらにここで$s = 1$と近似した変数を利用する。

さらに、産出量にHPフィルターを適用して求めた潜在産出量（対数値）$y_t^{HP}$によって$y_t^n$を近似すると、

$$
\begin{aligned}
\tilde{r}_t^n &\cong E_t y_{t+1}^n - y_t^n \\
&\cong E_t y_{t+1}^{HP} - y_t^{HP} \\
&\equiv \tilde{r}_t^{HP}
\end{aligned}
\tag{6-4}
$$

となる。これを$r_t^n$の代理変数とし、また$y_t^{HP}$を$y_t^n$の代理変数として、上記(6-2)式を書き換えると、

$$
i_t = \tilde{r}_t^{HP} + \bar{p} + f_p(p_t - \bar{p}) + f_Y(y_t - y_t^{HP}) \tag{6-5}
$$

となる。わが国の経済データにテイラー・ルールを適用する場合には、産出量の長期時系列に線形トレンドを仮定することが不適切であるため、従来から(6-1)式ではなく、(6-5)式が利用されることが多かった。ただ、本稿の４節の議論から分かるように、この定式化は自然利子率のうち需要ショック成分の効果を捨象するという近似を行っている。同成分が無視できないほどのインパクトを持つ経済局面を分析する場合には、(6-5)式による扱いでは、適切な政策反応か

ら乖離してしまうリスクを否定できない。逆に、供給ショックだけが発生し、ほとんど需要ショックが発生しない状況では、これでも自然利子率の変動の大部分を捕捉可能であるため、十分適切な政策反応となるだろう。現実の経済がいずれの状況に近いかは、実証に委ねられるべき問題である。

### ６．２　自然利子率に応じた政策ルールのパフォーマンス比較

６．１節で提起した問題について、Laubach and Williams (2003)は、米国経済を対象とした分析を報告している。すなわち、自然利子率を長期的に一定としたテイラー・ルールに従って政策運営を行った場合に、自然利子率を５．２節の方法による推定値としたテイラー・ルールに従って政策運営を行った場合と比較して、政策パフォーマンス（社会損失関数による評価）がどの程度低下するかをヒストリカル・シミュレーションにより検証した。その結果、米国では、前者の場合の社会損失が後者に比べて５割以上大きくなると報告している。

では、わが国のデータからは、どのようなインプリケーションを得られるであろうか。以下、５．２節で推定した経済モデルを用いてわが国のデータにつき確率シミュレーション[51]を行う。わが国の場合、自然利子率を長期的に一定とする扱いが米国以上に悪いパフォーマンスを示すのは明らかであることから、それを分析対象とはせず、より現実的な政策ルールのバリエーションとして、次の３通りを扱った[52]。

ケース 1：政策ルールにおける自然産出量および自然利子率として、５．２節

[51] 確率シミュレーションとは、推定された構造モデルと特定の政策ルールの組み合わせを所与として、モンテカルロ乱数で発生させた連続的な経済ショックに伴い経済がどのように推移するかをシミュレーションし、その経路上で実現する政策目標変数（インフレ率と産出ギャップ）の分散を評価する分析である。Laubach and Williams (2003)は、同様の分析を行うにあたり、推計の結果として得られるショックの系列を用いたヒストリカル・シミュレーションを実行している。これに対し、本稿では、サンプル期間に占めるバブルの生成・崩壊期というやや特殊な時期を相当程度含んでいることを勘案し、確率シミュレーションを採用した。

[52] ケース 1 で認識されている産出ギャップおよび自然利子率は、図表６上・下段グラフの黒太線に相当する。ケース 2 の場合、産出ギャップは図表６上段グラフの黒太線、自然利子率は灰色線に相当する。ケース 3 で認識されている産出ギャップおよび自然利子率は、図表６上・下段グラフの黒点線に相当する。

の推定方法を適用した結果を利用する。すなわち、$y_t^n$ および $r_t^n = c \cdot g_t + z_t$ を利用する。

ケース 2：政策ルールにおける自然産出量および自然利子率として、５．２節の推定方法を適用した自然産出量と、５．２節での自然利子率のうち需要ショック成分を捨象し、潜在成長率の成分だけで代用した変数を利用する。すなわち、$y_t^n$ および $c \cdot g_t$ を利用する。

ケース 3：政策ルールにおける自然産出量および自然利子率として、５．２節の推定方法を適用した自然産出量に HP フィルター（λ=1,600）を適用した結果と、その対数一階差によって表される近似的な潜在成長率を利用する。すなわち、$y_t^{HP}$ および $\tilde{r}_t^{HP}$ を利用する。

５．２節で推計したモデルを前提とすると、ケース 1 の場合、中央銀行は正しい自然産出量、自然利子率を把握していると解釈できる。ケース 2 の場合、中央銀行は、自然産出量や潜在成長率については正しく認識しているものの、自然利子率の変動のうち需要ショック成分については産出ギャップやインフレ率の変化に現れてから対応する。ケース 3 の場合、中央銀行は、自然産出量および自然利子率とも簡便法で求めているため、一定の計測誤差を伴っている。こうした設定を踏まえると、定性的には、ケース 1 が最も優れたパフォーマンスを示し、ケース 3 のパフォーマンスが最も低くなるはずである[53,54]。

パフォーマンス評価にあたっては、社会損失（$L$）をインフレ率の分散

[53] ここでは、いずれのケースも、2002 年第 2 四半期時点で利用可能なデータに基づいて事後的にフルサンプル推計した自然産出量および自然利子率を用いている。これは、サンプル期間を通じた産出量データに HP フィルターをかけて自然産出量および自然利子率を推計するという従来型の分析手法（ケース３に相当）を比較対象の一つとしたためである。これとは代替的な問題設定としては、全てのケースについて、リアルタイムで入手可能なデータに基づく推計値を用いるというアプローチもあり得よう。

[54] ここでは、５．２節で推計したモデルが十分に正しい経済構造を捉えていると考えて分析を進めている。もしも、真の経済構造が５．２節のモデルから大きく乖離しているならば、本来は、真の経済構造を前提とした確率シミュレーションを実行すべきである。ただ、そうした真の経済構造はモデル化不可能であることから、このような分析を採用した。この文脈では、シミュレーションのベースとするモデルを多様化して頑健性をチェックしておくことが理想的であろう。ただ、構造モデルの詳細に踏み込むことは本稿のスコープを超えることから、そうした作業は今後の課題と位置付けられる。

（$\mathrm{Var}[p]$）と産出ギャップの分散（$\mathrm{Var}[x]$）の加重和で表わし、その社会損失が小さいほど、金融政策のパフォーマンスが高いと解釈する。社会損失関数は、具体的には、

$$L = a \cdot \mathrm{Var}[x] + (1-a) \cdot \mathrm{Var}[p] \tag{6-6}$$

で表わされる。ここで、加重ウェイト$a$は社会の選好を表わすパラメータであり（$0 \le a \le 1$）、$a$ が大きい（小さい）ほど、人々が産出ギャップ（インフレ率）の変動に対して、より強い不効用を感じることを意味する。$a$ については、直接観測することができないため、本稿では 0.1 から 0.9 のレンジで評価することとする。

図表９上段グラフは、政策目標変数（インフレ率と産出ギャップ）の分散に関する政策フロンティア[55]を表示したものである。確率シミュレーションの結果は、予想されたとおり、ケース 1、2、3 の順に政策のパフォーマンスが良いことを示している。

ケース 2、3 の社会損失をケース 1 の社会損失で基準化してパフォーマンスを比較したのが、図表９下段グラフである。ケース 2 の社会損失は、社会の選好によらずケース 1 の場合の 1.1 倍程度に止まっている。したがって、わが国について今回の分析対象期間を見る限り、自然利子率の計測において需要ショック成分の情報を捨象した場合に失われる社会厚生は、さほど大きくないと評価することが可能である。これは、図表 4 を見ると分かるように、計測期間における需要ショック成分の振幅規模がさほど大きくないことに由来すると考えられる。したがって、将来について同様の状態が続く限り、金融政策のパフォーマンスを高める上で最も重要なのは、価格伸縮的な世界で実現する潜在成長率を精緻に計測することであるといえる。ただし、今後環境が変化し需要ショック成分の効果がより大きくなる可能性を否定することはできないから、理想的には、両成分を勘案した自然利子率の推定値を景気中立のベンチマークとすることが望ましいと考えられる。

---

[55] 政策ルールのパラメータ（$f_p$、$f_y$）を様々な値に設定して計算を行ったシミュレーション結果の中から、社会損失を表わす評価関数を所与として、それを最小化する政策ルール・パラメータの組み合わせ１つを見出すことができる。社会損失の形状を規定するパラメータ（$a$）を変化させて、最適な政策ルール・パラメータを選択することを繰り返し、それぞれに対応する目標変数の分散値をプロットしたものを政策フロンティアと呼ぶ。

一方、本稿の定義に立脚した価格伸縮的な世界で実現する潜在成長率ではなく、HP フィルターによる潜在成長率で代用するケース 3 の場合、社会損失は、$a$ が大きいほど、すなわち社会が産出ギャップの変動を嫌う場合ほど、顕著に大きくなる（図表９下段グラフ）。これは、ケース 3 の中央銀行が認識する産出ギャップは、比較的大きな推計誤差を伴っているためであると考えられる。この点は、図表９上段グラフにおいて、ケース 1、2 の場合、産出ギャップの分散が 0.15 程度まで小さくなりうるのに対し、ケース 3 の場合は 0.34 以下に小さくならないことからも確認できる。したがって、ケース 1 や 2 に比べ、ケース 3 のような政策分析はパフォーマンスが劣ると結論付けられる。

