



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

金利の期間構造と金融政策に関する マクロファイナンス分析：

均衡実質金利・均衡インフレ率の可変性とゼロ金利制約を
考慮した実証

小田信之*

nobuyuki.oda@boj.or.jp

鈴木高志*

takashi.suzuki-1@boj.or.jp

No.07-J-2
2007年1月

日本銀行
〒103-8660 日本橋郵便局私書箱 30号

* 企画局

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局までご相談ください。転載・複製を行う場合は、出所を明記してください。

金利の期間構造と金融政策に関するマクロファイナンス分析：
均衡実質金利・均衡インフレ率の可変性とゼロ金利制約を考慮した実証*

小田 信之† ・ 鈴木 高志‡

2007年1月

【要旨】

本稿は、マクロ構造モデルとファイナンス・モデルを結合させたマクロファイナンス・モデルを日本経済に適用した実証研究である。本稿の問題意識は、近年の日本の長期金利が極めて低いことに端を発する。日本で認識されてきた均衡実質金利や均衡インフレ率の推移を実証的に分析しつつ、景気循環や金融政策の影響、リスクプレミアムの推移なども勘案したうえで、経済合理的な視点から長期金利の推移を説明することが、本稿の目的である。また、マクロ経済変数だけでなく、市場金利の情報も併用した場合に、日本のマクロ経済構造がどう推定されるかという点も、分析上の関心事項である。

マクロファイナンス分析は、金利の均衡水準の評価などに有効な市場情報も利用した推計であるという利点を持つ。ただし、日本では、推計に必要なデータの面で制約があるとみられて来た。本稿では、四半期ベースの GDP データを他の経済指標を利用しながら月次化することによって、月次データを利用した推計を採用し、データ制約を克服した。その上で、ニュー・ケインジアン型のマクロ構造モデルとアフィン拡散型の期間構造モデルを採用して、同時推計を実行した。推計では、1999年以降のゼロ金利制約やゼロ金利コミットメントの非線形な効果も近似的に勘案した。

分析の結果、均衡実質金利と均衡インフレ率は、経済主体の学習に基づき可変的に認識されて来たという仮説が支持された。また、本モデルは、低水準の長期金利を一応は説明可能であることが分かった。ただし、その解釈には留意が必要であることも示唆された。このほか、中長期金利の各種構成成分への分解や、モデル誤差に対する分析なども行った。

キーワード：マクロファイナンス・モデル、金融政策、金利の期間構造、長期金利、
リスクプレミアム、均衡実質金利、ゼロ金利制約

JEL 分類番号：E43, E52, G12

* 本稿の作成過程では、タオ・ウー氏（ダラス連銀）、竹田陽介教授（上智大学）のほか、木村武氏、白塚重典氏、副島豊氏、藤木裕氏、森成城氏、吉羽要直氏をはじめとする日本銀行の同僚諸氏、日本銀行企画局セミナー参加者、日本経済学会 2006 年秋季大会参加者から貴重なコメントを頂いた。記して感謝する。ただし、本稿中に残された誤りは、すべて筆者たちに帰するものである。また、本稿の内容や意見は、筆者個人に帰属するものであり、日本銀行および同企画局の公式見解を示すものではない。

† 日本銀行 企画局 (E-mail: nobuyuki.oda@boj.or.jp)

‡ 日本銀行 企画局 (E-mail: takashi.suzuki-1@boj.or.jp)

1. はじめに

本稿は、マクロ構造モデルとファイナンス・モデルを結合させた、いわゆるマクローファイナンス・モデルを日本に適用した実証研究である。日本で認識されてきた均衡実質金利や均衡インフレ率がどう推移してきたかを実証的に分析しつつ、景気循環や金融政策の影響、リスクプレミアムの推移なども勘案したうえで、経済合理的な視点から長期金利の推移を説明することが、本稿の目的である。また、マクロ経済変数だけでなく、市場金利情報も併用した場合に、日本の経済構造がどう推定されるかという点も、分析上の関心事項である。

マクロ構造モデルは、GDP、インフレ率、政策金利などのマクロ変数間の動学的な関係を記述するモデルである。また、本稿で扱うファイナンス・モデルは、金利の期間構造モデルであり、金融政策によって制御される短期金利を起点として、中長期の金利がどのように形成されるかを記述する。これらの両モデルは、以前は互いに独立して扱われる例がほとんどであったが、最近では、欧米を中心に、両モデルを結合させた分析から新たな知見を得ようとする研究が増えている。このようなマクローファイナンス分析では、図1の概念図が示すように、マクロ経済データと市場金利データの両方を利用して、マクロ構造モデルと金利の期間構造モデルを同時推計する。これにより、両モデルを個別に推計する場合に比べ、推計精度を引き上げることが可能になる。ただ、こうした試みを日本のデータに本格的に適用した例は、筆者の知る限り、極めて限定的である。その理由は、後述するように、日本ではデータの面で制約があったからではないかとみられる。本稿では、四半期ベースで公表されるGDPデータについて、他の経済指標を利用しながら月次化することによって、月次データを利用した推計を採用し、データ制約を克服した。これにより、1980年代末以降のデータによって、標準的なニュー・ケインジアン型のマクロ・モデルとアフィン拡散型の期間構造モデルを結合させて同時推計することが可能となった。また、日本では、1999年以降に政策金利がゼロ制約に直面したため、この期間を線形モデルで扱うのが困難であるという問題がある。この点について、本稿では、モンテカルロ・シミュレーションを利用することにより、ゼロ金利制約および政策コミットメントに起因する非線形な効果を近似的に勘案した推計を行う。

本分析の問題意識は、近年の日本の長期金利が極めて低いのは何故か、こうした低金利は経済合理的に説明可能か、といった疑問に端を発している。長期金利の決定要因については、均衡実質金利と均衡インフレ率から構成される均衡水準を基準として、景気循環に応じた金利変動の要因やリスクプレミアム等が加味されると考えることができる。しかし、例えば10年物の長期金利が1.6%

台（2006年12月時点）であるという低さは、過去の日本経済の長期的な実績を踏まえると説明が容易でないようにも思われる。そこで、均衡実質金利や均衡インフレ率を長期的に一定と考えるのではなく、経済活動の実績に応じて可変的に推移するという仮説を採用できれば、例えば1990年代以降のディスインフレーションの影響から名目金利の均衡水準が低下したとの説明が可能になる。こうした仮説が正しいかどうかは実証的に検証する必要がある。ただ、マクロ経済変数を利用したマクロ構造分析だけでは、短期的な経済変動の分析には強みがあっても、長期均衡の可変性を抽出するうえでは情報が不十分である。このため、マクローファイナンス・モデルを活用して、金融市場で観測される中長期金利の情報も併用しながら分析を行うことが有益であると考えた。こうした分析では、長期金利を期待成分（金利の期間構造に関する期待仮説に対応する成分）とリスクプレミアム成分に分解することも可能であるほか、期待成分をさらに細かく成分分解することも可能になる。

ここで、欧米におけるマクローファイナンス・モデルの先行研究を振り返りつつ、本稿の特徴を整理しておく。マクローファイナンス・モデルの先駆的な文献としては、まずAng and Piazzesi (2003)を挙げることができる。彼らは、マクロ構造モデルとしてベクトル自己回帰（VAR）モデルを、金利の期間構造モデルとしてアフィン型の拡散モデルを各々採用して同時推計を行った¹。それ以降様々な研究が報告されて来たが²、中でも、金利の期間構造の終端点（endpoint）の決定要因に焦点を当て、均衡インフレ率や他のマクロ要因の動きがどう影響するかを実証する分析では、マクローファイナンス・モデルの利用が効果的であった（例えば、Kozicki and Tinsley (2001)やDewachter and Lyrio (2006)など）。

また、本稿の問題意識や分析手法に比較的近い先行研究としては、Ang, Dong, and Piazzesi (2005)、Bekaert, Cho, and Moreno (2003)、Rudebusch and Wu (2005)、Rudebusch, Swanson, and Wu (2006)、Gurkaynak, Sack, and Swanson (2005)を挙げることができる。この中で、Bekaert, Cho, and Moreno (2003)は、マクロ構造モデルとして、VARではなくニュー・ケインジアン型の小規模構造モデルを採用して

¹ マクローファイナンス・モデルに関する先行研究のほとんどでは、金利の期間構造モデルとしてアフィン型の拡散モデルが採用されている（アフィン拡散モデルについては、2.3節を参照）。例外としては、Piazzesi (2005)は、政策金利の確率過程として、ポアソン過程と拡散過程と組み合わせたアフィン型のジャンプ拡散モデルを採用し、マクローファイナンス分析を行っている。

² 学界における研究のほか、各国中央銀行のエコノミストによっても、マクローファイナンス・モデルを活用して、金融政策や金利の期間構造等について分析する試みがなされて来た。具体例としては、米国FRBのBernanke, Reinhart, and Sack (2004)やKim and Wright (2005)、欧州中央銀行（ECB）のHördahl, Tristani, and Vestin (2006)、日本銀行のOda and Ueda (2005)、Ichiue and Ueno (2006)などを挙げることができる。

いる点が本稿と共通している。ニュー・ケインジアン型のモデルを採用すれば、経済構造の推計結果を解釈したり金融政策上の含意を検討するうえで効果的である。Ang, Dong, and Piazzesi (2005)は、金融政策分析で一般的となっているテイラー型の政策ルールを採用したマクロファイナンス分析を行っている点と、分析する全種類の中長期金利についてモデル誤差の存在を許容した枠組みを採用している点が本稿と共通である。Rudebusch and Wu (2005)は、潜在変数 (latent variables) を利用しているという点で、本稿とはモデルの設定がやや異なるが、最尤法の適用とそのため推計の枠組みは共通である。また、Bekaert, Cho, and Moreno (2003)と Gurkaynak, Sack, and Swanson (2005)は、均衡インフレ率の可変的な振舞いを記述するうえで、インフレ率の実績値からフィードバックを受け取るメカニズムを設定している点が本稿と共通である。

他方、本稿に固有の特徴としては、(1)月次ベースの GDP データを推計したうえで、日本経済に対しマクロファイナンス・モデルを適用したこと、(2)均衡インフレ率だけでなく、均衡実質金利（および、その背後にある潜在成長率）も可變的に振舞う可能性を取り入れたこと、を指摘できる。特に(2)については、先行研究では全く取り上げられていない性質である。これは、欧米では、日本に比べ近年の経済成長が比較的線形のトレンドの周りで推移して来たため、非線形ないし可變的な均衡実質金利を想定する必要性が小さかったことによると考えられる。しかし、日本経済については、1980年代以降、バブル生成・崩壊などもあって比較的大きく均衡実質金利が変化したと考えられるため、こうした性質を勘案する必要があると考えた。

本稿の構成は、以下のとおりである。まず、第2節でモデルの内容を具体的に示す。第3節では、モデルの推計について説明する。推計に当たっては、ゼロ金利政策期と量的緩和政策期に日本銀行によって示された政策コミットメント——具体的には、「物価について一定の条件が満たされるまでは、ゼロ金利政策ないし量的緩和政策を継続する」という内容のコミットメントであるが、本稿ではゼロ金利からの政策効果に焦点を絞るため、これを「ゼロ金利コミットメント」と総称する——の効果についても勘案する。第4節では、推計結果に基づいて、均衡実質金利や均衡インフレ率の推移を考察するとともに、中長期金利を各種の成分に分解して、その推移に関して検討を加える。また、ゼロ金利コミットメントの効果や、中長期金利のインパルス応答についても分析する。第5節では、本モデルによっては捉え切れない中長期金利の決定要因の存否について調べるため、モデル誤差に関する回帰分析を行う。第6節では、本稿の概要、分析結果に関する留意点、今後の課題等を整理して結語とする。

2. モデル

本節では、本稿で使用するマクロファイナンス・モデルの内容を説明する。はじめに、モデルの構造を概観すると、図2のとおりである。マクロ構造モデルのパートでは、実質 GDP とインフレ率と短期金利（政策金利）の関係が動学的に記述される（2. 1 節参照）。ファイナンス・モデルのパートでは、金利の期間構造モデルに基づき、中長期金利の理論値が記述される（2. 3 節参照）。中長期金利は、将来の短期金利の期待経路の平均値（期待金利成分）にリスクプレミアムを加えたものと考えることができる。したがって、短期金利を介して、マクロ構造モデルとファイナンス・モデルが相互に関係している。図2の中でシャドー表示した変数は観測可能な変数であり、推計上の入力情報である。

なお、名目金利の均衡水準は、理念的には、遠い将来の名目短期金利の期待値であると考えることができる。それを名目部分と実質部分に分解すれば、均衡インフレ率と均衡実質金利になる。いずれの均衡値も直接には観測不可能な計数であるが、本稿では、経済主体が関連情報に基づいて間接的にそれら均衡値を認識するというシンプルな学習行動（ラーニング）のメカニズムを想定する（2. 2 節参照）。

以下では、各パートについて、具体的に説明をする。

2. 1 マクロ構造モデル

マクロ的な経済構造については、Rotemberg and Woodford (1997)や Woodford (2003)以降、金融政策分析で頻繁に利用されているニュー・ケインジアン型の小規模構造モデルを基本として、幾つかの修正を加えたモデルを採用する。具体的には、定常状態周りで対数線形近似した IS、AS、および MP 曲線を以下のように定式化する。このほか、均衡実質金利と均衡インフレ率に関する認識の形成過程についても、ごく簡単なモデルを設定する。

- ・ 総需要関数（ハイブリッド型 IS 曲線）

$$x_t = \mu E_t x_{t+1} + (1 - \mu)x_{t-1} - \hat{\sigma}(i_t - E_t \pi_{t+1} - \tilde{r}_t^n) + \varepsilon_t^{IS} \quad (1)$$

- ・ 総供給関数（ハイブリッド型 AS 曲線）

$$\pi_t = \delta E_t \pi_{t+1} + (1 - \delta)\pi_{t-1} + \kappa x_t + \varepsilon_t^{AS} \quad (2)$$

- ・ 金融政策ルール（慣性付きテイラー型ルール）

$$i_t = \gamma_{i-1} + (1 - \gamma)[\tilde{r}_t^n + \tilde{\pi}_t^* + \phi_\pi(\pi_t - \tilde{\pi}_t^*) + \phi_x x_t] + \varepsilon_t^{MP} \quad (3)$$

ここで、 x_t 、 π_t 、 i_t は時点 t （月次）における GDP ギャップ、インフレ率、短

期名目金利を表す。 \tilde{r}_t^n は、時点 t において民間部門および中央銀行が共通に認識している均衡実質金利（長期的な均衡水準）を表す。 $\tilde{\pi}_t^*$ は、時点 t において民間部門が認識している均衡インフレ率を表す。 ε_t^{IS} 、 ε_t^{AS} 、 ε_t^{MP} は、需要ショック、供給ショック、政策ショックを表し、それぞれホワイト・ノイズ $N(0, \sigma^{IS})$ 、 $N(0, \sigma^{AS})$ 、 $N(0, \sigma^{MP})$ に従う。なお、金利やインフレ率など全てのマクロ変数は、定常値からの乖離率によってではなく、原計数によって表示されている。

(1)式の総需要関数（IS 曲線）は、今期の総需要が来期の期待総需要、実質金利ギャップ、需要ショックに依存するというフォワード・ルッキング・モデルを基本としている。ただし、総需要の一部は、合理的期待だけでなく、過去の総需要にも依存するというバックワード・ルッキングな性質も部分的に備えたハイブリッド型のモデルとなっている。すなわち、今期の消費の一部（割合 ϕ 、 $0 \leq \phi \leq 1$ ）は来期の消費との異時点間代替の関係に基づき経済合理的に決定される一方、今期の消費の残りの部分（割合 $1-\phi$ ）は、“rule of thumb”な経済主体による消費習慣の慣性から、前期と同じ消費に決まるという Fuhrer (2000)の分析を踏まえたものである。Amato and Laubach (2003)は、このような場合に、総需要関数が(1)式の形で記述できることを示した。ただし、(1)式の構造パラメータは、

$$\mu \equiv \frac{1}{2-\phi}, \quad \hat{\sigma} \equiv \frac{\phi}{2-\phi} \cdot \sigma \quad (4)$$

と定義されており（ σ は消費の異時点間代替の弾力性を表す）、

$$\hat{\sigma} = (2\mu - 1)\sigma \quad (5)$$

という関係が成り立っている。したがって、 σ を所与とすれば、“rule of thumb”な経済主体が多いほど（すなわち ϕ が小さく、その結果 μ も小さいほど）、金融政策を通じた実質金利の変化が総需要を変化させる感応度（ $\hat{\sigma}$ ）が小さいことを意味する。(5)式を使えば、(1)の総需要関数は、

$$x_t = \mu E_t x_{t+1} + (1-\mu)x_{t-1} - (2\mu-1)\sigma \cdot (i_t - E_t \pi_{t+1} - \tilde{r}_t^n) + \varepsilon_t^{IS} \quad (1')$$

と記述することもできる。

(2)式の総供給関数（AS 曲線）は、不完全競争下においてカルボ（Calvo）型の名目価格硬直性を想定した場合に導出されるニュー・ケインジアン型のフィリップス曲線を基本としつつ、(1)式と同様に、フォワード・ルッキング、バックワード・ルッキング両方の経済主体を許容したハイブリッド型モデルである。また、(3)式の金融政策ルール（MP）は、慣性付きのテイラー型ルールである³。

³ 通常のテイラー・ルール（Taylor (1993)）では、中央銀行が目標とする均衡インフレ率（ π_t^* と表記）からの乖離に反応する形で定式化が行われるが、前掲(3)式では、今後の分析の便宜上、民間部門が認識している均衡インフレ率（ $\tilde{\pi}_t^*$ ）によって π_t^* を置き換えて定式化し、

このようなタイプの小規模構造モデルは、先行研究でも頻繁に利用されてきたが、マクロファイナンス分析の文脈で扱う場合には、理論面で留保を要する。すなわち、2. 3節で具体的に示すように、中長期金利は、総需要や総供給の状態と関連付けられたリスクプレミアムを含む形で形成されるが、一方で、総需要や総供給に影響を与える金利は、将来の短期金利の期待値（後述の用語では、中長期金利の期待成分）のみであって、リスクプレミアムからの影響を記述するパーツがマクロ構造モデルの中には含まれていない。このような「一方通行」の状況を改善して、モデル全体の整合性を確保することは、マクロファイナンス分析の分野で今後に残された課題である。

2. 2 均衡インフレ率と均衡実質金利に関する学習構造

前掲(1)、(2)、(3)式の中で、均衡インフレ率および均衡実質金利は、直接には観測できない変数である。これらに対しては、以下のようなシンプルな学習（ラーニング）のメカニズムを仮定する。

まず、均衡インフレ率から考えよう。中央銀行は、金融政策の長期的な目標として、均衡インフレ率（ π_t^* ）を設定して政策を行うが、その値は常に一定ではなく、(6)式のように、前期の実績インフレ率と目標値との乖離に依存してゆっくりと変化し得ると仮定する。この仮定は、Bekaert, Cho, and Moreno (2003)や Gurkaynak, Sack, and Swanson (2005)などでも採用されている⁴。

$$\pi_t^* = \pi_{t-1}^* + \theta(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*) + \varepsilon_t^{\pi^*} \quad (6)$$

ここで、 θ は実績インフレ率に対する依存度の強さを表すパラメータ、 $\varepsilon_t^{\pi^*}$ は中央銀行の考える均衡インフレ率についてのショックである。

均衡インフレ率については、中央銀行と民間部門の間に情報の非対称が存在すると考える⁵。具体的には、民間部門は、(6)式や(3)式のメカニズムそのものは

$\tilde{\pi}_t^*$ と π_t^* の差は政策ショックで吸収する扱いとした。

⁴ こうした仮定が正当化される理由として、Gurkaynak, Sack, and Swanson (2005)は、(a)経済ショックによってインフレ率が π_t^* から乖離した後に元の π_t^* まで完全に戻すことには何らかのコストが伴う可能性と、(b)民間部門の均衡インフレ率に対する認識（ $\tilde{\pi}_t^*$ ）は実績インフレ率に応じて徐々に変化する可能性があり、変化の程度が大きくない限り、そうした変動に対して期待を逐一修正するコストよりも放置しておくコストの方が小さいと中央銀行が考える可能性、を指摘している。

⁵ インフレーション・ターゲティング等の採用によって、中央銀行と民間部門が均衡インフレ率に関する情報を共有しようと試みるケースもある。ただし、両者の間で均衡インフレ率が完全に共有されるには、単にインフレーション・ターゲティングを宣言すれば良いわけではない。例えば、均衡インフレ率がレンジによってではなくピン・ポイントで示され

認識しているが、 ε_t^* を直接観測することはできない。このため、金融政策に依存する短期金利 i_t の変化に着目して、 ε_t^* を間接的に読み取ろうとすると考える。具体的には、民間部門が $t-1$ 期における情報に基づき予想していた来期(t)の短期金利を \tilde{i}_t と表記すると、実際に t 期になって実現した i_t と \tilde{i}_t の格差の一部（割合 ξ ）が ε_t^* に起因したと考え、それを(6)式に反映させる形で π_t^* の予想値 $\tilde{\pi}_t^*$ を更新する。こうした予想方法は、特定の前提のもとではカルマン・フィルタによる期待形成に一致する。この意味で、一定の経済合理性を備えた学習メカニズムであると考えられる⁶。このような学習を具体的に記述すると、

$$\tilde{\pi}_t^* = \tilde{\pi}_{t-1}^* + \theta(\pi_{t-1} - \tilde{\pi}_{t-1}^*) - \xi(i_t - \tilde{i}_t) \quad (7)$$

となる。ただし、($t-1$)時点までの均衡インフレ率情報（ $\tilde{\pi}_{t-1}^*$ ）に基づき予想された \tilde{i}_t は、

$$\tilde{i}_t = \tilde{i}_{t-1} + (1-\gamma)[\tilde{r}_t^n + \tilde{\pi}_{t-1}^* + \phi_\pi(\pi_t - \tilde{\pi}_{t-1}^*) + \phi_x x_t] \quad (8)$$

と書くことができる。(8)式を(7)式に代入すると以下の(9)式を得る。

$$\tilde{\pi}_t^* = \tilde{\pi}_{t-1}^* + \theta(\pi_{t-1} - \tilde{\pi}_{t-1}^*) - \xi[i_t - \tilde{i}_{t-1} - (1-\gamma)\{\tilde{r}_t^n + \tilde{\pi}_{t-1}^* + \phi_\pi(\pi_t - \tilde{\pi}_{t-1}^*) + \phi_x x_t\}] \quad (9)$$

均衡インフレ率に関する予想は、この(9)式にしたがって、每期更新されると考える。

次に、均衡実質金利に対する認識の更新過程について考える。定常状態における潜在成長率（生産性トレンド）および均衡実質金利について、 t 期までの情報に基づき予想された値をそれぞれ \tilde{g}_t^n 、 \tilde{r}_t^n と表記することにする。いずれも、景気循環上の短期的なショックを反映した変数ではなく、長期均衡に対応した変数として定義される。これらが可変的に振舞うのは、予期せぬ永続的な生産性ショックが発生し得るからである。 \tilde{g}_t^n と \tilde{r}_t^n に関する認識は、民間部門と中央銀行の間で共有されていると考える。

総需要関数が(1)式で与えられている場合、 \tilde{r}_t^n と \tilde{g}_t^n の間には、

ることが必要であるし、金融政策の実績を積み上げることで信認を確立することも必要である。このように考えると、海外を含め多くの場合には、本稿の想定のように、中央銀行と民間部門の間で何らかの情報の非対称性が存在すると考えるのが適切であろう。

⁶ カルマン・フィルタによる期待形成が(7)式のように簡単化できるための条件には、ショックの分散が一定であることのほか、構造モデルが線形であることも含まれる。後者の条件については、本稿の3.4節の予備推計では満たされているが、3.5節の全期間推計では、ゼロ金利制約などの非線形性の取り入れに伴い、満たされなくなる。したがって、3.5節以降の分析における(7)式ないし(9)式の位置付けは、カルマン・フィルタに基づく合理的学習ではなく、よりシンプルかつアドホックな学習過程と解釈する方が適切である。

$$\tilde{r}_t^n = \sigma^{-1} \tilde{g}_t^n + \rho \quad (10)$$

という関係がある⁷。ただし、 ρ は主観的割引率（時間選好率）を表す定数である。本稿では、潜在 GDP（対数値 y_t^n ）の変動について、生産性トレンド \tilde{g}_t^n の周りに潜在成長率ショック ε_t^{PG} を伴う形で定式化する。すなわち、

$$\begin{aligned} \Delta y_t^n &\equiv y_t^n - y_{t-1}^n \\ &= \tilde{g}_t^n + \varepsilon_t^{PG} \end{aligned} \quad (11)$$

