



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

わが国投資家のクレジット・リスクテイク：  
社債リターンの歪度と債券ポートフォリオ選択問題

西岡慎一\*

[shinichi.nishioka@boj.or.jp](mailto:shinichi.nishioka@boj.or.jp)

馬場直彦\*

[naohiko.baba@boj.or.jp](mailto:naohiko.baba@boj.or.jp)

No.04-J-9  
2004年6月

日本銀行  
〒103-8660 日本橋郵便局私書箱 30号

\* 金融市場局

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局広報課までご相談ください。転載・複製を行う場合は、出所を明記してください。

## わが国投資家のクレジット・リスクテイク： 社債リターンの歪度と債券ポートフォリオ選択問題

西岡慎一\*、馬場直彦\*\*

### 【要 旨】

本稿では、社債投資を債券ポートフォリオ選択問題の一環として捉えたうえで、社債リスクプレミアムを分析している。その際、社債リターンの平均・分散に加えて、歪度に起因するリスクも考慮している。歪度を考慮した場合、社債リスクプレミアムは、通常の $\beta$ -CAPMにおけるシステマティック・リスクである $\beta$ リスクと、歪度に起因する $\gamma$ リスクの加重平均として表現できる( $\gamma$ -CAPM)。また、このときの両リスクに対するウエイトは、主として相対的危険回避度により決定される。わが国の社債データを用いた実証分析の結果、各種定式化テストでは、通常の $\beta$ -CAPMが棄却され $\gamma$ -CAPMが採択される傾向がある。相対的危険回避度の推計値は、全般に正で有意であるものの、ゼロ金利政策導入以降のサンプル期間では、資産クラスにBBB格社債を含めると負の値をとる。また、米国のデータを用いて同様の推計を行った結果、相対的危険回避度は、わが国の場合と比較してかなり高い水準となっている。推計結果を基に、 $\beta$ リスクと $\gamma$ リスクにかかるウエイトを試算すると、後者の平均ウエイトは、わが国の3.2%に対し、米国では10.7%であった。これは、わが国の社債リターンに織り込まれている $\gamma$ リスクは米国対比でかなり小さいことを示している。こうした結果は、 $\gamma$ リスクの織り込み方の相違がクレジット・リスク評価に対する内外市場格差を生んでいる可能性があること、ゼロ金利政策以降では、わが国投資家は、BBB格社債のような低格付社債のリスクを十分勘案せずに投資を行っている可能性があること、を示唆している。

キーワード：社債、リスクプレミアム、ポートフォリオ選択、歪度、共歪度、 $\beta$ -CAPM、 $\gamma$ -CAPM

\*日本銀行金融市場局 E-mail：[shinichi.nishioka@boj.or.jp](mailto:shinichi.nishioka@boj.or.jp)

\*\*日本銀行金融市場局 E-mail：[naohiko.baba@boj.or.jp](mailto:naohiko.baba@boj.or.jp)

本稿を作成するにあたり、日本銀行スタッフから数多くの有益な示唆を受けた。また、わが国の債券データは、喜多洋一氏(日興フィナンシャル・インテリジェンス)から提供を受けた。記して感謝したい。もちろん、有り得べき誤りは全て筆者達に帰するものである。また、本稿に記された意見・見解は筆者達個人のものであり、日本銀行及び金融市場局の公式見解を示すものではない。

## 1. はじめに

社債リスクプレミアムに関する既存の研究の多くは、米国を中心に、デフォルト確率と比べて社債スプレッド（社債利回り - 国債利回り）は過大である、という事実意識から出発している<sup>1</sup>。こうした研究では、主として、Merton [1974]、Jarrow, Lando, and Turnbull [1997]などの手法により算出した期待デフォルト確率<sup>2</sup>を、社債スプレッドと比較し、その残差を様々な市場流動性指標で分析するという手続きがとられている。またそこでは、個別銘柄毎の独立した問題として社債スプレッド水準が分析されているが、他の債券も合わせたポートフォリオ選択の一環として社債投資を捉えた場合のプライシング評価も興味深い点である。

また、社債は、固定利付債券として国債と同様の商品性を有する一方で、デフォルトが生じたとき、元本を全額回収できないクレジット・リスクを持つ点で国債と異なる。このため、社債リターンの分布は、テイルが左に長い（負の歪度[skewness]を有する）という特徴を持つ。従って、一般に正規性を満たすと言われている（平常時の）株式リターンなどとは異なり<sup>3</sup>、潜在的な社債投資家は、ポートフォリオ構築にあたって、通常のCAPMにおける2つのパラメータ（平均・分散）に加えて、歪度に起因するリスクも考慮に入れる必要が生じる<sup>4</sup>。

本稿では、以上の点を踏まえて、社債投資を債券ポートフォリオ選択問題の一環として捉えたうえで、社債リターン分布が持つ歪度に起因するリスクを明示的に考慮して、わが国の社債リスクプレミアムを分析する。

1999年2月のゼロ金利政策導入以降のわが国の債券市場をみると、短い年限から金利が徐々に低下していくにつれ、投資家はまず、国債の購入、すなわち、デュレーション・リスクをとることにより、投資収益の確保を目指した。しかし、国債金利低下が長期ゾーンまで及ぶにつれて、一部の投資家はクレジット・リスクテイクを本格化させたため、BBB格といった低格付銘柄まで社債スプレッドは著しく縮小した。しかし、こ

---

<sup>1</sup> 米国について考察している Amato and Remolona [2003]によると、1998年から2002年にかけて、BBB格の平均社債スプレッドは、デフォルト時の期待ロスの8倍となっている。彼らは、そこから、両者の大幅な乖離の原因は社債リターンの持つ歪度リスクにあるとの仮説を提示している。

<sup>2</sup> わが国でも、同様の手法により企業の期待デフォルト確率の推計が行われている。例えば、家田 [1999]、家田・吉羽 [1999]等を参照のこと。

<sup>3</sup> 株式リターンについても、1987年10月のブラック・マンデー時のように株価が大きくジャンプする場合や、株式市場の厚みに乏しいエマージング・マーケットでは、正規性を満たさない可能性が高い。エマージング・マーケットについては、Bekaert, Erb, Harvey, and Viskanta [1998]、Hwang and Satchell [1999]などが詳細に分析を行っている。

<sup>4</sup> Samuelson [1970]は、ポートフォリオ選択上、資産リターンの3次以上のモーメントを考慮しても、それによって得られる追加的な情報は無視できる範囲内であるとして、平均・分散型の効用関数で十分であるとした。しかし、Samuelsonがこの結論に至った前提条件は、資産リターンの分布にコンパクトネス（compactness）が満たされる場合であることに留意する必要がある。リターンの分布のコンパクトネスは、リターンに連続性（continuity）があり、投資家が自らリスクをコントロールできるときに満たされる。従って、リターンの生起過程に不連続なジャンプが想定されるような場合には、この前提条件は満たされなくなる。

の間社債発行はさほど増加していない。これは、社債スプレッドが縮小していく過程で、歪度リスクを考慮するようなリスク評価の厳しい投資家が順次社債市場から退出し、投資家層が厚みが失われてしまったことに起因しているかもしれない<sup>5</sup>。

一方、わが国企業のクレジット・リスクに関する最近の研究は、同一企業・銀行の信用力に対する評価が、国内投資家と海外投資家の間で異なり得ることを明らかにしている。例えば、CDS (credit default swap) 市場におけるプレミアムは、同一国内企業の社債スプレッドと比べて大きい。杉原・細谷・馬場・中田 [2003]によると、この現象は、海外投資家中心の CDS 市場におけるクレジット・リスクに対する評価が、国内投資家中心の社債市場での評価よりも厳しいことに起因している。また、西岡・馬場 [2004]は、為替スワップ市場における外銀の円転コスト・マイナス化の主因は、海外 (ドル) 市場における邦銀の信用力に対する評価が、国内 (円) 市場対比で、厳格である点にあると結論付けている。本稿では、このような投資家のクレジット・リスク評価に内外市場格差が存在するか否かをより直接的に検証するために、米国の社債についても同様の分析を行う。

本稿で得られた主要な結論を予め要約すると以下のとおりである。

歪度を考慮した場合、社債リスクプレミアムは、通常の  $\beta$ -CAPM を拡張したもの、すなわち  $\beta$  リスクと歪度に起因するリスク ( $\gamma$  リスク) の加重平均として表現できる ( $\gamma$ -CAPM)。また、このときの両リスクに対するウエイトは、主として相対的危険回避度により決定される。

わが国の社債データを用いた実証分析の結果、各種定式化テストやパラメータ制約テストの結果、通常の  $\beta$ -CAPM は棄却され  $\gamma$ -CAPM が採択される傾向が強い。

相対的危険回避度の推計値は、全般に正で有意であるものの、ゼロ金利政策導入以降のサンプル期間では、資産クラスに BBB 格社債を含めると負の値をとる。また、米国のデータを用いて同様の推計を行った結果、相対的危険回避度は、わが国の場合と比較してかなり高い水準となっている。

推計結果を基に、 $\beta$  リスクと  $\gamma$  リスクにかかるウエイトを試算すると、後者の平均ウエイトは、わが国の 3.2% に対し、米国では 10.7% と、わが国の社債リターンに織り込まれている  $\gamma$  リスクは米国対比でかなり小さい。こうした  $\gamma$  リスクの織り込み方の相違が、クレジット・リスク評価に対する内外市場格差を生んでいる可能性がある。

本稿の構成は以下の通りである。第 2 節では、単純化したモデルを基に、歪度を考慮する場合の投資家のポートフォリオ選択問題について考察する。第 3 節では、歪度を考慮する場合のリスクプレミアムの決定式を導出する。第 4 節では、日米のデータを用い

---

<sup>5</sup> 詳しくは、Baba et al.[2004]を参照のこと。

て実証分析を行う。第 5 節では、結論を述べる。

## 2. ポートフォリオ選択問題

### (1) 平均・分散アプローチ (ベースライン・モデル)

最適ポートフォリオ選択問題のベースライン・モデルとして、まず、通常のアプローチをレビューする。金融資産としては、安全資産と 2 種類の危険資産 A (社債) B (国債) を考える<sup>6</sup>。投資家の  $t+1$  期末の総資産額  $W_{t+1}$  とポートフォリオ・リターン  $r_p$  の関係は以下の通り書くことができる。

$$W_{t+1} = (1 + r_p)W_t \quad (1)$$

$$r_p = r_f + w_A(r_A - r_f) + w_B(r_B - r_f) \quad (2)$$

ここで、 $r_f$  はリスクフリー・レート、 $r_A$  ( $r_B$ ) は資産 A (B) のリターン、 $w_A$  ( $w_B$ ) は資産 A (B) の保有比率である。(1)、(2) 式から、投資家の効用関数を  $u(W_{t+1})$  とすると、投資家にとっての期待効用最適化問題は、

$$\text{Max}_{w_A, w_B} E[u(W_{t+1})]$$

$$\text{s.t.} \quad (1), (2) \text{式}$$

となり、一階の条件は、

$$E_t[u'(W_{t+1})(r_{i,t+1} - r_f)] = 0, \quad i = A, B \quad (3)$$

と書くことができる。ここで、期待効用関数を

$$E[u(W_{t+1})] \equiv E[W_{t+1}] - \frac{\lambda}{2} E[W_{t+1} - E[W_{t+1}]]^2 \quad (4)$$

と定義すると、投資家の最適ポートフォリオは以下の通り求まる。

$$w_A = \frac{1}{(1 - \rho^2)\lambda\sigma_A} [x_A - \rho x_B] \quad (5)$$

$$w_B = \frac{1}{(1 - \rho^2)\lambda\sigma_B} [x_B - \rho x_A] \quad (6)$$

ここで、 $\sigma_i$  は資産  $i$  ( $i = A, B$ ) のリターンの標準偏差、 $x_i \equiv (E[r_i] - r_f)/\sigma_i$  ( $i = A, B$ ) は資産  $i$  のリスクの市場価格 (Sharpe ratio)、 $\rho$  は資産 A と B 間の相関係数を表す。

また、(5)、(6) 式より、

$$E[r_A] - r_f = \lambda\rho\sigma_A\sigma_B w_B + \lambda\sigma_A^2 w_A \quad (7)$$

<sup>6</sup> 本稿では、ポートフォリオ選択の一環として株式を取り扱わない。本稿の分析の主たる対象期間であるゼロ金利政策導入以降では、銀行や生保・年金といった国内投資家は、リスク・リターンの観点とは異なる視点で、株式保有量を計画的に削減していた。すなわち銀行は、制度的な制約から自己資本 (Tier 1) の範囲内にまで株式エクスポージャーを軽減していたほか、生保・年金は、IT バブル期の株式投資に対する反省などから、年度初に立てた削減計画に沿って株式を売却していた。また、N 資産まで一般化した場合の最適ポートフォリオ選択問題については、補論 A(1) を参照。

$$E[r_B] - r_f = \lambda \rho \sigma_A \sigma_B w_A + \lambda \sigma_B^2 w_B \quad (8)$$

となる。これは、平均・分散アプローチによる資産 A (社債)、B (国債) の需要関数である。比較静学の結果は、図表 1 のとおりである。例えば、社債 (国債) リターン分散  $\sigma_A$  ( $\sigma_B$ ) が上昇したとき、通常の場合では、社債 (国債) のリスクプレミアムは上昇するが、社債リターンと国債リターンの相関係数  $\rho$  が負で極めて -1 に近いような場合には、ポートフォリオ全体のリスク (分散) を縮小させる効果が勝り、社債・国債ともにリスクプレミアムを縮小させる可能性がある。また、社債 (国債) リターン分散が上昇したとき、国債 (社債) のリスクプレミアムは、相関係数がマイナス (プラス) であれば下がる (上がる)。これはそれぞれの資産のリスク分散効果が高い (低い) ときには投資家に好感 (嫌気) され投資が増加 (減少) することを示している。

実際に資産間の相関係数をみると (後掲図表 7) 相関係数はすべて正の値をとっている。これは、本稿のモデルに則して言うと、国債・社債リターン分散の上昇は、国債・社債双方のリスクプレミアムを高めることを示唆している。