米国のデータで同様の確率シミュレーションを行ったのが、図表 10 である。ケース 1～3 に関する政策パフォーマンスの結果は、日本の場合と同様の傾向を持っている。米国の結果をやや細かくみると、ケース 1 とケース 2 の差は日本の場合に比べてやや大きいものの、やはり、ケース 2 の社会損失は、社会の選好によらずケース 1 の 1.1 倍強に止まっている。ケース 3 については、$a$ が大きいほど社会損失がケース 1 に比べて拡大する点で同様であるが、日本の場合に比べ、拡大の度合いは相対的に小さい。すなわち、HP フィルターのような簡便な推定法を用いた場合のパフォーマンスの低下度合いは、米国は日本の場合ほど大きくない。これは、米国の場合、HP フィルターに基づく自然利子率の推計値が、5 節のようなモデルによる推計値と大きくは異ならないことによる。この点を確認するために、米国の産出ギャップと自然利子率について、5 節のモデルによる推計値と HP フィルターによる推計値を示したのが図表 11 である。日本について示した図表 6 と比較すると、自然利子率（下段グラフ）について、日本の場合、２つの推計値（黒太線と黒点線）の形状が大きく異なるのに対し、米国の場合、1980～81 年辺りを除くと、２つの推計値（黒太線と黒点線）が比較的近い形状を示していることが分かる。この相違が、HP フィルターによる推定値で代用する場合の社会損失に関する違いとなって現れたと考えられる。

## ７．結び

本稿では、自然利子率に関する理論の整理を行い、わが国に関する計測例を示した。自然利子率は、「価格が完全に伸縮的な場合に実現される実質利子率の水準」と定義され、景気への影響が緩和的でも引締め的でもないという意味で、景気中立的な実質利子率である。したがって、政策金利が緩和的であるか、引締め的であるかを判断する上でベンチマークとなる金利水準である。

自然利子率は、長期均衡の概念からは、経済ショックを無視できるような長期安定的な成長経路において実現する利子率と定義できる（長期自然利子率）。短期均衡の概念からは、毎期発生する様々な経済ショックの影響を打ち消して産出ギャップを不変に保つことにより、常に安定的な経済成長を実現させるような利子率と定義できる（短期自然利子率）。短期自然利子率は、潜在成長率の短期的な変動に加え、需要ショック成分（財政支出の変動や消費選好の振れ）によって変動する。長期自然利子率は、短期自然利子率の長期トレンドに相当する。

わが国の自然利子率の計測例を示すにあたっては、Laubach and Willliams (2003)の手法を応用した。すなわち、バックワード・ルッキング型の小型構造モデルにおいて、潜在成長率や需要ショック成分等を状態空間表示し、カルマン・フィルターを用いて自然利子率や自然産出量を推計した。分析の結果、構造モデルに基づいて推計された自然利子率がベンチマークとして一定の有用性を持つ可能性が示唆された。ただし、計測結果を解釈する上では、経済モデルの不確実性・不完全性や推計誤差の存在を認識して、十分な注意を払うことも重要である。

推計された経済モデルを用いた確率シミュレーションの結果、テイラー・ルールによる金融政策運営において、自然利子率を正しく計測することの重要性が改めて確認された。HP フィルターのような簡便法で求めた潜在成長率をベンチマークとする金融政策運営は、経済のパフォーマンスを大きく損ねる可能性がある。

自然利子率の計測は、本稿では十分に議論しなかったが、経済モデルの定式化に依存する面が無視できないと予想される。たとえば、わが国のバブル期以降の景気変動に関しては、金融セクターが果たした役割を無視できないと考え

られるが、5 節で指摘したように今回用いたような小規模構造モデルでは、そうした要素を反映できない。対応策としては、より多くの変数を取り込んだ大規模構造モデルを用いて計測を行うことも一案であろう。また、どのようなモデルも完全では有り得ないという立場に立てば、異なるタイプのマクロ経済モデルや計測方法を採用して、クロスチェックをかけながら多面的に自然利子率を評価していくことが有効であると考えられる。本稿は、自然利子率という概念を整理すると共に、いわば計測例を示したに過ぎないので、計測精度を向上させ、政策運営の現場での活用方法を検討していくことは今後の課題として残されている。

以　上

## 参考文献


**鎌田康一郎・増田宗人、「統計の計測誤差がわが国の GDP ギャップに与える影響」、『金融研究』、第 20 巻第 2 号、日本銀行金融研究所、**2001 **年、**123-70 **頁**

**廣瀬康生・鎌田康一郎、「潜在** GDP **とフィリップス曲線を同時推計する新手法」、日本銀行調査統計局** Working Paper 01-7、2001 **年**

**廣瀬康生・鎌田康一郎、「可変** NAIRU **によるわが国の潜在成長率」、日本銀行調査統計局** Working Paper 02-8、2002 **年**

Bank for International Settlements, *Monetary Policy in a Changing Environment*, BIS Conference Papers, forthcoming, 2003.

Blinder, Alan S., *Central Banking in Theory and Practice*, Cambridge: MIT Press, 1998. **(邦訳:『金融政策の理論と実践』、河野龍太郎・前田栄治訳、東洋経済新報社、**1999 **年)**

Bomfim, Antulio, "The Equilibrium Fed Funds Rate and the Indicator Properties of Term-Structure Spreads," *Economic Inquiry*, Vol.35, No.4, pp.830-46, 1997.

———, "Measuring Equilibrium Real Interest Rates: What Can We Learn from Yields on Indexed Bond?, " Finance and Economics Discussion Series 2001-53, 2001.

Calvo, Guillermo A., "Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework," *Journal of Monetary Economics*, Vol.12, pp.383-398, 1983.

Chadha, Jagjit S. and Nicholas H. Dimsdale, "A Long View of Real Rates," *Oxford Review of Economic Policy*, Vol.15, No.2, pp.17-45, 1999.

Clark, Peter K., "The Cyclical Component of U.S. Economic Activity," *Quarterly Journal of Economics*, Vol.102, No.4, pp.797-814, 1987.

Hamilton, James D., "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle," *Econometrica*, Vol.57, No.2, pp.357-384, 1989.

Hamilton, James D., *Time Series Analysis*, Princeton University Press, 1994.

Harvey, Andrew C., *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, 1989.

Kim, Chang-Jin and Jeremy Piger, "Common Stochastic Trends, Common Cycles, and Asymmetry in Economic Fluctuations," *Journal of Monetary Economics*, Vol.49, pp.1189-1211, 2002.

Krugman, Paul R., "It's Baaack: Japan's Slump and the Return of the Liquidity Trap," *Brookings Paper on Economic Activity*, 2, pp.137-205, 1998.

Kuttner, Kenneth N., "Estimating Potential Output as a Latent Variable," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol.12, No.3, pp.361-368, 1994.

Laubach, Thomas and John C. Williams, "Measuring the Natural Rate of Interest," *Review of Economics and Statistics*, forthcoming, 2003.

Neiss, Katharine S. and Edward Nelson, "The Real Interest Rate Gap as an Inflation Indicator," Bank of England Working Paper No.130, 2001.

Plantier, L. Christopher and Dean Scrimgeour, "Estimating a Taylor Rule for New Zealand with a Time-varying Neutral Real Rate," Discussion Paper Series, DP2002/06, Reserve Bank of New Zealand, 2002.

Stock, James H. and Mark W. Watson, "Asymptotically Median Unbiased Estimation of Coefficient Variance in a Time Varying Parameter Model," Technical Working Paper 201, National Bureau of Economic Research, 1996.

Summers, Lawrence H., "The Non-adjustment of Nominal Interest Rates: A Study of the Fisher Effect," in James Tobin (ed.), *Macro-Economics, Prices and Quantities*, Blackwell, 1983.