に従うものとする。ここで、 \tilde{g}_t^n は、将来にわたる生産性トレンドについての t 時点における期待値であると解釈される。潜在成長率ショック ε_t^{PG} は $N(0, \sigma^{PG})$ に従い、理想的には、伸縮価格下での需要ショックおよび供給ショックを含んだものと解釈可能である。

生産性トレンド \tilde{g}_t^n は、定常状態での潜在成長率であるから、景気循環からは影響を受けない「定数」であるが、経済に永続的な生産性ショック（ ε_t^{PD} ）が発生すれば、(12)式のように変化し得ると考える。

$$\tilde{g}_t^n = \tilde{g}_{t-1}^n + \varepsilon_t^{PD} \quad (12)$$

このとき、潜在成長率 Δy_t^n の動学については、(11)式の差分を変形して、

$$\begin{aligned} \Delta y_t^n &= \Delta y_{t-1}^n + (\tilde{g}_t^n - \tilde{g}_{t-1}^n) + \varepsilon_t^{PG} - \varepsilon_{t-1}^{PG} \\ &= \Delta y_{t-1}^n + \varepsilon_t^{PD} + \varepsilon_t^{PG} - \varepsilon_{t-1}^{PG} \\ &= \Delta y_{t-1}^n + \varepsilon_t^{\Delta PG} \end{aligned} \quad (13)$$

⁷ (10)式は、次のように導かれる。短期的な需要ショックを反映した均衡実質金利（自然利子率）を r_t^n と表記すると、オイラー方程式から(1)式を導出するプロセスを振り返れば、

$$\begin{aligned} r_t^n &= \hat{\sigma}^{-1} [\mu E_t y_{t+1}^n + (1-\mu) y_{t-1}^n - y_t^n] + \rho \\ &= \hat{\sigma}^{-1} [\mu (E_t y_{t+1}^n - y_t^n) - (1-\mu)(y_t^n - y_{t-1}^n)] + \rho \\ &= \hat{\sigma}^{-1} [\mu E_t \Delta y_{t+1}^n - (1-\mu) \Delta y_t^n] + \rho \end{aligned}$$

と書けることが分かる。 t 期において均衡実質金利 r_t^n のトレンド \tilde{r}_t^n を求めるには、上式の中に現れる可変的な潜在成長率 $E_t \Delta y_{t+1}^n$ および Δy_t^n を潜在成長率のトレンド \tilde{g}_t^n (t 期までの情報により更新されたトレンド) で置き換えてやれば良い。すなわち、

$$\begin{aligned} \tilde{r}_t^n &= \hat{\sigma}^{-1} [\mu \tilde{g}_t^n - (1-\mu) \tilde{g}_t^n] + \rho \\ &= \hat{\sigma}^{-1} (2\mu - 1) \tilde{g}_t^n + \rho \end{aligned}$$

となり、これに(5)式を代入すると、(10)式を得る。

と記述することもできる。ただし、 $\varepsilon_t^{\Delta PG} \equiv \varepsilon_t^{PD} + \varepsilon_t^{PG} - \varepsilon_{t-1}^{PG}$ と定義した。 $\varepsilon_t^{\Delta PG}$ は、 $N(0, \sigma^{\Delta PG})$ に従うものとする。

(12)式右辺の ε_t^{PD} は、直接観測することはできないが、(11)式に基づき間接的に予想することは可能である。すなわち、 t 期に実現した潜在成長率 Δy_t^n と前期におけるその期待値 $E_{t-1}\Delta y_t^n$ の差に着目すると、(11)、(12)式から、

$$\begin{aligned} \Delta y_t^n - E_{t-1}\Delta y_t^n &= \Delta y_t^n - E_{t-1}\tilde{g}_t^n \\ &= \Delta y_t^n - \tilde{g}_{t-1}^n \\ &= \tilde{g}_t^n + \varepsilon_t^{PG} - \tilde{g}_{t-1}^n \\ &= \varepsilon_t^{PG} + \varepsilon_t^{PD} \end{aligned} \quad (14)$$

となるから、期待からの乖離 ($\Delta y_t^n - \tilde{g}_{t-1}^n$) は2種類のショックの和となっていることが分かる。両ショックを厳密に分解することは不可能であるが、前述の均衡インフレ率の予想に関する議論と同様に、($\Delta y_t^n - \tilde{g}_{t-1}^n$)の一部(一定割合 ν)が ε_t^{PD} に対応しているという推察がなされると仮定する。この場合、(12)式は、

$$\begin{aligned} \tilde{g}_t^n &= \tilde{g}_{t-1}^n + \nu(\Delta y_t^n - \tilde{g}_{t-1}^n) \\ &= (1-\nu)\tilde{g}_{t-1}^n + \nu\Delta y_t^n \end{aligned} \quad (15)$$

となる。これを(10)式に基づき変形すると、

$$\tilde{r}_t^n = (1-\nu)\tilde{r}_{t-1}^n + \nu(\sigma^{-1}\Delta y_t^n + \rho) \quad (16)$$

となる。均衡実質金利(長期均衡水準)に関する予想は、この(16)式にしたがって、每期更新されていくと考える。

本稿で扱うマクロファイナンス・モデルの中で、マクロ構造モデルのパートは、これまでに導出した(1')、(2)、(3)式および(9)、(13)、(16)式から成る。これらを状態空間表示したうえで、ファイナンス・モデルのパートと合わせて推計を行う手順については、3節および補論1を参照。

2. 3 金利の期間構造モデル

本稿で扱うファイナンス・モデルは、中長期金利(無リスク中長期債券の複利回り)の理論値を算出するための金利の期間構造モデルである。一般に、これらのモデルでは、短期金利の将来の変動プロセスを確率過程によって表現し、無裁定条件を課すことによってリスクプレミアムを勘案した中長期金利の理論値を算出できる。先行研究では様々な種類のモデルが提案されて来ているが、その多くは、中長期金利の理論値が状態変数の線形結合として導出できるという性質を持っている。このため、それらはアフィン(=線形)・モデルない

シアフィン拡散モデルと呼ばれる⁸。アフィン・モデルの中でも、リスク価格（リスクの市場価格＜market price of risk＞とも呼ばれる）の定式化の方法等に応じて多様なバリエーションがあるが、本稿では、マクロファイナンス・モデルの先行研究でしばしば採用されて来た定式化を採用する。すなわち、時点 t におけるリスク価格 Λ_t は、状態ベクトル F_t の線形結合として、

$$\Lambda_t = \lambda_0 + \lambda_1 F_t \quad (17)$$

と表されると仮定する⁹。本稿のモデルでは、リスク・ファクターが 4 種類 (ε_t^{IS} 、 ε_t^{AS} 、 ε_t^{MP} 、 ε_t^{APG}) であるため、 Λ_t は各ファクターに対応するリスク価格を要素とする 4 成分ベクトルである (λ_0 は 4×1 ベクトル、 λ_1 は 4×6 行列)。状態ベクトル F_t については、本稿では、

$$F_t = (x_t, \pi_t, i_t, \tilde{r}_t^n, \tilde{\pi}_t^*, \Delta y_t^n)' \quad (18)$$

と定義する。 F_t の各要素の動学メカニズムは既に見たとおりであるが、それらを状態空間表示したうえで動学方程式を記述することもできる。詳細は補論 1 を参照されたいが、ここでは結果だけを掲げておく。

$$F_t = C^F + \psi F_{t-1} + \Sigma \varepsilon_t \quad (19)$$

(19)式は、補論 1 の(A5)式に対応しており、今期の状態ベクトル F_t が前期の状態ベクトル F_{t-1} の線形関数と経済ショック ε_t の線形関数と和として表現されている。なお、係数ベクトル C^F と係数行列 ψ 、 Σ については、補論 1 を参照。

このようなアフィン・モデルでは、中長期金利の理論値も、次のように状態ベクトルに線形な形で求められることが知られている¹⁰。すなわち、時点 t における満期 j (j は月数) の中長期金利の観測値 $i_{j,t}$ は、その理論値にモデル誤差 ε_t^j を加えた形で、

$$i_{j,t} = \frac{A_j}{j} + \frac{B_j'}{j} \cdot F_t + \varepsilon_t^j \quad (20)$$

と記述できる¹¹。ここで、理論金利を規定している A_j および B_j' は、リスク価格 Λ_t

⁸ 金利の期間構造モデルでは、金利変動を表す確率過程として、標準ブラウン運動によって記述される拡散過程が採用されることが多い。このようなアフィン・モデルは、アフィン拡散過程とも呼ばれる。

⁹ リスク価格に関する(17)式の定式化は、Duffee (2002)で取り上げられて以来、多数のマクロファイナンス分析で利用されている。

¹⁰ (20)、(21)、(22)式の導出や、より一般的なアフィン・モデルの性質については、Constantinides (1992)、Dai and Singleton (2000)、Duffee (2002)、Duffie and Kan (1996)などを参照。

¹¹ 短期金利がアフィン・モデルに従う場合には中長期金利が(20)式のように記述できること

に関係するパラメータ λ_0, λ_1 や(19)式中に現れる各種構造パラメータに依存する定数および定数ベクトルである。また、モデル誤差 ε_t^j は、本稿のモデルが市場金利の形成メカニズムを記述するうえで完全ではないことに伴い発生し得る理論金利と市場金利との乖離である。 ε_t^j は、(21)式のとおり自己ラグ係数 α_j の一次の自己回帰過程 (AR(1)過程) に従うものと仮定する¹²。

$$\varepsilon_t^j = \alpha_j \varepsilon_{t-1}^j + \mu_t^j \quad (21)$$

ただし、 μ_t^j は正規分布 $N(0, \sigma^j)$ に従うホワイト・ノイズである。モデル誤差 ε_t^j が発生する背景については、本稿の5節でも検討を加える。

(20)式右辺の A_j, B_j については、具体的には、次の逐次方程式によって導出できることが知られている。

$$A_j - A_{j-1} = B'_{j-1}(C^F - \Sigma \cdot \lambda_0) + \frac{1}{2} B'_{j-1} \Sigma \Sigma' B_{j-1} + A_1 \quad (j \geq 2) \quad (22)$$

$$B'_j = B'_{j-1}(\psi - \Sigma \cdot \lambda_1) + B'_1 \quad (j \geq 2) \quad (23)$$

なお、 $i_t \equiv i_{1,t} = A_1 + B'_1 \cdot F_t$ であるから、 $j=1$ の場合は $A_1 = 0, B'_1 = (0, 0, 1, 0, 0, 0)$ である。

(20)式は、本稿のアフィン・モデルを前提とすると、中長期金利の理論値が金利の均衡水準 (実質、名目) に関する認識 ($\tilde{r}_t^n, \tilde{\pi}_t^*$)、経済のファンダメンタルズに関する認識 ($x_t, \pi_t, i_t, \Delta y_t^n$)、リスク価格 (λ_0, λ_1) などによって決まることを示している。

なお、3節以降の分析では、中長期金利の理論値を期待成分とリスクプレミ

が知られているが、本稿のモデルにおける短期金利がアフィン・モデルに従うと言えるかどうかは、検証が必要である。一般に、アフィン・モデルであるためには、状態変数がアフィン過程に従うことが求められる。すなわち、状態変数の変分を記述した時に、(1)ドリフトが状態変数の線形関数になっていることと、(2)分散・共分散行列の各成分も状態変数の線形関数になっていることが必要である。これらの点を確認するために、(19)式を変分形に変形すると、

$$\begin{aligned} \Delta F_t &\equiv F_{t-1} - F_t \\ &= [C^F + (\psi - 1)F_t] + \Sigma \varepsilon_{t+1} \end{aligned}$$

となり、条件(1)と(2)がともに満たされていることが分かる。

¹² 米国のデータを対象として、本稿と類似のマクロファイナンス分析を行った先行研究では、中長期金利のモデル誤差について、先験的にホワイト・ノイズを仮定した例が多い。例えば、Bekaert, Cho, and Moreno (2003)、Rudebusch and Wu (2005)を参照。本稿でも、当初はホワイト・ノイズに従う誤差を仮定して日本のデータに関する分析を行ったが、誤差に有意な慣性が見られたため、誤差に対し自己回帰過程を仮定することが適切であると判断した。

ラム成分に分解する。期待成分とは、市場がリスク中立的であってリスクプレミアムが存在しないと仮定した場合の仮想的な中長期金利として定義する。具体的には、リスク価格 $\Lambda_r=0$ と設定したうえで(22)、(23)式に基づき計算される A_j 、 B_j を(20)式に代入したものが期待成分である。リスクプレミアム成分は、中長期金利から期待成分を差し引いたものとして定義する。

3. 推計

3. 1 推計の全体像

推計するモデルは、(1')、(2)、(3)、(9)、(13)、(16)、(20)、(21)式から構成される。本稿では、信頼性の高い中長期金利の市場データが日本で入手可能である1989年10月以降を推計期間として、月次ベースのデータを利用し、上記推計式を同時に最尤推計することを基本とする。一般化積率法（GMM: Generalized Method of Moments）でなく最尤法を採用したのは、(20)式右辺に現れる係数 A_j 、 B_j が陽的には表現できず、(22)、(23)式によって逐次表現される性質をもつことから、GMMの適用が困難であるためである。最尤推計に当たっては、モデルを状態空間表示したうえで尤度関数を記述すると都合が良い。この点の詳細は、補論1を参照されたい。

推計の基本は上記のとおりであるが、実際の手順としては、3つの段階に分けて推計を進める。

まず、第1段階では、モデルの中に現れる合計43個のパラメータのうち、3つのパラメータについてのみ、カリブレーションを行う（詳細は3.3節）。具体的には、総需要曲線におけるGDPギャップの金利弾力性（(1)式における $\hat{\sigma}$ 、(1')式で言えば $(2\mu-1)\sigma$ ）、総供給曲線(2)式における κ （フィリップス曲線の傾き）、金融政策ルール(3)式における γ （短期金利のラグ係数）の3つについては、本稿のマクロファイナンス推計の対象とはしないで、別途、マクロ・パートのみに対してより長期の推計期間でGMM推計を行った結果に基づき固定する扱いとする。これは、本稿のマクロファイナンス推計の推計期間は90年代のバブル崩壊期、デスインフレ期が中心となっているため、マクロ構造についてやや特殊な推計結果が得られてしまうという問題を回避するためである¹³。

¹³ 本分析を進めるうえでは、当初、これら3つのパラメータもマクロファイナンス推計に含める形で推計を試みた。その結果、 $\hat{\sigma}$ と κ は顕著にゼロに近くなった一方、 γ は極めて1に近くなった。これらは、不良債権問題やゼロ金利制約などもあって、景気・物価の回復に時間を要した90年代の経験を反映した結果であると考えられる。しかし、こうしたやや特殊なマクロ構造が将来も長期間継続すると仮定してしまうと、例えば長期金利の理

次に、第2段階では、上記カリブレーション以外のパラメータを対象に、推計期間を1989年10月から1998年12月までに限定して最尤推計を行う。本稿のモデルは基本的に線形であるため、そのままでは、ゼロ金利制約など非線形な性質を扱うことができない。しかし、この推計期間については、ゼロ金利制約やゼロ金利コミットメントを経験する以前であるため、本稿の線形モデルをそのまま適用できる。以下では、これを「予備推計」と称する。

最後に、第3段階では、推計期間を直近(2006年5月)まで延長して再推計を行う。その際には、予備推計を基にゼロ金利制約およびゼロ金利コミットメントに起因する効果を算出したうえ、それを利用することによって近似的に非線形な効果を勘案する。以下では、これを「全期間推計」と称する。第4節以降で推計結果に考察を加える際は、この全期間推計の結果を対象とする。

3. 2 データ

日本では、中長期国債の流通市場に厚みが出来たのが欧米主要国と比べて遅かったという事情がある。このため、無リスク金利の期間構造について、流通市場で合理的な価格形成がなされる結果として、十分に信頼性の高い金利データを得られるのは、1980年代の末期以降と考えられる。このようなデータ制約がある一方で、推計すべきパラメータが最大で40個もある問題を扱おうとすると、四半期データでは推計上の情報量が不十分である。そこで本稿では、月次データにより推計を行うこととした。

このためには、四半期ごとに公表されるGDPデータを月次化することが必要になる。本稿では、Bernanke, Gertler, and Watson (1999)の方法を採用して月次化を行う。すなわち、GDPを構成する需要項目ごとに、関係が強いと考えられる別の月次経済統計の動きを参照することによって、四半期ベースのGDP(フロー・データ)を3か月の月次データに分解する推計を行う。詳細については、補論2を参照されたい。月次化した実質GDPのデータは、図4(1)に示した。

GDPギャップについては、理論上は伸縮価格下で実現する仮想的な実質GDP(=潜在GDP)からの実質GDPの乖離率として定義されることが多い。ただし、現実には、この定義に則った潜在GDPを直接観測することは困難であるため、本分析では代替的に、生産関数分析によって推計された潜在GDPを利用する¹⁴。

論値を求めるため先行きの経済経路を確率シミュレーションする場合、負の経済ショックに対して経済が自律的に回復することができずにデフレ・スパイラル的な性質を示すといった傾向が現れる。本稿の分析で鍵となる中長期金利の形成過程を考える場合、その背景にあるマクロ経済構造として、90年代のやや特殊な状況を前提とするよりも、より長期の推計から得られるパラメータによってカリブレーションする方が適切であると考えた。

¹⁴ 潜在GDPの推計方法には、本稿で使用した生産関数アプローチ以外の方法もある。例え

具体的には、伊藤等(2006)の方法によって推計された四半期ベースの潜在 GDP に対して、補論 2 (2) に示した「円滑分解法」を適用することによって、月次ベースの潜在 GDP を算出した。そして、この潜在 GDP (対数値 y_t^n) からの実質 GDP (対数値 y_t) の乖離率 (%) を月次の GDP ギャップ x_t と定義する¹⁵。すなわち、 $x_t \equiv y_t - y_t^n$ である。

インフレ率 π_t については、消費者物価指数 (除く生鮮、消費税効果調整後) の前年同月比変化率を使う (図 4 (2))¹⁶。

市場金利の期間構造のデータについては、6 か月物金利は割引短期国債 (6 か月物 TB) の入札平均利回り、3 年物・5 年物・10 年物金利は長期国債の各ジェネリック物の流通利回りを採用した (いずれも、日次終値の月中平均値)。また、(3)式等に現れる短期金利については、無担保コールレート (オーバーナイト物) を採用した¹⁷。これら市場金利の推移については、参考までに図 3 に示した。

3. 3 カリブレーション

3. 1 節で述べたように、3 つのパラメータ ($\hat{\sigma}$ 、 κ 、 γ) をカリブレーションすることを目的として、四半期データを用いた GMM 推計を以下のように行った。

推計期間については、やや特殊な経済環境にあった 1990 年代に限らず、より長期的な経済構造を推計の対象とするため、1983 年第 1 四半期から 1998 年第 4 四半期までとした。推計式については、推計結果とともに、表 1 に示した。推計式は IS 曲線、AS 曲線、政策ルールの 3 本から構成され、その基本構造は、2 節で示したマクロファイナンス・モデルのマクロ構造パートと概ね同じであ

ば、実質 GDP の時系列を HP フィルターによって円滑化した時系列を潜在 GDP と見なすアプローチもしばしば採用される。本稿の分析過程では、この HP フィルターを用いて推計された潜在 GDP を使用してモデル推計やその他の分析を行うことも試みた。その結果は、生産関数アプローチの場合と比べ、定性的にみれば大きな相違は観察されなかった。

¹⁵ 推計や分析を行ううえでは、推計式中の変数 x_t には、実質 GDP の潜在 GDP からの乖離率 (%) として定義される GDP ギャップを 12 で除した計数を入れる扱いとした。これは、金利やインフレ率等の時系列データを月次ベースで扱うという本稿での取り扱いと整合性を取るためである。ただし、本稿の表記上は、 $x_t/12$ とせず単に x_t と表記することとした。

¹⁶ 消費者物価指数としては、2000 年基準指数を利用して分析を行った。

¹⁷ 本モデルにおける短期金利 i_t は、モデルが月次であるという点からは 1 か月物金利である一方、金融政策ルールの非説明変数であるという点からは政策金利 (オーバーナイト物金利) である。日本における 1 か月物金利とオーバーナイト物金利の推移を比較すると、大きな乖離は見られないため、推計上はいずれを採用しても問題ないと考えられる。本稿では、金融政策ルールの先行研究において扱われることが多い無担保コールレート (オーバーナイト物) を採用することにした。

る。2節のモデルとの違いは、(1)均衡実質金利について学習のメカニズムを想定せず、単に潜在成長率のトレンド成分に一致するという近似を採用したこと、(2)均衡インフレ率についても学習のメカニズムを想定せず、推計期間中の平均値で固定したこと、(3)バブル生成期・崩壊期における景気への（逆）資産効果を勘案するために、IS式において、1987年以降について株価（資産価格の代理変数）に依存する項を導入したこと、である。推計結果をみると、いずれのパラメータも、統計的に有意で符号条件を満たしており、先行研究に照らしても違和感のない結果となった。

カリブレーションの対象であるパラメータについては、 $\hat{\sigma} = 2 \cdot 0.5027 - 1 = 0.00538$ 、 $\kappa = 0.00606$ 、 $\gamma = 0.767$ となった（表1）。この推計値は、四半期モデルのパラメータであるので、 γ については、本稿のマクローファイナンス・モデルに適用するうえで月次ベースのパラメータに変換する必要がある¹⁸。月次ベースのパラメータは、 $\hat{\sigma} = 0.00538$ 、 $\kappa = 0.00605$ 、 $\gamma = (0.767)^{1/3} = 0.915$ となる。

3. 4 マクローファイナンス・モデルの予備推計

次に、2節で示したマクローファイナンス・モデルの推計を行う。本節では、まず、推計期間をゼロ金利期以前の1989年10月から1998年12月に限定した場合の推計（予備推計）を行う。この場合、線形モデルに対する最尤推計についての通常の方法を適用できる。すなわち、2節のモデルを状態空間表現したうえで尤度関数を計算し、それを最大化するパラメータ・セットを探す。その具体的な内容は、補論1に示した。

推計上の諸設定については、以下のとおりとした。

まず、均衡インフレ率と均衡実質金利の学習に関しては、それぞれ、推計の初期時点（1989年10月）において市場で認識されていた均衡インフレ率および潜在成長率トレンドを与える必要がある。均衡インフレ率については、第二次オイルショックの影響が消滅したと見られる1983年度以降から推計期間直前までの期間（1983年4月～1989年9月）の平均CPI上昇率（年率1.2%）を採用して、 $\tilde{\pi}_{89/10}^* = 1.2\%$ と置いた。また、潜在成長率のトレンドについては、推計期間の直前から1970年代までさかのぼった期間（1971年第1四半期～1989年第3四半期）の平均実質成長率（年率4.1%）を採用し、 $\tilde{g}_{89/10}^n = 4.1\%$ と置いた。

推計パラメータのうち、リスク価格関連のパラメータは、個数が全部で20個もあり、自由度が大きい。すなわち、(17)式（ $\Lambda_t = \lambda_0 + \lambda_1 F_t$ ）で表されるリスク

¹⁸ 本稿の推計では、GDPギャップのデータについて、四半期推計の場合は原データを4で除し、月次推計の場合は原データを12で除すという加工を加えている。このため、 $\hat{\sigma}$ および κ については、四半期推計値をそのまま月次モデルに適用することができる。一方、 γ については、政策金利のラグ係数であるから、本文中に記述した変換が必要である。

価格ベクトルを規定する成分を具体的に表示すると、

$$\lambda_0 = \begin{pmatrix} \lambda_0^{IS} \\ \lambda_0^{AS} \\ \lambda_0^{MP} \\ \lambda_0^{\Delta PG} \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} \lambda_1^{IS} & \lambda_1^{AS,IS} & \lambda_1^{MP,IS} & 0 & 0 & \lambda_1^{\Delta PG,IS} \\ \lambda_1^{IS,AS} & \lambda_1^{AS} & \lambda_1^{MP,AS} & 0 & 0 & \lambda_1^{\Delta PG,AS} \\ \lambda_1^{IS,MP} & \lambda_1^{AS,MP} & \lambda_1^{MP} & 0 & 0 & \lambda_1^{\Delta PG,MP} \\ \lambda_1^{IS,\Delta PG} & \lambda_1^{AS,\Delta PG} & \lambda_1^{MP,\Delta PG} & 0 & 0 & \lambda_1^{\Delta PG} \end{pmatrix} \quad (25)$$