図表 1：比較静学の結果

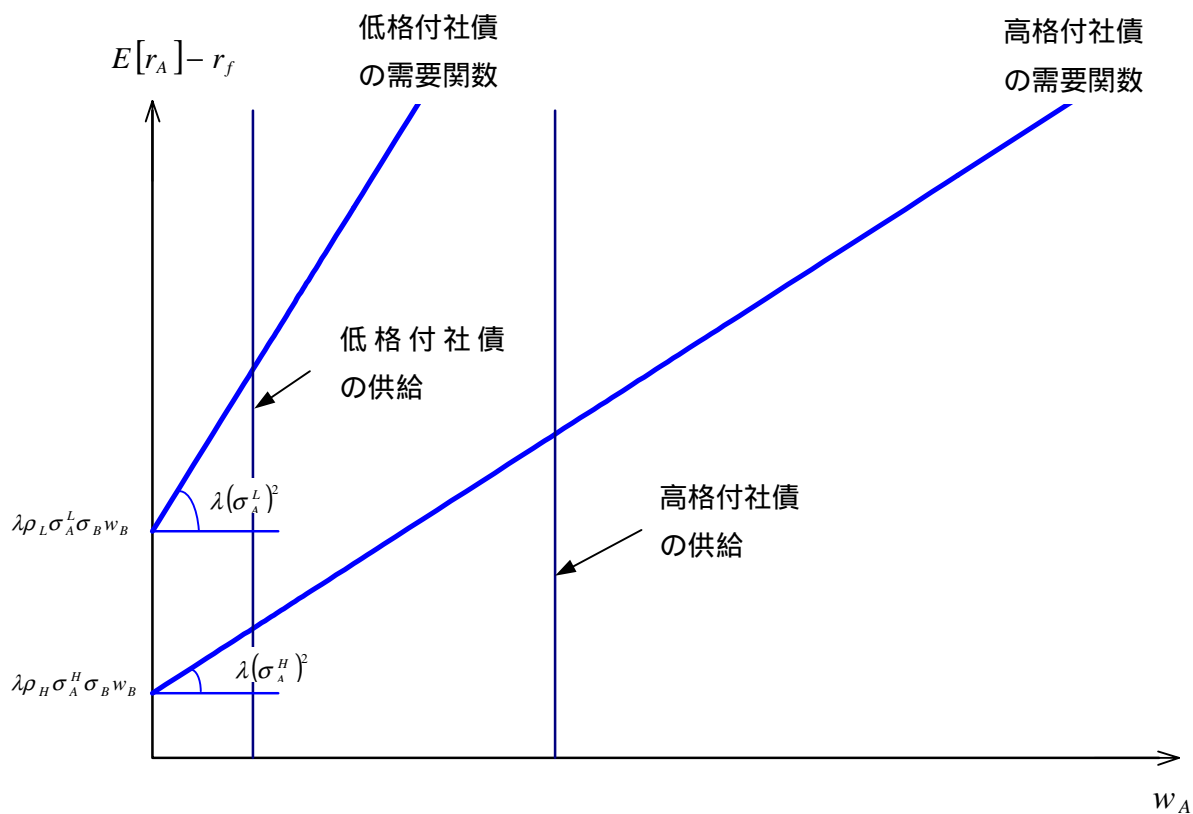
		内生変数		
		$E[r_A] - r_f$	$E[r_B] - r_f$	
$\rho$		+	+	
$\sigma_A$	+	if $-2 \left( \frac{\sigma_A}{\sigma_B} \right) \left( \frac{w_A}{w_B} \right) < \rho < 1$	+	if $\rho > 0$
	-	Otherwise	-	Otherwise
$\sigma_B$	+	if $\rho > 0$	+	if $-2 \left( \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \right) \left( \frac{w_B}{w_A} \right) < \rho < 1$
	-	Otherwise	-	Otherwise

(注) シャドーは、実際の相関係数の水準 (後掲図表 7) から示唆される関係。

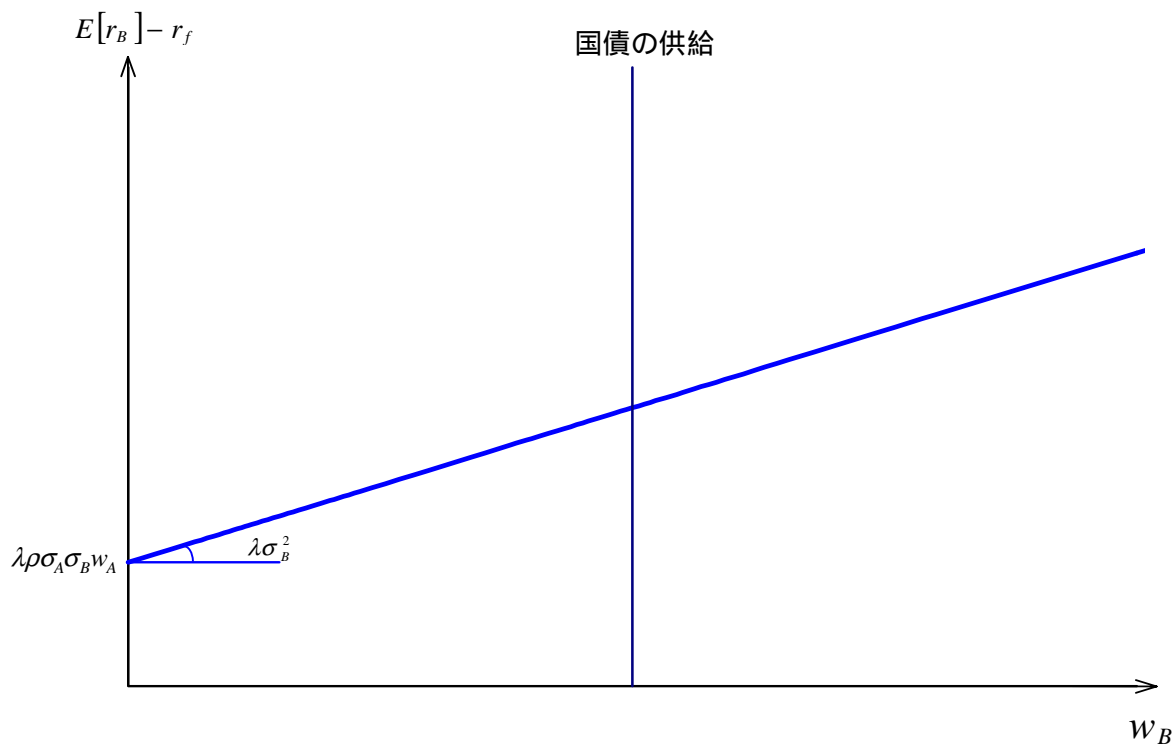
図表 2 は、分散  $\sigma_A$  と国債リターンとの相関係数  $\rho$  の異なる 2 つの社債 (高格付： $\sigma_A^H \cdot \rho_H$ 、低格付け： $\sigma_A^L \cdot \rho_L$ 、 $\sigma_A^H < \sigma_A^L$ ) の需要関数と国債の需要関数を図示したものである。各資産の保有比率が上がるに連れ、リスクプレミアムも比例して上昇していくこと、その上昇度合いや、保有比率ゼロのときに投資家が要求する (分散投資により解消されない) リスクプレミアムも、分散と相関係数の高い資産ほど高いことが確認できる。ここで興味深いのは、社債の保有比率がゼロ ( $w_A=0$ )、もしくは極めてゼロに近いとき、国債との相関係数が小さい場合には (正確には、 $\rho_L \sigma_A^L < \rho_H \sigma_A^H$  のとき) 低格付社債の方が分散効果が好感されて、リスクプレミアムが高格付社債対比で小さくなる可能性があることである。実際、図表 7 の社債リターンの基本統計量を見る限り、このケースが妥当する可能性は高い。

図表 2 : 平均・分散アプローチによる社債需要関数

(1) 社債の需要関数 ( $\sigma_A^L > \sigma_A^H$ )



(2) 国債の需要関数



## (2) 歪度・共歪度を考慮したときのポートフォリオ選択

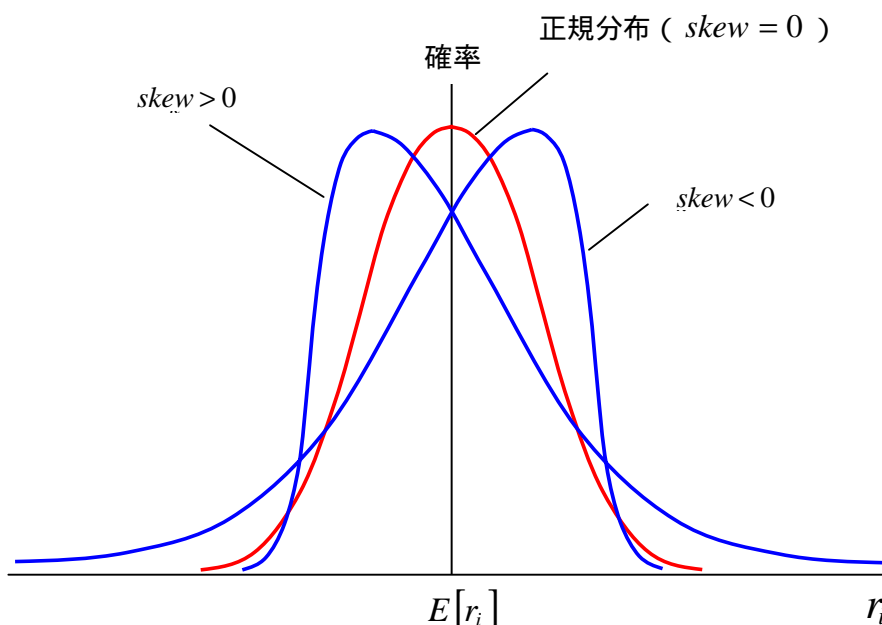
### 歪度と共歪度に関する概念的整理

ある確率変数  $r_i$  の歪度  $skew_i$  は、3 次モーメント  $E[r_i - E[r_i]]^3$  を標準化したものとして、以下のように定義される。これは、分布の歪みを表現する指標であり、正規分布の場合はゼロとなる。

$$skew_i = \frac{E[r_i - E[r_i]]^3}{\sigma_i^3} \quad (9)$$

歪度が正負それぞれの値をとるときのイメージは図表 3 のとおりである。

図表 3：歪度と確率分布



これら 3 つの分布は、それぞれ平均と分散が等しくなるよう描かれている。しかし、歪度が正の場合には右のテイルが、負の場合には左にテイルが長い分布となっている。歪度が正（負）の分布は、高い確率で小さな損失（利益）が生じるとともに、低い確率ではあるが大きな利益（損失）が生じる状態を示している。このうち社債分析において重要なのは、歪度が負の場合である。それは、社債は基本的に確定利付債券であるために、株式などとは異なり、大きな利益を生む可能性はない一方で、低い確率ではあってもデフォルトを起こす可能性があり、その場合、回収不能に陥るリスクを抱えている商品性に起因している。

また、歪度と類似の概念として、例えば、資産  $i$  のリターン  $r_i$  と資産  $j$  のリターン  $r_j$  の間で以下のとおり定義される共歪度（co-skewness）がある。

$$co-skew_{ij} \equiv E[(r_i - E[r_i])(r_j - E[r_j])^2] = cov(r_i, \sigma_j^2) \quad (10)$$



共歪度の重要性は、ポートフォリオの3次モーメント（歪度の分子）との関係を考える  
と明らかになる。これまでと同様に、危険資産が2資産であるとき、3次モーメントは  
一般に、

$$\begin{aligned}
 & E[W_{t+1} - E[W_{t+1}]]^3 \\
 &= E[(w_A(r_A - E[r_A]) + w_B(r_B - E[r_B])) \cdot W_t]^3 \\
 &= \left[ w_A^3 \sigma_A^3 skew_A + w_B^3 \sigma_B^3 skew_B + 3w_A^2 w_B cov(\sigma_A^2, r_B) + 3w_B^2 w_A cov(r_A, \sigma_B^2) \right] \cdot W_t^3
 \end{aligned} \tag{11}$$

と書ける。このように、ポートフォリオの3次モーメントは、各資産個別の歪度とともに、  
各資産間の共歪度にも依存している。各危険資産の保有比率が正の場合<sup>7</sup>には、各  
共歪度の上昇（下落）はポートフォリオの3次モーメントを高める方向に作用する。従  
って、 $cov(r_i, \sigma_j^2)$ のマイナス幅が拡大する局面では、ポートフォリオの3次モーメント  
のプラス幅（マイナス幅）も縮小（拡大）し、歪度に起因するリスクも拡大すること  
になる。

#### 歪度のみを考慮した場合のポートフォリオ選択

まずは簡単化のため、各資産間の共歪度は考慮せず、個別資産の歪度のみを考慮した  
ときのポートフォリオ選択問題を考える。ここでは、ベースライン・モデルと同様に、  
安全資産と2種類の危険資産を想定し、資産A（社債）の歪度は負（左にテイルが長い）、  
資産B（国債）の歪度はゼロ<sup>8</sup>（正規分布）と仮定する。投資家の期待効用関数  
 $E[u(W_{t+1})]$ は次の通り定義できる。

$$E[u(W_{t+1})] \equiv E[W_{t+1}] - \frac{\lambda}{2} E[W_{t+1} - E[W_{t+1}]]^2 + \frac{\delta}{3} E[W_{t+1} - E[W_{t+1}]]^3 \tag{12}$$

ここで、

$$cov(\sigma_A^2, r_B) \equiv E[(r_A - E[r_A])^2 (r_B - E[r_B])] = 0$$

$$cov(r_A, \sigma_B^2) \equiv E[(r_A - E[r_A])(r_B - E[r_B])^2] = 0$$

$$E[r_B - E[r_B]]^3 = 0$$

を仮定しているため、 $W_{t+1}$ の3次モーメント(11)式は以下のように書ける。

$$E[W_{t+1} - E[W_{t+1}]]^3 = w_A^3 E[r_A - E[r_A]]^3 \cdot W_t^3 = w_A^3 \sigma_A^3 skew_A W_t^3 \tag{11}'$$

<sup>7</sup> 市場に数多くの均質的でない投資家が存在する場合には、投資家によっては、ある資産*i*についてショ  
ート・ポジション（ $w_i < 0$ ）をとることも考えられる。その場合には、共歪度はポートフォリオ歪度に対し  
てマイナスの寄与を持つ。もっとも、本稿では市場均衡（投資家のポジションの集計）を考えているため、  
各資産の保有比率は正の値をとる。

<sup>8</sup> 低金利下で、更なる金利低下余地に限られる状況では、金利反転（価格下落）リスクが高まるため、デ  
フォルト・リスクがなくとも、国債リターンの歪度はマイナスになる可能性がある。実際、図表7による  
と、国債リターンの歪度のマイナス幅は、BBB格の社債に続き大きくなっている。

(11)′、(12) 式から一階の条件は、以下の通りとなる。

$$\frac{\partial u(W_{t+1})}{\partial w_A} = E[r_A] - r_f - \lambda(w_A \sigma_A^2 + w_B \rho \sigma_A \sigma_B) + \delta \sigma_A^3 \text{skew}_A w_A^2 = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial u(W_{t+1})}{\partial w_B} = E[r_B] - r_f - \lambda(w_B \sigma_B^2 + w_A \rho \sigma_A \sigma_B) = 0 \quad (14)$$

(14) 式を(13) 式に代入して、以下の(15) 式を得る。

$$\tilde{w}_A - w_A + a w_A^2 = 0 \quad (15)$$

ここで、

$$\tilde{w}_A \equiv \frac{x_A - \rho x_B}{(1 - \rho^2) \lambda \sigma_A}, \quad a \equiv \frac{\delta \sigma_A \text{skew}_A}{(1 - \rho^2) \lambda}$$

である。(15)式を満たす  $w_A$  が最適ポートフォリオ  $w_A^*$  となる。ちなみに、 $\tilde{w}_A$  は上の平均・分散アプローチにおける最適ポートフォリオを表す。また、歪度がゼロ ( $\text{skew}_A = 0$ ) のとき、 $a = 0$  となるため、 $w_A^* = \tilde{w}_A$  となる。

(13)、(14)式から、資産 A、B の需要関数は以下のとおり書ける。

$$E[r_A] - r_f = \lambda \rho \sigma_A \sigma_B w_B + \lambda \sigma_A^2 w_A - \delta \sigma_A^3 \text{skew}_A w_A^2 \quad (16)$$

