



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

## インフレのコストとベネフィット： 日本経済に対する評価

鵜飼博史<sup>\*</sup>

hiroshi.ugai@boj.or.jp

小田信之<sup>\*\*</sup>

nobuyuki.oda@boj.or.jp

渕仁志<sup>\*\*</sup>

hitoshi.fuchi@boj.or.jp

No.07-J-8  
2007年5月

日本銀行  
〒103-8660 日本橋郵便局私書箱 30号

\* 日本銀行企画局（現 岡山支店）、\*\* 日本銀行企画局

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局までご相談ください。転載・複製を行う場合は、出所を明記してください。

# インフレのコストとベネフィット：日本経済に対する評価

鵜飼博史\*・小田信之\*\*・淵仁志\*\*\*

2007年5月

## 要旨

本稿は、日本経済を記述するモデルに基づき、社会厚生上望ましいと考えられる定常状態インフレ率を定量的に評価する。

具体的には、インフレに伴う様々なコストとベネフィットについての論点をはじめに整理する。それらの論点のうち、貨幣保有の機会費用、名目金利のゼロ制約、価格粘着性、賃金の下方硬直性からの社会厚生への影響を評価可能なモデルを設定する。その下で、確率シミュレーションを実行し、様々な定常状態インフレ率に対して社会損失を定量的に評価する。また、モデルの設定を変更すると、社会損失を最小化する定常状態インフレ率がどの程度変わるかについても分析する。

キーワード：インフレ、社会損失、金融政策、ゼロ金利制約、賃金の下方硬直性、価格粘着性、貨幣保有の機会費用

JEL 分類番号：E31, E52, E58

- 
- ◆ 本稿の作成過程では、青木浩介氏（London School of Economics）、カナダ銀行セミナーの参加者から貴重なコメントを頂いた。また、上田晃三、白塚重典、須合智広、木村武、藤木裕、藤原一平、山本勲をはじめとする日本銀行の同僚諸氏から有益な意見を頂いた。記して感謝する。ただし、本稿中に残された誤りは、すべて筆者たちに帰するものである。また、本稿の内容や意見は、筆者たち個人に帰属するものであり、日本銀行および同企画局の公式見解を示すものではない。

\* 日本銀行 企画局（現 岡山支店） E-mail:hiroshi.ugai@boj.or.jp

\*\* 日本銀行 企画局 E-mail: nobuyuki.oda@boj.or.jp

\*\*\*日本銀行 企画局 E-mail: hitoshi.fuchi@boj.or.jp

## 1. はじめに

日本経済にとって、インフレに伴うコストやベネフィットはどの程度であろうか？

もし、貨幣が単なるヴェールであり、物価変動が実体経済に何ら影響を及ぼさないとすれば、インフレ率が何パーセントであってもコストやベネフィットはないことになる。しかし、現実には、貨幣がヴェールであることを妨げる様々な要因が考えられる。このため、インフレによって社会厚生上のコストやベネフィットが生じる。

日本においては、1970年代のように物価が著しく上昇した時期にインフレに伴う弊害が目立ったため、インフレの抑制が社会厚生上望ましいと考えられることが多かった。しかし、1990年代後半に物価が下落に転じると、インフレのベネフィットにも関心が集まるようになった。インフレに対する関心は、その時々でコストかベネフィットか的一方に偏りがちであるが、実際には、コストもベネフィットも同時に存在する。その両者がバランスする水準で最適なインフレ率が決まると考えるべきである。

本稿では、インフレに伴う様々なコストとベネフィットを総合的に勘案し、日本経済の特性に基づき、どの程度の定常状態インフレ率が社会損失を最小にするか、定量的な評価を試みる。本稿で着目する定常状態インフレ率とは、定常状態における一般物価の上昇率であり、長期インフレ率 (the long-run rate of inflation) あるいは趨勢インフレ率 (trend inflation rate) とも呼ばれる。定常状態インフレ率は、金融政策の運営如何によって長期的に決まってくるインフレ率と解釈できる。また、その最適値は、中央銀行が長期的に目指すべきインフレ率であると理解することができる。

本稿のこのような考え方と類似の視点から、日本経済を対象として、望ましいインフレ率を分析した先行研究としては、Teranishi [2003]を挙げることができる。これに対し、本稿は、インフレのコストとベネフィットに関する諸論点をTeranishi [2003]より広範に捉えたうえ、日本経済の構造モデルを拡張し、そのモデルと整合的な社会損失を導出したうえで望ましいインフレ率を分析している点が特徴である。

定常状態インフレ率の違いによって生じるコストとベネフィットについては、2節で具体的に整理するように、様々な論点がある。その中で、我々は次の4つの要因に着目する。第1の要因は、貨幣保有の機会費用であり、これはインフレに伴ってコストを発生させる。第2は、ゼロ金利制約に対する「糊代」であり、これはインフレに伴ってベネフィットを生じさせる。第3は、価格粘着性に起因する相対価格の歪みであり、これはインフレとデフレの双方に伴って