となる¹⁹。本節の予備推計においては、推計の計算負荷を軽減するために、(25)式の中で非対角成分を先験的にゼロとおく近似を採用し、

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} \lambda_1^{IS} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1^{AS} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1^{MP} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_1^{\Delta PG} \end{pmatrix} \quad (25')$$

とした。なお、3.5節で全期間推計を行う際には、この近似を採用しないで、(25)式のままのパラメータを推計する（表3も参照）。

また、補論1に示した尤度関数(A10)式を最大化するうえでは、同関数が極めて高次であることを踏まえ、最適化アルゴリズムとして、ニュートン・ラフソン法のような局所的最適化を採用せず、経済学的に妥当な領域をグリッドサーチすることによって大域的最適化を行った。その際には、(1)全推計期間にわたり、各金利（6か月物、3年物、5年物、10年物）の期待成分およびリスクプレミアム成分は、いずれも負にならない、(2)各金利のリスクプレミアム成分は、当該金利の市場金利を上回らない²⁰、(3)主観的割引率は負にならない（ $\rho \geq 0$ ）、という制約条件を課した。

以上が推計方法の設定についてである。推計の結果は、表2および表3の「予備推計」の欄に示した。その基本的な性質については、3.5節の全期間推計

¹⁹ 均衡インフレ率および均衡実質金利については、本モデルの動学上、独立した経済ショックを伴わないため、固有のリスク価格が存在しない。このため、該当成分をゼロとした。

²⁰ この制約条件については、全期間でなく、推計期間終点（1998年12月）に限定して課すこととした。これは、後述するように、時期によっては大きなモデル誤差が現れる場合があり、その際に厳しい制約条件が課されていると、却って非現実的な影響が推計に及ぶ可能性があるからである。

の結果と大きくは異なるため、後ほどまとめて整理する。

3. 5 ゼロ金利制約およびゼロ金利コミットメントの効果の取り入れた全期間推計

本節では、推計期間を1989年10月から2006年5月までに拡張して推計を行う。この場合、政策金利がゼロ金利制約に直面した期間や、日本銀行によって「ゼロ金利コミットメント」が導入された期間を含むため²¹、前節までのように、単純に線形モデルを推計するわけにはいかない。以下では、推計上、これらの非線形性を近似的に勘案する方法を呈示したうえで、推計の結果を示す。

3. 5. 1 ゼロ金利制約およびゼロ金利コミットメントの効果の扱い

2節では、中長期金利の理論値として(20)式を示したが、これは、政策金利に対するゼロ金利制約やゼロ金利コミットメントが存在しない世界で成立する理論金利である。日本では、1999年以降に政策金利がゼロ金利制約に直面したほか、その後ゼロ金利コミットメントも導入されたため、この時期の理論金利を正確に算出するには、それらの影響を勘案する必要がある。

一般に、ゼロ金利制約を勘案しない場合には、先行きの経済経路に関する確

²¹ 日本銀行は、2001年3月19日にいわゆる「量的緩和政策」の導入を決定・実施した。この政策フレームワークには、金融市場調節の操作目標として日銀当座預金残高を採用した上で潤沢な流動性を供給すること、その実施期間について消費者物価指数（全国、除く生鮮食品）の前年比上昇率が安定的にゼロ%以上となるまでは継続すること、が含まれている。また、日銀当座預金残高目標を達成する上で必要があれば、日銀は長期国債の買い入れを増額する用意があることも表明された。この枠組みにおいては、日銀当座預金残高目標が所要準備水準より高く設定され、無担保コールレート（オーバーナイト物）が通常時にはゼロ%に近い水準で推移するようになることが想定されている。さらに、2003年10月10日には、量的緩和政策の継続に関するコミットメントの内容について一層の明確化が行われ、インフレ率について実績値の基調的な動きと先行きの見通しの両者がゼロ%以上になるまで同政策が継続されることが表明された。この量的緩和政策は、解除のための条件が満たされたうえで、2006年3月9日に解除された。詳細は、日本銀行のホームページ (<http://www.boj.or.jp>) を参照。

また、量的緩和政策の導入以前については、日本銀行は1999年2月12日に、当時の金融市場調節目標であった無担保コールレート（オーバーナイト物）をほぼゼロ%に誘導していくことを決定した。いわゆる「ゼロ金利政策」の導入である。その後1999年4月には、日本銀行総裁の定例記者会見において、デフレ懸念の払拭が展望されるまでゼロ金利政策を継続することが表明された。その後、2000年8月には、条件が満たされたとの判断に基づき、ゼロ金利が解除された。

1999年4月および2001年3月の日本銀行による政策アナウンスは、内容の透明性という点で差はあるものの、いずれも、ゼロ金利の継続に関する「時間軸」を示したコミットメントとして理解可能である。そこで、本稿では、両方のコミットメントを合わせて、「ゼロ金利コミットメント」と総称する。

率分布の一部に、深刻な不況時に政策金利が負になる可能性を許容した経路が含まれることになる。しかし、ゼロ金利制約が存在する現実の世界を想定すると、政策金利は当該経路上で負にならずゼロで止まることになる。中長期金利の理論値は、先行きの政策金利（名目短期金利）の平均値をリスク中立確率のもとでの期待値として算出したものである。したがって、上記の理由により、中長期金利の理論値は、ゼロ金利制約を勘案しない場合に比べ、勘案した場合の方が高くなる。その具体的な計算は、補論3（1）に示したように、モンテカルロ・シミュレーションによって行うことができる。

一方、ゼロ金利コミットメントが存在する場合は、存在しない場合に比べ、中長期金利の理論値が相対的に低くなる。これは、ゼロ金利コミットメントが金融政策を束縛している状態では、(3)式の政策ルールが正の金利を示していてもインフレ率が特定の閾値を超えない限り、政策金利がゼロに維持されるからである。この効果についても、具体的な計算は、補論3（2）に示したように、モンテカルロ・シミュレーションによって行うことが可能である。

ゼロ金利コミットメントを本モデルに取り入れるうえでは、「政策金利をゼロでなく正にするには、少なくとも、前月のインフレ率が特定の閾値（ $\bar{\pi}$ ）以上になっている必要がある」という制約条件を課すことで対応した²²。この内容は、日本銀行によって実際に導入されたコミットメントと必ずしも同じではないが、その内容の趣旨を損なわない範囲で単純化してモデルに取り入れやすくしたものである。この効果とゼロ金利制約の存在の両者を勘案した政策金利 i_t は、それらを勘案しない場合の政策ルール（(3)式左辺）が示す金利を \hat{i}_t と表記すると、次の(26)式のように定式化される。

$$\begin{cases} i_t = 0 & \text{if } \hat{i}_t < 0 \text{ or } \pi_{t-1} < \bar{\pi} \\ i_t = \hat{i}_t & \text{if } \hat{i}_t \geq 0 \text{ and } \pi_{t-1} \geq \bar{\pi} \end{cases} \quad (26)$$

$$\text{ただし、} \hat{i}_t = \gamma i_{t-1} + (1-\gamma)[\tilde{r}_t^n + \tilde{\pi}_t^* + \phi_\pi(\pi_t - \tilde{\pi}_t^*) + \phi_x x_t] + \varepsilon_t^{MP} \quad (3')$$

推計に当たっては、ゼロ金利解除が許容されるためのインフレ率閾値について、ゼロ金利政策期（1999年4月から2000年7月）には $\bar{\pi} = 0.0\%$ 、量的緩和期（2001年3月から2006年3月）には $\bar{\pi} = 0.5\%$ と設定した²³。いずれも、日本銀

²² ここで、インフレ率の閾値を前月のインフレ率と比較・評価する形とした理由は、日本では消費者物価指数（全国）が約1か月のラグをもって公表されるからである。

²³ Oda and Ueda (2005)は、(26)式とほぼ同様の定式化によって、ゼロ金利制約とゼロ金利コミットメントを勘案した政策ルールを分析している。ただし、Oda and Ueda (2005)は、インフレ率の閾値 $\bar{\pi}$ を可変的であると考えたうえで、その推移を市場金利情報から抽出すると

行から発信された情報ではないが、ゼロ金利政策期については、「デフレ懸念の払拭が展望されるまで」という日本銀行の文言を著者が独自に翻訳した。また、量的緩和期については、事後的にみて、量的緩和解除（2006年3月）の前月のCPIインフレ率（全国、除く生鮮、2000年基準指数）が0.5%であったことを踏まえ、市場がこの程度の閾値をあらかじめ織り込んでいたと想定した。

なお、補論3には、中長期金利の理論値をシミュレーションで計算するうえで、期待成分、リスクプレミアム成分の双方について、ゼロ金利制約やゼロ金利コミットメントの効果を近似的に勘案する手法を呈示した。しかし、実際に試行的な計算を行ったところ、リスクプレミアム成分も対象としてリスク中立確率下でシミュレーションを行うと、非現実的な計算結果が出現する可能性があることが分かった。これは、金利の期間構造に関するアフィン拡散モデルの前提として、確率過程がブラウン運動であることやモデルが線形であることが想定されているにもかかわらず、本分析のようにショック項を修正して非ブラウン運動や非線形性を導入すると、理論の前提の一部が崩れてしまうためであると考えられる。そこで、以下の推計・分析においては、リスク中立確率下でのシミュレーションは行わないこととした。すなわち、中長期金利の中でリスクプレミアム成分については、ゼロ金利制約とゼロ金利コミットメントの効果を取り入れず、2節の(20)式に基づき計算を行う²⁴。一方、期待成分は、主観確率下でのシミュレーションによって計算されるため、前述のような問題は発生しない。したがって、期待成分については、両効果を取り入れる。また、このように算出された両成分を合算することによって、中長期金利の理論値全体を計算する。

3. 5. 2 全期間推計の手順

前述のように補論3に示したモンテカルロ・シミュレーションを利用することにより、マクロファイナンス・モデルを所与とした場合には、ゼロ金利制約とゼロ金利コミットメントを勘案した中長期金利の理論値を算出可能である。したがって、モデル・パラメータの予想値を適当に与えれば、補論1で示した

いう分析を行っているのに対し、本稿では、 $\bar{\pi}$ の値をこのように先験的に設定した。なお、本稿でこうした分析方針を採った理由は、分析の主要な目的がコミットメントの効果の評価にあるわけではないことと、推計すべきモデルのパラメータが既に多数にのぼっていることにある。

²⁴ Oda and Ueda (2005)によれば、ゼロ金利コミットメントが中長期金利に与える効果は、主として、期待成分に効くと報告されており、リスクプレミアム成分に対する影響はほぼ無視できると考えられる。このため、本分析において、リスクプレミアム成分に対しシミュレーションを適用しない扱いとしても、大きな問題はないと考えられる。

尤度関数 ((A10)式) を算出することができる。このため、尤度関数を最大化するパラメータを探索することによって、最尤推計を実行することが原理的には可能である。しかし、実際には、多数のパラメータを含む大域的最適化問題を解くうえで、本分析のように計算負荷の大きいモンテカルロ・シミュレーションを組み入れることは困難である。そこで、本分析では、以下のような近似的な方法により推計を行った。

はじめに、3. 4節の予備推計の結果が全期間推計の近似になっていると考え、予備推計の結果を基に、補論3の手法で1999年以降の中長期金利を計算する。それらは、ゼロ金利制約とゼロ金利コミットメントの効果を勘案した計算であるが、それらの効果を勘案しない結果(2節の(20)式に基づく計算)との格差を計算し、「調整成分」と呼ぶことにする。定義により、この調整成分を(20)式の計算結果に加えれば、ゼロ金利制約とゼロ金利コミットメントの効果を勘案した計算結果となる。仮に、予備推計が全期間推計の良い近似になっているならば、予備推計の結果に基づき計算された調整成分と真の全期間推計の結果を基に計算される調整成分とは、大きく異ならないはずである。そこで、予備推計に基づく調整成分を固定して(20)式に加えたうえで、直近まで推計期間を延長して補論1の最尤推計を再実行した。推計上の諸設定については、3. 4節で示した設定を基本的に踏襲する。この再推計の結果に基づいて、前述の調整成分を改めて再計算したところ、予備推計に基づく調整成分とほぼ一致することが確認された。したがって、再推計の前提として予備推計に基づく調整成分を仮定したことは、推計上問題がなかったと考えられる²⁵。

3. 5. 3 全期間推計の結果

推計結果は、表2および表3に示した。モデル・パラメータは、それぞれ、モデル全体の中でどのパートに属しているかに応じて、マクロ構造パラメータ(総需要関数、総供給関数、金融政策ルールに現れるパラメータや、マクロ経済ショックの大きさに関するもの)、学習パラメータ、リスク価格パラメータ、に分類可能である。各分類について、全期間推計の結果の特徴点を整理すると以下のとおりである。

・学習メカニズムに関するパラメータをみると、均衡実質金利の学習を表す

²⁵ 仮に、再推計の結果に基づく調整成分が予備推計の基づく調整成分と有意に乖離していたとしても、この再推計の手順を繰り返すことで最終的な推計結果を得ることができる。すなわち、再推計結果に基づき新たに計算した調整成分を基に、直近までの推計期間で最尤推計を再び実行し、その結果に基づく調整成分が、直前の調整成分とほぼ一致することが確認できれば良い。それらが一致した段階では、逐次接近的な推計が収束したと判断できるため、その結果を全期間推計の最終結果とみなすことが可能である。

パラメータは $\nu \cong 0.0237$ と推計され、学習の強さがある程度大きく、統計的にも有意であることが分かった。一方、均衡インフレ率については、学習を表すパラメータは $\xi \cong 0.00477$ と小さく、統計的にも有意ではなかった。また、均衡インフレ率が実績インフレ率に依存する程度を表すパラメータは、統計的には有意であったが、その大きさは $\theta \cong 0.00484$ と小さかった。これらの分析結果に関しては、日本については比較の対象となる先行研究が存在しないが、米国については先行研究がある。例えば Gurkaynak, Sack, and Swanson (2005)は、インパルス応答関数の分析に基づくカリブレーションとして、 $\theta \cong 0.02$ 、 $\xi \cong 0.1$ というパラメータを示唆している。それを踏まえると、米国に比べ日本では、均衡インフレ率に対する認識が相対的に安定していた——学習による均衡インフレ率の変化が相対的に小さかった——と理解可能である。なお、推計された均衡実質金利と均衡インフレ率の推移は、それぞれ図5と図6に示したが、その内容については4.1節で考察する。

- ・マクロ構造パラメータについては、総需要関数、総供給関数ともに、慣性の強さ (μ と δ) が概ね 0.5 である。政策ルールについては、インフレ・ギャップに対する反応係数が 1 を上回っており、テイラー原理が満たされている。なお、マクロ構造パラメータは、いずれも統計的にも有意であった。
- ・均衡実質金利に関連するパラメータをみると、定数項である主観的割引率 (ρ) は、年率で約 0.05% (月率 0.0038%) と極めて小さく推計され、統計的にも有意に正とは言えないという結果になった。一方、均衡実質金利に対する潜在成長率トレンドの係数 (σ^{-1}) は、0.46 と比較的小さく推定された ($\sigma = 2.17$)。
- ・リスク価格パラメータについては、個々の要素について経済的な意味付けを持たせるのは困難であるが、リスク価格全体が一つのアフィン関数で表されるというモデルの枠組みの中で、これらのパラメータ・セットが適切なリスクプレミアム成分を与えていると解釈できる。
- ・全期間推計と予備推計の結果を比較すると、リスク価格パラメータを除き、ほとんどの主要パラメータは、両者で大きくは異なる。したがって、推計期間の延長に伴い、言わば、推計上の精緻化が行われたとの解釈が可能である。

なお、全期間推計に基づくマクロファイナンス・モデルの性質を調べるために、経済ショックに対するインパルス応答を計算した。図7は、定常状態を初期値として、4種類の経済ショック(需要ショック、供給ショック、政策ショック、生産性ショック)がそれぞれ $+1\sigma$ の大きさで発生した場合の各マクロ変数の応答関数を示した。これをみると、ニュー・ケインジアン型の小規模マクロ・モデル等で観察される典型的な波及メカニズムが現れていることを確認

できる。このほか、同様の経済ショックに対して、中長期金利がどう応答するかも計算したが（図 11）、これについて 4. 4 節で考察する。

4. モデル分析に基づくインプリケーション

4. 1 均衡実質金利と均衡インフレ率の推計結果

マクローファイナンス・モデルの推計結果を踏まえると、(16)式と(9)式に基づき、均衡実質金利と均衡インフレ率の推移をそれぞれ算出することができる（図 5、図 6）²⁶。

はじめに、図 5 の均衡実質金利をみると、バブル期の 1989 年後半には約 2% の水準にあったが、その後徐々に低下を続け、2003 年中に最低値（約 0.5%）を記録した後、極めて緩やかながらも上昇に転じて最近（2006 年 5 月）では約 0.6% となっている。こうした推移は、短期的な景気循環を反映するものではないが、日本の経済成長の中長期的な変遷と概ね一致していると考えられる。また、推計期間中の最高値と最低値の差は約 1.5%ポイントであるが、これは、この間の長期金利（10 年物）の最高・最低金利の差（約 7%）を部分的に説明するものである。

なお、推計された均衡実質金利の動きは、1990 年代の日本経済の低成長化の動きと整合的であるが、その絶対水準については、全体として、直観的なレベル感よりやや低いようにも思われる。推計値の水準が低い理由は、既に述べたように、均衡実質金利と潜在成長率トレンドの関係式（(10)式）に現れるパラメータ σ^{-1} が 0.46 と小さめに推定されたことと、主観的割引率 ρ も約 0.05% と小さく推計されたことにある。ちなみに、均衡実質金利の推計結果を(10)式により潜在成長率の推計値として書き換えてみると、1989 年後半には約 4%であったが、その後徐々に低下して 2003 年中に約 1%と最低値を記録し、直近（2006 年 5 月）では約 1.3%と推計されている。この推移と水準感は、均衡実質金利に比べ、景気実感との乖離が小さいように思われる。

ところで、パラメータ σ^{-1} については、マクロ経済理論の視点からは 1 に一致しなければならないという考え方もあるほか²⁷、経済分析の実務においても先験

²⁶ (16)式も(9)式も逐次的な関係式であるから、初期時点における均衡実質金利と均衡インフレ率を設定する必要がある。本稿では、推計期間の始点である 89 年 10 月を始点として、潜在成長率を 4.1%、均衡インフレ率を 1.2%と設定したが、その理由については、3. 4 節を参照。

²⁷ 経済が定常的な成長経路を辿る場合を考えると、労働供給が一定であるもとで、労働の限界生産性が定率成長することになる。このような状態が実現するには、生産性上昇の労

的にこれを1と仮定する場合がある²⁸。その場合には、主観的割引率の寄与を除けば、潜在成長率の動きと均衡実質金利の動きが一致することになる。本推計では、そのような場合と異なり $\sigma^{-1}=0.46$ という推計結果を得た。これは、日本の金利データとマクロ・データの両者を合理的に説明するうえでは——換言すれば、長期金利の低さと現実の経済成長力を整合的に説明するうえでは——この程度の「弱い関係」を想定する必要があるということである。市場における金利形成の合理性を前提とした場合に、このように直観よりやや低めの均衡実質金利が推計されることは、本分析による発見の一つである。

一方、図6の均衡インフレ率については、1989年後半には約1.2%であったが、その後非常に緩やかに上昇して1993年中に約1.4%と最高値を記録し、それ以降は極めて緩やかに低下して最近では最低値の約0.6%と推計されている²⁹。推計期間中の最高値と最低値の差は約0.8%ポイントであるが、これは均衡実質金利の最高値・最低値の差（約1.5%ポイント）の約半分である。その意味で、均衡インフレ率に関する市場の認識は、均衡実質金利や潜在成長率に比べ、相対的に安定して推移してきたと評価できる。また、推計期間中の長期金利の低下を説明するうえでも、均衡インフレ率の変化より均衡実質金利の変化に帰する部分が相対的に大きいと評価できる。

このような結果は、3.5.3節で述べたように、米国と比較しても日本の均衡インフレ率が安定的であることとも整合的である。また、均衡インフレ率だけでなく均衡実質金利にも可変性を許容することが本稿の分析上の特徴であることを冒頭に指摘したが、そうした方針に意味があったことが裏付けられたとも言える。

働時間に対する所得効果と代替効果が互いに相殺し合う必要がある。その条件を満たす効用関数は、特定の関数に限定されることが知られており（King, Plosser, and Rebelo [1988]）、さらに、本稿のように総需要関数（IS 曲線）が労働市場から独立して記述可能となるには、効用関数について消費と労働が加法的に分離可能である必要がある。これらの条件を満たすには、消費の異時点間代替率 σ が1となり、効用関数が消費について対数関数形で記述される必要があることが知られている。

²⁸ この仮定は、経済主体の効用関数が消費について対数関数となっていることを意味する。

²⁹ 日本銀行は2006年3月9日、「新たな金融政策運営の枠組みについて」と題する文書を公表し、その時点における政策委員の「中長期的な物価安定の理解」が消費者物価指数の前年比でみて0~2%程度にあること、また委員の中心値は概ね1%前後に分散していることを明らかにした。本分析の推計期間の大部分は、この公表以前の時期が対象となっているが、結果的には、推計された均衡インフレ率の推移は常に、「中長期的な物価安定の理解」として示されたレンジの中に入っていたことになる。

4. 2 中長期金利の要因分解とその推移

4. 2. 1 期待成分・リスクプレミアム成分の要因分解

次に、推定された中長期金利（6 か月物、3 年物、5 年物、10 年物）について考察する。図 8 は、各金利について、市場金利（折れ線グラフ）と理論金利の期待成分・リスクプレミアム成分³⁰の推計結果（積上げ棒グラフ）をそれぞれ表示している。

まず、金利の年限毎に特徴をみると、6 か月物金利については、期間を通じてリスクプレミアム成分がほとんどなく、理論金利のほぼ全てが期待成分となっている。これは、先行き 6 か月間程度であれば、足許の短期金利など、観察時点で得られる情報によってある程度確実に金利経路を見通すことが可能であり、その意味で不確実性が小さいと認識されているためと考えられる。一方、3 年物以上の金利については、全ての時点においてリスクプレミアム成分が有意に存在している。

例えば、1990 年頃のバブル期に注目すると、期待成分の大きさは、10 年物が最も小さく 6 か月物が最も大きいという順になっている。これは当時の高成長・高金利が均衡成長・均衡金利を上回っていると認識されていたためと考えられる。逆に、量的緩和下の 2001 年から 2005 年にかけてみると、期待成分の大きさは、10 年物が最も大きく 6 か月物が最も小さいという順になっている。これは当時の低成長・低金利が均衡成長・均衡金利を下回っていると認識されていたためと考えられる。一方、リスクプレミアム成分については、概ねどの時期においても、10 年物が最も大きく 6 か月物が最も小さいという順になっている。これは、均衡から乖離した経済状態が均衡状態に向けて回帰していく過程について、先行き長期になるほど不確実性が強く認識されるためと考えられる。

次に、推計期間中の推移について特徴をみるために、10 年物金利の動きに着目する。1990 年代前半には、10 年物の理論金利全体の半分強が期待成分、半分弱がリスクプレミアム成分という構成になっている。いずれの成分も、91 年初にピークとなった後、2002 年頃まで緩やかに低下基調を辿っている。やや細かくみると、95 年頃から後は、期待成分の低下幅は限定的であるのに対し、リスクプレミアム成分は趨勢的に低下を続けている。その結果、2002 年頃には、理論金利全体に占めるリスクプレミアム成分の割合は、3 分の 1 程度にまで低下している。こうした推移をみると、1990 年台初期から 2000 年代前半にかけての長期金利の趨勢的な低下の要因として、4. 1 節でみたように均衡金利（均衡実

³⁰ 中長期金利の期待成分およびリスクプレミアム成分の定義については、2. 3 節を参照。

質金利と均衡インフレ率)が低下傾向を辿ったことのほか、デフインフレと低成長が続いて来た中で将来の景気変動や物価変動に関する不確実性が小さく認識されるようになりリスクプレミアムが縮小したことも効いていると考えられる。なお、10年物のリスクプレミアム成分は、2002年頃に0.5%程度となった後は、最近までほぼ同じ大きさのまま不変である。このため、2002年頃以降の長期金利の変動は、主に期待成分の動きを反映し、景気の回復に伴ってごく緩やかながら上昇する形となっている。この時期にリスクプレミアムが低水準で安定していることは、10年物金利だけでなく5年物金利や3年物金利(そして6か月物金利)についても当てはまる。その理由については、ゼロ金利制約やゼロ金利コミットメントの存在により、先行きの短期金利のボラティリティが極端に低下し、リスクプレミアムが低下可能な下限付近に近づいた可能性もあるのではないかと思われる。