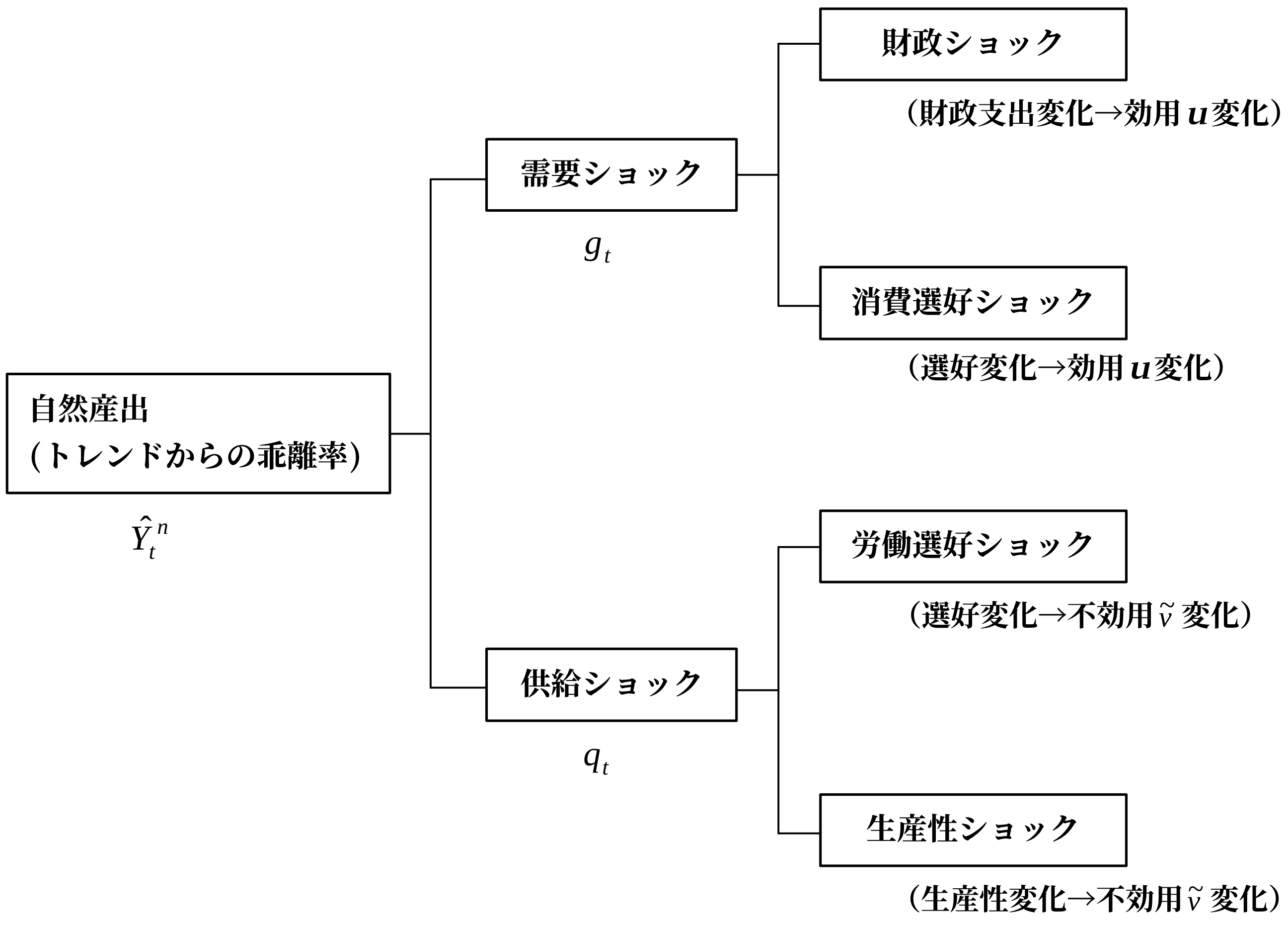
Taylor, John B., "Discretion Versus Policy Rules in Practice," *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, Vol.39, pp.195-214, 1993.

Wicksell, Knut, *Interest and Prices: A Study of the Causes Regulating the Value of Money*, English Translation, London: Macmillan, 1936.

Woodford, Michael, *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton: Princeton University Press, 2003.

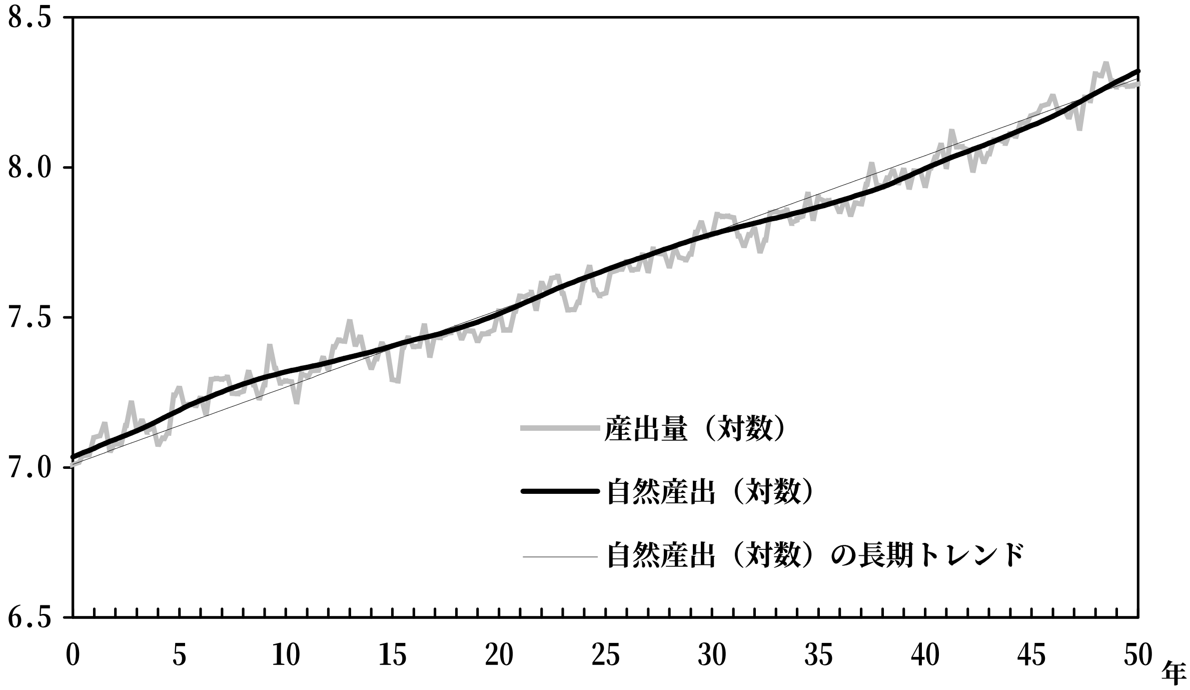
**（図表１）**

## 自然産出と各種ショックの関係

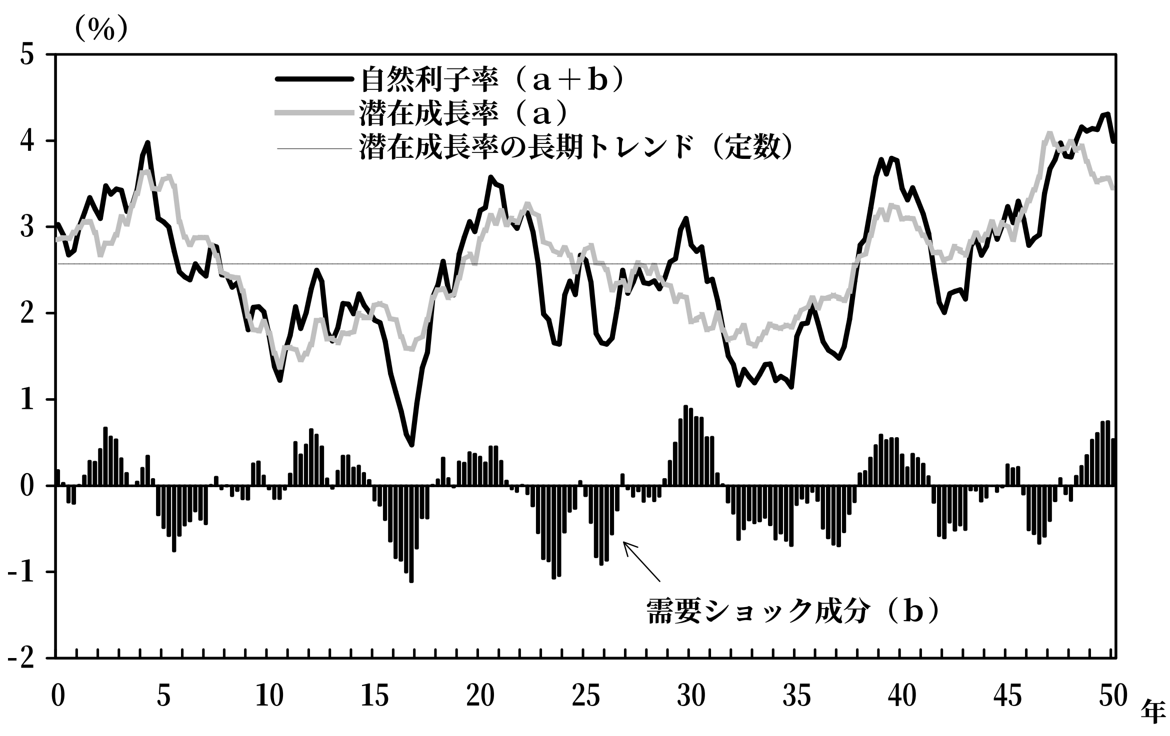


（図表２）

## 自然産出の推移（概念図）




## 自然利子率、潜在成長率、需要ショック成分の関係（概念図）



# 推 計 結 果

$$y_t - y_t^n = a_1(y_{t-1} - y_{t-1}^n) + a_2(y_{t-2} - y_{t-2}^n) - \frac{a_3}{2}\left[(r_{t-1} - r_{t-1}^n) + (r_{t-2} - r_{t-2}^n)\right] + \varepsilon_{1t} \qquad (5\text{-}1)$$

$$p_t = b_1 p_{t-1} + \frac{b_2}{3}\sum_{i=2}^{4} p_{t-i} + \frac{1-b_1-b_2}{4}\sum_{i=5}^{8} p_{t-i} + b_3(y_{t-1} - y_{t-1}^n) + b_4 p_t^m + b_5 p_{t-1}^m + e_{2t} \qquad (5\text{-}2)$$