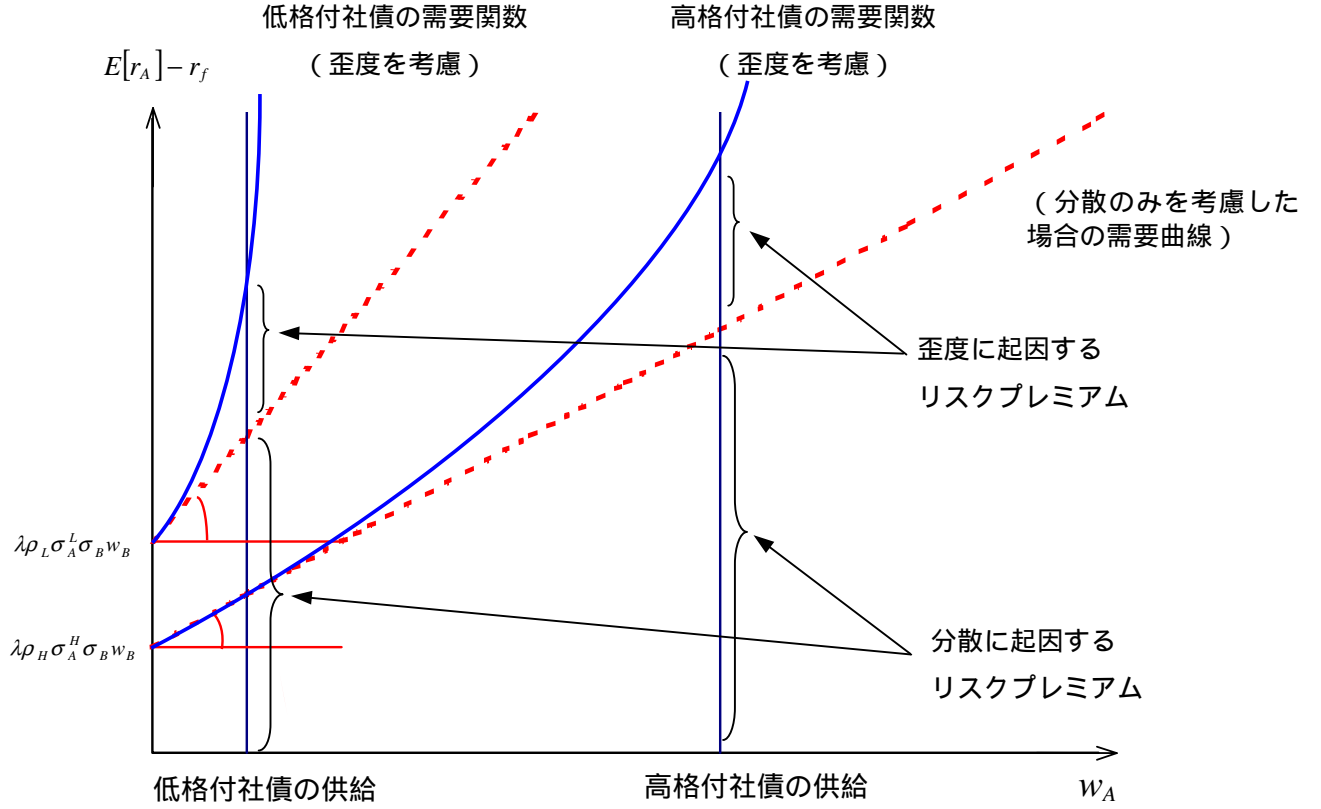
$$E[r_B] - r_f = \lambda \rho \sigma_A \sigma_B w_A + \lambda \sigma_B^2 w_B \quad (17)$$

(16)式は、平均・分散に加えて歪度も考慮する投資家の社債需要関数を示している。

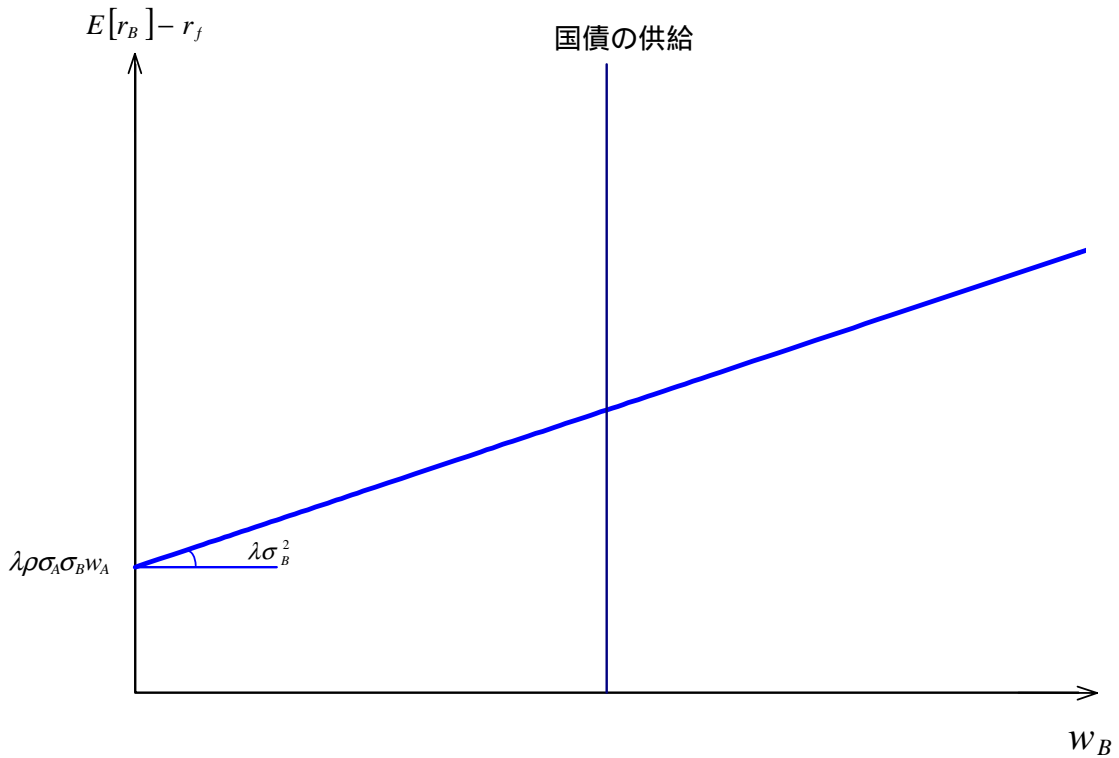
図表 4 は、図表 2 と同様に高格付・低格付社債、国債それぞれの需要関数を図示したものである。この図から、歪度を考慮する投資家の需要関数は、常に通常の平均・分散型の需要関数の上方に位置し、その度合い(歪度に起因するリスクプレミアム)は、当該社債の保有比率が高まるにつれて、加速度的に大きくなることがわかる。つまり、債券市場残高に占める割合が拡大するにつれて、歪度に起因するリスクプレミアムは拡大することになる。

図表 4：歪度を考慮する投資家の需要関数

(1) 社債の需要関数 ( $\sigma_A^L > \sigma_A^H$ ,  $skew_A^L < skew_A^H < 0$ )



(2) 国債の需要関数



共歪度も考慮する場合のポートフォリオ選択

この場合、 $r_p$  の 3 次モーメント(11)式は、

$$E[W_{t+1} - E[W_{t+1}]]^3 = (w_A^3 \sigma_A^3 skew_A + 3w_A^2 w_B \text{cov}(\sigma_A^2, r_B) + 3w_B^2 w_A \text{cov}(r_A, \sigma_B^2)) W_t^3 \quad (11)''$$

と修正される (これまで同様、 $E[r_B - E[r_B]]^3 = 0$  を仮定)

このとき、一階の条件は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(W_{t+1})}{\partial w_A} &= E[r_A] - r_f - \lambda [w_A \sigma_A^2 + w_B \rho \sigma_A \sigma_B] \\ &+ \delta [w_A^2 \sigma_A^3 skew_A + 2w_A w_B \text{cov}(\sigma_A^2, r_B) + w_B^2 \text{cov}(r_A, \sigma_B^2)] = 0 \end{aligned} \quad (13)'$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(W_{t+1})}{\partial w_B} &= E[r_B] - r_f - \lambda [w_B \sigma_B^2 + w_B \rho \sigma_A \sigma_B] \\ &+ \delta [w_A^2 \text{cov}(\sigma_A^2, r_B) + 2w_A w_B \text{cov}(r_A, \sigma_B^2)] = 0 \end{aligned} \quad (14)'$$

となり、資産 A、B の需要関数は、

$$\begin{aligned} E[r_A] - r_f &= \lambda \rho \sigma_A \sigma_B w_B - \delta w_B^2 \text{cov}(r_A, \sigma_B^2) \\ &+ [\lambda \sigma_A^2 - 2\delta w_B \text{cov}(\sigma_A^2, r_B)] w_A - \delta \sigma_A^3 skew_A w_A^2 \end{aligned} \quad (16)'$$

$$\begin{aligned} E[r_B] - r_f &= \lambda \rho \sigma_A \sigma_B w_A - \delta w_A^2 \text{cov}(\sigma_A^2, r_B) \\ &+ [\lambda \sigma_B^2 - 2\delta w_A \text{cov}(r_A, \sigma_B^2)] w_B \end{aligned} \quad (17)'$$

と書ける。

図表 5 - 1、5 - 2 は、歪度に加えて共歪度も考慮する投資家の資産別の需要関数とリスクプレミアムの決定問題を示している。比較を容易にするために、2 つの共歪度、 $\text{cov}(r_A, \sigma_B^2)$ 、 $\text{cov}(\sigma_A^2, r_B)$  のうち、一方をゼロとして図示している。

まず、 $\text{cov}(\sigma_A^2, r_B) = 0$  の場合 (図表 5 - 1) つまり  $\text{cov}(r_A, \sigma_B^2)$  の効果に絞って考えてみよう。 $\text{cov}(r_A, \sigma_B^2) > 0$  ( $\text{cov}(r_A, \sigma_B^2) < 0$ ) のときは、社債の需要関数は下方に (上方に) シフトする。一方、国債の需要関数は  $\text{cov}(r_A, \sigma_B^2) > 0$  ( $\text{cov}(r_A, \sigma_B^2) < 0$ ) のとき、平均・分散のみを考慮する場合と比べて傾きが小さく (大きく) なる。(11)'' 式に示されているように、ポートフォリオ全体の歪度は、資産間の共歪度の大きさによっても影響を受ける。 $\text{cov}(r_A, \sigma_B^2) < 0$  はポートフォリオ全体の歪度を低下させる (もしくはマイナス幅を拡大させる) 方向に寄与するため、投資家が要求するリスクプレミアムは大きくなる。

$\text{cov}(r_A, \sigma_B^2) = 0$  の場合 (図表 5 - 2) つまり、 $\text{cov}(\sigma_A^2, r_B)$  のみを考慮する場合も同様に考えることができる。ただし、この場合には、国債の需要関数は上下にシフトする一方、社債の需要関数は傾きが変化することになる。

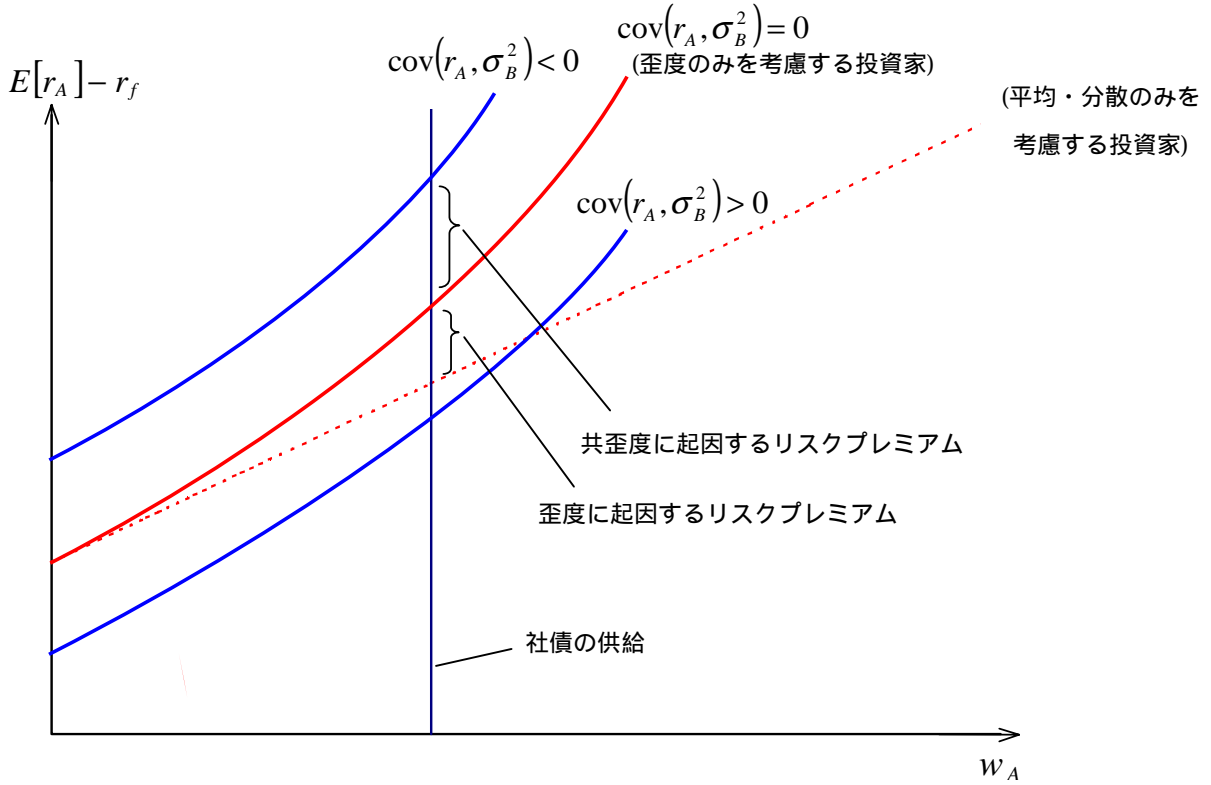
ここで例えば、 $\text{cov}(r_A, \sigma_B^2) < 0$  と  $\text{cov}(\sigma_A^2, r_B) < 0$  の場合では、社債需要関数の形状に対する効果が異なる点は、以下のように整理できる。まず、 $\text{cov}(\sigma_A^2, r_B) < 0$  は、自ら (社

債)のリターンの変動は、代替資産である国債の期待リターンを下げる方向に寄与することを通じて、ポートフォリオ全体の歪度を低下(マイナス幅を拡大)させることを意味する。ポートフォリオに占める社債の保有比率  $w_A$  が高まる(低下する)につれて、 $\text{cov}(\sigma_A^2, r_B) < 0$  のポートフォリオ全体の歪度に対する効果は大きく(小さく)なっていくことから、 $\text{cov}(\sigma_A^2, r_B) = 0$  の場合対比での傾きは大きく(小さく)なっていく。一方、 $\text{cov}(r_A, \sigma_B^2) < 0$  は、代替資産である国債リターンの変動は、社債のリターンを下げることを意味する。この効果は国債保有比率  $w_B$  には影響を受けるものの、社債比率  $w_A$  には影響を受けない。従って、社債の需要関数は、社債比率  $w_A$  の水準にかかわらず、一定のプレミアムが付加された形状になる。