4. 2. 2 金利の期待成分の成分分解

本節では、中長期金利の期待成分に焦点を当て、それをさらに成分分解することによって、推計期間中の推移を分析する。成分分解の結果は、金利毎に、図9の(1)~(4)に示した。成分分解の方法は、2. 3節でみたように中長期金利および同期期待成分が(20)式によって示されることを踏まえ、(20)式右辺に現れる各項が原則として一つの「成分」と考える。すなわち、 $x_t B_{1j} / j$ はGDPギャップ成分、 $\pi_t B_{2j} / j$ はインフレ率成分、 $i_t B_{3j} / j$ は短期金利成分であり、それぞれ、観察時点でのマクロ変数が中長期金利に与える寄与を表す。 $\tilde{r}_t^n B_{4j} / j + \Delta y_t^n B_{6j} / j$ は均衡実質金利成分³¹、 $\tilde{\pi}_t^* B_{5j} / j$ は均衡インフレ率成分であり、それぞれ、観察時点における均衡状態についての認識が中長期金利に与える寄与を表す。 A_j / j は、主として主観的割引率(ρ)に対応する定数成分であるが、 ρ がほぼゼロと推計されたためこの成分もほぼゼロであり、図9の中では表示を省略した。また、図9では、1999年以降について、上記成分のほかにゼロ制約成分およびコミットメント成分も表示している。両成分は、ゼロ金利制約等を勘案していない(20)式の中には存在しないが、3. 5. 1節で述べたように、1999年以降はモンテカルロ・シミュレーションを利用することによって両効果を取り入れて理論金利を計算した。具体的な定義については、ゼロ制約成分は、ゼロ金利制約を勘案しゼロ金利コミットメントは勘案しない場合にシミュレーションによって計算される理論金利から、両者を勘案しない理論金利((20)式)を差し引いた成分(正)である。また、コミットメント成分は、ゼロ

³¹ 潜在成長率は、本モデルの中では、均衡実質金利に対する認識の変化として中長期金利に影響を与えるため、均衡実質金利成分と合わせて扱うことにした。

金利制約もゼロ金利コミットメントも勘案する場合にシミュレーションによって計算される理論金利から、ゼロ金利制約を勘案しゼロ金利コミットメントは勘案しない場合の理論金利を差し引いた成分（負）である。

図9について、まず、ゼロ金利に直面する1999年以前の時期に着目して、各金利の特徴を見てみよう。6か月物金利では、4.2.1節でも予想したように、短期金利成分の寄与が極めて大きい。このほかに、GDPギャップ成分、インフレ率成分、均衡実質金利成分が少しずつ寄与しているが、均衡インフレ率成分からはほとんど寄与がない。一方、10年物金利では、短期金利成分からの寄与はほとんどないのに対し、均衡実質金利成分と均衡インフレ率成分の寄与が極めて大きい。これらにGDPギャップ成分が多少加わる形で、10年物金利の大部分を説明可能である。特に、均衡実質金利成分については、推計期間中の変動幅が他の成分に比べて相対的に大きく、10年物の理論金利の推移の多くは、均衡実質金利成分の動きによって説明できる。なお、3年物と5年物金利は、上記の6か月物金利と10年物金利の中間的な性質——相対的には、10年物金利にやや近い性質——を示している。例えば、金利の年限が長くなるにつれて、均衡実質金利や均衡インフレ率の寄与が大きくなり、短期金利成分の寄与が小さくなっている。

この時期の各成分の動きに着目すると、まずGDPギャップ成分は、6か月物および10年物金利における寄与は最大でも0.5%程度（3年物、5年物では最大で1%程度）と大きくはないものの、2～3年前後の周期性をもった短期的な景気循環を反映した金利変動を明確に表している。インフレ率成分については、6か月物金利では多少の寄与がみられるものの、金利の年限が長期化するにつれて寄与が小さくなり、10年物金利ではほとんど寄与が見られない。これは、長期金利が形成されるうえでは、足許のインフレ率はほとんど関係がなく、均衡インフレ率がどう認識されているかの方が重要視されているためと考えられる。

次に、ゼロ金利に直面した1999年以降の時期に着目しよう。まず、6か月物金利については、政策金利がゼロに張り付いた状況のもとで、短期金利成分が消滅した。これに伴い、ゼロ制約成分が最大で0.5%程度と正に寄与している。コミットメント成分はゼロ金利期前半では極めて小さいが、2003年以降に景気が回復に転ずるにつれて緩やかに大きくなっている。GDPギャップ成分は1990年代と同様に最大で0.5%程度の大きさで、2～3年周期の振幅を描いている。インフレ率成分については、デフレ幅が最大であった2001～02年頃にマイナス寄与となって現れている。一方、この時期の10年物金利については、ゼロ金利期以前の特徴とさほど変わらず、均衡実質金利と均衡インフレ率によって大部分を説明することが可能である。ゼロ制約成分とコミットメント成分の寄与は、限定的である。3年物および5年物金利については、GDPギャップ成分の寄与

が比較的大きいことを除けば、6 か月物と 10 年物金利の中間的な性質を示している。

4. 3 「ゼロ金利コミットメント」の効果

図 10 は、ゼロ金利政策期（1999 年 4 月から 2000 年 8 月まで）および量的緩和政策期（2001 年 3 月から 2006 年 3 月まで）以降において、ゼロ金利コミットメントが中長期金利をどの程度押し下げたかを試算した結果である³²。具体的には、補論 3（1）に従いゼロ金利制約の存在は勘案しつつもゼロ金利コミットメントは想定しない場合の中長期金利を計算し、その結果から、補論 3（2）に従いゼロ金利コミットメントも勘案して計算された中長期金利（図 9）を差し引いた。

図 10 からは、以下の諸点を指摘可能である。

- ・ 3 年物、5 年物および 10 年物金利に対するゼロ金利コミットメントの効果をみると、量的緩和導入（2001 年 3 月）の後の方が、導入前よりも総じて効果が大きい（表 4 も参照）。この背景には、3. 5. 1 節で述べたように、ゼロ金利政策期（1999 年 4 月から 2000 年 8 月まで）のコミットメントについては解除に必要なインフレ率閾値が相対的に低く認識されていたのに対し、量的緩和期（2001 年 3 月から 2006 年 3 月まで）についてはインフレ率閾値が相対的に高く認識されていたと解釈したことがある³³。
- ・ ゼロ金利コミットメントの効果の大きさを 3 年物、5 年物および 10 年物金利の間で比較すると、金利の年限が短いほど、効果が大きい傾向がある。これは、ゼロ金利コミットメントがディスインフレの状況下では有意に効いていても、先行き経済が均衡に向かう過程ではいずれ効かなくなる可能性が高いためである。このような場合、長期の金利ほど、ゼロ金利コミットメントの効果が希薄化されて現れる。
- ・ 一方、6 か月物金利については、ゼロ金利コミットメントの効果が局面によって増減しており、他の金利のように一律に「ゼロ金利政策期よりも量的緩和政策期の方が効果が大きい」とは言えない。例えば、ゼロ金利政策期を

³² 本節の分析では、ゼロ金利コミットメントが一度解除された後でも、将来的に、過去のコミットメント発動時と同程度のディスインフレ的な物価情勢に再び陥る場合には、同様のゼロ金利コミットメントが再発動されると市場で認識されていることを仮定した。このため、図 10 では、ゼロ金利政策解除後および量的緩和解除後の各時期においても、将来的な再発動の可能性が残存している分だけ、ゼロ金利コミットメント効果が検出されている。

³³ 本稿では先験的にこのような設定を行ったが、Oda and Ueda (2005)の先行研究によれば、ゼロ金利解除の必要条件に対応する消費者物価インフレ率は、ゼロ金利政策期の方が量的緩和期よりも小さいと推計されると報告しており、本稿での設定と整合的である。

みると、その初期に比べ、景気回復が進んだ後期の方が、ゼロ金利コミットメント効果は相対的に大きい。同様の傾向は、量的緩和期にも当てはまる。表4では、量的緩和期を3つの局面に分類し、(1)不況期(01/3月～03/6月)、(2)底打ち期(03/7月～04/12月)、(3)回復期(05/1月～06/3月)ごとにゼロ金利コミットメントの効果の平均値を示している。これを見ると、不況期には効果が0.03%と極めて小さいが、底打ち期には0.10%、回復期には0.13%と、景気が回復するにつれて効果が大きくなっている。これは、不況が深刻な状況のもとでは、ゼロ金利コミットメントの有無にかかわらず、政策ルールを示す政策金利がゼロとなるため、ゼロ金利コミットメントの効果はほぼゼロと計算されることによる。これに対し、景気が回復するに従って、ゼロ金利コミットメント無かりし場合の政策金利が正に転化するため、ゼロ金利コミットメントの有無による政策金利の差が拡大し、ゼロ金利コミットメント効果が増大することとなる。なお、こうした傾向の度合いは、金利の年限が長期化するにしたがって相対的に小さくなるが、3年物、5年物、10年物金利についても僅かながら観察される。

- ・ 2006年入り後については、6か月物金利に対するゼロ金利コミットメントの効果は、急速に縮小した。これは、この時期以降にインフレ率が正に転化したため、先行き6か月間のタイム・ホライズンでは、ゼロ金利コミットメントが効果を発揮する可能性が小さいという認識が広がったためと考えられる。一方、3年物、5年物、10年物金利については、2006年入り後も、ゼロ金利コミットメントの効果は顕著には低下していない。これらは、金利がある程度長期になると、一度デフレを脱却しても、将来再びデフレに陥るような局面で再度ゼロ金利コミットメントが発動されて効果が発生するという可能性を織り込んでいるためと考えられる。このような可能性は、6か月程度の短期間では認識されていない。

4. 4 中長期金利に対するインパルス応答

マクロ構造モデルの実証分析では、しばしば、各種のマクロ経済ショックに対してマクロの内生変数がどのように応答するかが分析される。それと同様に、本マクロファイナンス・モデルを利用すると、マクロ経済ショックに対して、中長期金利がどのように応答するかを調べることができる。図11は、4通りのマクロ経済ショック(需要ショック、供給ショック、政策ショック、生産性ショック)がそれぞれ $+1\sigma$ の大きさに発生した場合に、6か月物、3年物、5年物、10年物の各金利が、定常状態を始点としてどう応答するかを示したものである³⁴。

³⁴ 定常状態としては、均衡インフレ率および潜在成長率に関する市場の認識がそれぞれ1%、2%であると想定したうえで、通常のマクロ分析と同様に、GDPギャップがゼロ、インフレ

図 11 をみると、以下の諸点を指摘可能である。

- 需要ショックに対しては、いずれの中長期金利もラグを伴って緩やかに上昇し、1 年程度先でピークを迎えてから減衰していく。これは、図 7 で観察される短期金利 (i_t) の需要ショックに対するインパルス応答の性質と類似している。6 か月物のような比較的短い金利ではこの性質が強く残っているが、10 年物のような長期の金利では短期金利からの寄与が小さいため、インパルス応答の振幅も小さい。
- 供給ショックに対しては、そもそも短期金利 (i_t) のインパルス応答が小さいことを反映して、中長期金利のインパルス応答の振幅も比較的小さい。また、政策ショックに対しては、短期金利が上昇する一方で、GDP ギャップやインフレ率は低下する方向のインパルス応答が発生し、中長期的にはそれらが相殺される形で中長期金利に影響が及ぶため、中長期金利のインパルス応答の振幅は比較的小さい。
- 生産性ショックは、潜在成長率を恒久的に引き上げる効果がある。このため、ラグを伴いながらも均衡実質金利を徐々に上昇させ、中長期金利を恒久的に引き上げる。このような恒久的な金利引き上げ効果は、いずれの年限の金利についても発生する。
- 生産性ショック以外の 3 種類のショックに対しても、僅かではあるが、中長期金利が恒久的に引き上げられる効果が発生している。これは、経済ショックが一時的なものであっても、マクロ変数が変化の中で均衡インフレ率に関する認識が引き上げられるためである。初期ショックが消滅した後も、均衡インフレ率の変化は残存するため、中長期金利に対して影響が残ると考えられる。

以上は、本稿で推計されたマクローファイナンス・モデルを所与とした場合の金利の性質であるが、これが現実の金利の動きとどの程度合致しているかは興味深い。本稿では、この点のシステマティックな点検には立ち入らないが、簡単なイベント・スタディについて言及しておきたい。2006 年 8 月 25 日には、消費者物価指数の基準年が 2000 年から 2005 年に改定されたが、その改定に伴い、いわゆる指数バイアスの大きさも不連続に変化し、消費者物価指数（全国、除く生鮮食品）の前年比が約 0.5% 低下することとなった。事前に市場で予想されていた低下幅は約 0.3% であったため、基準改定の公表に伴い、-0.2% 程度の

率が均衡インフレ率に一致、政策金利（短期金利）が長期均衡値（=均衡インフレ率+均衡実質金利）に一致するという状態として定義した。定常状態においては、いずれの中長期金利も、期待成分が名目短期金利の長期均衡値となっていて同一であるが、リスクプレミアム成分は年限によって相異なるため、図 11 に示されたように、理論金利全体の定常値も年限によって相異なる。

サプライズが消費者物価指数に発生したと指摘された。本稿では、この -0.2% が予期せぬ価格ショックであったと仮定する。これは、 -2.2σ の価格ショックに相当しており、図 11 の結果を踏まえると、10 年物金利を最大で -0.08% 引き下げることになる。実際の 10 年物金利は、改定前日の 1.80% （8 月 24 日終値）から一週間後に 1.63% （8 月 31 日終値）でボトムをつけるまで、 -0.17% 低下した。したがって、このケースではモデルによって予想される低下幅の倍以上も長期金利が低下したことになる。これが、モデル誤差によるものか、あるいは市場のオーバー・シューティングであるかは、本稿では判断し切れない。ただ、少なくとも、マクロファイナンス・モデルが与えられれば、このようなインパルス応答分析が可能になるということは、有益であると言える。

5. 中長期金利に関する他の決定要因

図 8 をあらためて観察すると、いずれの金利についても、モデルに基づく理論金利と市場金利との乖離幅が、時期によってはかなり大きいことが分かる。例えば、バブル期の 1990 年には、金融引締めを反映して、いずれの金利とも、市場金利が理論金利を上回っている。これは、本モデルには、資産価格の高騰などを通じた経済の不安定性に金融政策がどう反応するかといったメカニズムが組み込まれていないためと考えられる。また、1994 年後半から 95 年初にかけても、市場金利が理論金利を上回っている。この時期は、「世界同時金利高」とも呼ばれた時期であり、国内の債券需給要因のほかに、海外金利との裁定という要因からも金利上昇圧力が発生した時期であると言われている。しかし、それらのメカニズムも、本モデルでは扱われていない。また、1995 年以降の低金利期には、特に 3 年物金利と 5 年物金利について、一貫して市場金利が理論金利を下回っている。この時期には、バブル崩壊後の資産価格デフレや金融システム不安など、本モデルに取り込まれていない様々な不況要因が存在したために、先行きの期待金利が相対的に低くなった可能性もある。このほか、本モデルの金融政策ルールにおいては、ゼロ金利制約によって金融政策の自由度が減少するコストを回避するために、ゼロ金利制約が無かりし場合に比べて相対的に金融緩和の程度を強くするという「予防的緩和」の考え方も取り入れられていない³⁵。仮に市場が「予防的緩和」の可能性を認識していたとすれば、その分、市場金利が理論金利を下回ることになる。

³⁵ 予防的緩和の考え方については、例えば Adam and Billi (2004) や Oda and Nagahata (2005) など多数の文献において、理論・実証の両面からその有用性が指摘されている。

モデル誤差の発生については、上記のように、局面毎に個別の説明が可能なケースもある。しかし、それ以外にも、推計期間全体として、有意なモデル誤差が観察されている。その理由としては、本稿で採用したモデルが比較的シンプルであるため、勘案し切れなかった要因が金利形成に重要な影響を与えた可能性も考えられる。そこで、本節では以下、モデルの誤差（理論金利と市場金利の乖離幅）を説明し得る要因として次の 6 種類の代理指標を採用し、10 年物金利のモデル誤差に対して回帰分析を行い、各代理指標の説明力の有無を検証する。モデル誤差の時系列は、市場金利から理論金利を差し引いたデータとして定義され、図 12 に示されたとおりである。

具体的には、次の代理指標を説明変数として回帰分析を実行する³⁶。

- (1) GDP 変化率のボラティリティ
- (2) CPI インフレ率のボラティリティ
- (3) 米国 10 年物金利
- (4) 株価ボラティリティ
- (5) 金利先物ボラティリティ
- (6) 10 年物国債利回りのボラティリティ

このうち、(1)と(2)はマクロ経済変数に関するボラティリティであり、(4)、(5)、(6)は金融資産価格に関するボラティリティである。データは相異なるが、いずれも、経済の不確実性に関する代理指標として機能し得ると考えられる。本稿のモデルでは、経済ショックの分散が一定値として推計されているため、局面によって不確実性が変化し得るという可能性が勘案されていないが、その制約を補う目的でこれらの指標を採用する。経済の不確実性が増大すれば、リスクプレミアム成分が増加して中長期金利が大きくなると見込まれる。市場金利が形成されるうえで、このメカニズムが有意であれば、回帰の係数は正になると予想される。一方、(3)については、米国の長期金利が上昇すると、米国経済が拡大したと解釈されて日本の外需の拡大も予想され、日本の景気、物価、金利に関する期待値が上方改訂される可能性がある。この場合には、中長期金利が上昇するため、回帰の係数は正になると考えられる。

回帰分析に当たっては、Rudebusch, Swanson, and Wu (2006)にならい、各説明変数を個別に単回帰するとともに、全説明変数を同時に取り入れた重回帰も行った³⁷。

単回帰の結果（表 5（1））をみると、符号条件を満たし、かつ統計的に有意

³⁶ 各代理変数の定義の詳細については、表 5 の注記を参照。

³⁷ 単回帰、重回帰とも、Rudebusch, Swanson, and Wu (2006)にならい、定数項付きで回帰分析を行った。

な説明変数は、CPI インフレ率のボラティリティ、米国 10 年物金利、金利先物ボラティリティ、10 年物国債利回りのボラティリティの 4 つである。また、重回帰の結果（表 5（2））をみると、符号条件を満たしている、かつ統計的に有意な説明変数は、米国 10 年物金利のみである。10 年物国債利回りのボラティリティは、符号条件を満たすが、統計的な有意性がやや不足している。これらの結果を踏まえると、本稿のマクロファイナンス・モデルの誤差は、米国長期金利と連関を持つ可能性が高い。これは、一般に「日米間で長期金利の相関が高い」と言われている経験則とも整合的である。この点をモデルに取り入れるには、マクロ構造モデルの部分を開放経済型に拡張することが考えられる。しかし、金融市場での内外金利の裁定取引が、短期的には実体経済の動きとやや乖離してなされる可能性があるとするれば、それを系統的にモデルに取り入れるのは容易ではないという問題もある。いずれにせよ、海外金利との連関をどう扱うかは、今後の課題である。

なお、Rudebusch, Swanson, and Wu (2006)は、米国を対象とした彼らのマクロファイナンス・モデルを利用して、米国 10 年物金利を対象に本節と類似の回帰分析を行っている。その結果、モデル誤差に対して最も説明力が高いのは、長期金利のインプライド・ボラティリティであるという結論を示した³⁸。本稿でも、長期金利のボラティリティは、符号条件を満たすとともに t 値が 1.01 であり、米国 10 年物金利に次ぐ説明力を有している。その意味では、Rudebusch, Swanson, and Wu (2006)の結果とある程度整合的である。モデル誤差に対して長期金利のボラティリティが説明力を持つのであれば、マクロファイナンス・モデルの定式化に当たって経済ショックを可変にすることも考えられる。ただ、この場合には、モデルのパラメータが増えて推計が困難になるという問題とのトレードオフが発生する。

6. おわりに

本稿では、日本のマクロ経済と金利の期間構造を対象としてマクロファイナンス・モデルを推計したうえで、中長期金利の推移や金融政策の影響に関する分析を行った。

モデルの構築に当たっては、標準的なニュー・ケインジアン型の小規模マクロ構造モデルと金利形成に関するアフィン拡散モデルの組み合わせを基本とし

³⁸ Rudebusch, Swanson, and Wu (2006)は、モデル誤差の説明変数として海外金利は採用していない。

つつ、シンプルな学習メカニズムを組み込んだ。学習の内容は、均衡インフレ率と均衡実質金利について、経済主体の認識がマクロ経済の実績を踏まえて每期更新されていくというものである。均衡インフレ率についてこのような学習を想定した先行研究は日本以外に多数あるが、均衡実質金利にも類似の学習を想定した分析は、本稿に固有のものである。このような均衡実質金利の可変性は、1980年代末以降の日本の長期金利の低下を説明するうえで重要である。推計に当たっては、日本の月次GDPを独自に推計したうえで、月次ベースのデータにより最尤推計を実行した。また、1999年以降のゼロ金利制約やゼロ金利コミットメントの影響も近似的に勘案した。

理論面・推計面で以上のような設定を行った結果、日本のデータに即した形で、マクロファイナンス・モデルが推計できることが示された。また、推計期間中における中長期金利の推移についても、推計されたモデルに基づき金利を各種成分に分解して分析を加えることによって、理解を深めることが可能となった。

主な分析結果を整理すると、米国と異なり日本では、推計期間中における均衡インフレ率の変化は比較的緩やかなものにとどまった一方、均衡実質金利の変化は相対的に大きかった。長期金利の推移という視点でも、均衡実質金利の変化に由来する影響が最も大きかったが、それらのほか、景気循環に伴うGDPギャップ、インフレ率、短期金利の変化なども、金利の推移に反映されてきたことが確認された。また、1999年以降には、ゼロ金利制約の存在や日本銀行によるゼロ金利コミットメントも、中長期金利に有意な影響を及ぼしたとの結果を得た。モデル誤差の分析からは、日本の中長期金利が米国の長期金利の動向から有意に影響を受けている可能性が示唆された。本稿の冒頭には、分析の問題意識として、「日本の長期金利が極めて低い水準にあることを経済合理的に説明可能か」という問いを掲げたが、本稿のマクロファイナンス・モデルは、長期金利の推移を一応は合理的に説明できたと言える。

ただし、この結論には若干の留保が必要である。そもそもマクロファイナンス・モデルの推計とは、マクロ・データだけでなく市場データ——本稿では中長期金利のデータ——とも整合的なモデル・パラメータを見つけ出す作業である。したがって、推計結果の現実妥当性が確認できて初めて、そのモデルにより長期金利の推移を合理的に説明できたと結論付けられるわけである。本稿の推計結果を振り返ると、ほぼ全てのパラメータ推計値は、先行研究に照らして違和感のない内容であった。ただ、4.1節で指摘したように、均衡実質金利と潜在成長率トレンドを結びつけるパラメータ(σ^{-1})と主観的割引率については、直観より小さい値となった。この結果は、日本の長期金利の低さを説明するための「皺」がこれらの推計値に寄せられた可能性を排除できないこと

を示唆するのかもしれない。

本稿の分析から得られた主な結果は上記のとおりであり、当初の問いに対しては、断定的な回答にまでは至っていない。本稿の貢献の一つは、回答に向けての具体的な材料を提供したことであろう。また、より基礎的な貢献として、標準的なマクロファイナンス分析を日本に適用するための枠組みや道具を呈示したことを指摘可能である。もちろん、本稿で示した推計には、課題も残されている。例えば、日本の金利が米国の長期金利から影響を受けることをモデルに内生化するには、マクロ構造モデルのパートを開放経済型に拡張することが考えられる。このように、一段と応用的な分析を進めて政策含意を引き出していくことは、今後の課題として残されている。

補論 1 モデルの状態空間表現と尤度関数の導出

補論 1 では、マクロファイナンス・モデルの動学を状態空間表現によって記述したうえで、推計に必要な尤度関数を導出する。

マクロファイナンス・モデルの中で、マクロ構造モデルのパートは、2. 1 節で導出した(1')、(2)、(3)式から成る。これに、可変的な均衡実質金利と均衡インフレ率の学習過程等に関する(9)、(13)、(16)式を加えることによって、モデル全体を状態空間表現することができる。そのためには、まず、状態空間 Y_t を

$$Y_t = (x_t \quad \pi_t \quad i_t \quad \tilde{r}_t^n \quad \tilde{\pi}_t^* \quad \Delta y_t^n \quad E_t x_{t+1} \quad E_t \pi_{t+1})' \quad (\text{A1})$$