$$y_t^n = y_{t-1}^n + g_{t-1}^n + e_{3t} \qquad (5\text{-}3)$$

ただし、$g_t^n = g_{t-1}^n + e_{4t}$ (5-4)

$$r_t^n = c \cdot g_t^n + z_t \qquad (5\text{-}5)$$

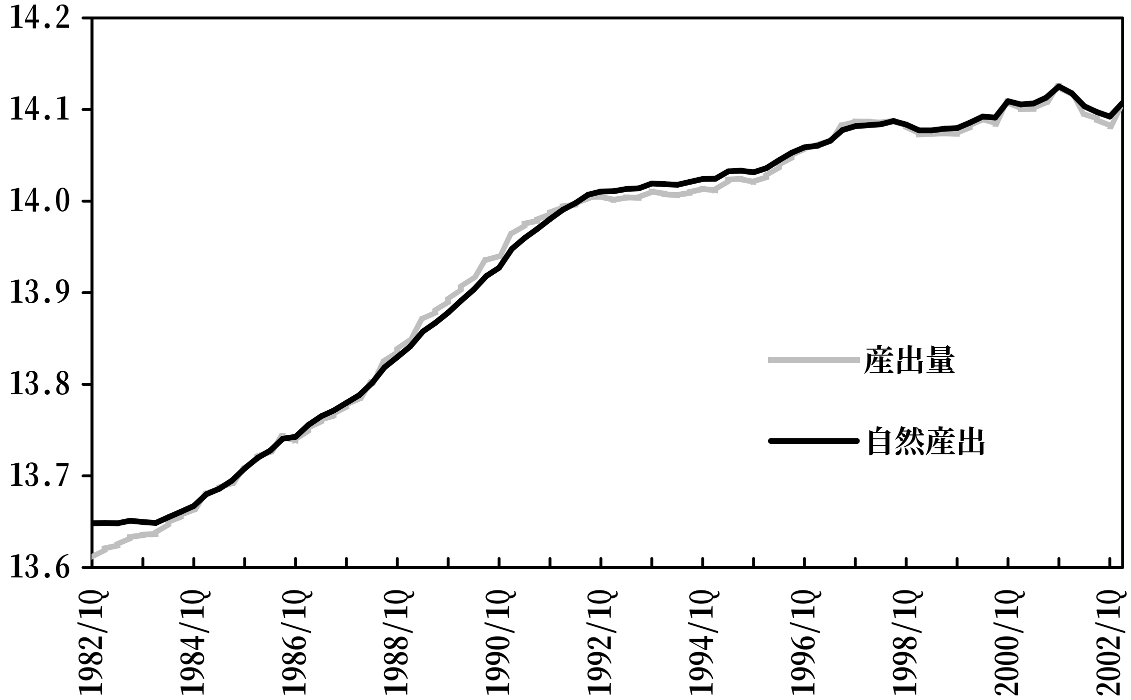
ただし、$z_t = d \cdot z_{t-1} + e_{5t}$ (5-6)

| | 推計値 | $t$ 値 |
|---|---|---|
| $a_1$ | 0.58 | 1.63 |
| $a_2$ | 0.16 | 0.58 |
| $a_3$ | 0.14 | 1.39 |
| $b_1$ | 0.34 | 2.24 |
| $b_2$ | 0.15 | 0.94 |
| $b_3$ | 0.48 | 2.34 |
| $b_4$ | 0.01 | 3.57 |
| $b_5$ | 0.01 | 0.94 |
| $c$ | 1.05 | 3.54 |
| $d$ | 0.87 | 2.02 |
| $s_1 (= \sqrt{\mathrm{Var}(e_{1t})})$ | 0.33 | 1.63 |
| $s_2 (= \sqrt{\mathrm{Var}(e_{2t})})$ | 0.56 | 10.75 |
| $s_3 (= \sqrt{\mathrm{Var}(e_{3t})})$ | 0.58 | 5.03 |
| $s_4 (= \sqrt{\mathrm{Var}(e_{4t})})$ | 0.12 | —— |
| $s_5 (= \sqrt{\mathrm{Var}(e_{5t})})$ | 0.53 | 0.07 |

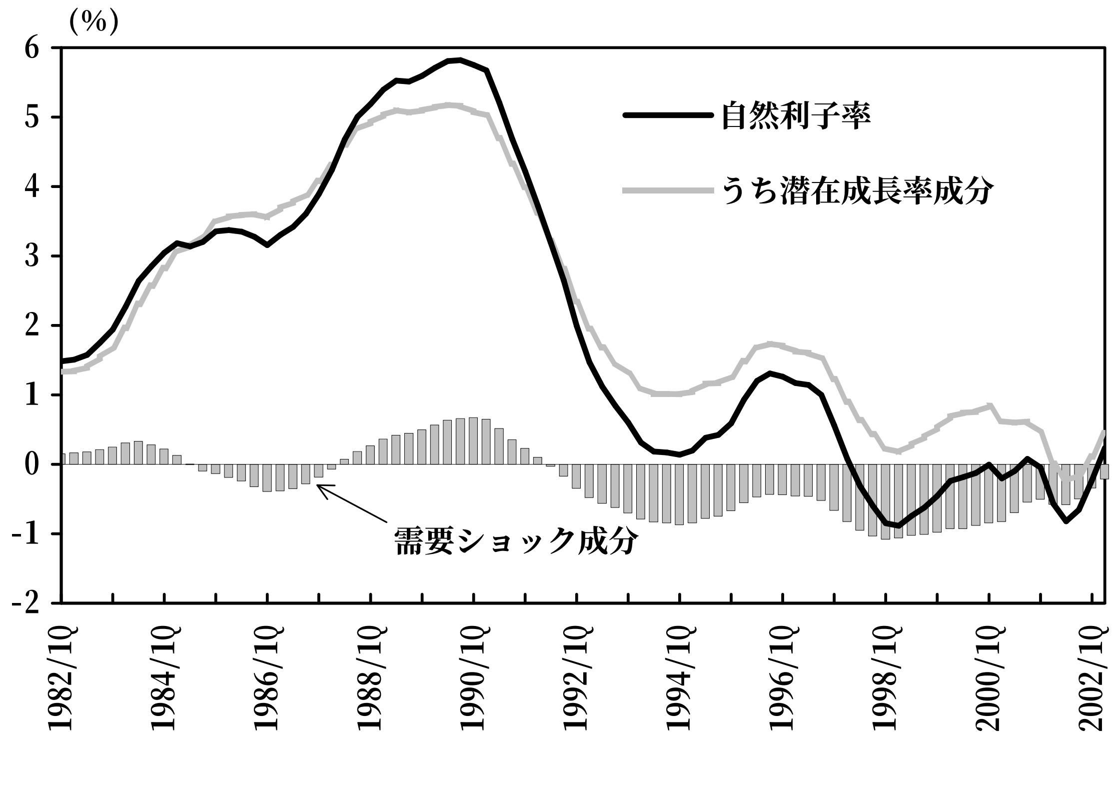
(注) $s_4$については、Stock and Watson (1996)の median unbiased estimator により、$s_3$との相対比（$l_g = s_3/s_4$）を事前に設定（$l_g = 0.21$）。

(図表４)