コストを生じさせる。第4は、賃金の下方硬直性であり、これはインフレに伴ってベネフィットを生じさせる。本稿では、これら4つの要因を1つのモデルで同時に扱う。これによって、定常状態インフレ率の違いによるコストとベネフィットを総合的に評価できる。このモデルに基づき、社会損失を最小にするような定常状態インフレ率の水準について、定量的な評価を試みる。

本稿の構成は以下のとおりである。第2節では、まず、インフレに伴うコストとベネフィットに関する様々な論点をサーベイする。次に、その中から本稿で定量評価の対象とすべきコストとベネフィットを絞り込む。第3節では、それらのコストとベネフィットを比較可能な経済モデルを構築し、そのモデルと整合的な社会損失関数を導出する。第4節では、社会損失を定量的に計測するための出発点として、定常状態下での社会損失を算出し、それを最小化する定常状態インフレ率を探る。第5節では、定常状態からの乖離に伴う社会損失も勘案できるように拡張するため、ゼロ金利制約下の確率シミュレーションを用いながら、分析を行う。第6節では、定量評価の前提をいくつか変えることによって、前節の結果がどの程度変わり得るか、分析する。第7節は結びである。

## 2. インフレのコストとベネフィットに関する論点

本節では、先行研究のサーベイを兼ねて、定常状態インフレ率がどのように社会厚生上のコストやベネフィットを発生させ得るかについて整理する。(1)節では、各種の論点をサーベイし、(2)節では、本稿で定量評価の対象とする論点を絞り込む。なお、本稿の分析パートのみに関心がある読者は、(1)節を飛ばして(2)節に進むことも可能である。

### (1) インフレのコストとベネフィットに関する各種論点のサーベイ

インフレに伴う社会厚生上のコストとベネフィットについて、様々な先行研究において議論されてきた論点には、(a)貨幣保有の機会費用、(b)ゼロ金利制約、(c)価格粘着性、(d)賃金の下方硬直性、(e)相対価格の識別、(f)インフレ非中立税制、(g)予期せざる物価変動の恒久効果、(h)内生的技術進歩、などがある。以下、順に整理する。

#### (a) 貨幣保有の機会費用

名目金利は、無利子の貨幣を保有する際の機会費用に相当する。この機会費用は、貨幣を保有する消費者にとって消費者余剰の死加重となるため、社会損失を発生させる。この観点だけに注目すると、社会厚生が最大化されるのは、

名目金利がゼロのときとなる。これは、Friedman [1969]の研究にちなんで、フリードマン・ルールと呼ばれる。名目金利がゼロであって、かつ、通常考えられるように実質金利が正である場合、インフレ率は負である。つまり、フリードマン・ルールに基づけば、デフレが望ましいことになる。もっとも、実証分析によれば、貨幣保有の機会費用に伴う社会損失は小さいと報告されている(Lucas [2000]、Shiratsuka [2001])。

フリードマン・ルールは、貨幣保有から得られる効用の最大化問題を扱ったものだが、定常状態インフレ率の実質消費に対する影響は勘案していない。実際、フリードマンは、定常状態でインフレ率が実体経済に影響しないとする自然率仮説を唱えている。

一方、自然率仮説とは対照的に、定常状態インフレ率が貨幣保有の機会費用を通じて実質消費に影響するという論点がある。

まず、古く Tobin [1965]は、貯蓄率を一定とする成長モデルにおいて、高い貨幣成長率とインフレ率が実質消費に対して正の効果を持つことを導いた。これによると、インフレは、貨幣保有の機会費用を通じて貨幣保有を減らす圧力を生み、貯蓄率一定の仮定のもとで貨幣保有から実物投資への代替を促す。実物投資の増加は、生産能力の増加を通じて実質消費に対して正の効果を持つ。こうした効果はトービン効果と呼ばれる。

このように先験的に貯蓄率が一定であることを仮定した行動方程式は、現代では殆ど省みられず、それに代わって異時点間の最適化に基づく経済行動の分析が標準的となっている。この分野で先駆的な研究である Sidrauski [1967]は、貨幣の入った効用関数と硬直的労働供給を特徴とする最適化モデルを用いて、定常状態で貨幣成長率やインフレ率が実体経済に影響しないことを示した。これは、貨幣の長期超中立性と呼ばれる。

ところが、その後、モデルの前提次第では定常状態インフレ率が実質変数に影響することが明らかにされた。例えば、労働が弾力的に供給される Brock [1974]のモデルや、投資支出にも貨幣保有が必要とされる Stockman [1981]のモデルなどがこれに当たる。Wang and Yip [1992]がまとめたところによると、貨幣成長率やインフレ率が実質消費に与える効果としては、貨幣保有と実質消費が代替的であれば正の効果、補完的であれば負の効果がある<sup>1</sup>。事前現金制約モデル