と定義すると便利である。この場合、 Y_t で表現したマクロ構造の動学は、

$$\Gamma_0 Y_t = c + \Gamma_1 Y_{t-1} + \Psi \varepsilon_t + \Pi \eta_t \quad (\text{A2})$$

と表すことができる。ただし、(A2)式中のベクトルおよび行列は、以下のとおりである。

$$\varepsilon_t' = (\varepsilon_t^{IS} \quad \varepsilon_t^{AS} \quad \varepsilon_t^{MP} \quad \varepsilon_t^{\Delta PG})$$

$$\eta_t' = (x_t - E_{t-1} x_t \quad \pi_t - E_{t-1} \pi_t)$$

$$c' = (0 \quad 0 \quad 0 \quad \rho v \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$$

$$\varepsilon_t^{IS} \sim N(0, \sigma^{IS}), \quad \varepsilon_t^{AS} \sim N(0, \sigma^{AS}), \quad \varepsilon_t^{MP} \sim N(0, \sigma^{MP}), \quad \varepsilon_t^{\Delta PG} \sim N(0, \sigma^{\Delta PG})$$

$$\Gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & (2\mu-1)\sigma & -(2\mu-1)\sigma & 0 & 0 & -\mu & -(2\mu-1)\sigma \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta \\ 0 & 0 & 1 & -(1-\gamma) & -(1-\gamma)(1-\phi_\pi) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\sigma^{-1}v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \xi & -\xi(1-\gamma) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \Psi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma_1 = \begin{pmatrix} 1-\mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\delta & 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 & 0 & 0 & (1-\gamma)\phi_x & (1-\gamma)\phi_\pi \\ 0 & 0 & 0 & 1-v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta & \xi\gamma & 0 & 1-\theta+\xi(1-\gamma)(1-\phi_\pi) & 0 & \xi(1-\gamma)\phi_x & \xi(1-\gamma)\phi_\pi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \kappa & 0 \\ (1-\gamma)\phi_x & (1-\gamma)\phi_\pi \\ 0 & 0 \\ \xi(1-\gamma)\phi_x & \xi(1-\gamma)\phi_\pi \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

尤度関数を導出するには、(A2)式中の期待変数を解いて、縮約型 (reduced 型) モデルに変換する必要がある。本稿では、Sims (2002)のアルゴリズムによって (A2)式を次の(A3)式に変換する。

$$Y_t = C + \Gamma Y_{t-1} + \Omega \varepsilon_t \quad (\text{A3})$$

(A3)式中に現れるベクトル C 、行列 Γ 、 Ω は、(A2)式中の係数行列・ベクトルが与えられれば、一定の条件を満たす限り、数值的に計算可能である。

次に、2. 1. 3節で定義した状態ベクトル F_t を導入する。

$$F_t \equiv (x_t, \pi_t, i_t, \tilde{r}_t^n, \tilde{\pi}_t^*, \Delta y_t^n)' \quad (\text{A4})$$

F_t は Y_t の部分ベクトルであるから、 F_t の動学は、(A3)式の一部を抽出することにより、

$$F_t = C^F + \psi F_{t-1} + \Sigma \varepsilon_t \quad (\text{A5})$$

と記述できる。ただし、(A5)式の係数ベクトル C^F と係数行列 ψ 、 Σ は、それぞれ、(A3)式右辺の係数ベクトル C および係数行列 Γ 、 Ω の上部 6 行を取り出し下部 2 行を除去したベクトル・行列である。

ここからは、2. 1. 3節で説明したファイナンス・モデルのパートを状態空間に取り入れる。このために、観測可能変数から成るベクトルとして、新たに、

$$z_t \equiv (x_t, \pi_t, \Delta y_t^n, R_t)' \quad (\text{A6})$$

を定義する。ただし、 $R_t \equiv (i_t, i_{6,t}, i_{36,t}, i_{60,t}, i_{120,t})'$ は、時点 t における金利の期間構造の観測データを表す。ここで、 i_t は、時点 t の 1 か月物金利であり、政策金利の代理変数、 $i_{j,t}$ は時点 t の j か月物金利である ($j > 1$)。この z_t の動学メカニズムは、(A5)式と 2. 1. 3節の(20)、(21)式を組み合わせることにより、次のように記述できる。

$$z_t = C^z + \Gamma^z F_{t-1} + \Gamma^\alpha R_{t-1} + \Omega^z \zeta_t \quad (\text{A7})$$

ただし、 ζ_t は各種の経済ショックのほかに金利のモデル誤差 $\{\varepsilon_t^j\}$ のランダム項 $\{\mu_t^j\}$ も含む次のベクトルである。

$$\zeta_t \equiv (\varepsilon_t^{IS}, \varepsilon_t^{AS}, \varepsilon_t^{\Delta PG}, \varepsilon_t^{MP}, \mu_t^6, \mu_t^{36}, \mu_t^{60}, \mu_t^{120})' \quad (\text{A8})$$

ただし、 $\varepsilon_t^k \sim N(0, \sigma^k)$ 、 $\mu_t^j \sim N(0, \sigma^j)$ である。また、(A7)式の係数ベクトル C^z と係数行列 Γ^z 、 Γ^α 、 Ω^z は、それぞれ、次のように定義される。

$$C^z = \begin{pmatrix} C_1^F \\ C_2^F \\ C_6^F \\ C_3^F \\ (1-\alpha_6)A_6/6 + B'_6/6 \cdot C^F \\ (1-\alpha_{36})A_{36}/36 + B'_{36}/36 \cdot C^F \\ (1-\alpha_{60})A_{60}/60 + B'_{60}/60 \cdot C^F \\ (1-\alpha_{120})A_{120}/120 + B'_{120}/120 \cdot C^F \end{pmatrix} \quad \Gamma^z = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_6 \\ \psi_3 \\ B'_6/6 \cdot \psi - \alpha_6 B'_6/6 \\ B'_{36}/36 \cdot \psi - \alpha_{36} B'_{36}/36 \\ B'_{60}/60 \cdot \psi - \alpha_{60} B'_{60}/60 \\ B'_{120}/120 \cdot \psi - \alpha_{120} B'_{120}/120 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma^\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{36} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{60} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{120} \end{pmatrix} \quad \Omega^z = \begin{pmatrix} \Sigma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Sigma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Sigma_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Sigma_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B'_6/6 \cdot \Sigma & 1 & 0 & 0 & 0 \\ B'_{36}/36 \cdot \Sigma & 0 & 1 & 0 & 0 \\ B'_{60}/60 \cdot \Sigma & 0 & 0 & 1 & 0 \\ B'_{120}/120 \cdot \Sigma & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

推計に必要な対数尤度関数は、(A7)式に現れる係数行列・ベクトルを所与とすれば、次のように計算できる。

まず、時点 $t-1$ までの情報を所与とした場合の時点 t の観測データ z_t に対する条件付き確率密度（対数值） llh_t は、

$$\begin{aligned} llh_t &= \log f_{z_t|z_{t-1}, \dots, z_1} (z_t|z_{t-1}, \dots, z_1; \theta) \\ &= -\frac{1}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log[\det(\Omega^z \Omega^{z'})] - \frac{1}{2} (z_t - C^z - \Gamma^z F_{t-1} - \Gamma^\alpha R_{t-1})' (\Omega^z \Omega^{z'})^{-1} (z_t - C^z - \Gamma^z F_{t-1} - \Gamma^\alpha R_{t-1}) \end{aligned} \quad (A9)$$

となる。これを使い、最終的な対数尤度関数は、次の(A10)式によって表される。

$$L_{z_t, z_{t-1}, \dots, z_2 | z_1} (z_t, z_{t-1}, \dots, z_2 | z_1; \theta) = \sum_{\tau=2}^t llh_\tau \quad (A10)$$

推計に当っては、この対数尤度関数を最大化するようなパラメータ・セット θ を最適化アルゴリズムによって数値的に探索する。ただし、本モデルでは、推計すべきパラメータが（カリブレーションした3つのパラメータを除いても）40個と多いため、最適化には慎重を期した。すなわち、局所的最適化のアルゴリズムではなく、グリッドサーチによって大域的最適化を行うことによって、初期値に依存した局所解に陥ってしまうことを回避した。

また、推計パラメータの標準誤差は、最尤ポイントにおけるヘシアン (Hessian) 行列の逆行列に基づき、数値計算によって算出した。

なお、モデルの推計結果については、表 2 および表 3 に示された各パラメータの推計値を(A2)式の係数行列に代入することによって、構造モデルの状態空間表現として記述することが可能である。この推計結果について、Sims (2002)のアルゴリズムにより縮役モデルに書き換えた表現を示すと、以下の係数ベクトル C^z と係数行列 Γ^z 、 Γ^α 、 Ω^z を(A7)式に代入したものとなる。

$$C^z = \begin{pmatrix} 0.014 \\ 0.024 \\ 0.000 \\ 0.004 \\ -0.005 \\ -0.041 \\ -0.129 \\ -0.424 \end{pmatrix} \times 10^{-4} \quad \Gamma^z = \begin{pmatrix} 0.958 & -0.004 & -0.082 & 0.044 & 0.086 & 0.017 \\ 0.097 & 0.894 & -0.060 & -0.002 & 0.166 & 0.029 \\ -0.000 & -0.000 & -0.000 & -0.000 & -0.000 & 1.000 \\ 0.033 & 0.103 & 0.906 & 0.084 & -0.010 & 0.005 \\ 0.062 & 0.105 & 0.096 & 0.108 & 0.041 & 0.024 \\ 0.034 & 0.014 & -0.039 & 0.031 & 0.071 & 0.031 \\ 0.028 & 0.018 & -0.024 & 0.036 & 0.099 & 0.045 \\ 0.023 & 0.026 & -0.009 & 0.054 & 0.212 & 0.075 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma^\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.756 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.967 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.942 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.887 \end{pmatrix} \quad \Omega^z = \begin{pmatrix} 0.410 & -0.001 & -0.012 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.041 & 0.138 & -0.009 & 0.002 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.000 & -0.000 & -0.000 & 0.062 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.014 & 0.016 & 0.136 & 0.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.057 & 0.038 & 0.101 & 0.004 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.047 & 0.040 & 0.035 & 0.030 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.029 & 0.032 & 0.026 & 0.035 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.016 & 0.027 & 0.018 & 0.036 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times 10^{-3}$$

なお、この計数は、(A7)式内の全ての内生変数を月次ベースで表示した場合のものである。

補論 2 月次 GDP の推定

(1) 月次 GDP の推定方法

本稿のように日本における中長期の市場金利データを利用して実証を行う場合、信頼度の高い金利データが 80 年代末以降にしか入手できないという制約がある。これは、それ以前の時期には公社債の流通市場が十分に発達していなかったためである。このため、マクロ経済分析で通常採用される四半期ベースのデータ分析を採用すると、十分なデータ量を確保できないという問題がある。そこで、本稿では、十分なデータ量を用意するため、四半期ベースでしか公表されていない実質 GDP の時系列データをモデルによって月次ベースに分解する作業を独自に行い、「月次 GDP」を作成した³⁹。

具体的には、GDP を構成する各需要項目ごとに、各項目との関係が強いと考えられる月次経済統計の動きを参照することにより、四半期 GDP を 3 つの月次データに分解する推計を行った⁴⁰。推計手法は、Bernanke, Gertler, and Watson (1997) の Appendix A において詳述されている手法にならない、状態空間表現されたモデルを推計することで、複数の参照統計に対するウェイトなどを求めた。

推計の結果は表 6 に示した。推定に当って参照したデータについても、GDP の各需要項目ごとに、表 6 に掲載した。これらのデータを選択するうえでは、内閣府が公表する「四半期別 GDP 速報 (QE)」や山澤・藤井(2000)、飯塚・川田(2002)の推計方法などを参考にした。表 6 の結果に基づいて作成した月次 GDP は、図 4 に示されている。

(2) 四半期時系列を円滑な月次時系列に分解する方法 (円滑分解法)

本方法では、次の 2 つの条件を課すことによって、四半期ベースの時系列 (フロー・データ) を月次ベースの時系列 (フロー・データ) に分解する。本稿では、この方法を「円滑分解法」と呼称する。

³⁹ GDP の月次化データについては、本稿で推計したもののほかにも、以前から社団法人日本経済研究センターが会員向けに作成している系列が存在する。例えば、飯塚・川田(2002)を参照。ただし、同データは、1994 年 1 月以降に限られているため、本稿での推定に使用するにはデータ量が不十分であるという事情があり、独自推計を行うこととした。

⁴⁰ ただし、GDP の各需要項目のうち、民間在庫品増加、政府最終消費支出、公的在庫品増加の 3 つについては、参照に適した月次経済統計が見当たらないことから、補論 2 (2) の円滑分解法によって、四半期ベースの実績値を月次系列に分解する扱いとした。これら 3 つの需要項目については、表 6 には記載していない。

- (i) 四半期ベースのデータ (x_t^Q) にそれぞれ対応する月次値 3 つ ($x_{3t}^M, x_{3t+1}^M, x_{3t+2}^M$) の和が等しい ($t=0, 1, 2, \dots$)。
- (ii) 月次時系列の曲率 (2次微分値) の自乗和が最小化されているという意味で、月次時系列の円滑さを担保する。

具体的には、以下の最小化問題を解くことによって、四半期時系列 (x_t^Q) から月次時系列 ($x_{3t}^M, x_{3t+1}^M, x_{3t+2}^M$) を算出する。

$$\min_{\{x_0, x_1, \dots\}} \sum_t [(x_{t+2}^M - x_{t+1}^M) - (x_{t+1}^M - x_t^M)]^2$$

$$\text{subject to } x_{3t}^M + x_{3t+1}^M + x_{3t+2}^M = x_t^Q \quad (t=0, 1, 2, \dots)$$

補論3 ゼロ金利期における中長期金利の理論値の導出

本補論では、(1)短期金利（政策金利）についてゼロ金利制約が存在することの効果と、(2)日本銀行が導入したゼロ金利コミットメントの効果を勘案しつつ、中長期金利の理論値を計算する方法を呈示する。これらの非線形な効果を取り入れようとする、厳密な意味でのアフィン・モデルの枠組みや無裁定理論の枠組みは崩れてしまう。ただし、以下の方法を利用すれば、マクロファイナンス・モデルを所与として、理論金利を近似的に算出することが可能である。

(1) ゼロ金利制約の存在を勘案した中長期金利の算出方法

2. 3節では、中長期金利の理論値が(20)式によって与えられることを説明したが、それは、ゼロ金利制約もゼロ金利コミットメントもないという条件下でしか正しくない。ここでは、まず、ゼロ金利制約が存在することの効果的近似的に勘案する方法を扱う。そのためには、無裁定価格理論の基本原則にさかのぼり、リスク中立確率下において、将来の短期金利の期待経路を算出することにより、中長期金利の理論値を算出する。この計算に当っては、将来の短期金利について、(3)式の政策ルールにゼロ金利制約を課す必要がある。この場合、モデルが非線形になることから期待値を解析的に計算できないため、モンテカルロ・シミュレーションを採用する。

ゼロ金利制約を勘案したシミュレーションの方法は、具体的には以下のとおりである。

モデルに従って先行きの経済経路に関するシミュレーションを行い、負の名目短期金利が出現した場合には、これを回避するために、シミュレーション経路上の当該時点にちょうど短期金利をゼロに戻すだけの正の金利ショックが発生したと解釈する⁴¹。これは、Reifschneider and Williams (1998)等の先行研究でも採用された方法である。具体的には、現実の確率下で $F_t = C^F + \psi F_{t-1} + \Sigma \varepsilon_t$ に沿っ

⁴¹ ただし、ゼロ金利制約を勘案する前の段階で、(3)式が示す名目短期金利が極めて大きく負に突っ込んだ場合には、例外的な扱いとして、危機的な経済情勢を救うために大規模な「財政発動」がなされると想定する。この場合の「財政発動」の景気刺激効果は、金融政策による効果に換算すると、実際にはゼロ制約に直面している名目短期金利を(3)式が示す負の金利に仮に引き下げた場合に得られる緩和効果と同一であると仮定する。この仮定は、Oda and Nagahata (2005)で採用されたものと同じである。この仮定を置かないと、シミュレーションにおいて極めて稀に発生する大不況の下で経済が発散経路に陥ってしまい、シミュレーション結果が非現実的な内容になってしまう。なお、「財政発動」の具体的な条件は、(3)式右辺において $(1-\gamma)$ が掛かった部分（テイラー・ルール該当部分）が-5.0%（年率）以下になる場合であると設定した。このように定義された「財政発動」は、シミュレーションのアルゴリズム上では、ゼロ金利制約が一時的に除去されたものとして処理される。

てシミュレーションを行い (F_t の第3要素が短期金利 i_t)、その過程で t 期にショック $\varepsilon_t = (\varepsilon_t^{IS}, \varepsilon_t^{AS}, \varepsilon_t^{MP}, \varepsilon_t^{PG})'$ が発生した結果として $i_t < 0$ となってしまう場合には、 t 期に追加的な正の金利ショック ($-\min(i_t, 0)/\Sigma_{3,3}$) が加わると考える。すなわち、 t 期のショックが $\varepsilon_t = (\varepsilon_t^{IS}, \varepsilon_t^{AS}, \varepsilon_t^{MP} - \min(i_t, 0)/\Sigma_{3,3}, \varepsilon_t^{PG})'$ であるものと修正したうえで、その先のシミュレーションに進む。シミュレーション回数分だけ、こうしてショックの流列 $\{\varepsilon_t\}$ を蓄積し、その後、以下のとおり、リスク中立確率下での期待値計算を行う。

時点 t における j か月物金利 $i_{j,t}$ の理論値 (リスクプレミアムを含む) は、基本的に、リスク中立確率下における足許 t 期から将来の $t+j-1$ 期までの期待短期金利 (1か月物) の平均値によって(A11)式のように与えられる⁴²。

$$i_{j,t} = \frac{1}{j} E_t^Q \left[\sum_{\tau=t}^{t+j-1} i_\tau \right] \quad (\text{A11})$$

この短期金利 i_t は、状態ベクトル F_t の一要素 (第3要素) であるから、 F_t の動学 (リスク中立確率下) を表す(A12)式に沿って、 F_t の将来の経路をリスク中立確率下でシミュレーションしたうえで平均値を計算すれば、期待値を求めることができる。すなわち、

$$\begin{aligned} F_t &= C^F + \psi F_{t-1} + \Sigma \varepsilon_t^Q \\ &= (C^F - \Sigma \lambda_0) + (\psi - \Sigma \lambda_1) F_{t-1} + \Sigma \varepsilon_t \end{aligned} \quad (\text{A12})$$

にしたがって、 $E_t^Q[i_\tau]$ ($t < \tau$) を計算すれば良い。その際は、負の金利を回避するように修正されたショック流列 $\{\varepsilon_t\}$ を(A12)式に適用して計算を行う。

なお、時点 t における j か月物金利 $i_{j,t}$ の期待成分 $i_{j,t}^{Exp}$ (リスクプレミアムを含まない成分) は、リスク中立確率でなく、現実の確率下における足許 t 期から将来の $t+j-1$ 期までの期待短期金利 (1か月物) の平均値として計算できる。

$$i_{j,t}^{Exp} = \frac{1}{j} E_t \left[\sum_{\tau=t}^{t+j-1} i_\tau \right] \quad (\text{A13})$$

ただし、(A13)式右辺に現れる短期金利 i_t は、状態ベクトル F_t の動学 (現実の確率下) を表す次式に従う。

$$F_t = C^F + \psi F_{t-1} + \Sigma \varepsilon_t \quad (\text{再掲:19})$$

また、中長期金利の理論値から期待成分を差し引いた成分をリスクプレミアム

⁴² (A11)式は、ショック・ベクトル ε_t が完全に多変量正規分布に従う場合には、2. 3節の(20)式の理論金利部分 (すなわち、右辺でモデル誤差 ε_t^j を除いた部分) と一致する (厳密には、一次近似の精度で一致する)。本補論では、ゼロ金利制約やゼロ金利コミットメントによって ε_t が正規分布から乖離するケースを扱うため、(20)式ではなく、(A11)式を使う。

成分と定義できる。

なお、3. 5節で説明したように、本稿のモデル推計では、リスクプレミアム成分についてはゼロ金利制約（およびゼロ金利コミットメント）の効果を勘案しない扱いをとった。このため、(A12)式は利用せず、中長期金利の期待成分に限ってこれらの効果を勘案するために、(A13)式を利用する。これに、2節の(20)式に基づくリスクプレミアム成分を合算して、中長期金利の理論値と考える。

（2）ゼロ金利コミットメントの効果も勘案した中長期金利の算出方法

3. 5節で述べたように、本稿では、ゼロ金利コミットメントについて、「(3)式の政策ルールが示す政策金利（名目短期金利）が正であった場合でも、前月のインフレ率が特定の閾値に満たないならば、政策金利をゼロとする」という内容でモデル化を行った。インフレ率の閾値（ $\bar{\pi}$ ）は、ゼロ金利政策期（1999年4月から2000年7月）には0.0%、量的緩和期（2001年3月から2006年3月）には0.5%であると認識されていたと想定した。

ゼロ金利コミットメントの効果とゼロ金利制約の存在を合わせて織り込んだ政策金利 i_t の動学は、(26)式および(3')式のとおりである。

$$\begin{cases} i_t = 0 & \text{if } \hat{i}_t < 0 \text{ or } \pi_{t-1} < \bar{\pi} \\ i_t = \hat{i}_t & \text{if } \hat{i}_t \geq 0 \text{ and } \pi_{t-1} \geq \bar{\pi} \end{cases} \quad (\text{再掲 26})$$

$$\text{ただし、} \hat{i}_t = \gamma i_{t-1} + (1-\gamma)[\tilde{r}_t^n + \tilde{\pi}_t^* + \phi_\pi(\pi_t - \tilde{\pi}_t^*) + \phi_x x_t] + \varepsilon_t^{MP} \quad (\text{再掲 3'})$$

この動学をモンテカルロ・シミュレーションに取り入れる方法は、(1)節で説明した手順を若干拡張するだけで良い。すなわち、モデルに従って先行きの経済経路に関するシミュレーションを行い、 $\hat{i}_t < 0$ または $\pi_{t-1} < \bar{\pi}$ となる時点が現れた場合には、当該時点にちょうど短期金利 i_t をゼロに戻すだけの金利ショックが追加的に発生したと解釈する。その結果、当該時点では $i_t = 0 \neq \hat{i}_t$ となり、修正されたショックの流列 $\{\varepsilon_t\}$ を蓄積して先のシミュレーションに進む。所要回数分だけシミュレーションを繰り返して、このショック流列を蓄積したうえで、リスク中立確率下での期待値計算を行うことにより、中長期金利の理論値を近似的に算出できる。また、リスク価格をゼロとして、主観的確率下で期待値計算を行うことにより、中長期金利の期待成分を算出することができる。本文中の分析では、(1)節でも述べたように、期待成分についてだけ、本シミュレーションを適用する。

以 上

参考文献

- 飯塚信夫・川田豊、2002、「月次 GDP の改訂」、研究報告 No. 97、社団法人日本経済研究センター
- 伊藤智・猪又祐輔・川本卓司・黒住卓司・高川泉・原尚子・平形尚久・峯岸誠、2006、「GDP ギャップと潜在成長率の新推計」、日銀レビュー2006-J-8、日本銀行
- 山澤成康・藤井智朗、2000、「月次 GDP の開発」、研究報告 No. 94、社団法人日本経済研究センター
- Adam, K., and R. M. Billi, 2004, “Optimal Monetary Policy under Discretion with a Zero Bound on Nominal Interest Rates,” ECB Working Paper Series, No. 380.
- Amato, J. D., and T. Laubach, 2003, “Rule-of-Thumb Behaviour and Monetary Policy,” *European Economic Review*, Vol. 47, pp. 791-831.
- Ang, A., S. Dong, and M. Piazzesi, 2005, “No-Arbitrage Taylor Rules,” Working paper, Columbia University.
- Ang, A., and M. Piazzesi, 2003, “A No-Arbitrage Vector Autoregression of Term Structure Dynamics with Macroeconomic and Latent Variables,” *Journal of Monetary Economics*, Vol. 50, No. 4, pp. 745-787.
- Bekaert, G., S. Cho, and A. Moreno, 2005, “New-Keynesian Macroeconomics and the Term Structure,” NBER Working Paper No. 11340.
- Bernanke, B. S., M. Gertler, and M. Watson, 1997, “Systematic Monetary Policy and the Effects of Oil Price Shocks,” *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol. 1, pp. 91-157.
- Bernanke, B. S., V. Reinhart, and B. Sack, 2004, “Monetary Policy Alternatives at the Zero Bound,” *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol. 2, pp. 1-100.
- Constantinides, G. M., 1992, “A Theory of the Nominal Term Structure of Interest Rates,” *Review of Financial Studies*, Vol. 5, pp. 531-553.
- Dai, Q., and K. J. Singleton, 2000, “Specification Analysis of Affine Term Structure Models,” *Journal of Finance*, Vol. 55, No. 5, pp. 1943-1978.
- Dewachter, H., and M. Lyrio, 2006, “Macro Factors and the Term Structure of Interest Rates,” *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 38, No. 1, pp. 119-140.
- Duffee, G. R., 2002, “Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models,” *Journal of Finance*, Vol. 57, pp. 405-443.