## 日本・自然産出（対数）

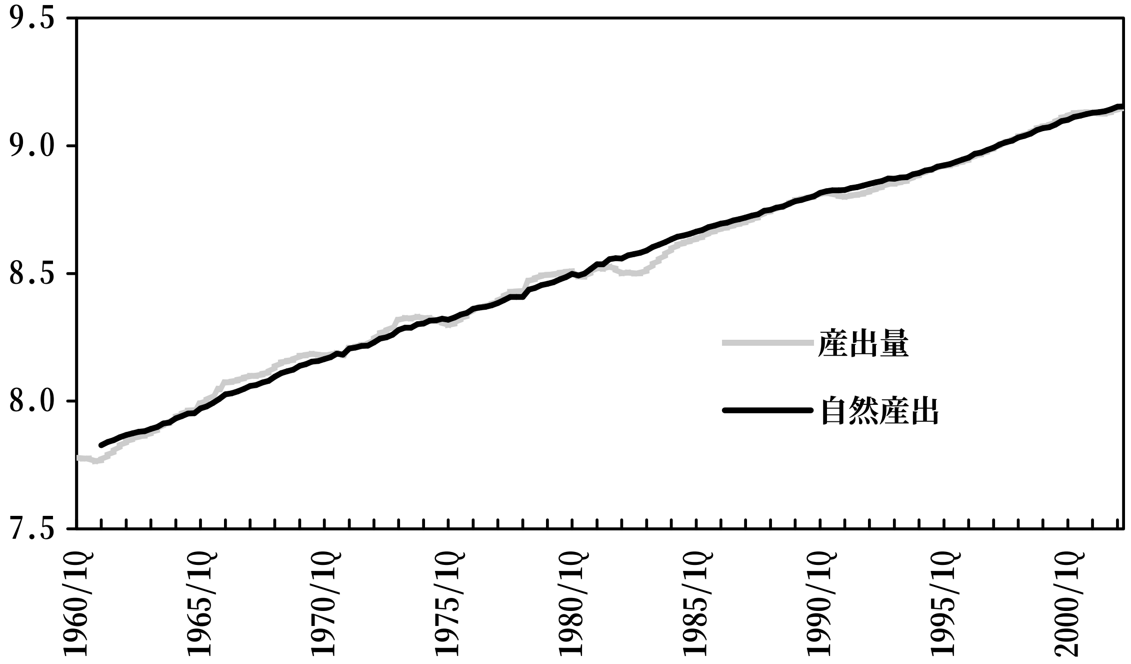



## 日本・自然利子率

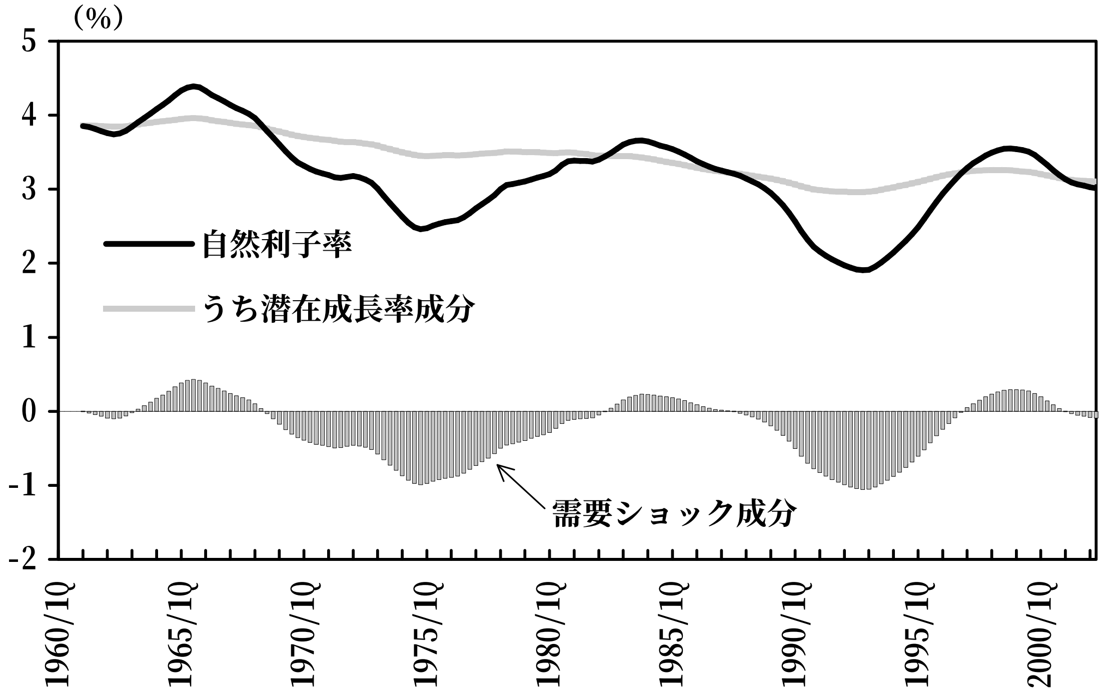


(図表５)