---

<sup>1</sup> こうした効果は、世代重複のない家計の最適化行動を前提としたものである。世代重複がない場合、貨幣の長期中立性が成り立たなくても、長期のフィッシャー効果（実質金利のインフレ中立性）は保たれる。一方、理論モデル上、世代重複を考えると、貨幣の長期超中立性が成り立たないだけでなく、フィッシャー効果が長期に成り立たないことがあることが知られている（Weiss 1980、Weil [1991]）。この場合、定常状態でインフレ率が実質金利に影響を及ぼし得るため、フィッシャー効果を前提とした通常の金融政策分析とは異なった見解が得られる。

やショッピング・タイム・モデルなど、多くの貨幣需要モデルにおいては、貨幣保有と実質消費は補完的であるから、両者を代替的としていたトービン効果と逆の効果が発生する。すなわちインフレは実質消費に負の効果を持つ。この効果は、逆トービン効果、または貨幣の直接効果と呼ばれる。こうした効果が存在する場合は、定常状態でインフレ率が高いと、それとの一対一関係（フィッシャー関係）を通じて名目金利が高くなり、貨幣保有が抑制され、消費が減少する。このように、消費が減少する点からも社会厚生が悪化することになる。

#### (b)名目金利のゼロ制約

名目短期金利がゼロ制約に直面すると、一段の金融緩和の余地が失われるため、経済の安定が損なわれやすくなる。ゼロ金利制約を回避するには、あらかじめ期待インフレ率を高め維持しておく金融政策が考えられる。このような考え方は、Summers [1991]によって提唱された。

期待インフレ率を高める方法には様々なものが考えられる。その一つは、定常状態インフレ率を高める政策である。定常状態でインフレ率と名目金利が一対一関係にあれば、定常状態インフレ率が高いほど名目金利も高くなる。この場合、経済に負のショックが加わっても政策金利を引き下げる余地が確保されるため、ゼロ金利制約に陥る可能性が小さくなる（Woodford [2003]、Nishiyama [2003]）。このような視点から望ましい定常状態インフレ率について分析を行った先行研究としては、米国経済について Fuhrer and Madigan [1997]、Orphanides and Wieland [1998]、Reifschneider and Williams [2000]、日本経済について Hunt and Laxton [2001]を挙げることができる。

#### (c)価格粘着性

価格が粘着的である場合、一般物価の変動は、メニュー・コストを発生させ、相対価格を変動させる。

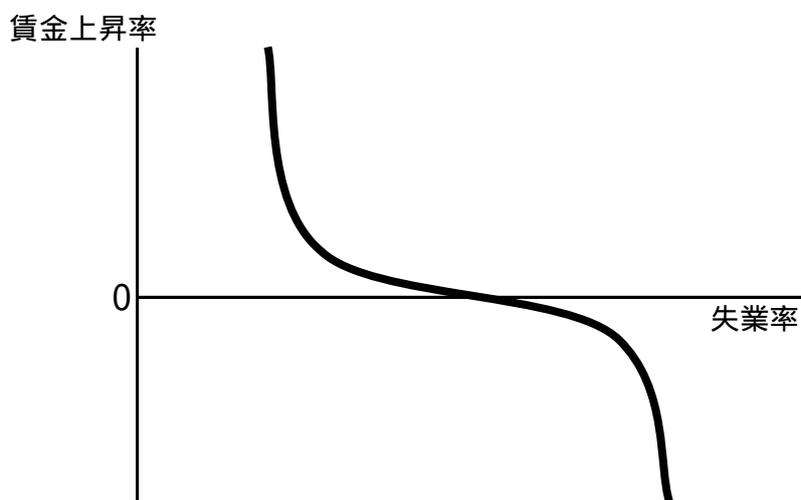
ここでは、カルボ型の価格設定モデルに即して、具体的に考えよう。このモデルでは、最適な価格を設定する機会が企業毎に確率的に与えられる。最適な価格を設定できる企業は、利潤の割引現在価値を最大化する価格を設定する。一方、最適な価格を設定できない企業は、前期から価格を変えないものと考えられる。この場合、インフレ率の変化に応じた最適な価格を設定する企業と、前期のまま価格を変えない企業が每期存在し、それらの企業の間で相対価格に格差が生じる。相対価格の格差により各財の相対的な生産量に格差が生じるが、これは生産性や消費者の選好を反映した望ましい生産量ではないため、経済厚生

上の損失を生む。この損失はインフレ率がゼロ<sup>2</sup>であるときに最小化される (Rotemberg and Woodford [1998]、Woodford [2003])。

#### (d)賃金の下方硬直性

インフレのベネフィットの要因として、Tobin [1972]に由来する賃金の下方硬直性に着目する論点がある。賃金上昇率が低下すると、労働市場の需給が緩んで失業が悪化する。さらに、賃金がある程度以上のペースで下落するようになると、失業が一段と悪化することはなくなる。図1は、この関係を示した概念図である。この賃金と失業のトレードオフ関係は、定常状態でも消滅せず、長期的に成立する非線型な関係である。

図1 賃金と失業の間の非線型なトレードオフ関係 (概念図)