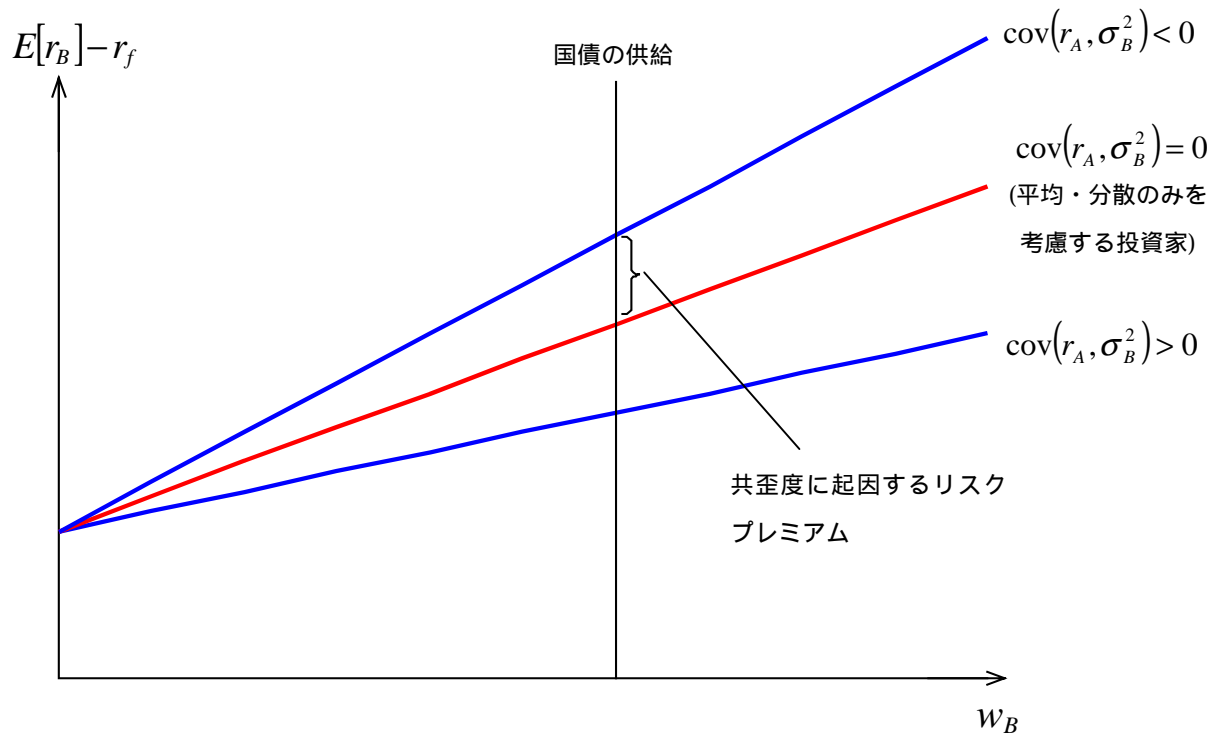
ここまでの議論から、 $\text{cov}(\sigma_A^2, r_B)$  と  $\text{cov}(r_A, \sigma_B^2)$  の符号が異なる場合には、社債・国債ともにリスクプレミアムに対する効果の方向性は一意には決まらないことがわかる。しかし、図表7に示されているように、わが国ではともに負の値をとることが多いことから、共歪度はリスクプレミアムを高める方向に寄与していると考えてよいだろう。

図表 5 - 1 : 歪度と共歪度双方を考慮する投資家 :  $\text{cov}(\sigma_A^2, r_B) = 0$  の場合

(1) 社債の需要関数

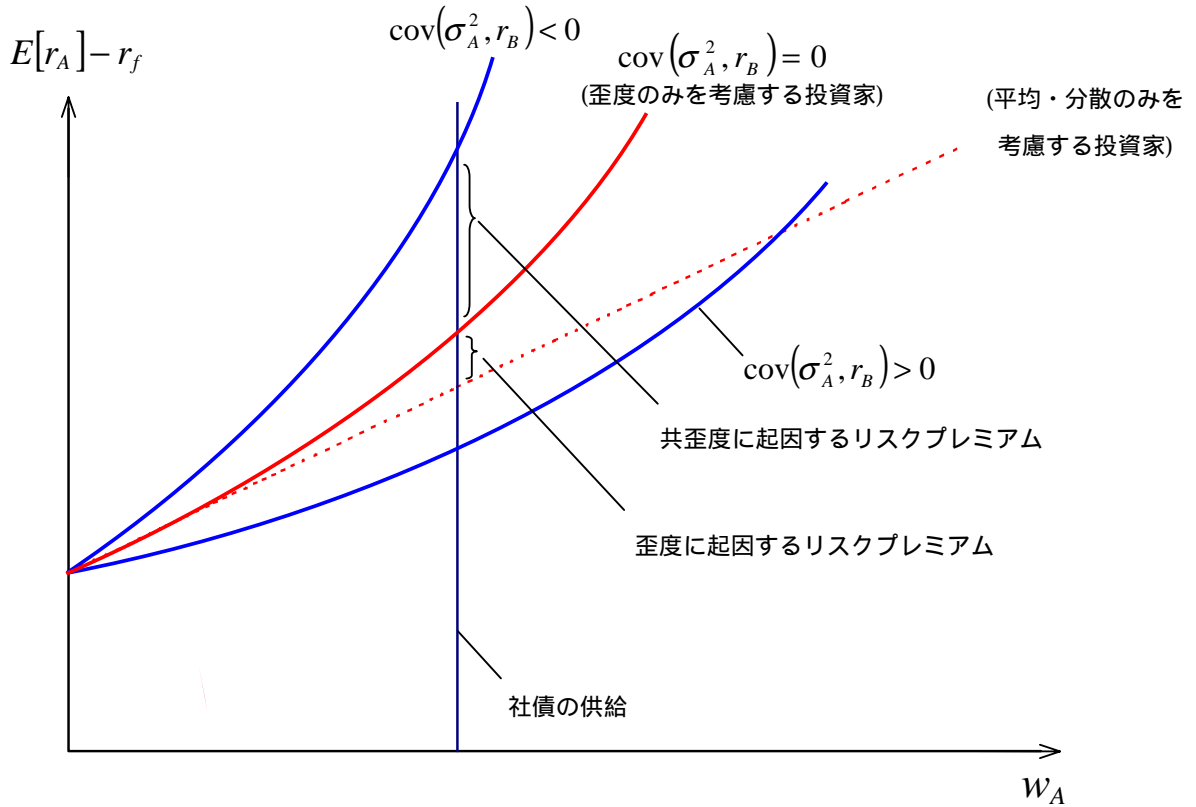


(2) 国債の需要関数

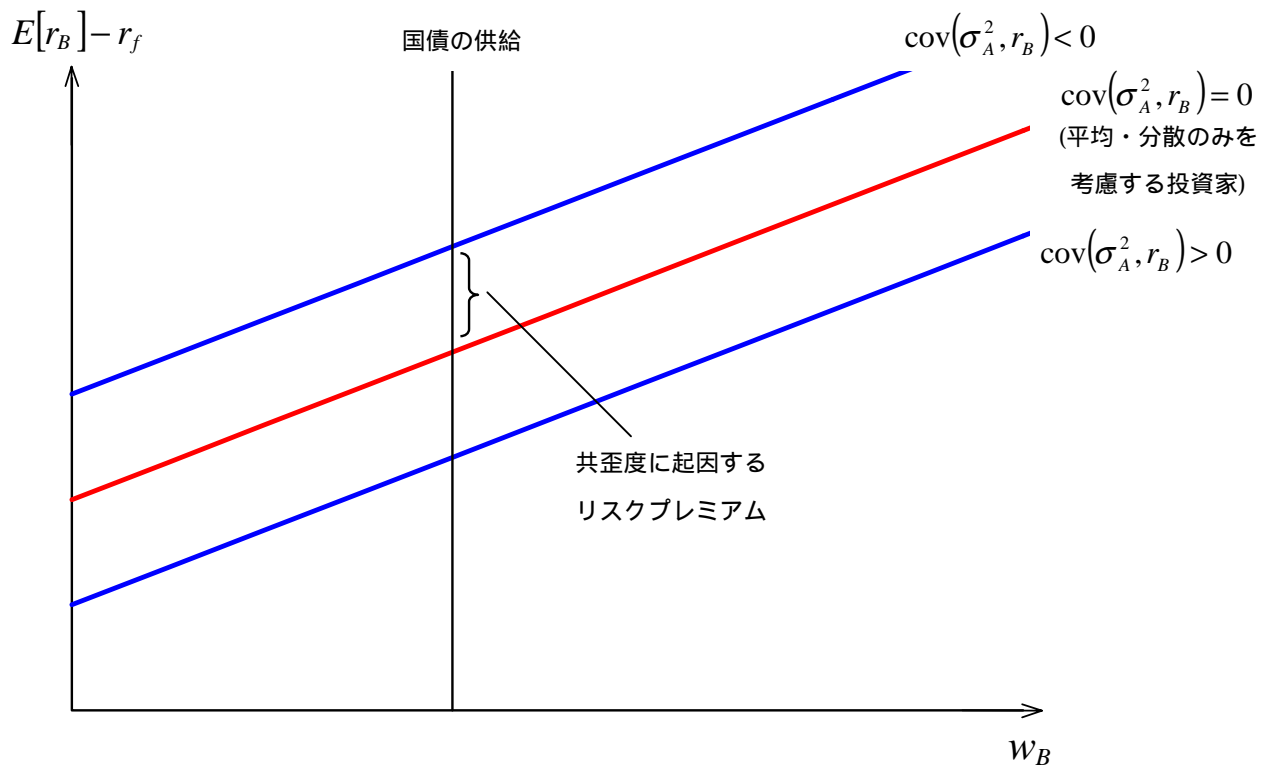


図表 5 - 2 : 歪度と共歪度双方を考慮する投資家 :  $\text{cov}(r_A, \sigma_B^2) = 0$  の場合

(1) 社債の需要関数



(2) 国債の需要関数



### 3. 市場均衡におけるリスクプレミアム決定問題

ここでは、歪度を考慮したリスクプレミアムの決定問題を考える。(4)式を  $E_t[W_{t+1}]$  の周りで、2次の項までテイラー展開すると、以下の式を得る。

$$E_t[r_{i,t+1}] - r_f = -\frac{u''(E_t[W_{t+1}])\text{cov}(r_{i,t+1}, W_{t+1}) + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])\text{cov}(r_{i,t+1}, \sigma_W^2)}{u'(E_t[W_{t+1}]) + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])\sigma_W^2}$$

ここで、 $\sigma_W^2 \equiv E_t[W_{t+1} - E_t[W_{t+1}]]^2$ 、 $\text{cov}(r_{i,t+1}, \sigma_W^2) \equiv E_t[(r_{i,t+1} - E_t[r_{i,t+1}])(W_{t+1} - E_t[W_{t+1}])^2]$  である。また、 $r_{m,t+1}$  をマーケット・ポートフォリオ・リターンとすると、 $W_{t+1} = (1 + r_{m,t+1})W_t$  より、上の式は次の通り書き換えることができる。

$$E_t[r_{i,t+1}] - r_f = -\frac{u''(E_t[W_{t+1}])W_t \text{cov}(r_{i,t+1}, r_{m,t+1}) + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])W_t^2 \text{cov}(r_{i,t+1}, \sigma_m^2)}{u'(E_t[W_{t+1}]) + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])W_t^2 \sigma_m^2}$$

ここで、 $\sigma_m^2 \equiv E_t[r_{m,t+1} - E_t[r_{m,t+1}]]^2$  である。上式をマーケット・ポートフォリオについて書き換え、その比をとることにより、

$$E_t[r_{i,t+1}] - r_f = \frac{\sigma_m^2 \times \beta_{im} + \frac{1}{2} \kappa \sigma_m^3 \text{skew}_m \times \gamma_{im}}{\sigma_m^2 + \frac{1}{2} \kappa \sigma_m^3 \text{skew}_m} \times (E_t[r_{m,t+1}] - r_f) \quad (18)$$

を得る<sup>9</sup>。ここで、

$$\beta_{im} \equiv \frac{\text{cov}(r_{i,t+1}, r_{m,t+1})}{\sigma_m^2}$$

$$\gamma_{im} \equiv \frac{\text{cov}(r_{i,t+1}, \sigma_m^2)}{E_t[r_{m,t+1} - E_t[r_{m,t+1}]]^3} = \frac{\text{cov}(r_{i,t+1}, \sigma_m^2)}{\sigma_m^3 \text{skew}_m}$$

$$\kappa \equiv \frac{u'''(E_t[W_{t+1}])W_{t+1}}{u''(E_t[W_{t+1}])}$$

である。 $\beta_{im}$  は平均・分散アプローチにおけるベータ、 $\gamma_{im}$  は歪度に起因するシステムティック・リスクである。また、 $\kappa$  は歪度リスクと分散リスクとの間の限界代替率(トレード・オフ)を示し、効用関数で一般的に仮定される性質  $u'(\bullet) > 0$ 、 $u''(\bullet) < 0$ 、 $u'''(\bullet) > 0$  より<sup>10</sup>、 $\kappa < 0$  となる。これは、合理的な投資家は、正の分散からは低い効用を得る反面、正の歪度からは高い効用を得ることを示している。また、 $\kappa = 0$  のとき、(18)式は通常の  $\beta$ -CAPM となる。

例えば、効用関数を以下の通り仮定すると、

$$u(W_{t+1}) = \frac{1}{1-\alpha} W_{t+1}^{1-\alpha}$$

<sup>9</sup> (18)式の詳細な導出過程は補論 A(2)を参照のこと。

<sup>10</sup> それぞれ、正の限界効用、限界効用の逓減、絶対的危険回避度 ( $\equiv -u''(\bullet)/u'(\bullet) > 0$ ) が  $W$  とともに上昇しないための十分条件を示している。



$\kappa = -(1 + \alpha)$  となる。 $\alpha$  は相対的リスク回避度であり、 $W_{t+1}$  の水準によって影響を受けな  
 いため、この効用関数は CRRA ( constant relative risk aversion ) 型と言われている。また、  
 投資家がリスク回避的である場合、 $\alpha > 0$ <sup>11</sup> を満たす必要がある。

このとき、(18)式は以下のように書き換えることができる。

$$E_t[r_{i,t+1}] - r_f = \frac{\beta_{im} - \frac{1}{2}(1 + \alpha)\sigma_m skew_m \gamma_{im}}{1 - \frac{1}{2}(1 + \alpha)\sigma_m skew_m} \times (E_t[r_{m,t+1}] - r_f) \quad (19)$$

更にこれを以下の通り書き換える。

$$E_t[r_{i,t+1}] - r_f = [w \times \beta_{im} + (1 - w) \times \gamma_{im}] \times (E_t[r_{m,t+1}] - r_f) \quad (19)'$$

ここで、

$$w \equiv \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(1 + \alpha)\sigma_m skew_m}$$