## 米国・自然産出（対数）



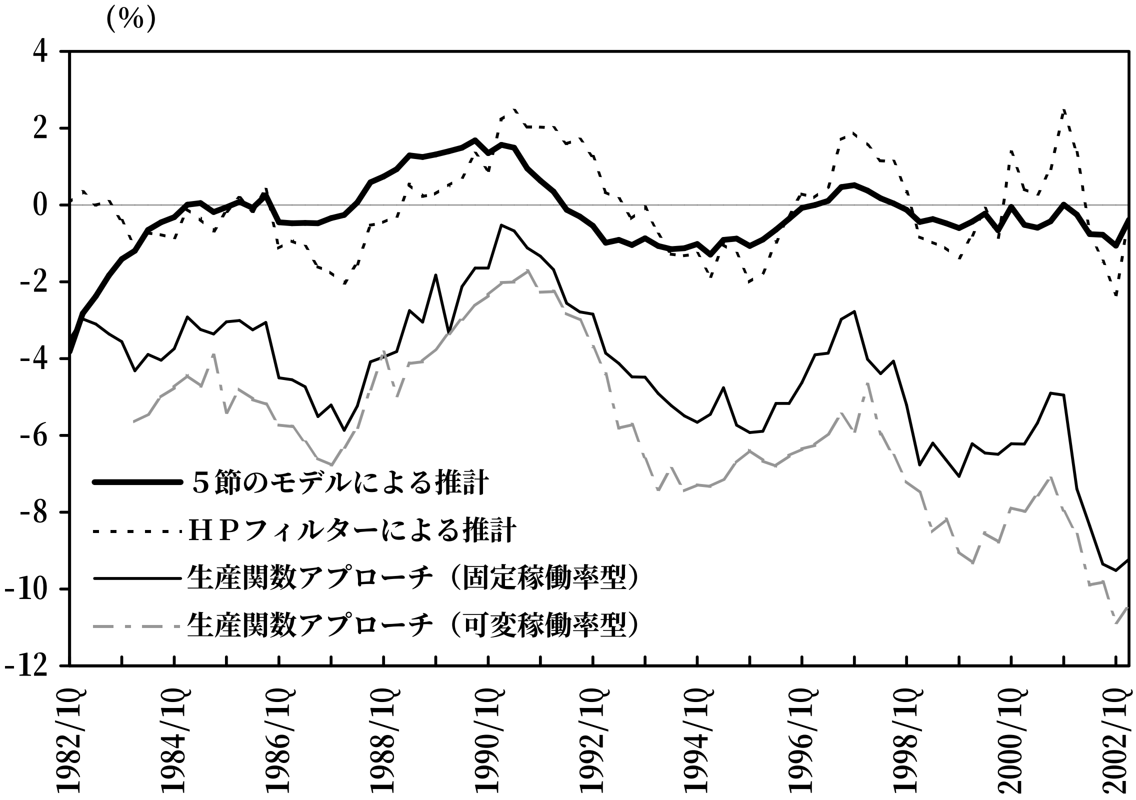

## 米国・自然利子率



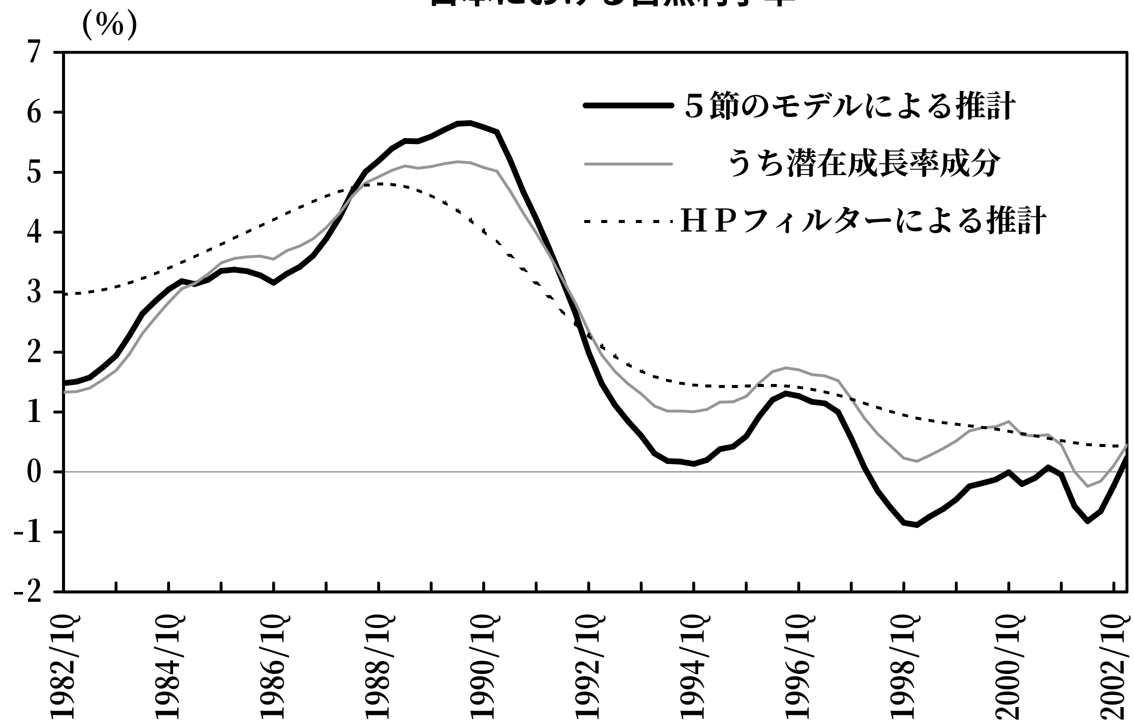
（図表６）

## 他の推計値との比較

### 日本における産出ギャップ

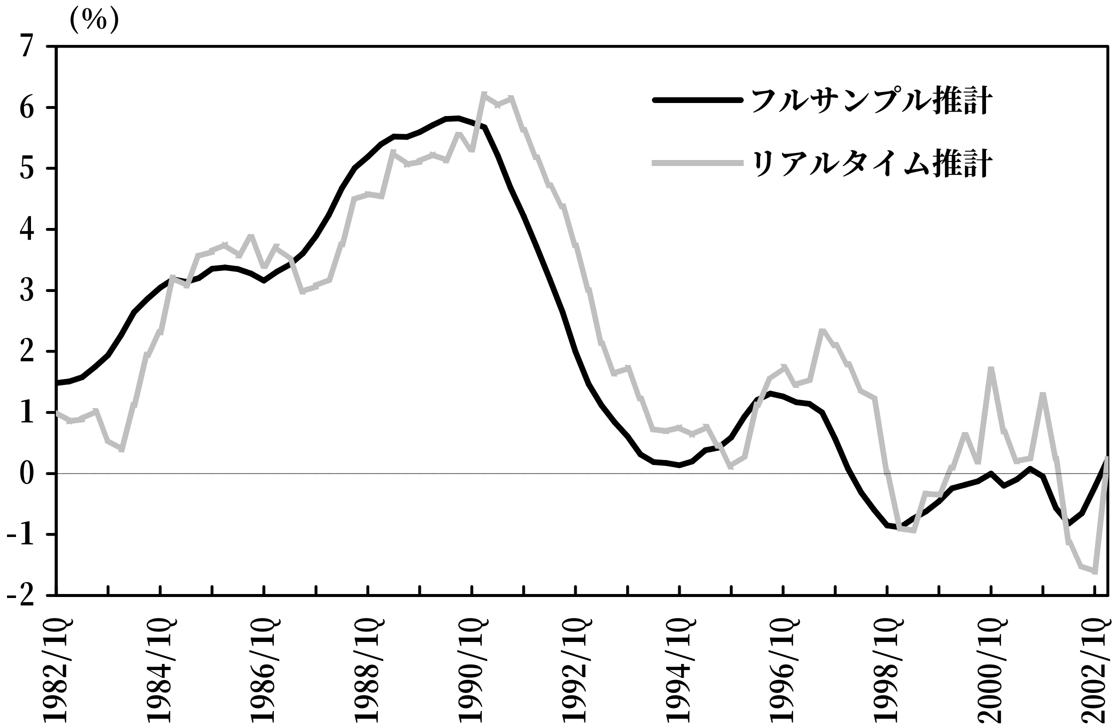



### 日本における自然利子率

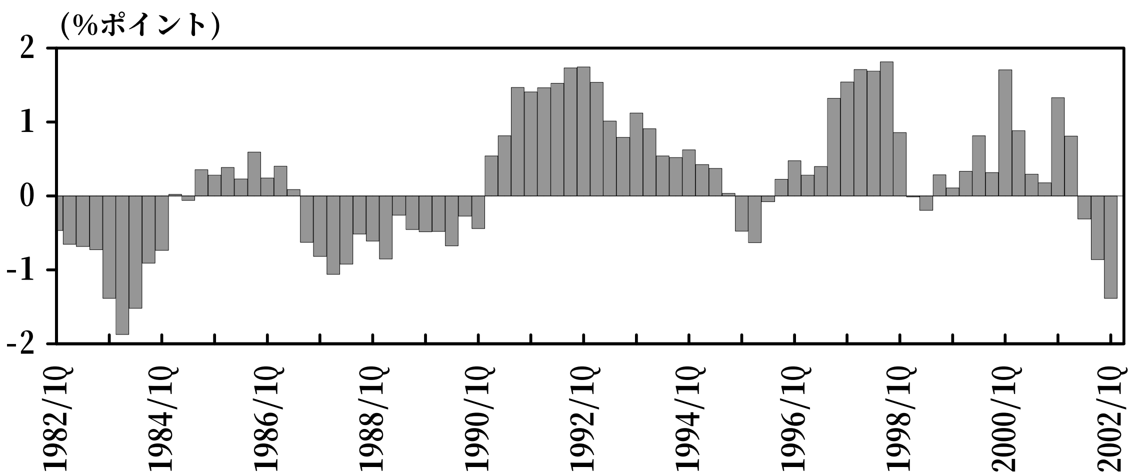



（注）ＨＰフィルターに基づく自然利子率は、産出量（対数）にＨＰフィルター（λ=1,600）をかけて求めた潜在産出量の１階差（＝四半期伸び率）を年率換算したもの。すなわち、相対的リスク回避度を１、時間選好率を０と仮定して、自然利子率＝潜在成長率とみなしている。

## 日本における自然利子率



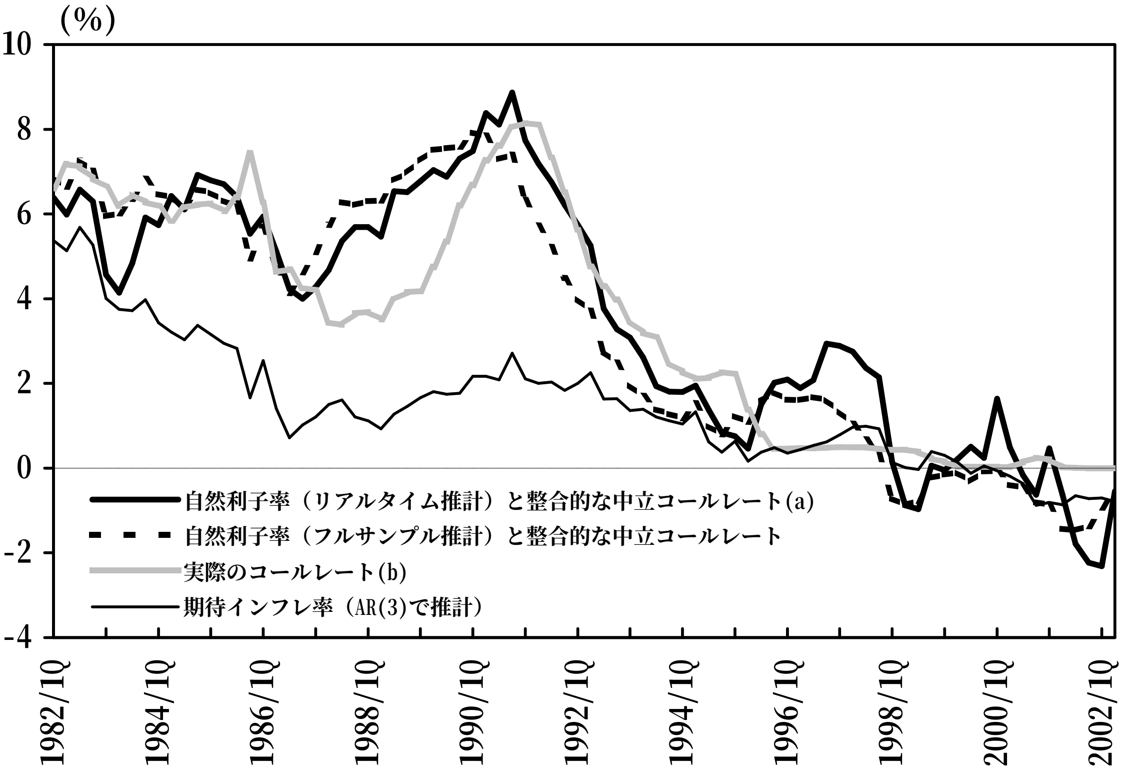

## 推計誤差（＝リアルタイム推計－フルサンプル推計）



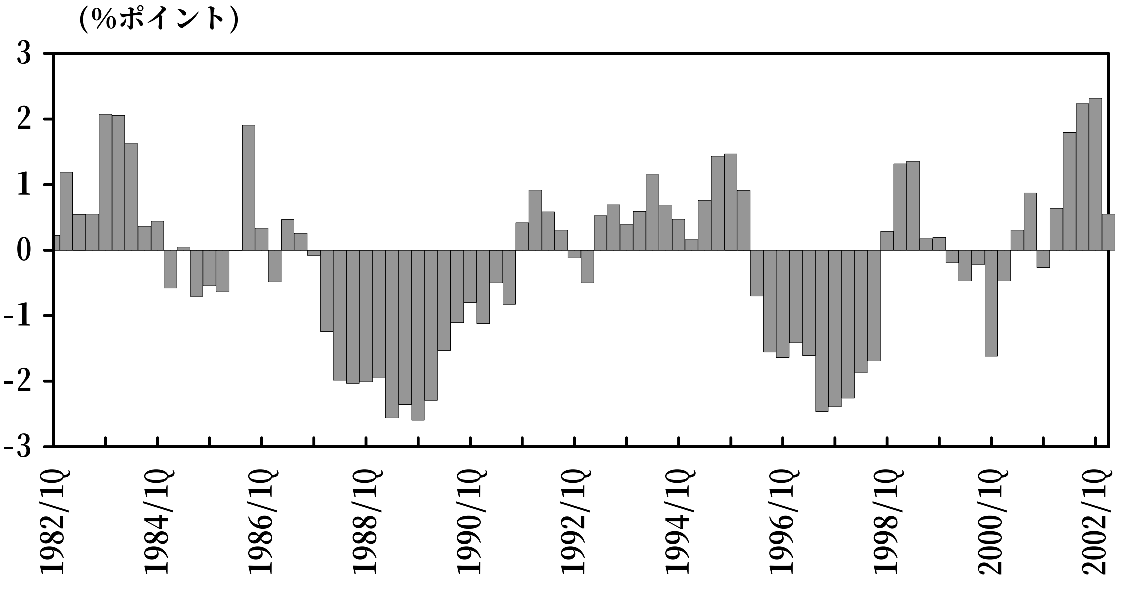

(注) フルサンプル推計値は、サンプル期間（1982/1Q～2002/2Q）全ての産出量、インフレ率および輸入インフレ率の情報を用いて推計した値であり、真の自然利子率により近いと想定される。一方、リアルタイム推計値は、当該期までに入手可能な産出量、インフレ率、輸入インフレ率の情報を用いて推計した値であり、リアルタイムにおけるベストな推計値と想定される。ただし、いずれの場合も、経済構造（＝モデルのパラメータ）は正しく把握していることが想定されている。