- Duffie, D., and R. Kan, 1996, "A Yield-Factor Model of Interest Rates," *Mathematical Finance*, Vol. 6, pp. 379-406.
- Fuhrer, J. C., 2000, "Habit Formation in Consumption and Its Implication for Monetary-Policy Models," *American Economic Review*, Vol. 90, pp. 367-390.
- Gurkaynak, R. T., B. Sack, and E. Swanson, 2005, "The Sensitivity of Long-Term Interest Rates to Economic News: Evidence and Implications for Macroeconomic Models," *American Economic Review*, Vol. 95, pp. 425-436.
- Hördahl, P., O. Tristani, and D. Vestin, 2006, "A Joint Econometric Model of Macroeconomic and Term Structure Dynamics," *Journal of Econometrics*, Vol. 131, No. 1-2, pp. 405-444.
- Ichiue, H., and Y. Ueno, 2006, "Monetary Policy and the Yield Curve at Zero Interest Rate: The Macro-Finance Model of Interest Rates as Options," Working Paper Series, No. 06-E-16, Bank of Japan.
- Kim, D. H., and J. H. Wright, 2005 "An Arbitrage-Free Three-Factor Term Structure Model and the Recent Behavior of Long-Term Yields and Distant-Horizon Forward Rates," Finance and Economics Discussion Series 2005-33, Federal Reserve Board.
- King, R. G., C. I. Plosser, and S. T. Rebelo, 1988, "Production, Growth and Business Cycles I. The Basic Neoclassical Model," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 21, pp. 195-232.
- Kozicki, S., and P. A. Tinsley, 2001, "Shifting Endpoints in the Term Structure of Interest Rates," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 47, pp. 613-652.
- Newey, W. K., and K. D. West, 1987, "A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix," *Econometrica*, Vol. 55, pp. 703-787.
- Oda, N., and T. Nagahata, 2005, "On the Function of the Zero Interest Rate Commitment: Monetary Policy Rules in the Presence of the Zero Lower Bound on Interest Rates," Working Paper Series, No. 05-E-1, Bank of Japan.
- Oda, N., and K. Ueda, 2005, "The Effects of the Bank of Japan's Zero Interest Rate Commitment and Quantitative Monetary Easing on the Yield Curve: A Macro-Finance Approach," CIRJE Discussion Paper Series, No. CIRJE-F-336, University of Tokyo (forthcoming in *Japan Economic Review*).
- Piazzesi, M., 2005, "Bond Yields and the Federal Reserve," *Journal of Political Economy*, Vol. 113, No. 2, pp. 311-344.
- Reifschneider, D., and J. C. Williams, 2000, "Three Lessons for Monetary Policy in a Low Inflation Era," *Journal of Money, Credit, and Banking*, Part 2, Vol. 32, No. 4, pp. 936-966.

- Rotemberg, J. J., and M. Woodford, 1997, "An Optimization-Based Econometric Model for the Evaluation of Monetary Policy," *NBER Macroeconomics Annual*, Vol. 12, pp. 297-346.
- Rudebusch, G. D., E. T. Swanson, and T. Wu, 2006, "The Bond Yield "Conundrum" from a Macro-Finance Perspective," Working paper, Federal Reserve Bank of San Francisco.
- Rudebusch, G. D., and T. Wu, 2005, "A Macro-Finance Model of the Term Structure, Monetary Policy, and the Economy," Working paper, Federal Reserve Bank of San Francisco.
- Sims, Christopher A., 2002, "Solving Linear Rational Expectations Models," *Computational Economics*, Vol. 20, No. 1, pp. 1-20.
- Taylor, J. B., 1993, "Discretion versus Policy Rules in Practice," *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, Vol. 39, pp. 195-214.
- Woodford, M., 2003, *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton University Press.

表2 最尤法によるマクロファイナンス・モデルの推計結果

		予備推計		全期間推計	
推計期間		1989年10月～1998年12月		1989年10月～2006年5月	
総需要関数 (1)、(1')式	μ	0.501	(0.0000109)	0.501	(0.00000918)
	$\hat{\sigma}$	0.00538 [#]	(-)	0.00538 [#]	(-)
	σ	2.32	(-)	2.17	(-)
総供給関数 (2)式	δ	0.509	(0.0154)	0.513	(0.00378)
	κ	0.00606 [#]	(-)	0.00606 [#]	(-)
金融政策ルール (3)式	γ	0.915 [#]	(-)	0.915 [#]	(-)
	ϕ_{π}	1.36	(0.457)	1.36	(0.0710)
	ϕ_x	0.303	(0.123)	0.268	(0.0233)
均衡実質金利の学習 (16)式	ν	0.0234	(0.0336)	0.0237	(0.00963)
	ρ	0.0000653	(0.000128)	0.0000381	(0.0000933)
均衡インフレ率の学習 (9)式	θ	0.000373	(0.0308)	0.00484	(0.00119)
	ξ	0.00731	(0.0607)	0.00477	(0.0142)
経済ショック (標準偏差)	σ^{IS}	0.000230	(0.0000255)	0.000214	(0.0000196)
	σ^{AS}	0.0000709	(0.0000313)	0.0000751	(0.00000682)
	σ^{MP}	0.000168	(0.0000207)	0.000137	(0.0000110)
	$\sigma^{\Delta PG}$	0.0000618	(0.00000955)	0.0000618	(0.00000955)
金利の計測誤差 ((21) 式の自己ラグ係数)	α_{6M}	0.952	(0.0613)	0.756	(0.0624)
	α_{3Y}	0.949	(0.0872)	0.967	(0.0366)
	α_{5Y}	0.908	(0.142)	0.942	(0.0447)
	α_{10Y}	0.883	(0.0960)	0.887	(0.0443)
金利の計測誤差 ((21) 式の攪乱項の標準 偏差)	σ^{6M}	0.000160	(0.0000192)	0.000139	(0.0000109)
	σ^{3Y}	0.000194	(0.0000243)	0.000163	(0.0000116)
	σ^{5Y}	0.000212	(0.0000237)	0.000183	(0.0000150)
	σ^{10Y}	0.000208	(0.0000289)	0.000170	(0.0000114)

(注) 1. 括弧内は、推計値の標準誤差を表す。

2. モデル推計には、上記パラメータのほかにリスク価格のパラメータが含まれる。
それらの推計結果については、表3を参照。

3. $\hat{\sigma}$ 、 κ および γ の数値(#印)は、最尤推計の結果ではなく、表1のGMM推計に
基づくカリブレーション。また、 σ は本文(5)式に基づき算出。

表3 最尤法によるマクロファイナンス・モデルのリスク価格の推計結果

(1) 予備推計 (1989年10月～1998年12月)

(24) 式 λ_0	(25) 式 λ_1					
-0.0475 (0.143)	708.6 (183.9)	0	0	0	0	0
0.167 (0.151)	0	823.5 (262.1)	0	0	0	0
-0.0417 (0.101)	0	0	-415.9 (78.7)	0	0	0
-0.0274 (0.114)	0	0	0	0	0	-139.6 (178.6)

(2) 全期間推計 (1989年10月～2006年5月)

(24) 式 λ_0	(25) 式 λ_1					
0.261 (0.0799)	488.2 (10.3)	-24.2 (6.05)	-360.9 (17.4)	0	0	-259.9 (22.6)
-0.198 (0.105)	38.5 (4.94)	-122.8 (15.9)	77.4 (14.6)	0	0	-48.9 (13.4)
-0.0158 (0.104)	-183.3 (33.1)	50.4 (3.57)	120.6 (15.3)	0	0	17.8 (16.3)
0.205 (0.0530)	445.5 (10.7)	197.2 (12.5)	-486.3 (14.2)	0	0	322.5 (27.9)

(注) 括弧内は、推計値の標準誤差を表わす。

表4 ゼロ金利コミットメントによる金利押し下げの効果

		(%)			
		6か月物金利	3年物金利	5年物金利	10年物金利
ゼロ金利期 (99/4月～00/7月)		0.05	0.02	0.03	0.01
ゼロ金利解除期 (00/8月～01/2月)		0.12	0.02	0.03	0.01
量的緩和期	不況期 (01/3月～03/6月)	0.03	0.08	0.09	0.04
	底打ち期 (03/7月～04/12月)	0.10	0.11	0.11	0.04
	回復期 (05/1月～06/3月)	0.13	0.15	0.13	0.05
量的緩和解除後 (06/4月～06/5月)		0.01	0.20	0.14	0.05

表5 モデル誤差に対する回帰分析の結果

(1) 単回帰分析

	係数	t 値	修正R ²
GDPボラティリティ	-0.39	-6.24	0.16
CPIボラティリティ	1.00	5.22	0.12
米国10年物金利	0.16	7.99	0.24
日経平均株価ボラティリティ	-0.09	-1.51	0.01
ユーロ円金先ボラティリティ	1.11	2.46	0.02
10年物国債利回りボラティリティ	1.72	3.29	0.05

(2) 重回帰分析

	係数	t 値
GDPボラティリティ	-0.19	-2.94
CPIボラティリティ	0.11	0.38
米国10年物金利	0.18	6.08
日経平均株価ボラティリティ	-0.02	-0.43
ユーロ円金先ボラティリティ	-2.02	-3.51
10年物国債利回りボラティリティ	0.60	1.01
修正R ²	0.33	

- (注) 1. GDPおよびCPIのボラティリティは、それぞれの月次系列の変化率について、後方24か月間の標準偏差により算出した。
2. 日経平均株価指数、ユーロ円金利先物（3か月物）、10年物国債利回り（ジェネリック物）のボラティリティについては、それぞれの日次系列について、月内の20営業日の標準偏差（ヒストリカル・ボラティリティ）により算出した。
3. 単回帰、重回帰とも、定数項有りの定式化で分析を行った。

表6 月次GDP算出のための推計結果

(1) 民間最終消費支出

説明変数	係数	標準誤差
定数項	2.26	0.37
家計コア消費	0.55	0.17
鉱工業出荷指数（消費財）	0.45	0.23
第三次産業活動指数	0.55	0.18
輸出数量指数	38.2	25.3
輸入数量指数	1.33	0.35
誤差項の自己ラグ係数 (ρ)	0.86	0.08
誤差項の攪乱項の標準偏差 (σ)	0.69	0.08

(2) 民間住宅投資

説明変数	係数	標準誤差
定数項	-4.15	2.04
建築物床面積（居住部分、建設着工統計）	0.85	0.06
誤差項の自己ラグ係数 (ρ)	0.97	0.02
誤差項の攪乱項の標準偏差 (σ)	0.31	0.03

(3) 民間設備投資

説明変数	係数	標準誤差
定数項	1.04	0.18
機械受注額（製造業、機械受注統計、実質値）	0.99	0.11
機械受注額（非製造業、機械受注統計、実質値）	0.75	1.40
非居住用工事費予定額（建設動態統計、実質値）	1.02	0.17
誤差項の自己ラグ係数 (ρ)	0.80	0.05
誤差項の攪乱項の標準偏差 (σ)	0.63	0.06

(4) 公的固定資本形成

説明変数	係数	標準誤差
定数項	-3.12	1.54
出来高公共（建設総合統計、実質値）	0.61	0.06
誤差項の自己ラグ係数 (ρ)	0.99	0.01
誤差項の攪乱項の標準偏差 (σ)	0.23	0.02

(5) 財貨・サービスの輸出

説明変数	係数	標準誤差
定数項	0.98	0.16
貿易収支輸出+サービス受取（国際収支統計、実質値）	1.00	0.02
誤差項の自己ラグ係数 (ρ)	0.77	0.06
誤差項の攪乱項の標準偏差 (σ)	0.70	0.07

(6) 財貨・サービスの輸入

説明変数	係数	標準誤差
定数項	17.42	4.24
貿易収支輸入+サービス支払（国際収支統計、実質値）	0.52	0.07
誤差項の自己ラグ係数 (ρ)	0.99	0.01
誤差項の攪乱項の標準偏差 (σ)	0.39	0.03

(注) 1. 月次GDPの各需要項目が、上記説明変数の線形結合で表現されると仮定し推計。誤差項は、自己ラグ係数が ρ のAR(1)過程であり、その攪乱項は正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従うと仮定した（詳細については、Bernanke, Gertler, Watson (1997)を参照）。

2. 家計コア消費は、家計調査の消費支出をベースとして、サンプル変更に伴う振れが大きい一部項目を控除する形で作成したデータ。建築物床面積は、建設着工統計の居住分の工事予定額をベースに作成したデータ。具体的には両データとも飯塚・川田(2002)と同様に定義。
3. 機械受注額については、原系列を企業物価指数（資本財）で実質化した後、製造業を6か月移動平均、非製造業を15か月移動平均した。
4. 出来高公共、貿易収支輸出+サービス受取、貿易収支輸入+サービス支払については、それぞれ、企業物価指数（資本財）、輸出・輸入物価指数（総平均値）で実質化した。

図1 マクロファイナンス・モデルの概念図

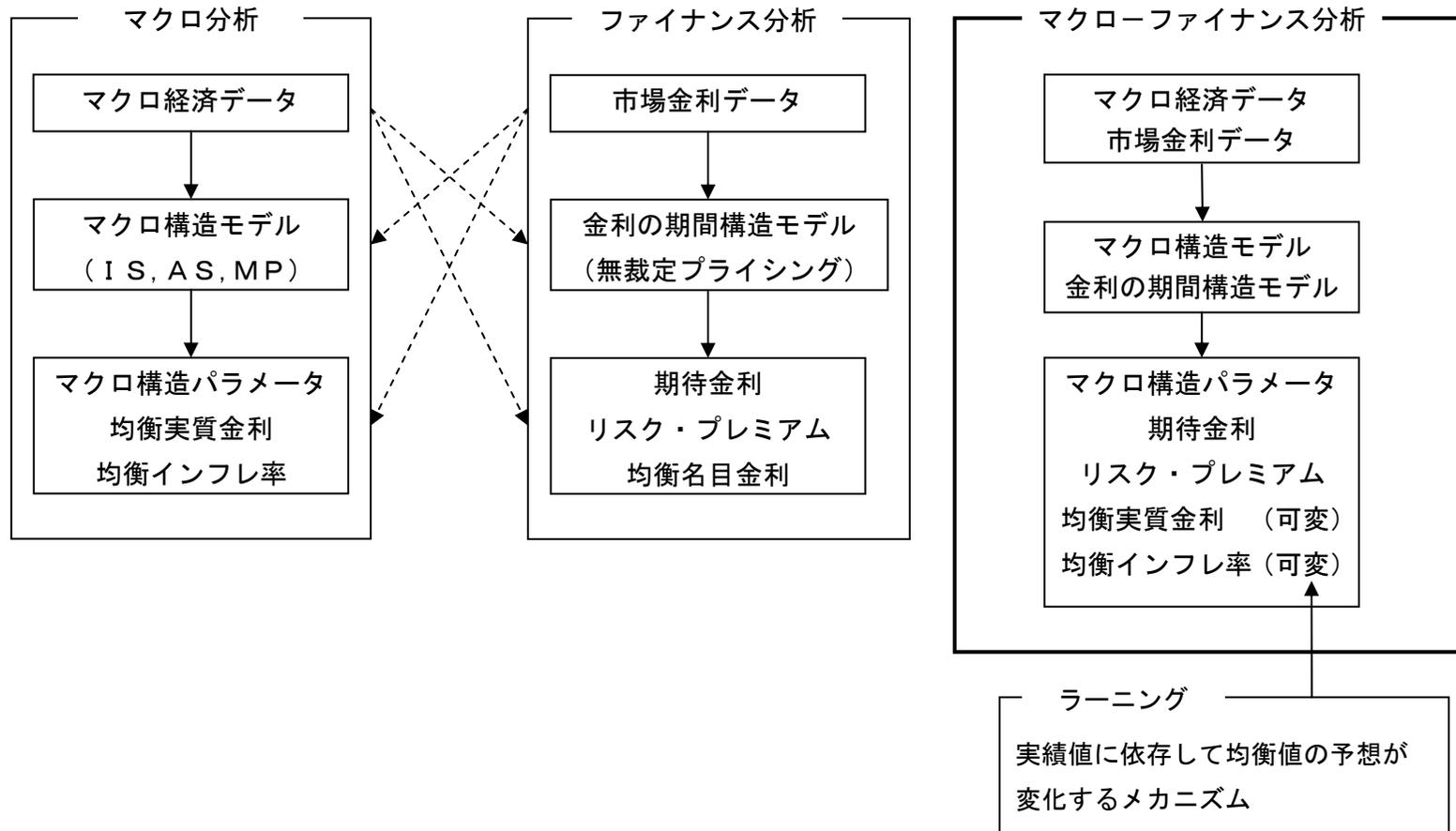


図2 モデル構造

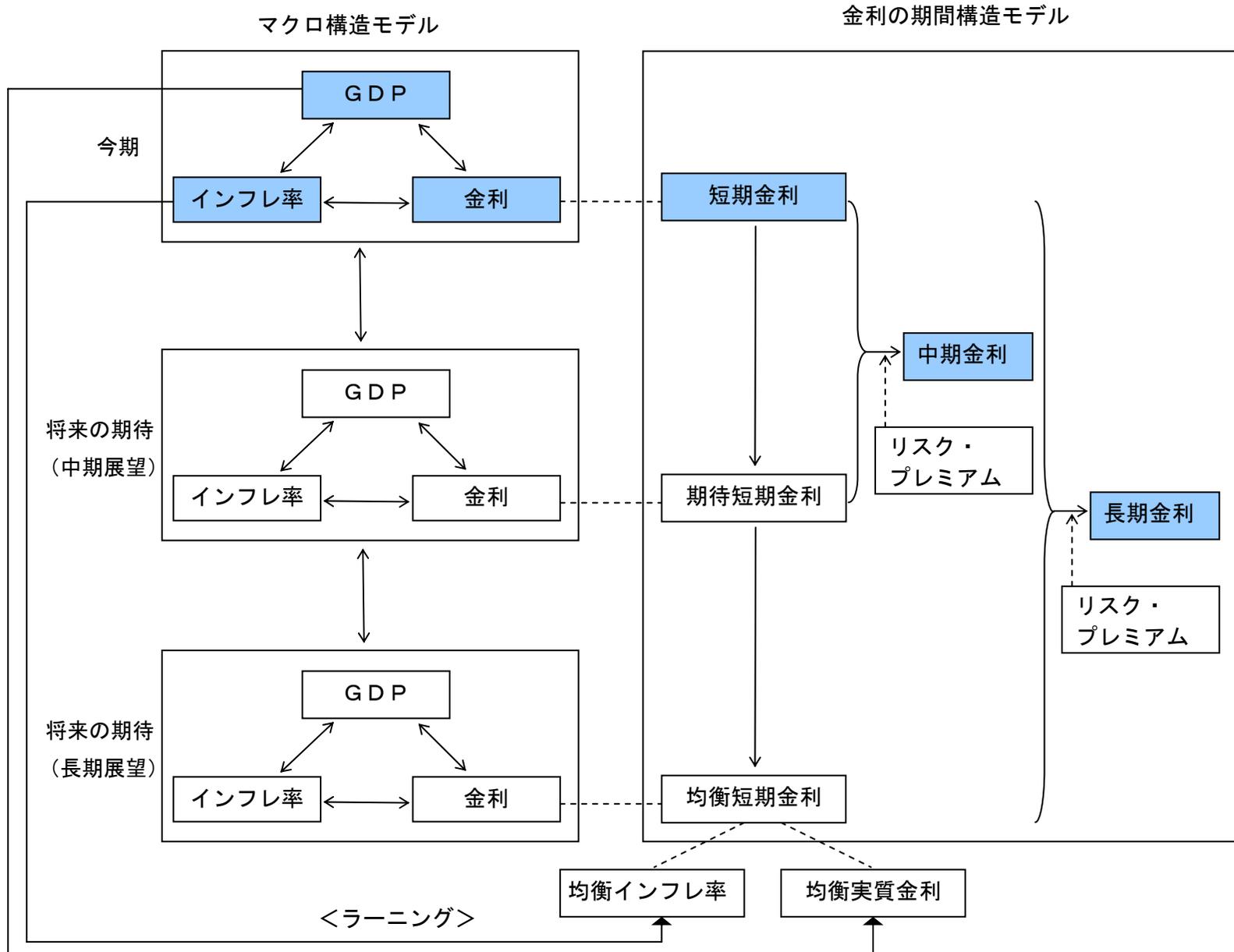
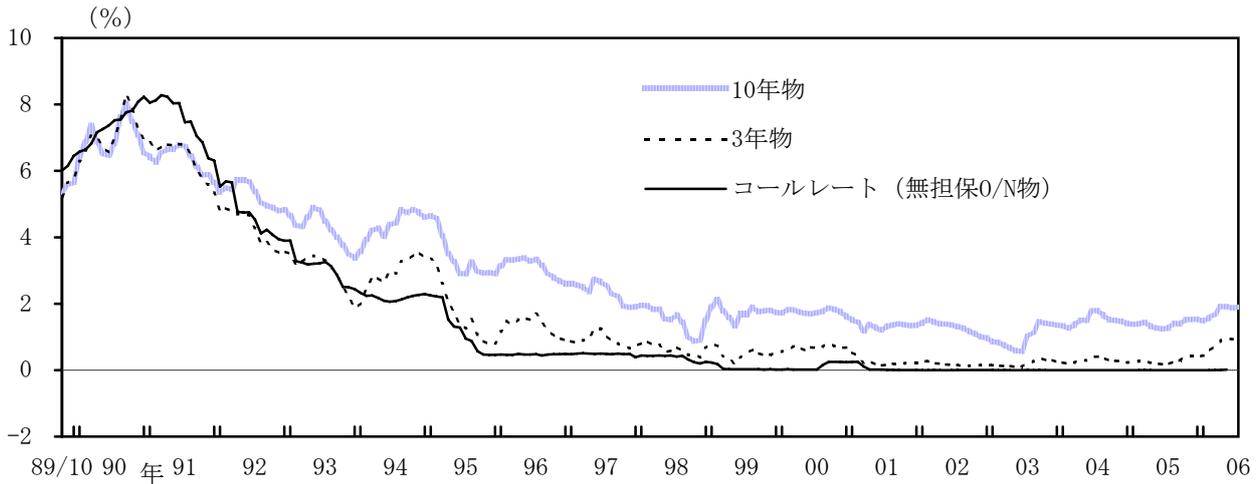