である。 $skew_m$  がマイナスである限り、 $0 < w < 1$  となり、リスクプレミアムは、 $\beta$  リス  
 クと  $\gamma$  リスクの加重平均となることがわかる<sup>12</sup>。上から明らかなように、投資家のリ  
 スク回避度が低下するほど ( $\alpha$  の低下) ポートフォリオ収益率の分散が低下するほ  
 ど ( $\sigma_m$  の低下) 同歪度のマイナス幅が縮小するほど ( $skew_m$  のマイナス幅の縮小)  $w$   
 $w$  は大きくなり、リスクプレミアムは  $\beta$  ( $\gamma$ ) リスクをより大きく (小さく) 織り込んで  
 決定される。

<sup>11</sup>  $\alpha = 1$  のとき、 $u(W_{t+1}) = \log W_{t+1}$  となる。

<sup>12</sup> Kraus and Litzenberger [1976]、Hwang and Satchell [1999]でも、同様の関係が見出されている。

## 4. 実証分析

### (1) モデルの定式化

本稿モデル(19)式の推計の前に、 $\beta$ -CAPM の推計方法をレビューする。Sharpe-Lintner 型<sup>13</sup>のモデル推計では、(19)式に制約  $w=1$  を課した式を直接推計する。また、その際、事前にリスクフリー・レート  $r_f$  を与える必要があり、短期国債レートが使用されることが多い。もっとも、投資家サイドで借入制約がある場合、推計上用いるべき  $r_f$  は、リスクフリーの借入レートと運用レートの間位置するゼロベータ・リターン<sup>14</sup>であること、短期国債レートをはじめとする、実際に市場で観察される短期金利は、確率的に (stochastic) 変動し、かつ他の金融資産リターンと相関を有すること、などから理論的に整合的な代理変数を見つけることは非常に難しい。

こうした点を踏まえて、Black [1972]は、以下のようなより一般的な推計方法を提唱した。

$$E_t[r_{i,t+1}] = (1 - \beta_{im})E_t[r_0] + \beta_{im}E_t[r_{m,t+1}] \quad (20)$$

ここで、 $r_0$  はゼロベータ・リターンである。具体的には、 $r_{i,t+1}$  を被説明変数、定数項とマーケット・リターン  $r_{m,t+1}$  を説明変数として回帰分析を行う。定数項と  $\beta$  の推計値から、ゼロベータ・リターン  $r_0$  を推計することができる<sup>15</sup>。

本稿のモデルに則して考えると、

$$\begin{aligned} E_t[r_{i,t+1}] &= \left[ 1 - \frac{\beta_{im} - \frac{1}{2}(1 + \alpha)\sigma_m skew_m \times \gamma_{im}}{1 - \frac{1}{2}(1 + \alpha)\sigma_m skew_m} \right] \times r_0 + \frac{\beta_{im} - \frac{1}{2}(1 + \alpha)\sigma_m skew_m \times \gamma_{im}}{1 - \frac{1}{2}(1 + \alpha)\sigma_m skew_m} \times E_t[r_{m,t+1}] \\ &= const + \frac{\beta_{im} - \frac{1}{2}(1 + \alpha)\sigma_m skew_m \times \gamma_{im}}{1 - \frac{1}{2}(1 + \alpha)\sigma_m skew_m} \times E_t[r_{m,t+1}] \end{aligned} \quad (21)$$

として、パラメータ  $\alpha$ 、 $\beta_{im}$ 、 $\gamma_{im}$  を推計することに相当する。以下では上式に基づいたリスクプレミアム決定式を「 $\gamma$ -CAPM」と呼び、上式で  $\alpha = -1$  とした以下の  $\beta$ -CAPM と明示的に区別する。

$$E_t[r_{i,t+1}] = const + \beta_{im} \times E_t[r_{m,t+1}]$$

<sup>13</sup> Sharpe [1964]とLintner [1965]による。Sharpe-Lintner 型の推計では、被説明変数を各資産の超過収益率、説明変数を定数項とマーケット・ポートフォリオの超過収益率とする回帰分析を行い、定数項がゼロ、 $\beta$  が有意にゼロと異なることをもって、 $\beta$ -CAPM の妥当性を検証するのが一般的である。

<sup>14</sup> これは、マーケット・ポートフォリオと無相関の資産（もしくはポートフォリオ）のうち、分散値が最も小さいリターンとして定義される（リスクフリー・レートは定義上、分散はゼロ）。 $\beta$  がマイナスの値をとる資産のリターンは、こうして算出されたゼロベータ・リターンよりも低くなり得る点には留意すべきである。

<sup>15</sup> ここで  $r_0$  は、リスクフリーの運用レート  $< r_0 <$  リスクフリーの借入レート、という制約を満たさなければならぬ。

## (2) 推計方法・定式化テスト

### GMM 推計

(21)式の推計は、Hansen [1982]による一般化積率法 (GMM) により行った。GMM は、リターンに関する確率分布に制約がなく (distribution free) 直交条件のみを必要としている点で、本稿の分析に適している。各直交条件は以下のように定義される。

$$E \left[ r_{i,t+1} - const - \frac{\beta_{im} - \frac{1}{2}(1+\alpha)\sigma_m skew_m \times \gamma_{im}}{1 - \frac{1}{2}(1+\alpha)\sigma_m skew_m} \times r_{m,t+1} | \mathbf{I}_t \right] = 0$$

$$E[(r_{m,t+1} - \mu_m)r_{i,t+1} - \sigma_m^2 \times \beta_{im} | \mathbf{I}_t] = 0$$

$$E[(r_{m,t+1} - \mu_m)^2 - \sigma_m^2]r_{i,t+1} - \sigma_m^3 skew_m \times \gamma_{im} | \mathbf{I}_t] = 0$$

ここで、 $i$  = 国債、AAA 格社債、AA 格社債、A 格社債、BBB 格社債 (米国は、国債、AAA/AA 格社債、A 格社債、BBB 格社債)、 $\mu_m$  は債券マーケット・ポートフォリオ・リターンの期待 (平均) 値である。また、 $\mathbf{I}_t$  は  $t$  期初における情報セット (操作変数) ベクトルであり、本稿では、定数項とそれぞれの資産リターンの前日値を用いた。

### 定式化テスト

まず、Hansen [1982]が提唱した「過剰識別検定 (test of overidentifying restrictions、以下 OI 検定)」を行う。これは、最小化された GMM の目的関数にサンプル数を乗じて算出される  $J$  統計量が、直交条件数とパラメータ数の差を自由度とする  $\chi^2$  分布に従うことを利用したものである。この統計量が有意であれば、モデルの定式化が不適切であると判断される。

上述の OI 検定が各モデルごとの定式化の適切性をテストするものであるのに対し、代替的なモデルとの間で相対的な定式化の適切性をテストするものが Newey and West [1987]による「モデル選択検定」である。具体的には、帰無仮説を  $\beta$ -CAPM ( $\alpha = -1$  の制約を課したモデル) 対立仮説を  $\gamma$ -CAPM (制約なしのモデル) として、前者と後者の GMM 推計から得られる  $J$  統計量の差<sup>16</sup>が、制約の数を自由度とする  $\chi^2$  分布に従うことを利用し、統計量が有意であれば、モデルの定式化として  $\beta$ -CAPM よりも  $\gamma$ -CAPM の方がより適切であると判断される。

また、相対的危険回避度  $\alpha$  の推計値自身も、モデル選択に関して重要な情報をもたらす。 $\alpha = -1$  の帰無仮説が棄却されなければ、 $\gamma$ -CAPM よりも  $\beta$ -CAPM が適切であり、 $\alpha$  が有意に正の値をとる場合には、 $\beta$ -CAPM よりも  $\gamma$ -CAPM が適切であると判断される。

<sup>16</sup> 実際には、GMM の目的関数の分散・共分散行列 (weighing matrix) は、制約なしのモデルから得られるものを使用して検定する。詳しくは、Cochrane [2001]を参照のこと。

### (3) データ

データは、マーケット・リターンとして日興パフォーマンス・インデックス（NIKKO-BPI）の債券総合、構成資産として同インデックスの国債（総合）AAA 格社債、AA 格社債、A 格社債、BBB 格社債を用いた。インデックスは日次ベースで、利用可能な期間は 1996/1/4 日～2004/4/6 日である。

リターンの算出期間としては、日次ベースが用いられることが多い。もっとも、リターンの算出期間は、本来、投資家のタイムホライズンと一致することが望ましく、タイムホライズンが多年に亘る生保や年金といった機関投資家を想定すると、タイムホライズンを日次と捉えることは現実的とは言えない。一方で、算出期間を長期化させるほど、データの定常性の確保が困難となるという問題点もある。そこで本稿では、定常性を確保できることを前提に、幾つかの算出期間のリターンを用い結果を総合的に判断していくことにする。図表 6 では、算出期間として 20 営業日（約 1 か月）、60 営業日（約 3 か月）、120 営業日（約 6 か月）、250 営業日（約 12 か月）としたリターンの単位根検定（Augmented Dickey-Fuller < ADF > テスト）の結果を示している。これによると、250 営業日ベース以外は定常性が認められた。従って、本稿では、計算期間を、20 営業日、60 営業日、120 営業日としたリターンを推計データとして用いる。

図表 7 は、リターンの基本統計量を示している<sup>17</sup>。これをみると、格付が低くなるほど、平均は低下する一方、分散は大きくなっており、平均・分散アプローチの前提が満たされていない可能性が示唆される。また、BBB 格の社債は歪度のマイナス幅が際立って大きい、国債の歪度のマイナス幅も大きい。これは、前述のように、金利低下余地が限られるなかで、金利反転（価格下落）リスクの高まりが反映されていると考えられる。一方、マーケット・リターンとの相関係数、共歪度をみると、低格付社債ほど低くなる傾向があり、相対的に分散効果が高いことを示唆している。

---

<sup>17</sup> 本文中では 60 営業日ベースの結果のみを掲載している（以下同様）。その他のものについては、補論 2 を参照のこと。

図表 6：単位根検定（ADF テスト）

		$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa}$	$r_{aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
20 営業日	$t$ 値	-5.330***	-5.310***	-5.557***	-5.269***	-4.818***	-3.986***
	ラグ次数	20	20	20	20	20	20
60 営業日	$t$ 値	-5.104***	-5.100***	-5.298***	-4.056***	-4.969***	-4.794***
	ラグ次数	14	14	15	5	16	16
120 営業日	$t$ 値	-3.402**	-3.321**	-3.525***	-3.320**	-3.293**	-3.408**
	ラグ次数	11	11	11	10	16	20
250 営業日	$t$ 値	-2.295	-2.196	-2.888**	-2.097	-2.094	-2.041
	ラグ次数	13	13	13	2	1	16

(注) 1. \*\*\*は 1%水準、\*\*は 5%水準、\*は 10%水準で単位根が存在するという帰無仮説を棄却することを示す。  
2. ラグ次数は、最大 20 ラグまで推計し、AIC (Akaike Information Criteria) が最も小さいものを採用した。

図表 7：基本統計量（60 営業日ベース）

平均・分散・歪度

	$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa}$	$r_{aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
平均	0.0328	0.0341	0.0472	0.0321	0.0300	0.0169
分散	0.0040	0.0048	0.0083	0.0041	0.0041	0.0126
歪度	-0.4300	-0.5415	-0.0255	-0.1706	-0.1685	-1.4826

相関係数行列

	$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa}$	$r_{aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
$r_m$	1.000					
$r_{gov}$	0.994	1.000				
$r_{aaa}$	0.974	0.965	1.000			
$r_{aa}$	0.914	0.877	0.942	1.000		
$r_a$	0.818	0.766	0.852	0.958	1.000	
$r_{bbb}$	0.441	0.370	0.471	0.642	0.770	1.000

共歪度行列： $co-skew_{ij} \equiv E[(r_i - E[r_i])^2(r_j - E[r_j])] = cov(\sigma_i^2, r_j)$

	$r_j$					
	$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa}$	$r_{aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
$\sigma_m^2$	-0.00011	-0.00013	-0.00010	-0.00008	-0.00006	-0.00001
$\sigma_{gov}^2$	-0.00015	-0.00018	-0.00017	-0.00013	-0.00010	-0.00003
$\sigma_{aaa}^2$	-0.00008	-0.00012	-0.00002	-0.00003	-0.00003	0.00005
$\sigma_{aa}^2$	-0.00006	-0.00008	-0.00004	-0.00004	-0.00004	-0.00004
$\sigma_a^2$	-0.00005	-0.00006	-0.00005	-0.00004	-0.00004	-0.00010
$\sigma_{bbb}^2$	-0.00010	-0.00004	-0.00022	-0.00030	-0.00044	-0.00208

(注) 1. サンプル期間は、1996/1/4 日～2004/1/9 日。サンプル数は 1,974。

2.  $r$ 、 $\sigma^2$  はそれぞれ収益率、分散を表し、添字の  $m$ ：債券ポートフォリオ、 $gov$ ：国債、 $aaa$ ：AAA 格社債、 $aa$ ：AA 格社債、 $a$ ：A 格社債、 $bbb$ ：BBB 格社債を表す。

#### (4) わが国のデータを用いた推計結果

図表 8 は、GMM の推計結果を示している。推計は、全期間（1996/1/4 日～2004/4/6 日）に加え、ゼロ金利政策導入以降（1999/4/1 日～2004/4/6 日）をサンプル期間として行った。また、全資産を対象とした推計のほか、BBB 格社債を除いたベースでも推計を行った。

定式化テストの結果をみると、OI 検定では  $\gamma$ -CAPM の定式化が適切と判断できるほか、モデル選択検定では、 $\gamma$ -CAPM は  $\beta$ -CAPM 対比で適切であることが示されている。また、ゼロベータ・リターン  $r_0$  は、リスクフリーの運用レートを下限、借入レートを上限とした範囲内に位置する必要がある。ここで例えば、リスクフリーの運用レートの代理変数として、短期国債レート（3 か月物）をみると、全期間で 0.18%、ゼロ金利政策以降で 0.07% であり、 $r_0$  の推計値は少なくとも下限を超えている<sup>18</sup>。

$\alpha$  の推計値は、全期間での推計ではすべて有意な正の値をとり、ここでも  $\beta$ -CAPM 対比で  $\gamma$ -CAPM が採択される。しかし、ゼロ金利政策導入以降、BBB 格を含むベースでは、有意な負の値となっている。これは、BBB 格社債がポートフォリオに含まれる場合、そのリターン特性を説明するには、リスク回避度が負、すなわちリスク愛好の投資家が想定される必要があることを示している。実際、わが国の生保・投信・年金といった機関投資家は、低格付債投資に対する運用規制やインデックス運用上の制約<sup>19</sup>から、BBB 格以下の低格付債の保有が難しく、最近の低格付債の保有は相対的にリスクテイク意欲の強い地方金融機関や個人投資家が中心といわれている。こうしたわが国の社債市場における投資家層の特性を踏まえると、ゼロ金利政策導入以降のサンプル期間で推計された  $\alpha$  の水準は、ある程度統合的に理解されると思われる。

一方、 $\beta$  と  $\gamma$  の推計値は、リターンの算出期間やサンプル期間によらず、格付けが低くなるほど低下する傾向がある。これは、BBB 格のような低格付社債は、個別の分散や歪度は大きいものの、市場ポートフォリオ（発行残高）が小さいため、マーケット・リターンや、マーケット・ポートフォリオの分散との相関は相対的に低いことによるものと考えられる。従って、低格付社債は、ポートフォリオに対する  $\beta$  リスク、 $\gamma$  リスクといったシステミック・リスクが小さい、分散効果が高い資産であることを示唆している。