定常状態において、インフレ率と賃金上昇率が一対一関係にあれば、インフレ率が高いと賃金上昇率も高くなる。このため、賃金上昇率がモデレートな領域にあれば、失業率が低下する。これは、インフレ率の「潤滑油効果 (grease effect)」と呼ばれる。こうした潤滑油効果については、近年、Akerlof, Dickens, and Perry [1996]や Groshen and Schweitzer [1999]が着目している。また、日本については Kimura and Ueda [2001]、Kuroda and Yamamoto [2003a, 2003b, 2005]などが研究している。

<sup>2</sup> 最適な価格を設定できない企業が前期の価格を変化させないという想定に代えて、最適な価格を設定できない企業も一定のルールに従って価格を改定するというインデックス化を行うと想定すると、ゼロ・インフレで社会損失が最小化されるとは限らなくなる。例えば、Erceg, Henderson, and Levin [2000]のように定常状態インフレ率に従って価格を引き上げる形でインデックス化を行うモデルでは、定常状態インフレ率で社会損失が最小化される。

(e) 相対価格の識別コスト

価格メカニズムの基本的な機能は、経済主体が意思決定を行うのに必要な情報を相対価格の形で効率的に伝達することである (Friedman [1977])。

情報収集や情報処理のコストが無視できない場合には、インフレは、相対価格の変化の識別を困難にする。このため、インフレは、長期にわたって、経済主体の意思決定を歪め、実質生産量を減少させる (Issing [2004])。デフレの場合も同様である。この意味では、インフレにせよデフレにせよ、定常状態における物価変動率の絶対値が大きいほど、社会厚生上のコストが発生すると考えられる。そのコストを回避するには、「経済主体が意思決定する際に将来の一般物価の変動を最早考慮する必要がない」(Greenspan [1996]) 状態をもたらす定常状態インフレ率を実現することが望ましい。

(f) インフレ非中立的な税制の影響

課税が一括税 (lump-sum tax) ではなく資源配分に影響している場合、税率がインフレ率に対して中立的でなければ、長期的なインフレ率が資源配分に影響し得る。各国の税制に即した実証研究としては Feldstein [1999] がある。また、これを日本に応用した例としては、Ueda [2001] がある。

(g) 予期せざる物価変動の恒久効果

定常状態インフレ率が確率的に変動する場合には、予期せざる物価変動が発生すると解釈できる。予期せざる物価変動が実体経済に一時的な影響を及ぼすことは、もともと広く認められてきた。さらに、予期せざる物価変動が恒久的な影響を残す可能性を指摘する理論として、雇用のヒステリシス、新しい開放マクロ経済学、債務デフレーションがある。

雇用のヒステリシスの研究は Blanchard and Summers [1986, 1987] に由来する。企業に対する労働者の交渉力を考えると、インサイダーである既存雇用者はアウトサイダーである失業者よりも強い交渉力を持つと考えられる。その場合、前期の雇用の水準が今期の雇用の決定に大きな影響をもつため、一度加わったショックは雇用の水準に恒久的な影響を残し得る。このとき、予期せざる物価の変動は、雇用の水準に対して恒久的な影響を持ち得る。

新しい開放マクロ経済学の研究は Obstfeld and Rogoff [1995, 1996] に始まる。予期せざる物価の変動は、貿易収支と対外債権・債務の変動を通じて、実体経済に対して恒久的な影響を与え得る。

債務デフレーションの研究は古くは Fisher [1933] に由来する。債務契約が名目ベースであれば、物価下落によって実質債務残高が増加し、純資産が減少する。

金融仲介機能が不完全で、資金調達が制限されているのであれば、純資産の減少は実体経済の悪化をもたらす。こうした金融市場の不完全性に基づくクレジット・チャンネルあるいはフィナンシャル・アクセラレーターについては、様々な理論モデルが開発されている。しかし、この理論を一般物価のデフレとの関係で論じている研究は多くない。直観的に考えれば、予期せぬ物価下落は、債務者から債権者へ所得を移転させる。その結果、債務者の債務負担が重くなり、その財務内容は悪化する。これは、債務者の倒産確率を高め、倒産コストの期待値を上昇させる<sup>3</sup>。つまり、予期せぬ物価下落には、物価上昇にない追加的な実質コストが付随する。

#### (h)内生的技術進歩の影響

一般に、長期の実質経済成長率は技術進歩率と人口成長率によって規定されている。通常の金融政策論では、技術進歩率と人口成長率を外生とみなしているため、インフレ率が長期の実質経済成長率に影響するメカニズムは考慮されていない。一方、技術進歩の内生化を試みる内生成長理論では、長期の実質経済成長率がインフレ率の影響を受ける可能性がある。