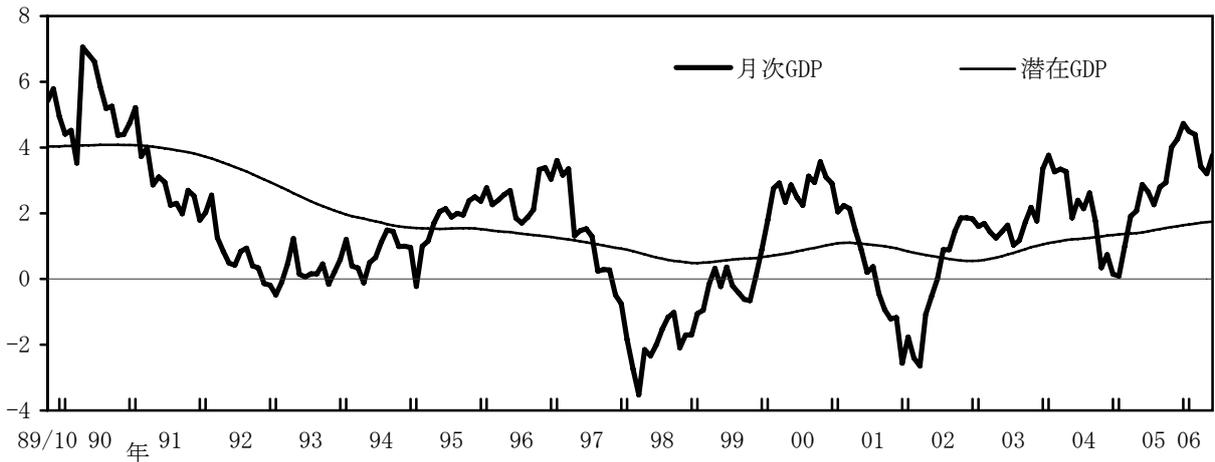
図3 日本における金利の推移



(注) 各金利は、日次終値の月中平均値。
 (資料) 日本銀行、Bloomberg。

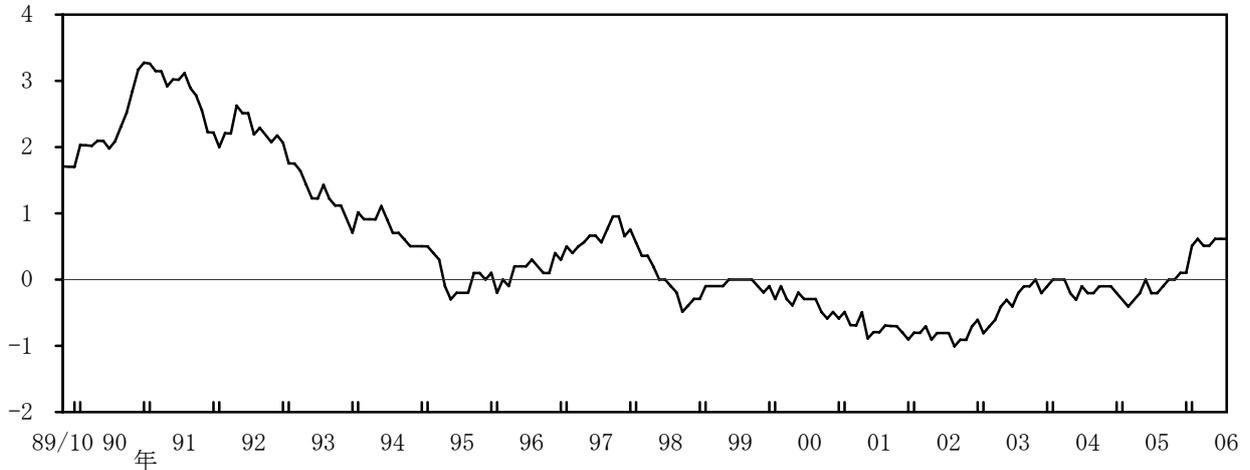
図4 日本におけるマクロ経済データの推移

(1) 月次GDP (前年比 %)、潜在GDP (前年比 %)



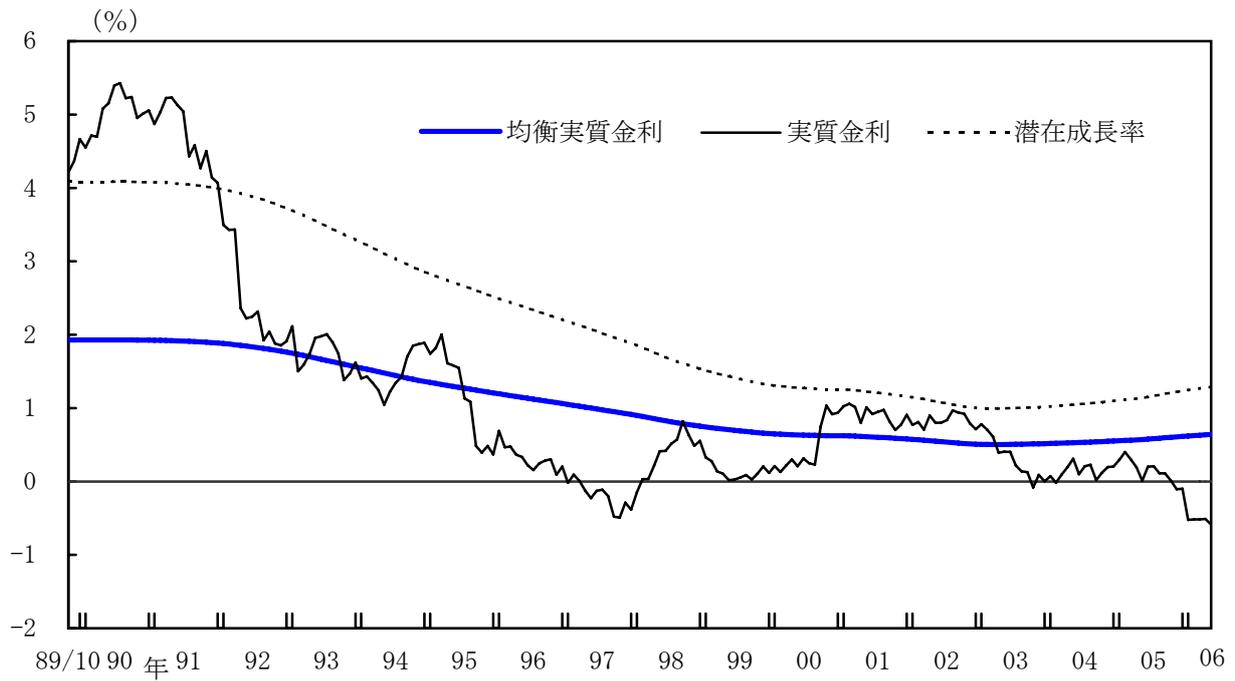
(資料) 内閣府「国民経済計算」等を利用して、著者が推計。

(2) インフレ率 (CPI総合、除く生鮮食品、消費税調整済、前年比 %)



(注) インフレ率は、2000年基準CPI (総合除く生鮮食品) の前年同月比。
 (資料) 総務省

図5 均衡実質金利の推計結果



(注) 実質金利は、コールレート（無担保0/N物）をCPI（総合除く生鮮食品）前年比により実質化して算出。

図6 均衡インフレ率の推定結果

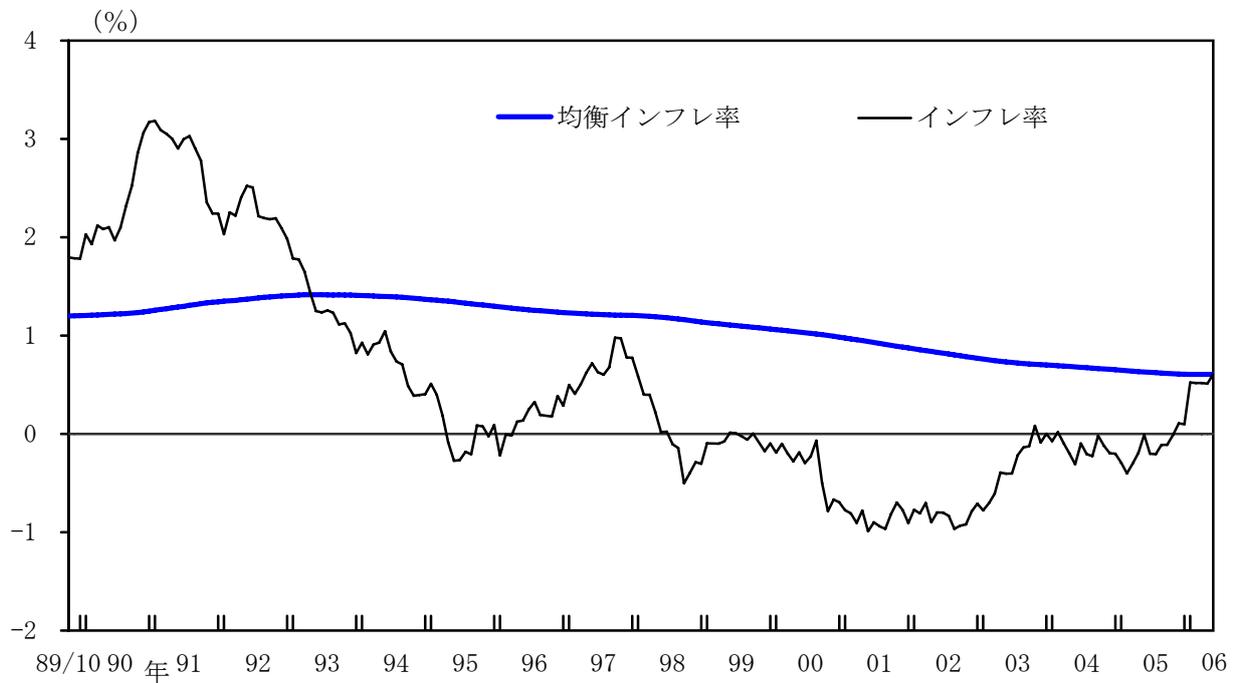
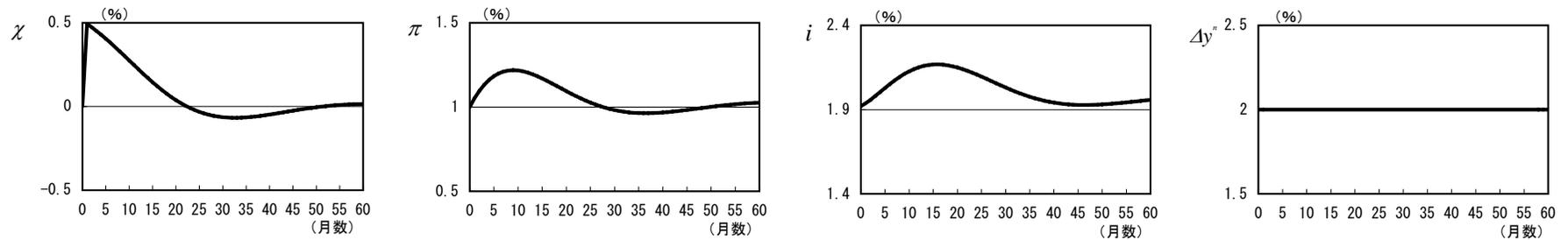
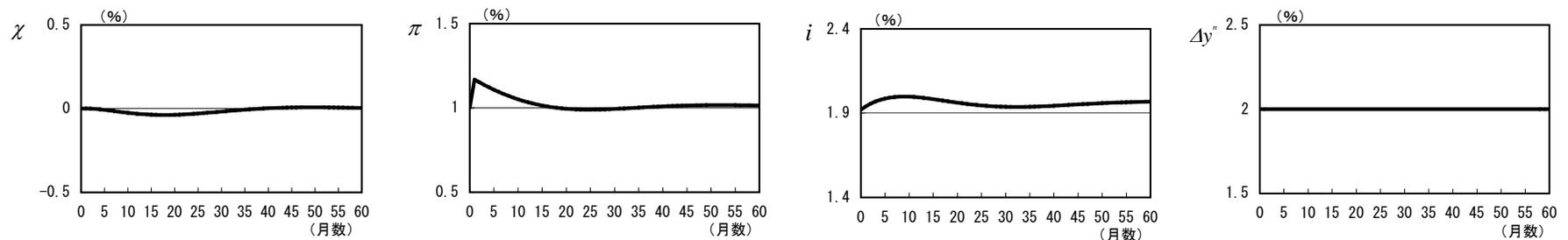


図7 マクロ変数に対するインパルス応答

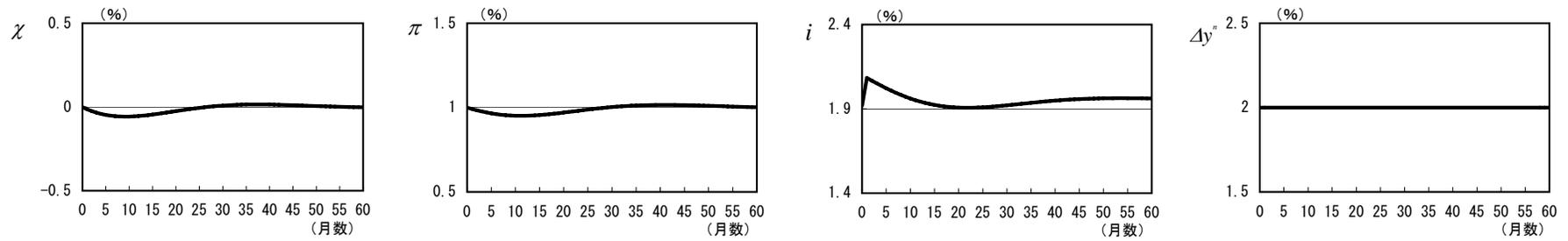
(1) 需要ショック (IS)



(2) 供給ショック (AS)



(3) 政策ショック (MP)



(4) 生産性ショック (PG)

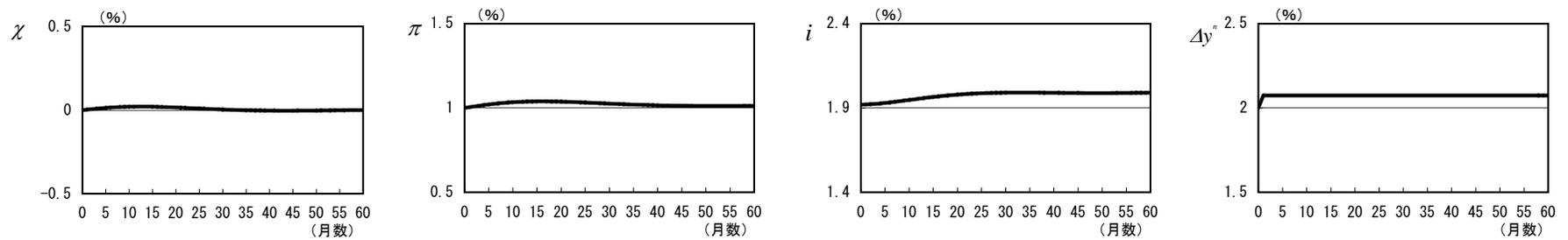
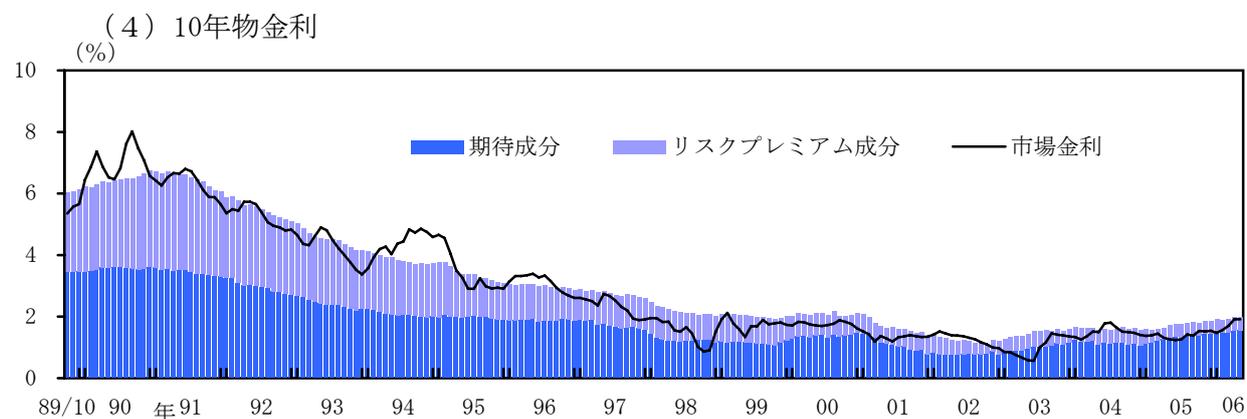
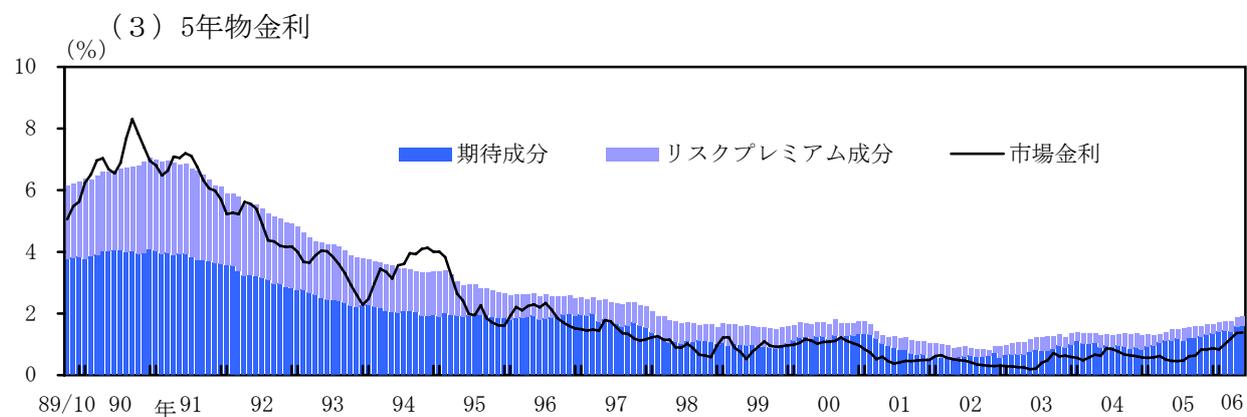
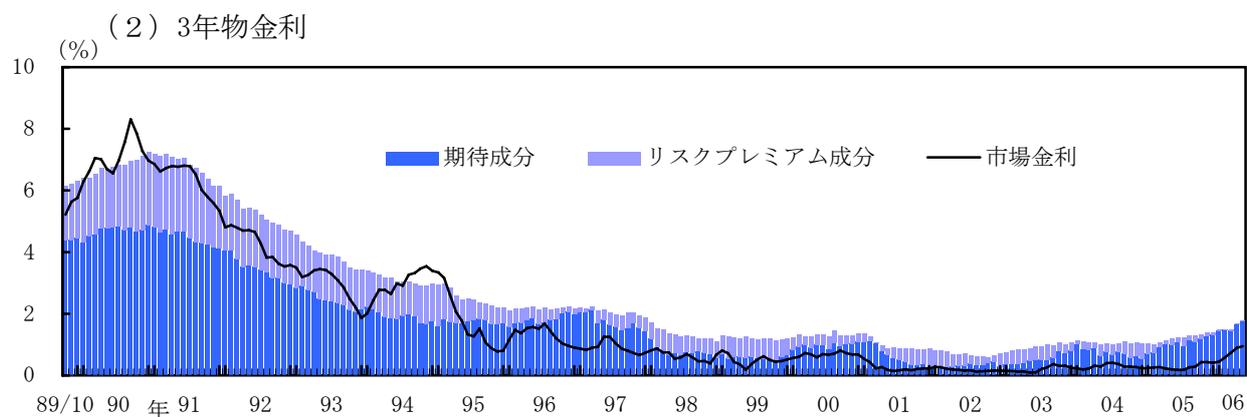
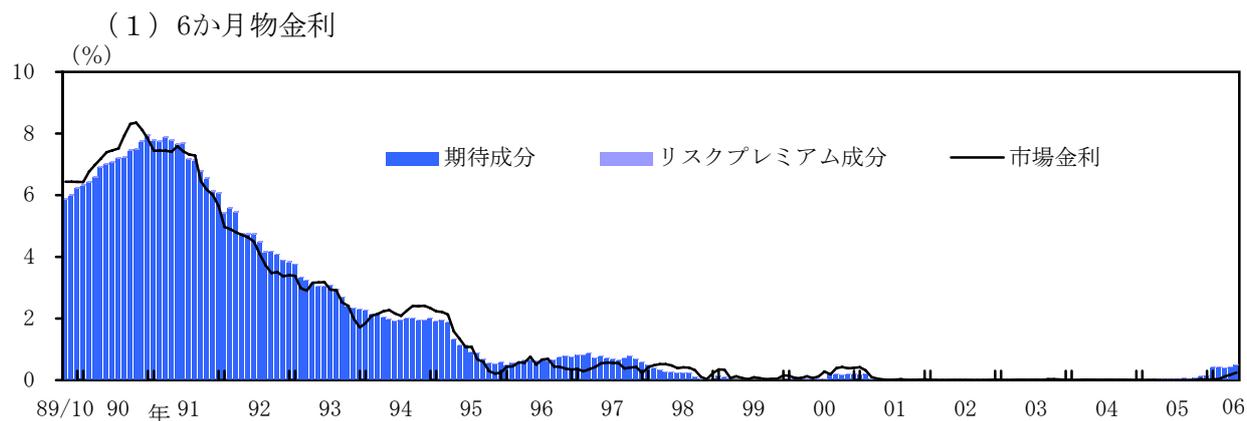