(図表８)

## コールレートの実現値と中立水準

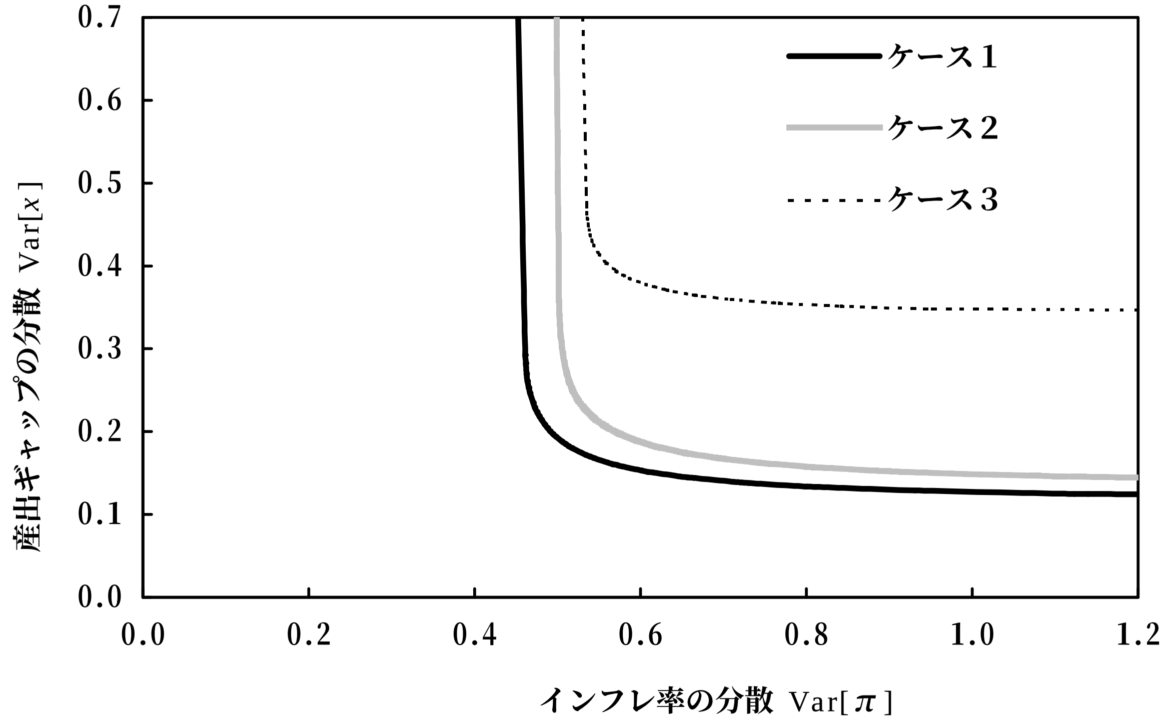



## コールレートの中立水準からの乖離幅（＝(b)-(a)）

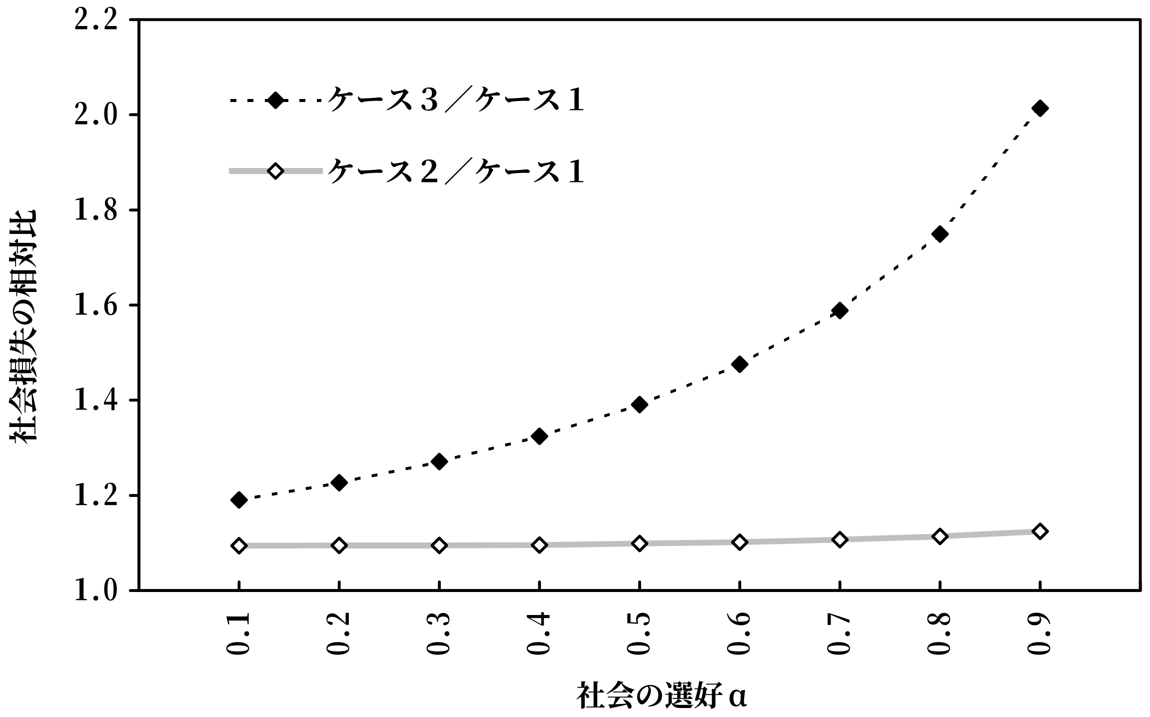


（図表９）

## 日本・政策フロンティア




## 日本・パフォーマンス比較

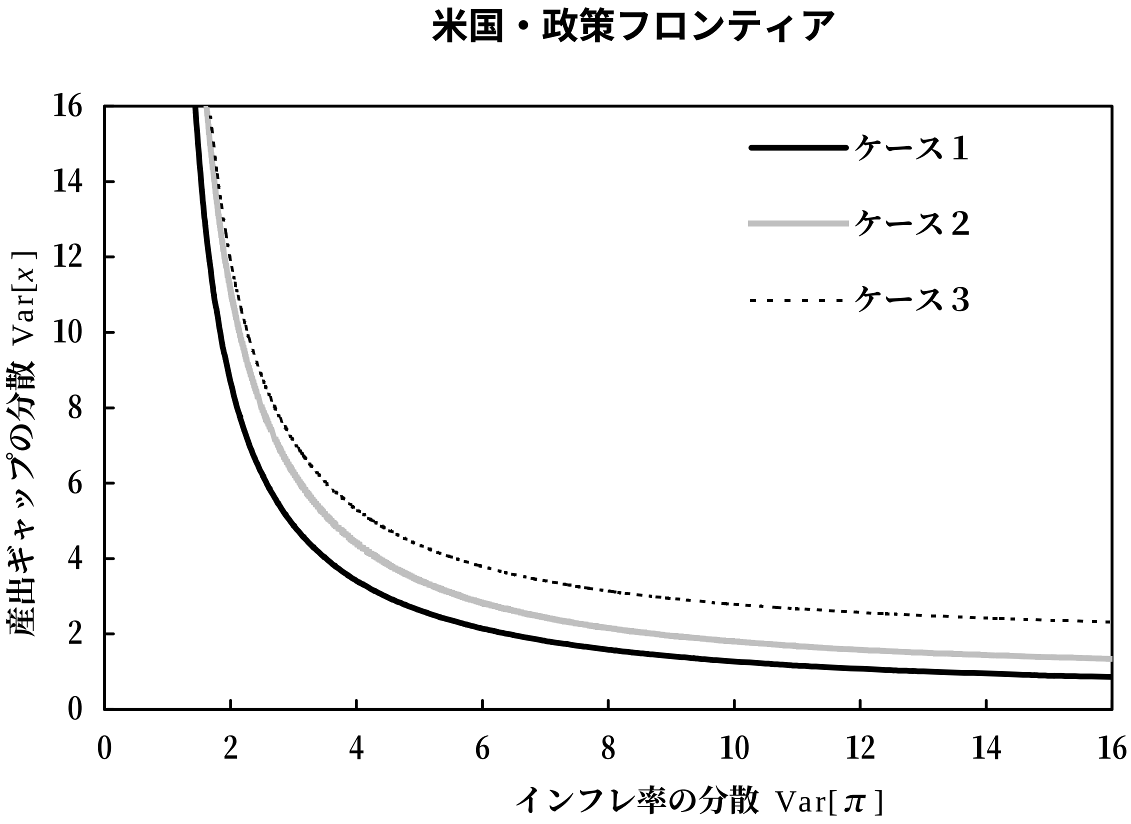


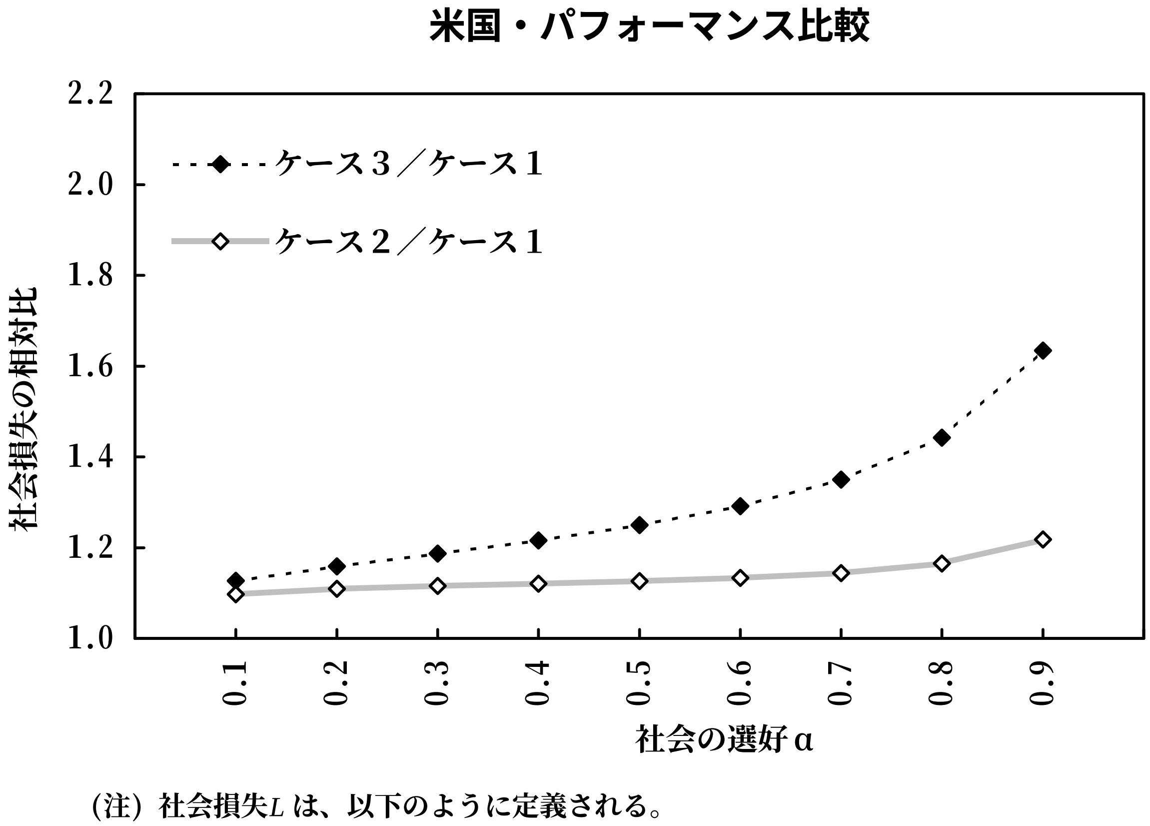

（注）社会損失$L$は、以下のように定義される。

$$L = \alpha \mathrm{Var}[x] + (1-\alpha)\mathrm{Var}[\pi]$$

αは、社会の選好を表わすパラメータであり、αが大きい（小さい）ほど、人々が産出ギャップ（インフレ率）の変動に対して、より強い不効用を感じることを意味する。