理論的な分析においては、名目変数の実質効果に関する既存の議論に内生成長理論を組み込んで、長期の実質経済成長率に対する効果を考察することが多い。例えば、貨幣の逆トービン効果を内生成長理論に組み込んだ De Gregrio [1993]や、Blanchard [1985]型の世代重複モデルに金融政策と内生成長理論を組み込んだ van der Pleog and Alogoskoufis [1994]などがある。これらの理論モデルでは、インフレ率や金利、貨幣成長率などの間の一対一関係は殆ど成り立たず、一対一関係を基礎とする標準的な理論とは異なる知見が得られる。ただし、内生成長理論の文脈で金融政策の役割は未だ殆ど研究されていない(Chang and Lai [2000])のが実情である。

一方、実証研究の分野では、1990年代以降、インフレ率が長期の経済成長に与える影響が盛んに研究されている。De Gregrio [1992]や Fischer [1993]は、インフレ率と成長率の間に逆相関を見出した。その後、Bruno and Easterly [1995]、Barro [1997]、Judson and Orphanides [1999]は、インフレ率が一定水準を超えている場合にのみインフレ率と実質経済成長率の逆相関が観察される、と報告している。一方、Bullard and Keating [1995]は、長期のインフレ率は実体経済の水準に影響するが、長期の実質経済成長率に対しては影響しないことを見出している。

---

<sup>3</sup> 一方で、債権者は所得が増えるが、債務者の倒産確率の上昇は非対称的なコストであるため、債務者と債権者双方への効果を比較すると、債務者のコストの方が上回ることになる。

## ( 2 ) 定量評価の対象項目の選別

本節では、( 1 )節でみた様々な論点の中から定量評価すべき論点を選別する。本稿では、最終的に前節(a)~(d)の論点を定量評価の対象として選ぶ。一方、(e)~(h)の論点は、定量評価の対象には含めないこととする。その理由は以下のとおりである。

まず、論点(e)の相対価格の識別の問題の背景には、情報コストが存在するが、情報の収集や処理のコストをモデル化し、定量的に評価することは容易ではない。したがって、本稿では完全情報を仮定することとする。

論点(f)については、税制はその時代の国民の選択によって変わり得るものである。したがって、現行税制がインフレ非中立的であるとしても、本稿では、特定の税制を基にインフレのコストとベネフィットを論じることはしない。

論点(g)については、予期せざる物価変動を政策によってシステムティックに制御することは、實際上難しいであろうし、経済主体の期待形成が合理的であるほど不可能になっていく。

論点(h)については、技術進歩が内生的であり、定常状態インフレ率が実質成長率に効果を及ぼす場合には、定常状態インフレ率が社会厚生に与える影響は大きなものになる可能性がある。しかし、長期的にインフレ率が実質経済成長率に影響するとする理論は、自然率仮説を基本とする標準的経済理論から大きく逸脱するものである。また、前述の通り、最近の先行研究によると、インフレ率が一定の水準を超えない範囲であれば、インフレ率と経済成長の間に関係は見出されていない。このことから、極端なインフレやデフレを考えない限り、深刻なコストが発生することはないと考えられる。

残る(a)~(d)の論点について、次節以降で定量評価の対象とする。具体的な扱い方は以下のとおりである。

### (a)貨幣保有の機会費用

貨幣保有に伴う消費者余剰の観点からは、貨幣保有の機会費用を最小にするインフレ率が社会厚生上望ましいとするフリードマン・ルールは妥当であるため、この論点を定量評価の対象とする。

一方、貨幣保有の機会費用が実体経済に与えるトービン効果あるいは逆トービン効果は、貨幣保有行動の定式化に依存しており、効果の向きに関して確かなことはいえないので、定量評価の対象から外す<sup>4</sup>。

---

<sup>4</sup> 例えば、貨幣入り効用関数において消費と貨幣が加法分離可能であると仮定すれば、逆トービン効果は、短期でも長期でも消滅することが知られている。

#### (b)名目金利のゼロ制約

日本経済が 1990 年代末から 2006 年央にかけて経験したように、ゼロ金利制約は実際に存在するので、この論点を定量評価の対象とする。

ゼロ金利制約の扱いは、金融政策の定式化に依存する。最適金融政策の文脈では、Jung, Teranishi and Watanabe [2005]や Adam and Billi [2006, 2007]が、中央銀行が損失関数を最小化する際の制約条件にゼロ金利制約を加えている。一方、金融政策がシンプルな政策反応関数で表現されることも多い。伝統的には、金融政策は外生的な貨幣供給として表現される。例えば、最もシンプルにゼロ金利制約を考察した Krugman [1998]は、外生的に貨幣を供給する中央銀行を想定している。また、実際の金融政策運営に則って、シンプルな金利ルールで金融政策を表現する場合は、政策反応関数上の短期金利に非負制約をかけることになる。本稿でも、政策反応関数に非負制約をかける形でゼロ金利制約を表現することにする。また、Reifschneider and Williams [2000]の研究にならい、ゼロ金利制約期においても、人々の期待への働きかけによって将来の金融緩和を前借りする効果も取り込む（詳細は 5（2）節）。