図8 中長期金利の期待成分・リスクプレミアム成分の推計結果



(注) 市場金利は日次終値の月中平均。

図9 中長期金利の期待成分の成分分解

(1) 6か月物金利の期待成分

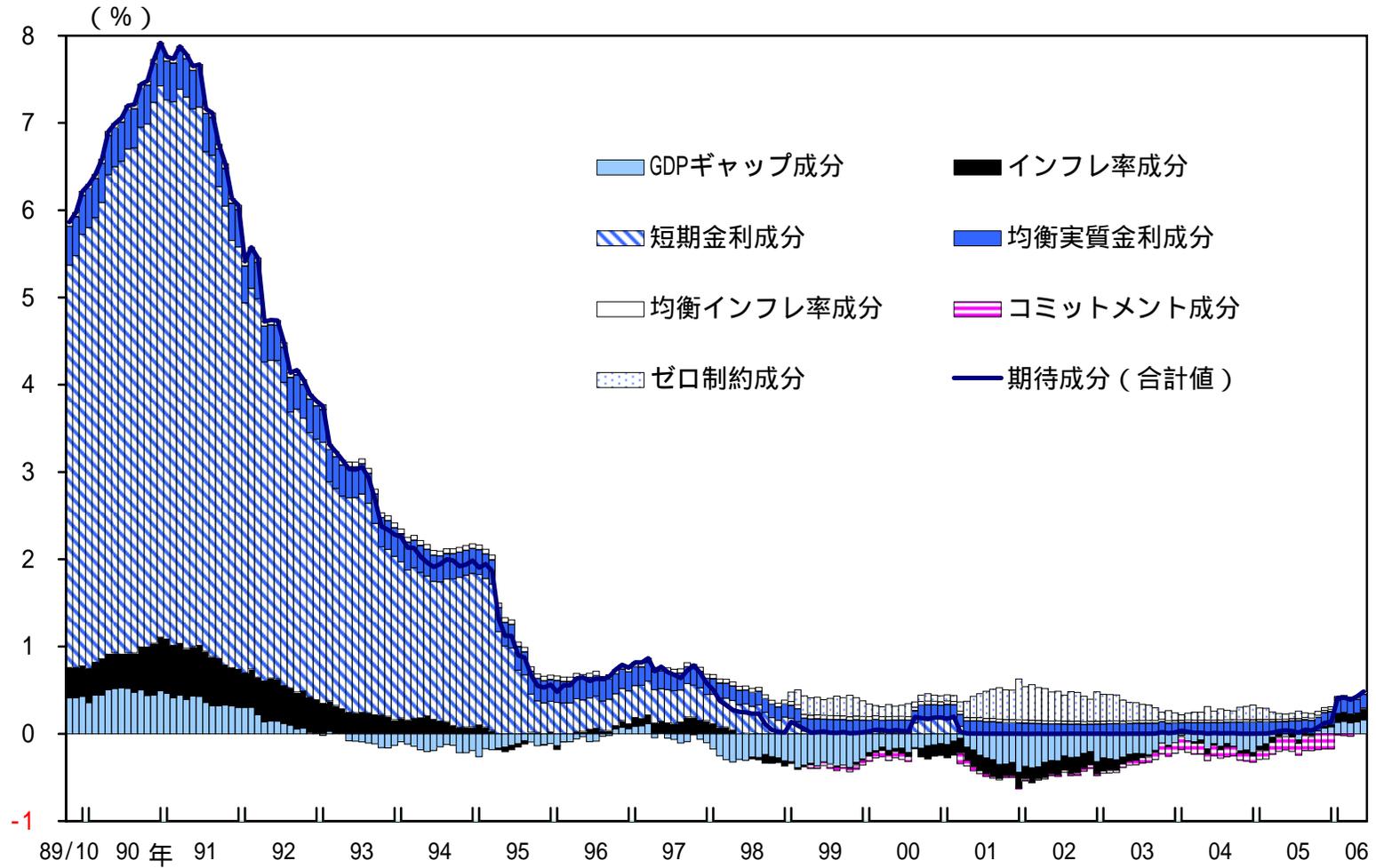


図9 中長期金利の期待成分の成分分解

(2) 3年物金利の期待成分

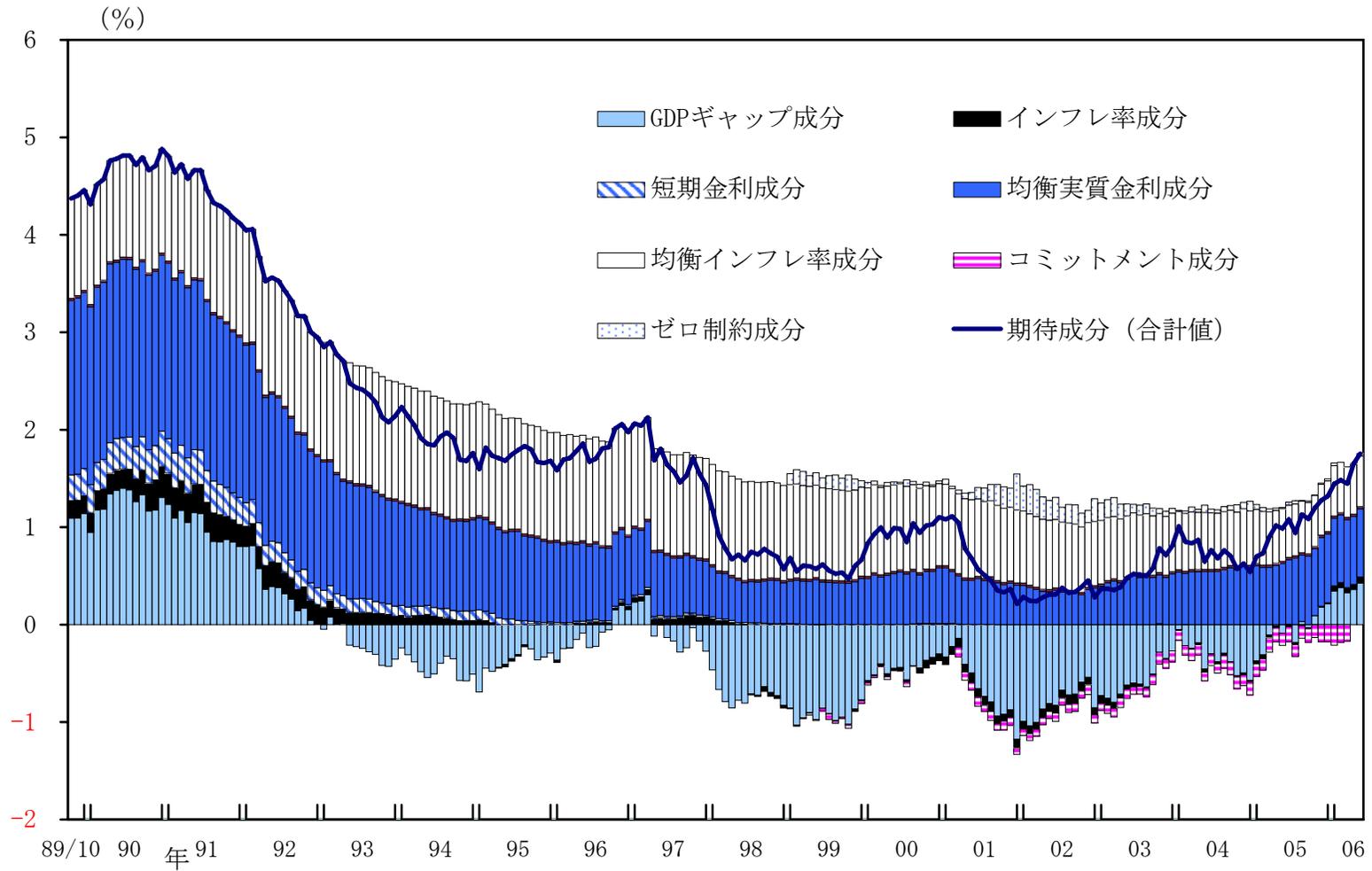


図9 中長期金利の期待成分の成分分解

(3) 5年物金利の期待成分

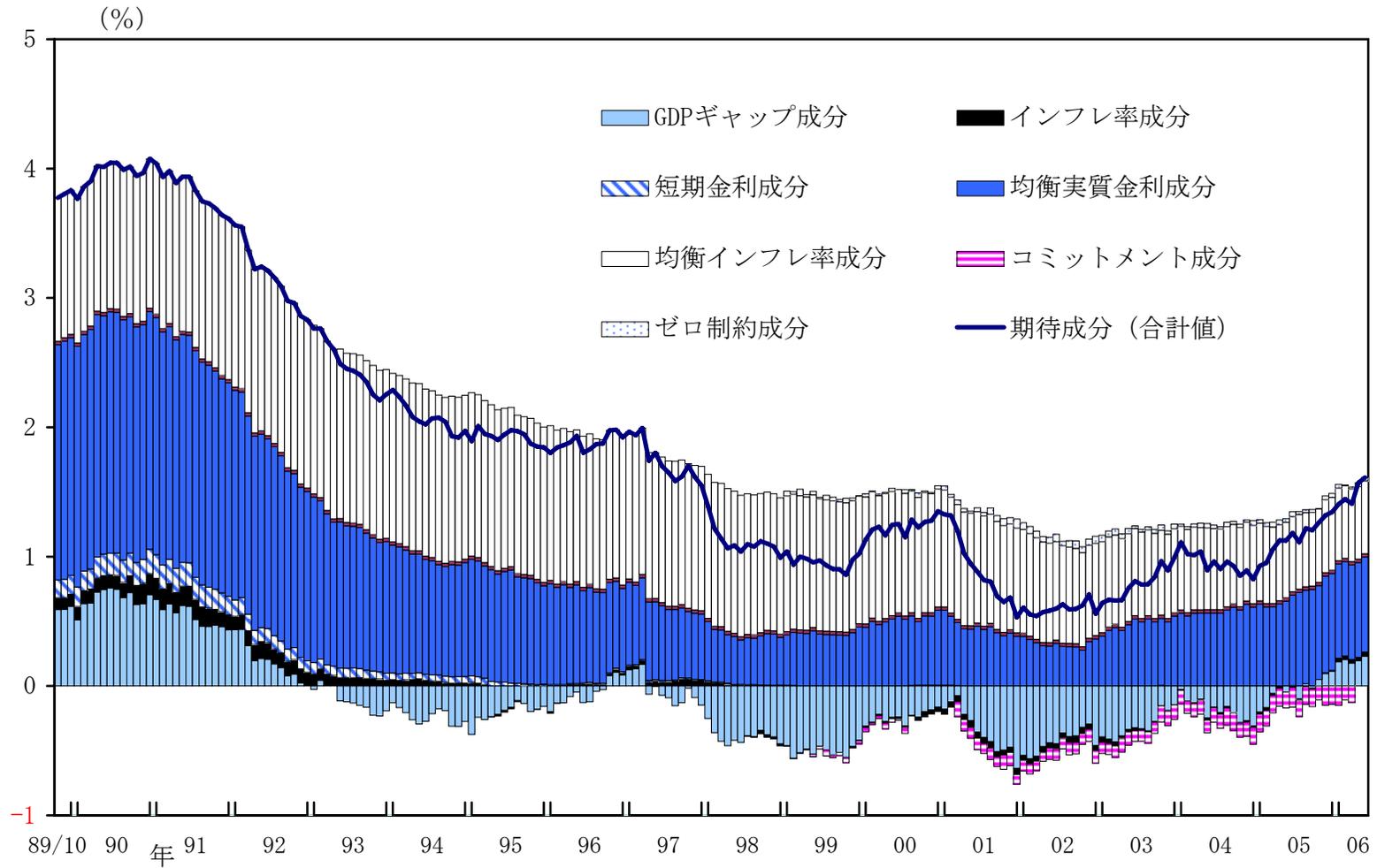


図9 中長期金利の期待成分の成分分解

(4) 10年物金利の期待成分

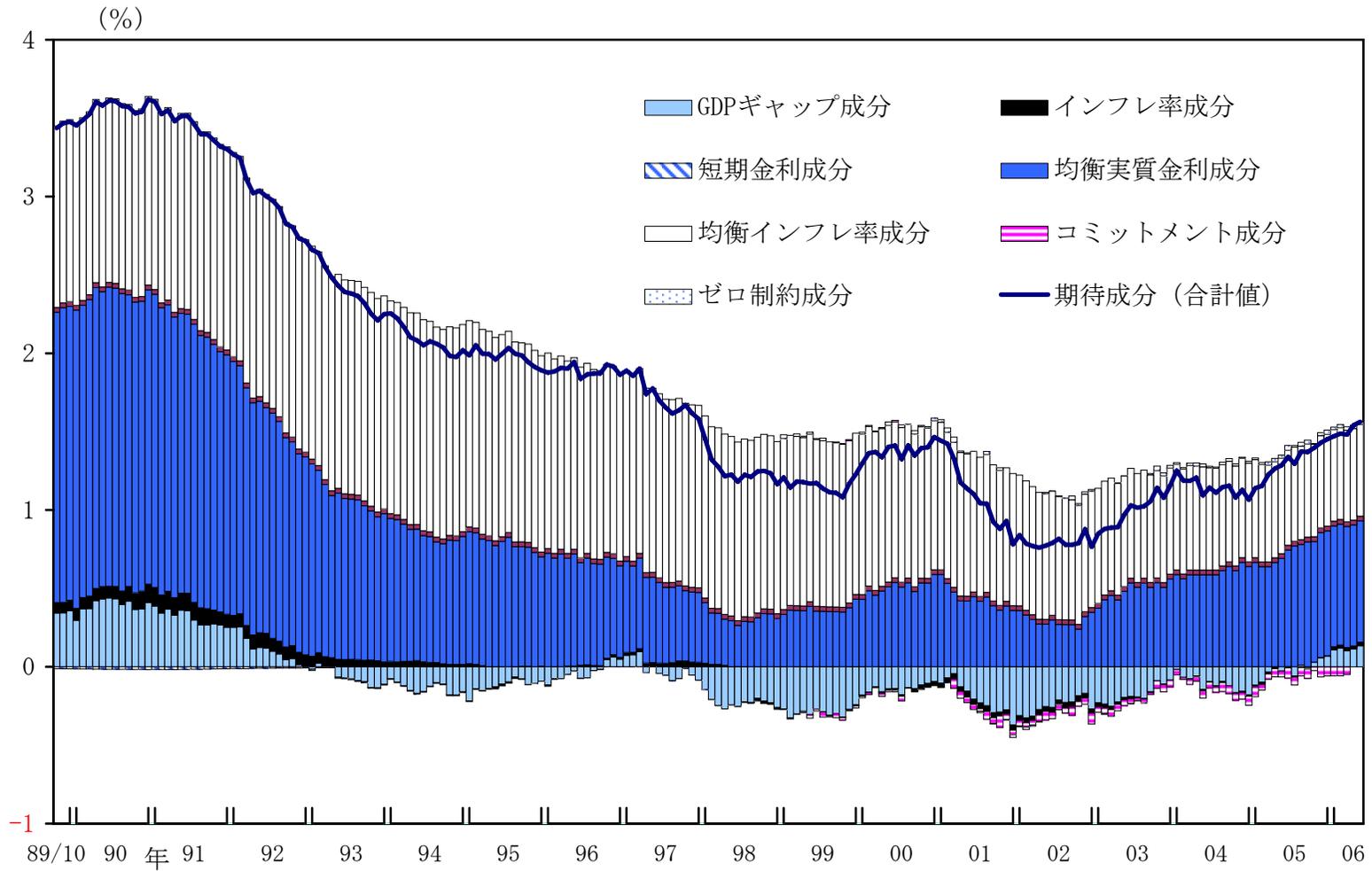
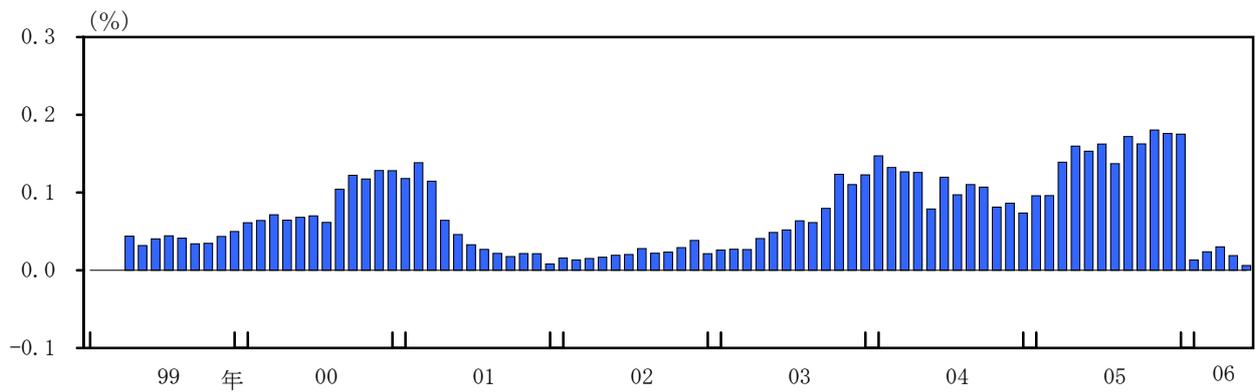
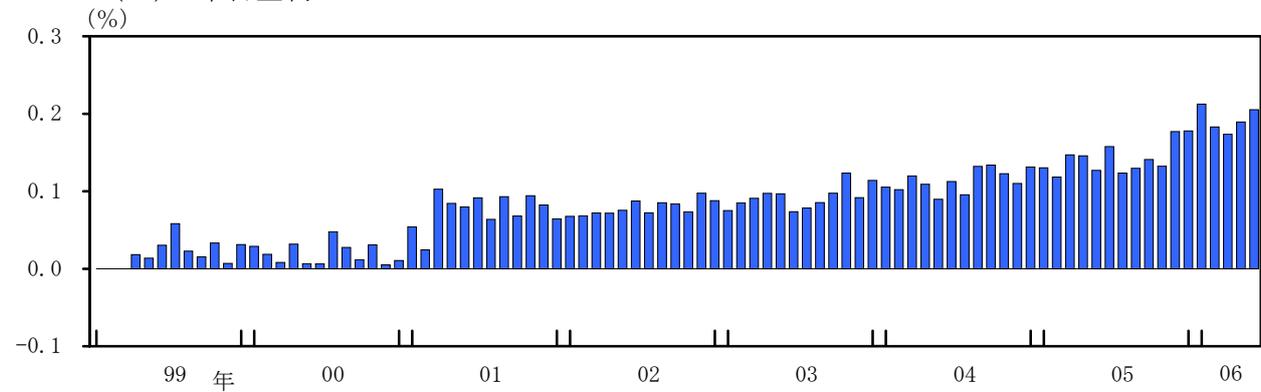


図10 ゼロ金利コミットメントによる金利押し下げ効果

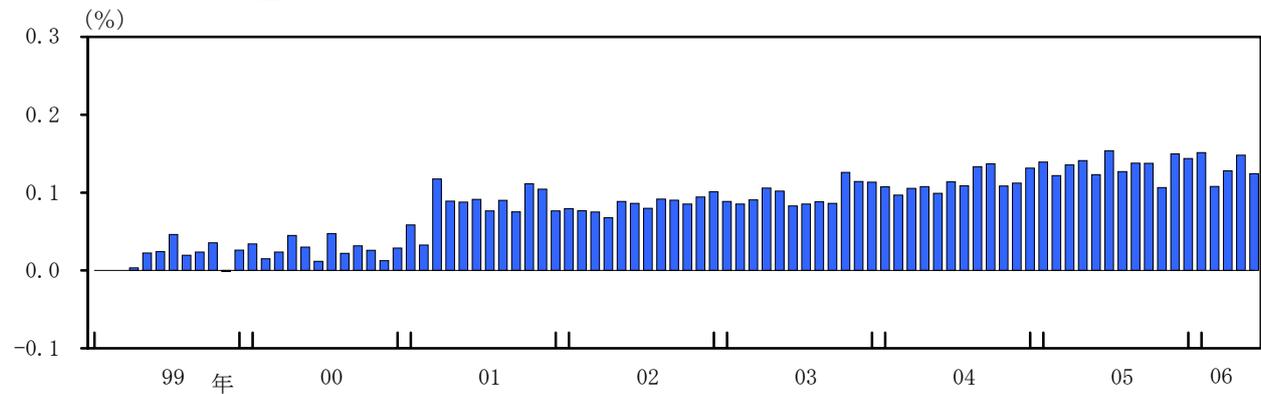
(1) 6か月物金利



(2) 3年物金利



(3) 5年物金利



(4) 10年物金利

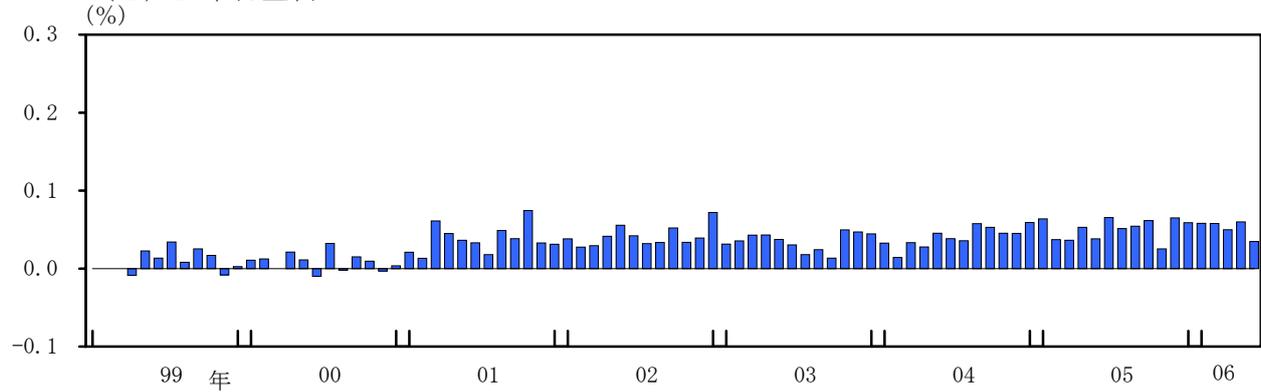
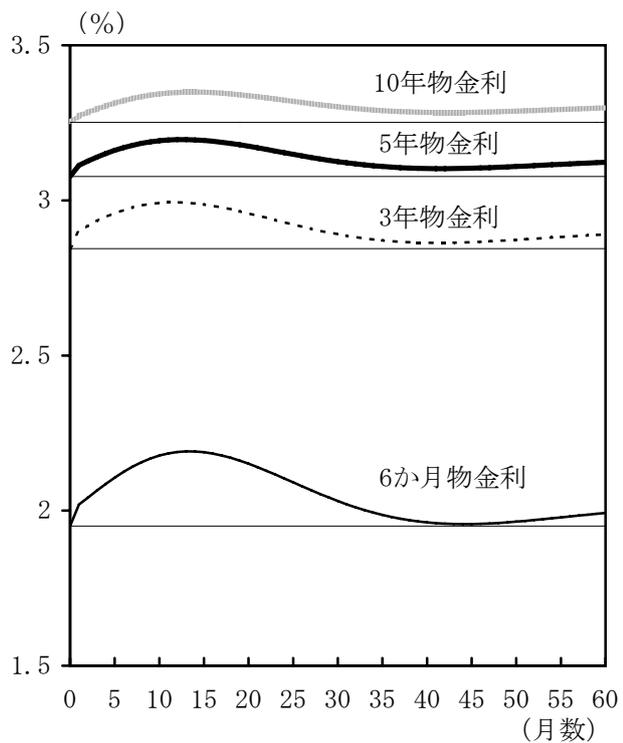
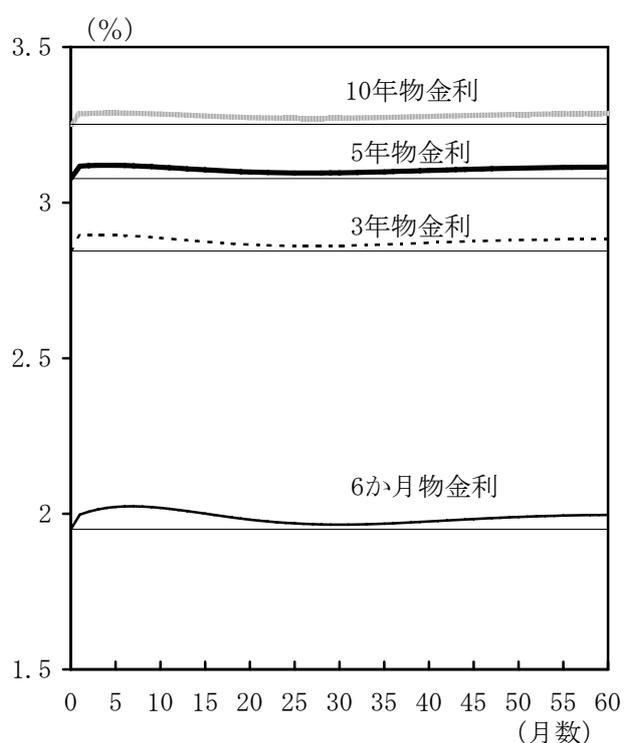


図11 中長期金利に対するインパルス応答

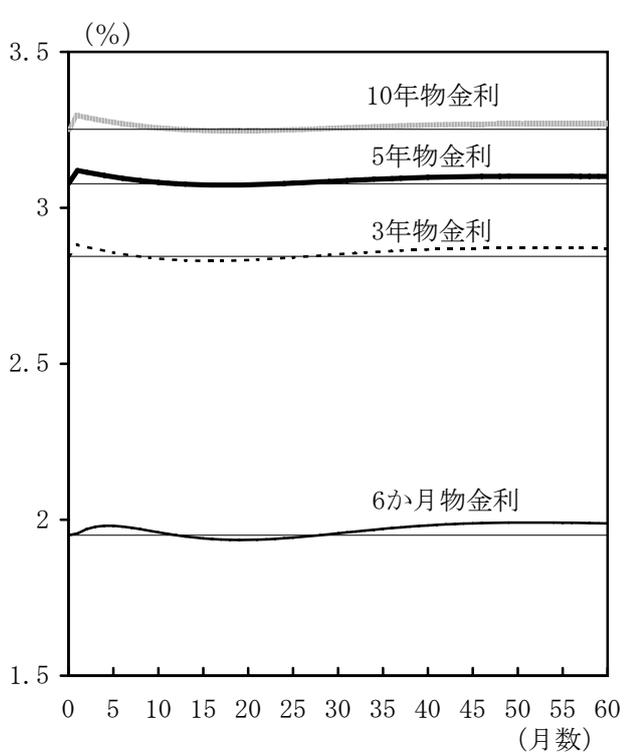
(1) 需要ショック (IS)



(2) 供給ショック (AS)



(3) 政策ショック (MP)



(4) 生産性ショック (PG)

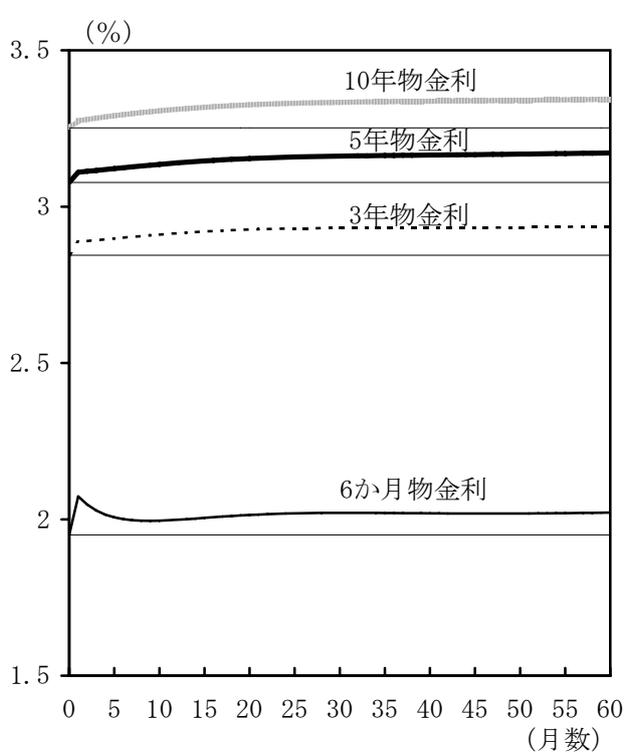


図12 モデル誤差（10年物金利）の推移