**（図表10）**



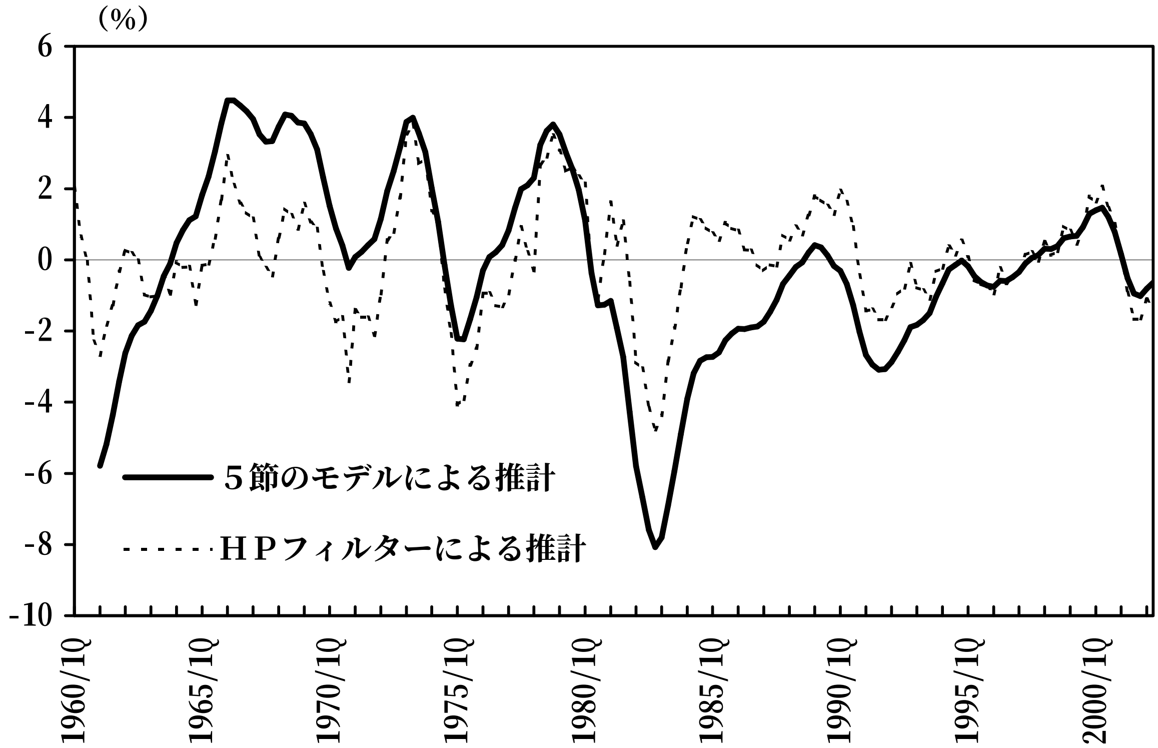

（注）社会損失$L$は、以下のように定義される。

$$L = \alpha \mathrm{Var}[x] + (1 - \alpha) \mathrm{Var}[\pi]$$

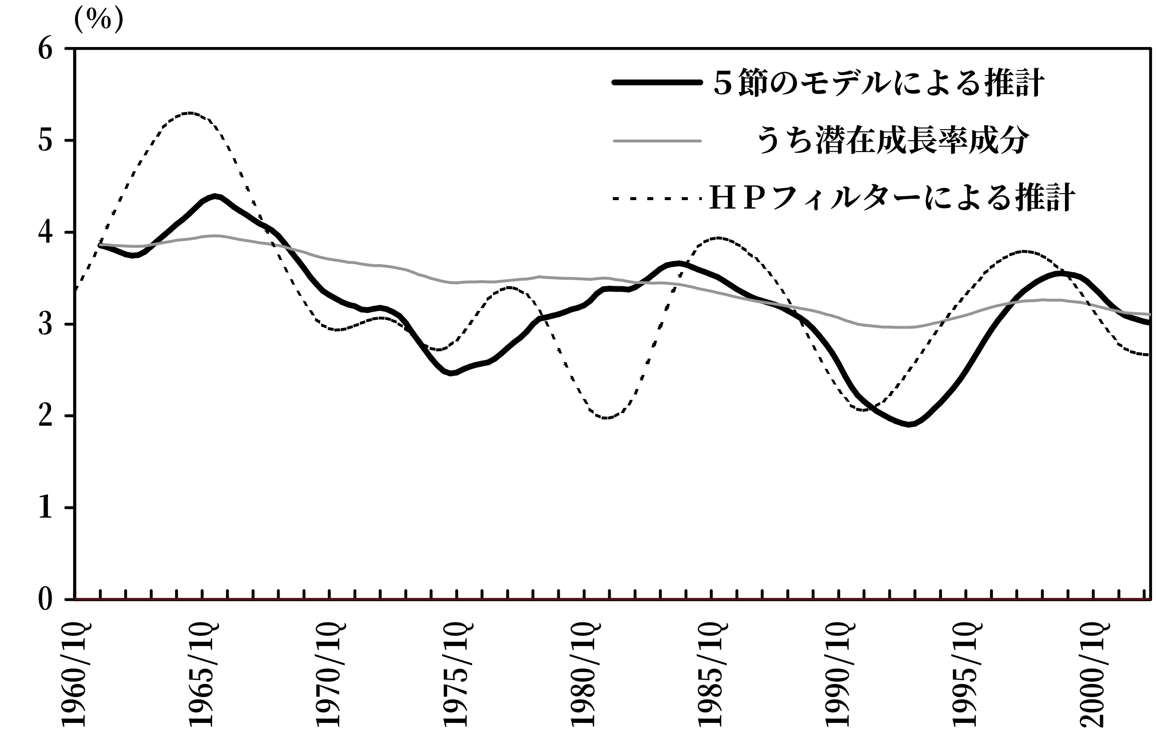
αは、社会の選好を表わすパラメータであり、αが大きい（小さい）ほど、人々が産出ギャップ（インフレ率）の変動に対して、より強い不効用を感じることを意味する。

(図表11)

米国における産出ギャップ




米国における自然利子率




(注) HPフィルターに基づく自然利子率は、産出量（対数）にHPフィルター（λ=1,600）をかけて求めた潜在産出量の1階差（＝四半期伸び率）を年率換算したもの。すなわち、相対的リスク回避度を1、時間選好率を0と仮定して、自然利子率＝潜在成長率とみなしている。