#### (c)価格粘着性

価格粘着性のモデルには様々なものがあるが、中でもカルボ型の価格設定モデルは扱いやすいため近年多用されている。本稿でも、カルボ型の価格設定を想定し、それから導出されるニュー・ケインジアン・フィリップス曲線と損失関数を用いて、価格粘着性を定量評価の対象とする。

#### (d)賃金の下方硬直性

Tobin [1972]に従って賃金の下方硬直性を考えると、フィリップス曲線は、長期的にみても垂直ではなくなる。この性質は、伝統的な自然率仮説からの帰結に反する。以下、この点を若干敷衍しよう。

日本のクロス・セクション・データによる実証分析によると、1992～97 年のデータからは賃金の下方硬直性が確認できるが、1998 年以降、完全な下方硬直性は観察されなくなった（Kuroda and Yamamoto [2005]）。また、マクロ・データを時系列でみると、1990 年代の日本経済では賃金上昇率が徐々に低下するとともに失業が悪化し続けた。完全な下方硬直性が観察されなくなったとされる 1998 年度にも、失業率は改善しなかった。賃金上昇率、失業率は、ともに 2002 年度がボトムであり、その後緩やかに改善している。1970 年度から 2004 年度までのデータを単純にプロットしてみても、賃金上昇率と失業率の間に、非線型な曲線を描くトレードオフ関係がみてとれる（図 2）。

図2 日本における賃金上昇率と失業

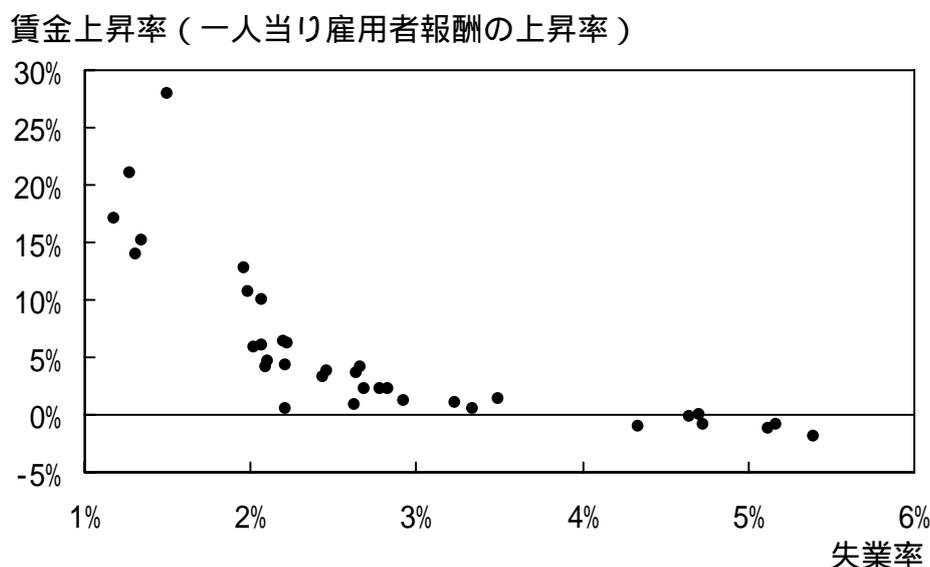


図2で観察されるトレードオフは、必ずしも構造的なトレードオフを示すものではないかもしれないが、以上のような観察事実は Tobin [1972]が描いたシナリオと相当程度一致している。

以上の観点から、日本においては、賃金の下方硬直性の事実と、それに基づく長期トレードオフを受け入れるのが自然であると我々は考える。一方で、自然率仮説を前提にして、賃金フィリップス曲線が長期的に垂直であると考えられる場合が多いことも承知している。したがって、実証上はサポートされないが、長期的に垂直なフィリップス曲線に基づく評価についても6(2)節で検討を加える。

### 3. モデルの設定

本節では、定量評価の対象とするインフレのコストやベネフィットを表現するために、構造モデルを構築し、それと統合的な社会損失関数を導出する。

我々は、小規模な閉鎖経済モデルを考える。民間経済主体は、家計、小売業者、生産者から構成される。無限に存続する家計が消費財を消費し、貨幣を保有する。消費財としては差別化された個別財を考える。小売業者は、生産者から中間財を購入して個別の消費財に変換し、これを価格粘着性のもとで家計に販売する。生産者は、労働を投入して中間財を生産する。簡単のため、生産関数には資本ストックを含めず、投資も存在しない。生産者は、労働者の労働効率に応じて賃金と雇用を決定する。また、賃金の下方硬直性については、賃金

下落時に労働者が労働効率を低下させるという仮定に基づいて導出する。

### (1) 家計

指標  $h \in [0,1]$  で表される家計  $h$  の初期における効用関数  $U_0(h)$  は、次式で表される<sup>5</sup>。

$$U_0(h) = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{u(c_t(h), \xi_t) + v(m_t(h))\} \quad (1)$$