<sup>18</sup> 上限であるリスクフリーの借入レートとしては、例えば、短期の銀行借入金利や CP レート等がこれに近い概念であると考えられる。もっとも、投資家の信用力等に応じたこれらのレートを特定することは大変困難であるため、直接比較は行っていない。この点については今後の課題としたい。

<sup>19</sup> このため、社債の投資対象を事実上、A 格以上に限定している機関投資家も多い。

図表 8：推計結果（日本：60 営業日ベース）

全期間（1996/1/1～2004/1/9、サンプル数：1,974）

資産	定数項	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	OI 検定	モデル選択	$r_0$
国債	-0.0021*** (0.0000)	1.0993*** (0.0006)	1.1941*** (0.0051)				
社債							
AAA 格	0.0012*** (0.0000)	1.4094*** (0.0019)	0.9672*** (0.0086)				
AA 格	0.0019*** (0.0000)	0.9239*** (0.0015)	0.7696*** (0.0053)	0.9302*** (0.0585)	32.8160	2.8593*	0.61%
A 格	0.0031*** (0.0000)	0.8287*** (0.0021)	0.5957*** (0.0056)				
BBB 格	-0.0072*** (0.0000)	0.7632*** (0.0036)	0.1067*** (0.0073)				
国債	-0.0019*** (0.0000)	1.0951*** (0.0008)	1.2130*** (0.0062)				
社債							
AAA 格	0.0010*** (0.0000)	1.4097*** (0.0036)	0.9886*** (0.0111)	0.5691*** (0.0728)	32.7372	1,200.629***	1.28%
AA 格	0.0014*** (0.0000)	0.9343*** (0.0032)	0.7847*** (0.0071)				
A 格	0.0022*** (0.0000)	0.8469*** (0.0041)	0.6130*** (0.0074)				

ゼロ金利政策導入以降（1999/4/1～2004/1/9、サンプル数：1,174）

資産	定数項	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	OI 検定	モデル選択	$r_0$
国債	-0.0014*** (0.0000)	1.0584*** (0.0003)	1.2271*** (0.0034)				
社債							
AAA 格	0.0060*** (0.0000)	1.1717*** (0.0009)	1.1674*** (0.0031)				
AA 格	0.0034*** (0.0000)	0.9387*** (0.0005)	1.0937*** (0.0028)	-1.8701*** (0.0509)	19.2212	12,466.27***	2.33%
A 格	0.0076*** (0.0000)	0.7468*** (0.0011)	0.7843*** (0.0018)				
BBB 格	0.0051*** (0.0000)	0.8775*** (0.0017)	0.6766*** (0.0018)				
国債	-0.0014*** (0.0000)	1.0518*** (0.0002)	1.0841*** (0.0038)				
社債							
AAA 格	0.0063*** (0.0000)	1.1804*** (0.0015)	1.0204*** (0.0037)	1.5962*** (0.0949)	19.1880	3,641.063***	2.01%
AA 格	0.0036*** (0.0000)	0.9363*** (0.0010)	0.9774*** (0.0032)				
A 格	0.0080*** (0.0000)	0.7544*** (0.0019)	0.7139*** (0.0023)				

- (注) 1. 括弧内は標準偏差を表す。\*\*\*は 1%水準、\*\*は 5%水準、\*は 10%水準で有意であることを表す。  
 2. GMM 推計においては、誤差項の不均一分散と系列相関を、Newey and West [1987]の手法で修正した。誤差項のラグは 60 とした。  
 3. OI 検定は、Hansen [1982]の  $J$  統計量を表す。自由度は、全資産：89、BBB 格除く：71。  
 4. モデル選択は、帰無仮説を  $\beta$ -CAPM、対立仮説を  $\gamma$ -CAPM としたときの  $J$  統計量の比較を行ったもの。統計量は自由度 1 のカイ 2 乗 ( $\chi^2$ ) 分布に従う。  
 5.  $r_0$  は、資産毎の推計値からインプライされるゼロベータ・リターンを単純平均したもの（年率換算）。

## (5) 米国との比較分析

また、国内投資家と海外投資家のクレジット・リスクに対する姿勢の相違を明らかにするため、米国のデータを用いて同様の推計を行った。データは、マーケット・リターンとして、シティ・グループ・インデックスのBIG Bond、個別資産として、同インデックスの国債 (Treasury and Government Supported) AAA/AA 格社債、A 格社債、BBB 格社債を用いた。サンプル期間は、1995/1/2 日～2004/4/20 日、リターンとしては、わが国同様、20 営業日、60 営業日、120 営業日ベースのものを用いた。また、単位根検定によって、データの定常性が認められている (図表 9)。

60 営業日ベースのリターンの基本統計量<sup>20</sup>をみると (図表 10)、AAA/AA 格、A 格については、歪度が負となるものの、BBB 格では、歪度が正となっている。BBB 格は、歪度が負であるという本稿の想定は満たしていないが、リスクプレミアム算出の際、重要となるポートフォリオ・リターンとの共歪度は負 (リスクプレミアムの上昇要因) であることに加え、理論式は正の歪度を排除するものではないことから、資産クラスに BBB 格社債を含めて推計を行った。

60 営業日ベースのリターンを用いた推計結果は、図表 11 に示されている。OI 検定、モデル選択検定ともに、 $\beta$ -CAPM 対比で  $\gamma$ -CAPM の妥当性が示されている<sup>21</sup>。また、 $\alpha$  の推計値をみると、全て有意な正の値をとっているほか、BBB 格を含む全資産ベース (約 24) では、BBB 格を除くベース (約 13) と比較してかなり大きく推計されている。これは、米国投資家がとりわけ低格付社債のプライシングにおいて、歪度に起因するリスクをかなり意識していることを示唆している。

さらに、 $\beta$  と  $\gamma$  の推計値をみると、わが国のケースほど、格付の高低と推計値の水準に明確な関連はみられない。低格付社債の市場残高比率が比較的大きい米国では、低格付社債は、ボラティリティと歪度のシステミック・リスクが共に大きく、わが国の低格付社債対比で分散効果が働きにくい資産である可能性がある。

---

<sup>20</sup> 20 営業日、120 営業日の基本統計量、推計結果については、補論 B を参照のこと。

<sup>21</sup> 米国の短期国債レート (3 か月物) の平均値は 4.10% と、全資産ベースでの  $r_0$  の推計値 (3.70%) を幾分上回っているが、これは、短期国債レートが完全なリスクフリー・レートではないことに起因している可能性がある。



図表 9：単位根検定 ( ADF テスト )

		$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa/aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
20 営業日	$t$ 値	-6.959***	-6.766***	-7.021***	-7.095***	-7.023***
	ラグ次数	20	20	20	20	20
60 営業日	$t$ 値	-4.592***	-4.731***	-4.620***	-4.701***	-5.067***
	ラグ次数	7	3	7	7	1
120 営業日	$t$ 値	-3.947***	-3.660***	-3.829***	-3.972***	-3.838***
	ラグ次数	1	1	0	0	0
250 営業日	$t$ 値	-2.750*	-2.671*	-2.747*	-2.876**	-2.968**
	ラグ次数	4	3	3	3	3

(注) 1. \*\*\*は 1%水準、\*\*は 5%水準、\*は 10%水準で単位根が存在するという帰無仮説を棄却することを示す。  
 2. ラグ次数は、最大 20 ラグまで推計し、AIC ( Akaike Information Criteria ) が最も小さいものを採用した。

図表 10：基本統計量 ( 米国：60 営業日ベース )

平均・分散・歪度

	$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
平均	0.0781	0.0775	0.0830	0.0873	0.0869
分散	0.0063	0.0086	0.0086	0.0099	0.0125
歪度	-0.1448	-0.1228	-0.1941	-0.1482	0.3307

相関係数行列

	$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa/aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
$r_m$	1.0000				
$r_{gov}$	0.9712	1.0000			
$r_{aaa/aa}$	0.9871	0.9499	1.0000		
$r_a$	0.9638	0.9074	0.9861	1.0000	
$r_{bbb}$	0.7963	0.6719	0.8237	0.8827	1.0000

共歪度行列： $co-skew_{ij} \equiv E[(r_i - E[r_i])^2(r_j - E[r_j])] = cov(\sigma_i^2, r_j)$

		$r_j$				
		$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa/aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
$\sigma_i^2$	$\sigma_m^2$	0.000072	-0.000097	-0.000098	-0.000107	-0.000076
	$\sigma_{gov}^2$	-0.000111	-0.000097	-0.000143	-0.000174	-0.000255
	$\sigma_{aaa/aa}^2$	-0.000126	-0.000158	-0.000156	-0.000163	-0.000109
	$\sigma_a^2$	-0.000136	-0.000182	-0.000159	-0.000145	-0.000029
	$\sigma_{bbb}^2$	0.000100	0.000077	0.000165	0.000245	0.000461

(注) 1. サンプル期間は、1995/1/1 日～2004/1/27 日。サンプル数は 2,349。  
 2.  $r$ 、 $\sigma^2$  はそれぞれ収益率、分散を表し、添字の  $m$ ：債券ポートフォリオ、 $gov$ ：国債、 $aaa/aa$ ：AAA/AA 格社債、 $aa$ ：AA 格社債、 $a$ ：A 格社債、 $bbb$ ：BBB 格社債を表す。

図表 11：推計結果（米国：60 営業日ベース）

（1995/1/1～2004/1/27、サンプル数：2,349）

資産	定数項	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	OI 検定	モデル選択	$r_0$
国債	-0.0123*** (0.0003)	1.1158*** (0.0392)	1.4356*** (0.2526)				
社債							
全資産	AAA/AA 格 -0.0079*** (0.0003)	1.1303*** (0.0397)	1.3824*** (0.2637)	23.9938*** (2.2256)	37.3568	9,782.544***	3.70%
	A 格 -0.0080*** (0.0003)	1.1743*** (0.0412)	1.4650*** (0.2730)				
	BBB 格 0.0012** (0.0005)	1.0826*** (0.0383)	0.9608*** (0.2790)				
国債	-0.0120*** (0.0005)	1.1027*** (0.0232)	1.6784*** (0.2290)				
社債							
BBB 格 除く	AAA/AA 格 -0.0082*** (0.0005)	1.1208*** (0.0232)	1.6914*** (0.2408)	13.2465*** (2.4149)	36.3245	463.5407***	5.68%
	A 格 -0.0083*** (0.0006)	1.1675*** (0.0246)	1.8318*** (0.2473)				

- (注) 1. 括弧内は標準偏差を表す。\*\*\*は 1%水準、\*\*は 5%水準、\*は 10%水準で有意であることを表す。  
 2. GMM 推計においては、誤差項の不均一分散と系列相関を、Newey and West [1987]の手法で修正した。誤差項のラグは 60 とした。  
 3. OI 検定は、Hansen [1982]の  $J$  統計量を表す。自由度は、全資産：59、BBB 格除く：44。  
 4. モデル選択は、帰無仮説を  $\beta$ -CAPM、対立仮説を  $\gamma$ -CAPM としたときの  $J$  統計量の比較を行ったもの。統計量は自由度 1 のカイ 2 乗 ( $\chi^2$ ) 分布に従う。  
 5.  $r_0$  は、資産毎の推計値からインプライされるゼロベータ・リターンを単純平均したもの（年率換算）。

(6) 社債プライシングにおける $\beta$ リスクと $\gamma$ リスクのウエイト

上記の推計結果から(19)'式中の $w$ を算出したものが図表12である。 $\alpha$ が正で有意なものに限定すると、 $1-w$ ( $\gamma$ リスクに対するウエイト)は、ややばらつきがあるものの、日本の平均3.2%(0.5%~8.5%)に対し、米国では平均10.7%(6.0%~19.8%)と、 $\gamma$ リスクの織り込み度合いは米国の方がかなり高くなっている。日米両国でポートフォリオの分散と歪度に傾向的な違いはみられないことから、投資家のリスク回避度の相違がこのような結果をもたらしていると考えられる。

すなわち、わが国の社債では、歪度に起因する $\gamma$ リスクは統計的には有意に検出されるものの、その経済効果は $\beta$ リスク対比で小さい。一方、米国では、 $\beta$ リスクに加えて $\gamma$ リスクも相応に織り込まれており、歪度も十分考慮したプライシングが行われている可能性が高い。この点は、もともとわが国投資家と米国投資家のクレジット・リスクに対する見方の違いとして存在していたものが、ゼロ金利下で一層際立ってきたとも考えられる。

図表12：推計値からインプライされる $\beta$ と $\gamma$ にかかるウエイト

	サンプル期間	資産	$\sigma_m$	$skew_m$	$\alpha$	$w$ ( $\beta$ に係る 兀付)	$1-w$ ( $\gamma$ に 係る兀付)	
日本	全期間 (1996/1/1~2004/4/6)	全資産	0.104	-0.232	0.009	98.8%	1.2%	
		BBB格除く			0.802 ***	97.9%	2.1%	
	20営業日 ベース	全資産	0.082	-0.643	-3.456 ***	109.8%	-9.8%	
		BBB格除く			-2.780 ***	106.9%	-6.9%	
	60営業日 ベース	全期間 (1996/1/1~2004/4/6)	全資産	0.063	-0.430	0.930 ***	97.4%	2.6%
		BBB格除く	0.569 ***			97.9%	2.1%	
ゼロ金利政策導入以降 (1999/4/1~2004/4/6)	全資産	0.046	-1.012	-1.870 ***	102.2%	-2.2%		
	BBB格除く			1.596 ***	94.0%	6.0%		
120営業日 ベース	全期間 (1996/1/1~2004/4/6)	全資産	0.038	-0.098	1.422 ***	99.5%	0.5%	
		BBB格除く			1.520 ***	99.5%	0.5%	
	ゼロ金利政策導入以降 (1999/4/1~2004/4/6)	全資産	0.033	-0.441	3.495 ***	96.4%	3.6%	
BBB格除く	10.050 ***	91.5%			8.5%			
米国	20営業日ベース	全資産	0.141	-0.183	6.451 ***	91.2%	8.8%	
		BBB格除く			7.220 ***	90.4%	9.6%	
	60営業日ベース	全資産	0.079	-0.145	23.994 ***	87.5%	12.5%	
		BBB格除く			13.247 ***	92.4%	7.6%	
	120営業日ベース	全資産	0.056	-0.207	41.994 ***	80.2%	19.8%	
		BBB格除く			10.093 ***	94.0%	6.0%	

(注)1.  $w$ の定義は以下の通り。

$$E_t[r_{i,t+1}] = const + \left\{ \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(1+\alpha)\sigma_m skew_m} \beta_{im} + \frac{-\frac{1}{2}(1+\alpha)\sigma_m skew_m}{1 - \frac{1}{2}(1+\alpha)\sigma_m skew_m} \gamma_{im} \right\} \times E_t[r_{m,t+1}]$$

$$\equiv const + [w\beta_{im} + (1-w)\gamma_{im}] \times E_{t+1}[r_{m,t+1}]$$

2. シャドーは、 $\alpha$ が正で有意である場合を示す。

## 5 . おわりに

本稿では、社債リターンが持つ歪度に起因するリスクを明示的に考慮したうえで、わが国社債投資家のリスクテイク姿勢について検証した。本稿の主な結論は以下のとおり。

近年のわが国の社債リターンをみると、とりわけ BBB 格で歪度のマイナス幅が大きい。従って、BBB 格の社債投資に際して、通常のアプローチでは捉えきれない歪度に起因するリスクプレミアムを、わが国投資家が実際に要求しているのか、という点が重要な論点となる。