ここで  $\beta$  は主観的割引因子、 $u$  は消費の効用関数、 $v$  は貨幣保有の効用関数である。 $c_t(h)$  は時期  $t$  における家計  $h$  の消費指数である。 $c_t(h)$  は、個別財の指標  $z \in [0,1]$  で表される個別財消費  $c_t(h, z)$  の Dixit-Stiglitz 指数として、

$$c_t(h) \equiv \left[ \int_0^1 c_t(h, z)^{\frac{\theta_t-1}{\theta_t}} dz \right]^{\frac{\theta_t}{\theta_t-1}}$$

と定義される。ここで  $\theta_t$  は後述(5)式で示されるように、個別財需要の価格弾力性を表す変数である。 $m_t(h)$  は家計  $h$  の実質貨幣保有残高である<sup>6</sup>。 $\xi_t$  は選好ショックである。なお、ここで現れた小文字の変数はいずれもトレンドで割られた値である（詳細は後述）<sup>7</sup>。

<sup>5</sup> 我々のモデルでは、弾力的な労働供給を考察するリアル・ビジネスサイクル・モデルやニュー・ケインジアン・モデルと異なり、労働の不効用を勘案していない。これは、失業の存在に関する解釈が異なることによる。労働の不効用を勘案するモデルでは、失業はある意味で労働者にとって効用を生む「余暇」であり、失業は自発的なものとみなされる。このモデルでは、消費と余暇の限界代替率と、労働の限界生産力との間で乖離が生じた場合に、その乖離によって社会損失が生じるとみなされる。一方、我々のモデルで労働の不効用を勘案しないのは、失業は労働者にとって「余暇」ではなく、効用を生むこともない、という解釈に立つからである。この解釈では、失業によって減少した消費が全て社会損失とみなされる。

<sup>6</sup> 消費と貨幣が加法分離可能な効用関数を仮定している。これは、トービン効果や逆トービン効果が生まれないことを意味している。

<sup>7</sup> (1)式の効用関数には、小文字( $c$ )で表記された消費が入っている。これは、トレンドで割られた消費から家計が効用を得ることが仮定されていることを意味する。この仮定は、トレンドで割られる前の消費から家計が効用を得るとする標準的な成長モデルの仮定とは異なっている。

本稿でこのように仮定したのは、日本の実際のマクロ・データと整合的なモデルを構築するためである。具体的には、日本経済については、消費の異時点間の代替弾力性が1よりはるかに小さい（換言すれば相対的危険回避度が大きい）ことが実証的に知られている。また、一般に、効用関数の中の消費がトレンドを持つモデルを想定すると、理論的な実質金利は、時間選好率のほかに、消費成長率と相対的危険回避度の積を含む。したがって、日本経済のように相対的危険回避度が極めて大きいと、理論上の実質金利が実際の実質金利よりもはるかに高くなってしまいう問題が発生する。

本稿では、この問題を回避するため、トレンドで割られた消費や貨幣保有から家計が効

家計  $z$  の予算制約式は次式で表される。

$$\int_0^1 P_t(z) C_t(h, z) dz + M_t(h) - M_{t-1}(h) + B_t(h) - R_t B_{t-1}(h) = W_t(h) l_t(h) + T_t(h) + \Gamma_t \quad (2)$$

ここで、 $C_t(h, z)$ 、 $M_t(h)$ 、 $B_t(h)$ は、個別財消費、名目貨幣保有残高、名目債券残高である。これらは、家計が効用最大化行動において操作する変数である。これらのように大文字の変数は、トレンドで割る前の変数である。それらと既出の小文字の変数との関係については、確定的なトレンドを  $D_t$  とすると、例えば消費については  $C_t(h, z) = c_t(h, z) D_t$  である。以下、他の変数についても特に断らない限り、大文字の変数はトレンドで割る前の値、小文字の変数はトレンドで割った値を示す。

また  $P_t(z)$  は個別財価格、 $R_t$  はグロス・ベースの名目金利、 $W_t(h)$  は名目賃金である。これらは家計から所与とみなされる。 $l_t(h)$  は、家計  $h$  内の就業者数である。後述するように、生産者が家計に雇用を割当ててるため、家計からみれば、 $l_t(h)$  は所与とみなされる。また、 $T_t(h)$  はシニョレッジを財源とする統合政府からの移転収入、 $\Gamma_t$  は生産者および小売業者の利益からの配当である。

代表的個人の想定を維持する便宜のため、 $T_t(h)$  は、家計ごとの賃金収入  $W_t(h) l_t(h)$  の違いを打ち消すように移転されているとする。

$$W_t(h_1) l_t(h_1) + T_t(h_1) = W_t(h_2) l_t(h_2) + T_t(h_2) \text{ for } \forall h_1, h_2 \in [0, 1]$$

$T_t(h)$  は、一括移転とみなされるため、家計の効用最大化行動には影響を与えない。初期における貨幣残高および債券残高が全ての家計で同じと仮定すれば、各家計の収入は同一になる。各期において各家計が選択する消費、貨幣残高、債券残高は全ての家計で同質になる。以下では家計の指標  $h$  を省略して表記する。