理論的には、負の歪度を有する資産のリスクプレミアムは、当該資産の保有比率(債券市場残高に占める割合)が上昇するにつれて、加速度的に上昇する。また、資産間の共歪度(co-skewness)も勘案する場合、負の共歪度は、ポートフォリオ全体の歪度を高めるため、リスクプレミアムを更に高める効果を持つ。

均衡状態では、各資産のリスクプレミアムは、平均・分散アプローチから得られる  $\beta$  リスクと歪度に起因する  $\gamma$  リスクの加重平均として決定される。また、 $\gamma$  リスクにかかるウエイトは、(i)投資家のリスク回避度が高いほど、(ii)ポートフォリオ・リターンの分散が高いほど、(iii)歪度のマイナス幅が拡大するほど、高くなる。

わが国のデータを用いた実証分析結果をみると、各種識別テストやパラメータ制約テストの結果、全般に  $\beta$ -CAPM 対比で  $\gamma$ -CAPM が優位との結論が得られた。また、相対的危険回避度の推計値は、ゼロ金利政策導入以降、BBB 格を含む全資産ベースでは負の値をとる場合も出てきている。これは、低格付社債の投資家が事実上、クレジットリスク・テイクに意欲的な地方金融機関や個人投資家に限られており、彼らが低格付社債のリスクを十分勘案せずに投資を行っている可能性があることを示唆している。

また、米国のデータを用いて同様の分析を行ってみると、推計された相対的危険回避度は、わが国の場合と比較してかなり高い水準となっている。

推計結果を基に、上述の  $\beta$  リスクと  $\gamma$  リスクにかかるウエイトを試算してみると、後者の平均ウエイトは、わが国の 3.2% に対し、米国では 10.7% となっている。すなわち、わが国の社債リターンに織り込まれている  $\gamma$  リスクは統計的には有意に検出されるものの、その寄与度は、米国対比でかなり小さいことがわかる。

## 補論 A : モデルの導出

### (1) N 資産モデルへの拡張

ここでは、投資家が歪度まで考慮したときの最適なポートフォリオ選択問題について、N 資産まで存在する場合に一般化して考える。代表的投資家の問題を以下の通り設定する。

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & E_t u(W_{t+1}) \\ \text{s.t.} \quad & W_{t+1} = W_t + \left[ r_f + \sum_{i=1}^N w_{i,t} (r_{i,t+1} - r_f) \right] W_t \end{aligned}$$

ここで、 $W_t$  を  $t$  期の総資産額、 $r_f$  をリスクフリー・レート、 $r_{i,t+1}$  を  $t+1$  期の  $i$  番目の資産リターン（ネット）として表す。一階の条件をベクトル表示すると、

$$E_t [u'(W_{t+1}) (\mathbf{r}_{t+1} - r_f \mathbf{1})] = 0 \quad (\text{A-1})$$

と書ける。ここで、 $\mathbf{r}_{t+1} = (r_{1,t+1}, \dots, r_{N,t+1})'$ 、 $\mathbf{1} = (1, \dots, 1)'$  を表し、共に  $N \times 1$  ベクトルである。これを  $E_t [W_{t+1}]$  の周りで 2 次の項までテイラー展開する。

$$\begin{aligned} u'(E_t [W_{t+1}]) (E_t [\mathbf{r}_{t+1}] - r_f \mathbf{1}) + u''(E_t [W_{t+1}]) E_t [(\mathbf{r}_{t+1} - r_f \mathbf{1}) (W_{t+1} - E_t [W_{t+1}])] \\ + \frac{1}{2} u'''(E_t [W_{t+1}]) \left\{ E_t [(\mathbf{r}_{t+1} - E_t [\mathbf{r}_{t+1}]) (W_{t+1} - E_t [W_{t+1}])^2] \right. \\ \left. + (E_t [\mathbf{r}_{t+1}] - r_f \mathbf{1}) E_t [W_{t+1} - E_t [W_{t+1}]]^2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

ここで、 $W_{t+1} - E_t [W_{t+1}]$  は、 $\mathbf{w}_t = (w_{1,t}, \dots, w_{N,t})$  ( $N \times 1$ ) を用いて、

$$\begin{aligned} W_{t+1} - E_t [W_{t+1}] &= \left[ \sum_{n=1}^N w_{n,t} (r_{n,t+1} - E_t [r_{n,t+1}]) \right] W_t \\ &= \mathbf{w}_t' (\mathbf{r}_{t+1} - E_t [\mathbf{r}_{t+1}]) W_t \end{aligned}$$

と書けることから、(A-2)式は、

$$\begin{aligned} u'(E_t [W_{t+1}]) (E_t [\mathbf{r}_{t+1}] - r_f \mathbf{1}) + u''(E_t [W_{t+1}]) W_t \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w}_t \\ + \frac{1}{2} u'''(E_t [W_{t+1}]) \left\{ \mathbf{w}_t' E_t [(\mathbf{r}_{t+1} - E_t [\mathbf{r}_{t+1}]) \otimes (\mathbf{r}_{t+1} - E_t [\mathbf{r}_{t+1}]) (\mathbf{r}_{t+1} - E_t [\mathbf{r}_{t+1}])' \mathbf{w}_t' \right. \\ \left. + (E_t [\mathbf{r}_{t+1}] - r_f \mathbf{1}) \otimes (\mathbf{w}_t' \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w}_t) \right\} = 0 \end{aligned}$$

と書き直すことができる。ここで、 $\boldsymbol{\Sigma} \equiv E_t [(\mathbf{r}_{t+1} - E_t [\mathbf{r}_{t+1}]) (\mathbf{r}_{t+1} - E_t [\mathbf{r}_{t+1}])']$ 、 $\otimes$  はクロネッカー積を表す。上式を満たす  $\mathbf{w}_{t+1}$  が最適ポートフォリオとなる。ちなみに、歪度を考慮しない場合、最終項を無視することができるため、最適ポートフォリオは、

$$\mathbf{w}_{t+1} = - \frac{u'(E_t [W_{t+1}])}{u''(E_t [W_{t+1}]) \cdot W_t} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (E_t [\mathbf{r}_{t+1}] - r_f \mathbf{1})$$

となる。

## (2) リスクプレミアムの導出

ここでは、歪度を考慮したリスクプレミアムの決定問題を考える。(4)式を  $E_t[W_{t+1}]$  の周りで、2次の項までテイラー展開して整理すると、以下ようになる。

$$E_t[r_{i,t+1}] - r_f = -\frac{u''(E_t[W_{t+1}])\text{cov}(r_{i,t+1}, W_{t+1}) + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])\text{cov}(r_{i,t+1}, \sigma_W^2)}{u'(E_t[W_{t+1}]) + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])\sigma_W^2}$$

ここで、 $\text{cov}(r_{i,t+1}, \sigma_W^2) \equiv E_t[(r_{i,t+1} - E_t[r_{i,t+1}])(W_{t+1} - E_t[W_{t+1}])^2]$ を表す。また、 $r_{m,t+1}$ をマーケット・ポートフォリオ・リターンとすると、 $W_{t+1} = (1 + r_{m,t+1})W_t$ より、上の式は次の通り書き換えることができる。

$$E_t[r_{i,t+1}] - r_f = -\frac{u''(E_t[W_{t+1}])W_t \text{cov}(r_{i,t+1}, r_{m,t+1}) + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])W_t^2 \text{cov}(r_{i,t+1}, \sigma_m^2)}{u'(E_t[W_{t+1}]) + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])W_{t+1}^2 \sigma_m^2}$$

これより、

$$E_t[r_{m,t+1}] - r_f = -\frac{u''(E_t[W_{t+1}])W_t \sigma_m^2 + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])W_t^2 \sigma_m^3 \text{skew}_m}{u'(E_t[W_{t+1}]) + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])W_{t+1}^2 \sigma_m^2}$$

と書ける。これを展開して整理することにより、

$$\begin{aligned} & E_t[r_{i,t+1}] - r_f \\ &= \frac{u''(E_t[W_{t+1}])W_t \text{cov}(r_{i,t+1}, r_{m,t+1}) + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])W_t^2 \text{cov}(r_{i,t+1}, \sigma_m^2)}{u''(E_t[W_{t+1}])W_t \sigma_m^2 + \frac{1}{2}u'''(E_t[W_{t+1}])W_t^2 \sigma_m^3 \text{skew}_m} \times (E_t[r_{m,t+1}] - r_f) \\ &= \frac{\text{cov}(r_{i,t+1}, r_{m,t+1}) + \frac{1}{2} \frac{u''(E_t[W_{t+1}])W_t}{u'(E_t[W_{t+1}])} \text{cov}(r_{i,t+1}, \sigma_m^2)}{\sigma_m^2 + \frac{1}{2} \frac{u''(E_t[W_{t+1}])W_t}{u'(E_t[W_{t+1}])} \sigma_m^3 \text{skew}_m} \times (E_t[r_{m,t+1}] - r_f) \\ &= \frac{\sigma_m^2 \frac{\text{Cov}(r_{i,t+1}, r_{m,t+1})}{\sigma_m^2} + \frac{1}{2} \frac{u''(E_t[W_{t+1}])W_t}{u'(E_t[W_{t+1}])} \sigma_m^3 \text{skew}_m \frac{\text{cov}(r_{i,t+1}, \sigma_m^2)}{\sigma_m^3 \text{skew}_m}}{\sigma_m^2 + \frac{1}{2} \frac{u''(E_t[W_{t+1}])W_t}{u'(E_t[W_{t+1}])} \sigma_m^3 \text{skew}_m} \times (E_t[r_{m,t+1}] - r_f) \\ &= \frac{\beta_{im} + \frac{1}{2} \frac{u''(E_t[W_{t+1}])W_t}{u'(E_t[W_{t+1}])} \sigma_m \text{skew}_m \times \gamma_{im}}{1 + \frac{1}{2} \frac{u''(E_t[W_{t+1}])W_t}{u'(E_t[W_{t+1}])} \sigma_m \text{skew}_m} \times (E_t[r_{m,t+1}] - r_f) \end{aligned}$$

を得る。

補論 B：推計結果等

(図表 B - 1) 基本統計量 (日本)

平均・分散・歪度		$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa}$	$r_{aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
20営業日 ベース	平均	0.0354	0.0373	0.0536	0.0345	0.0319	0.0222
	分散	0.0108	0.0130	0.0231	0.0104	0.0091	0.0201
	歪度	-0.2322	-0.1759	0.2084	0.0144	-0.0974	-0.9514
120営業日 ベース	平均	0.0320	0.0330	0.0453	0.0315	0.0294	0.0128
	分散	0.0015	0.0018	0.0028	0.0016	0.0018	0.0075
	歪度	-0.0984	-0.0870	0.1683	-0.0354	0.0901	-1.2795

相関係数行列		$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa}$	$r_{aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
20営業日 ベース	$r_m$	1.0000					
	$r_{gov}$	0.9958	1.0000				
	$r_{aaa}$	0.9696	0.9665	1.0000			
	$r_{aa}$	0.9383	0.9160	0.9440	1.0000		
	$r_a$	0.8577	0.8250	0.8657	0.9544	1.0000	
	$r_{bbb}$	0.5516	0.5021	0.5593	0.6874	0.7885	1.0000
120営業日 ベース	$r_m$	1.0000					
	$r_{gov}$	0.9910	1.0000				
	$r_{aaa}$	0.9725	0.9560	1.0000			
	$r_{aa}$	0.8690	0.8071	0.9154	1.0000		
	$r_a$	0.7079	0.6277	0.7741	0.9420	1.0000	
	$r_{bbb}$	0.1883	0.0959	0.2539	0.5133	0.6871	1.0000

共歪度行列： $co-skew_{ij} \equiv E[(r_i - E[r_i])^2(r_j - E[r_j])] = cov(\sigma_i^2, r_j)$

	$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa}$	$r_{aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$	
20営業日 ベース	$\sigma_m^2$	-0.00026	-0.00027	-0.00013	-0.00018	-0.00017	-0.00010
	$\sigma_{gov}^2$	-0.00027	-0.00026	-0.00011	-0.00021	-0.00021	-0.00012
	$\sigma_{aaa}^2$	0.00015	0.00018	0.00073	0.00030	0.00019	0.00036
	$\sigma_{aa}^2$	-0.00008	-0.00010	0.00010	0.00002	-0.00002	0.00000
	$\sigma_a^2$	-0.00011	-0.00013	-0.00002	-0.00005	-0.00008	-0.00018
	$\sigma_{bbb}^2$	-0.00020	-0.00012	-0.00035	-0.00041	-0.00062	-0.00271
120営業日 ベース	$\sigma_m^2$	-0.000001	-0.000001	0.000000	-0.000001	0.000000	0.000001
	$\sigma_{gov}^2$	-0.000001	-0.000001	0.000000	-0.000001	0.000000	0.000001
	$\sigma_{aaa}^2$	0.000010	0.000011	0.000025	0.000000	0.000001	0.000001
	$\sigma_{aa}^2$	-0.000006	-0.000009	-0.000003	-0.000002	0.000003	0.000011
	$\sigma_a^2$	0.000001	-0.000001	0.000003	0.000005	0.000007	-0.000004
	$\sigma_{bbb}^2$	0.000027	0.000052	-0.000000	-0.000047	-0.000104	-0.000836

(注) 1. 20 営業日ベースのサンプル期間は、1996/1/4 日～2003/10/8 日。サンプル数は 1,914。120 営業日ベースのサンプル期間は、1996/1/4 日～2004/3/9 日。サンプル数は 2,014。

2.  $r$ 、 $\sigma^2$  はそれぞれ収益率、分散を表し、添字の  $m$  : 債券ポートフォリオ、 $gov$  : 国債、 $aaa$  : AAA 格社債、 $aa$  : AA 格社債、 $a$  : A 格社債、 $bbb$  : BBB 格社債を表す。

( 図表 B - 2 ) 基本統計量 ( 米国 )

平均・分散・歪度		$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa/aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
20営業日 ベース	平均	0.0858	0.0870	0.0933	0.0992	0.1019
	分散	0.0200	0.0263	0.0279	0.0326	0.0420
	歪度	-0.1827	-0.1593	-0.0927	-0.0369	0.2410
120営業日 ベース	平均	0.0738	0.0728	0.0778	0.0815	0.0801
	分散	0.0031	0.0042	0.0043	0.0047	0.0059
	歪度	-0.2067	-0.2227	-0.2898	-0.2534	0.2429

相関係数行列		$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa/aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$
20営業日 ベース	$r_m$	1.0000				
	$r_{gov}$	0.9747	1.0000			
	$r_{aaa/aa}$	0.9849	0.9570	1.0000		
	$r_a$	0.9670	0.9244	0.9871	1.0000	
	$r_{bbb}$	0.8621	0.7747	0.8936	0.9304	1.0000
120営業日 ベース	$r_m$	1.0000				
	$r_{gov}$	0.9734	1.0000			
	$r_{aaa/aa}$	0.9883	0.9555	1.0000		
	$r_a$	0.9649	0.9143	0.9861	1.0000	
	$r_{bbb}$	0.7506	0.6226	0.7685	0.8387	1.0000

共歪度行列： $co-skew_{ij} \equiv E[(r_i - E[r_i])^2(r_j - E[r_j])] = cov(\sigma_i^2, r_j)$

	$r_m$	$r_{gov}$	$r_{aaa/aa}$	$r_a$	$r_{bbb}$	
20営業日 ベース	$\sigma_m^2$	-0.000516	-0.000637	-0.000548	-0.000566	-0.000407
	$\sigma_{gov}^2$	-0.000714	-0.000678	-0.000707	-0.000767	-0.000841
	$\sigma_{aaa/aa}^2$	-0.000529	-0.000605	-0.000432	-0.000420	-0.000107
	$\sigma_a^2$	-0.000495	-0.000570	-0.000352	-0.000217	0.000288
	$\sigma_{bbb}^2$	0.000417	0.000549	0.000884	0.001190	0.002075
120営業日 ベース	$\sigma_m^2$	-0.000035	-0.000046	-0.000048	-0.000052	-0.000032
	$\sigma_{gov}^2$	-0.000055	-0.000060	-0.000069	-0.000076	-0.000085
	$\sigma_{aaa/aa}^2$	-0.000063	-0.000076	-0.000081	-0.000085	-0.000059
	$\sigma_a^2$	-0.000070	-0.000085	-0.000086	-0.000082	-0.000037
	$\sigma_{bbb}^2$	0.000013	0.000001	0.000031	0.000061	0.000109

( 注 ) 1 . 20 営業日ベースのサンプル期間は、1995/1/1 日 ~ 2004/3/23 日。サンプル数は 2,389。120 営業日ベースのサンプル期間は、1995/1/1 日 ~ 2003/10/8 日。サンプル数は 1,914。

2 .  $r$ 、 $\sigma^2$  はそれぞれ収益率、分散を表し、添字の  $m$  : 債券ポートフォリオ、 $gov$  : 国債、 $aaa/aa$  : AAA/AA 格社債、 $a$  : A 格社債、 $bbb$  : BBB 格社債を表す。



( 図表 B - 3 ) GMM 推計結果 ( 日本 : 20 営業日ベース )

全期間 ( 1996/1/4 ~ 2004/3/9、サンプル数 : 2,014 )

資産	定数項	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	OI 検定	モデル選択	$r_0$
全資産	国債	-0.0013*** (0.0001)	1.0898*** (0.0008)	1.3239*** (0.0155)			
	社債						
	AAA 格	0.0037*** (0.0002)	1.4143*** (0.0035)	0.8787*** (0.0243)			
	AA 格	0.0016*** (0.0001)	0.9259*** (0.0025)	0.9168*** (0.0138)	0.0092 (0.0872)	33.1765	501.0933***
	A 格	0.0033*** (0.0001)	0.7975*** (0.0036)	0.8483*** (0.0119)			0.25%
	BBB 格	-0.0065*** (0.0002)	0.7877*** (0.0058)	0.4998*** (0.0158)			
BBB 格 除く	国債	-0.0013*** (0.0001)	1.0896*** (0.0012)	1.1311*** (0.0180)			
	社債						
	AAA 格	0.0037*** (0.0002)	1.4200*** (0.0048)	0.6525*** (0.0314)	0.8023*** (0.1167)	33.0177	1,074.319***
	AA 格	0.0017*** (0.0001)	0.9289*** (0.0030)	0.7431*** (0.0175)			1.12%
	A 格	0.0034*** (0.0002)	0.8025*** (0.0045)	0.7299*** (0.0158)			
ゼロ金利政策導入以降 ( 1999/4/1 ~ 2004/3/9、サンプル数 : 1,214 )							
資産	定数項	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	OI 検定	モデル選択	$r_0$
全資産	国債	-0.0017*** (0.0000)	1.0775*** (0.0010)	1.1814*** (0.0087)			
	社債						
	AAA 格	0.0048*** (0.0000)	1.2587*** (0.0019)	1.1517*** (0.0086)			
	AA 格	0.0047*** (0.0000)	0.9136*** (0.0019)	0.9936*** (0.0073)	-3.4555*** (0.0816)	19.7953	6,390.534***
	A 格	0.0100*** (0.0001)	0.6784*** (0.0029)	0.6860*** (0.0050)			2.69%
	BBB 格	0.0122*** (0.0001)	0.7264*** (0.0042)	0.6309*** (0.0048)			
BBB 格 除く	国債	-0.0017*** (0.0000)	1.0654*** (0.0009)	1.0492*** (0.0092)			
	社債						
	AAA 格	0.0053*** (0.0001)	1.2570*** (0.0024)	0.9887*** (0.0088)	-2.7799*** (0.0969)	19.7571	908.6672***
	AA 格	0.0051*** (0.0000)	0.9065*** (0.0021)	0.8641*** (0.0077)			2.42%
	A 格	0.0108*** (0.0001)	0.6786*** (0.0037)	0.5941*** (0.0052)			

- ( 注 ) 1 . 括弧内は標準偏差を表す。\*\*\*は 1%水準、\*\*は 5%水準、\*は 10%水準で有意であることを表す。  
2 . GMM 推計においては、誤差項の不均一分散と系列相関を、Newey and West [1987]の方法で修正した。誤差項のラグは 60 とした。  
3 . OI 検定は、Hansen [1982]の  $J$  統計量を表す。自由度は、全資産 : 89、BBB 格除く : 71。  
4 . モデル選択は、帰無仮説を  $\beta$ -CAPM、対立仮説を  $\gamma$ -CAPM としたときの  $J$  統計量の比較を行ったもの。統計量は自由度 1 のカイ 2 乗 (  $\chi^2$  ) 分布に従う。  
5 .  $r_0$  は、資産毎の推計値からインプライされるゼロベータ・リターンを単純平均したもの ( 年率換算 ) 。

( 図表 B - 3 ) GMM 推計結果 ( 日本 : 120 営業日ベース )

全期間 ( 1996/1/1 ~ 2003/10/8、サンプル数 : 1,914 )

資産	定数項	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	OI 検定	モデル選択	$r_0$	
国債	-0.0026*** (0.0000)	1.1147*** (0.0006)	0.9639*** (0.0399)					
社債								
AAA 格	0.0023*** (0.0000)	1.3504*** (0.0010)	-0.2253*** (0.0618)					
全資産	AA 格	0.0017*** (0.0000)	0.9303*** (0.0009)	0.9258*** (0.0403)	1.4220*** (0.0744)	31.9204	128.3855***	1.12%
A 格	0.0039*** (0.0000)	0.8023*** (0.0014)	-0.3472*** (0.0437)					
BBB 格	-0.0019*** (0.0000)	0.4864*** (0.0016)	-1.4784*** (0.0315)					
国債	-0.0026*** (0.0000)	1.1136*** (0.0008)	0.8823*** (0.0482)					
社債								
BBB 格 除く	AAA 格	0.0023*** (0.0000)	1.3503*** (0.0015)	-0.2991*** (0.0738)	1.5198*** (0.0886)	31.8040	1,948.849***	1.49%
AA 格	0.0017*** (0.0000)	0.9313*** (0.0011)	0.8523*** (0.0487)					
A 格	0.0037*** (0.0000)	0.8069*** (0.0017)	-0.4140*** (0.0527)					

ゼロ金利政策導入以降 ( 1999/4/1 ~ 2003/10/8、サンプル数 : 1,114 )

資産	定数項	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	OI 検定	モデル選択	$r_0$	
国債	-0.0013*** (0.0000)	1.0507*** (0.0001)	1.1856*** (0.0018)					
社債								
AAA 格	0.0063*** (0.0000)	1.1545*** (0.0004)	1.0050*** (0.0023)					
全資産	AA 格	0.0031*** (0.0000)	0.9302*** (0.0002)	0.9684*** (0.0016)	3.4952*** (0.0897)	18.2716	3,442.073***	1.39%
A 格	0.0073*** (0.0000)	0.7167*** (0.0005)	0.5751*** (0.0013)					
BBB 格	0.0048*** (0.0000)	0.7609*** (0.0009)	-0.0631*** (0.0022)					
国債	-0.0013*** (0.0000)	1.0556*** (0.0003)	1.0605*** (0.0031)					
社債								
BBB 格 除く	AAA 格	0.0065*** (0.0000)	1.1662*** (0.0007)	0.8679*** (0.0042)	10.0503*** (0.1676)	18.2237	21,583.20***	1.21%
AA 格	0.0033*** (0.0000)	0.9326*** (0.0004)	0.8699*** (0.0030)					
A 格	0.0077*** (0.0000)	0.7215*** (0.0006)	0.5255*** (0.0024)					

( 注 ) 図表 B - 3 の注を参照。

( 図表 B - 4 ) GMM 推計結果 ( 米国 : 20 営業日ベース )

( 1995/1/1 ~ 2004/3/23、サンプル数 : 2,389 )

資産	定数項	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	OI 検定	モデル選択	$r_0$
国債	-0.0101*** (0.0005)	1.1012*** (0.0128)	1.4210*** (0.0914)				
社債							
全資産	AAA/AA 格 -0.0063*** (0.0005)	1.1495*** (0.0110)	1.2763*** (0.1117)	6.4511*** (0.6781)	36.6055	310.2246***	3.96%
	A 格 -0.0063*** (0.0006)	1.2185*** (0.0114)	1.3210*** (0.1224)				
	BBB 格 -0.0029*** (0.0007)	1.2343*** (0.0141)	1.0499*** (0.1432)				
国債	-0.0099*** (0.0006)	1.0845*** (0.0199)	1.4784*** (0.1104)				
社債							
BBB 格 除く	AAA/AA 格 -0.0064*** (0.0006)	1.1381*** (0.0166)	1.3723*** (0.1408)	7.2203*** (1.3776)	34.4777	239.9090***	4.97%
	A 格 -0.0065*** (0.0007)	1.2082*** (0.0165)	1.4306*** (0.1562)				

- ( 注 ) 1 . 括弧内は標準偏差を表す。\*\*\*は 1%水準、\*\*は 5%水準、\*は 10%水準で有意であることを表す。  
 2 . GMM 推計においては、誤差項の不均一分散と系列相関を、Newey and West [1987]の方法で修正した。誤差項のラグは 60 とした。  
 3 . OI 検定は、Hansen [1982]の  $J$  統計量を表す。自由度は、全資産 : 59、BBB 格除く : 44。  
 4 . モデル選択は、帰無仮説を  $\beta$ -CAPM、対立仮説を  $\gamma$ -CAPM としたときの  $J$  統計量の比較を行ったもの。統計量は自由度 1 のカイ 2 乗 ( $\chi^2$ ) 分布に従う。  
 5 .  $r_0$  は、資産毎の推計値からインプライされるゼロベータ・リターンを単純平均したもの ( 年率換算 )。

( 図表 B - 4 ) GMM 推計結果 ( 米国 : 120 営業日ベース )

( 1995/1/1 ~ 2004/10/31、サンプル数 : 2,289 )

資産	定数項	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	OI 検定	モデル選択	$r_0$
国債	-0.0125*** (0.0001)	1.1265*** (0.0214)	1.2833*** (0.0840)				
社債							
全資産	AAA/AA 格 -0.0094*** (0.0001)	1.1536*** (0.0222)	1.2935*** (0.0889)	41.9939*** (1.3127)	37.7117	38,039.26***	10.20%
	A 格 -0.0092*** (0.0001)	1.1850*** (0.0229)	1.3885*** (0.0918)				
	BBB 格 0.0078*** (0.0003)	1.0178*** (0.0210)	0.7606*** (0.0927)				
国債	-0.0112*** (0.0003)	1.1123*** (0.0131)	1.5638*** (0.1717)				
社債							
BBB 格 除く	AAA/AA 格 -0.0087*** (0.0002)	1.1441*** (0.0126)	1.6336*** (0.1842)	10.0925*** (0.8967)	36.5172	960.7223***	5.62%
	A 格 -0.0081*** (0.0002)	1.1780*** (0.0124)	1.7672*** (0.1925)				

( 注 ) 図表 B - 4 の注を参照。

## 参考文献

- 家田明 [1999]、「社債流通価格にインプライされている期待デフォルト確率の信用リスク・プライシング・モデルによる推定 改良型ジャロウ・ランド・ターンブル・モデルを用いて」、『金融研究』日本銀行金融研究所
- 家田明・吉羽要直 [1999]、「社債流通価格にインプライされている期待デフォルト確率の信用リスク・プライシング・モデルによる推定(2) ロングスタッフとシュワルツのモデルを用いて」、『金融研究』日本銀行金融研究所
- 杉原慶彦・細谷真・馬場直彦・中田勝紀 [2003]、「信用リスク移転市場の新たな展開 - クレジット・デフォルト・スワップとCDOを中心に」、マーケットレビュー、03-J-2、日本銀行金融市場局
- 西岡慎一・馬場直彦 [2004]、「量的緩和下におけるマイナス金利取引：円転コスト・マイナス化メカニズムに関する分析」、日本銀行ワーキングペーパー、No.04-J-10
- Amato, Jeffery D., and Eli M. Remolona [2003], “The Credit Spread Puzzle,” *BIS Quarterly Review: International Banking and Financial Market Developments*, December, pp. 51-63.
- Baba, Naohiko, Shinichi Nishioka, Nobuyuki Oda, Masaaki Shirakawa, Kazuo Ueda, and Hiroshi Ugai [2004], “Japan’s Deflation, Problems in the Financial System and Monetary Policy,” presented at the third BIS Annual Conference “Understanding Low Inflation and Deflation,” in Brunnen, Switzerland, forthcoming as BIS Working Paper.
- Bekaert, G., C. B. Erb, C. R. Harvey, and T.E.Viskanta [1998], “Distributional Characteristics of Emerging Market Returns and Asset Allocation,” *Journal of Portfolio Management*, pp. 102-116.
- Black, F. [1972], “Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing,” *Journal of Business*, 45, pp.444-454.
- Cochrane, John [2001], *Asset Pricing*, Princeton University Press, New Jersey.
- Hansen, L.[1982], “Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators,” *Econometrica*, 50, pp.1029-1054.
- Hwang, Soosung, and Stephen E Satchell [1999], “Modelling Emerging Market Risk Premia Using Higher Moments,” *International Journal of Finance & Economics*, Vol. 4, No. 4, pp.271-296.
- Jarrow, Robert A., David Lando, and Stuart M. Turnbull [1997], “A Markov Chain Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads,” *Review of Financial Studies*, 10(2), pp.481-523.
- Kraus, Alan, and Robert H. Litzenberger [1976], “Skewness Preference and the Valuation of Risk Assets,” *Journal of Finance*, Vol. 31, No.4, pp.1085-1100.
- Lintner, J.[1965], “The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in

- Stock Portfolios and Capital Budgets,” *Review of Economics and Statistics*, 47, pp.13-37.
- Merton, Robert C. [1974], “On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates,” *Journal of Finance*, 29, pp.449-470.
- Newey, Whitney K., and Kenneth D. West [1987], “A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix,” *Econometrica* 55, pp.703-787.
- Samuelson, A Paul [1970], “The Fundamental Approximation Theorem of Portfolio Analysis in terms of Means, Variances and Higher Moments,” *Review of Economic Studies*, Vol. 37, No. 4, pp.537-542.
- Sharpe, W.[1964], “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk,” *Journal of Finance*, 19, pp.425-442.