予算制約式(2)式のもとで、家計が各財の消費、貨幣残高、債券残高を操作して(1)式の効用を最大にするとすれば、以下のような1階条件が求まる。

$$E_t \beta \frac{u_c(c_{t+1}, \xi_{t+1})}{u_c(c_t, \xi_t)} \frac{P_t D_t}{P_{t+1} D_{t+1}} R_t = 1 \quad (3)$$

$$\frac{v_m(m_t)}{u_c(c_t, \xi_t)} = \frac{R_t - 1}{R_t} \quad (4)$$

---

用を得ることを仮定した。この場合、モデルの展開から分かるように、実質金利は相対的危険回避度から独立して決定されるため、上記の問題は発生しない。したがって、この仮定は本稿の実証の目的に適っていると考えられる。

$$\frac{c_t(h, z)}{c_t} \equiv \left( \frac{P_t(z)}{P_t} \right)^{-\theta_t} \quad (5)$$

ただし、価格指数  $P_t$  は、個別財価格  $P_t(z)$  の Dixit-Stiglitz 指数であり、

$$P_t \equiv \left[ \int_0^1 P_t(z)^{1-\theta_t} dz \right]^{\frac{1}{1-\theta_t}} \quad (6)$$

と定義される。ここで、(3)式はオイラー方程式、(4)式は貨幣需要関数と解釈することができる。また、(5)式は個別財需要関数であり、その右辺に現れている  $\theta_t$  は個別財需要の価格弾力性と解釈することができる。

Woodford [2003]の手法と同様、個別財価格  $P_t(z)$  が同一期間内で全て同一であり、かつそれらが時間を通じて変化しない状態をゼロ・インフレ定常状態 (zero-inflation steady-state) と呼ぶ。以下では、ゼロ・インフレ定常状態を中心にモデルの各式を対数線型近似することによって線型の方程式を導出する。

まず、(3)式のゼロ・インフレ定常状態を考えると、次式が導かれる。

$$\beta\gamma^{-1}R = 1$$

ここで、 $R_t$  から下付き添字  $t$  を取り除いた値  $R$  は、ゼロ・インフレ定常状態における  $R_t$  の値を表す。以下、他の変数についても同じである。 $\gamma$  はトレンドのグロス成長率  $D_t / D_{t-1}$  であり、 $\gamma$  はその定常状態における値である。

なお、割引因子を  $\delta \equiv \beta\gamma^{-1}$  と定義すれば  $R = \delta^{-1}$  である。対数ベースのネット実質金利を  $r \equiv -\log \delta$  と定義すれば  $R = \exp r$  である。

オイラー方程式のゼロ・インフレ定常状態の周りでの対数線型近似は、

$$\hat{c}_t = E_t \hat{c}_{t+1} - \sigma (\hat{i}_t - E_t \hat{\pi}_{t+1} - \hat{\gamma}_{t+1}) - \hat{g}_t \quad (7)$$

と表される。ここで、各変数の上部に付した山型記号は対数ベースでのゼロ・インフレ定常状態からの乖離を表している。例えば  $\hat{c}_t \equiv \log c_t - \log c$  である。以下、特に断らない限り他の変数も同じである。ただし、金利とインフレ率については、

$$\hat{i}_t \equiv \log R_t, \quad \hat{i}_t \equiv \log R_t - \log R$$

$$\hat{\pi}_t \equiv \log P_t - \log P_{t-1}$$

と定義する。パラメータ  $\sigma \equiv u_c / u_{cc} c$  は消費の異時点間の代替弾力性である。 $u_c, u_{cc}$  は、ゼロ・インフレ定常状態における偏導関数の値であり、 $u_c \equiv u_c(c, \xi)$ 、 $u_{cc} \equiv u_{cc}(c, \xi)$  である。以下同様に、関数の括弧書きを省略したものは、各関数のゼロ・インフレ定常状態における値を示す。右辺最終項の  $\hat{g}_t$  は需要ショックで

あり、次のように定義している。

$$\hat{g}_t \equiv \frac{u_{c\xi}\xi}{u_{cc}c} (\hat{\xi}_t - E_t \hat{\xi}_{t+1})$$

次に、貨幣需要関数(4)式については、ゼロ・インフレ定常状態は、

$$\frac{v_m}{u_c} = 1 - \delta \quad (8)$$

である。そこからの対数線型近似は次式である。

$$\hat{m}_t = \frac{\delta}{1-\delta} \chi \left\{ (\delta^{-1} - 1) \left( \sigma^{-1} \hat{y}_t - \frac{u_{c\xi}\xi}{u_c} \hat{\xi}_t \right) - \hat{i}_t \right\}$$

ただし  $\chi \equiv v_m / v_{mm} m$  である。 $\delta^{-1} - 1$  は、ネットの金利に相当しており、微小な値である。したがって、中括弧内の第1項は第2項  $-\hat{i}_t$  に比べて相対的に小さいので、これを捨象すれば、実質貨幣と名目金利の次の関係が求まる。

$$\hat{m}_t = -\frac{\delta}{1-\delta} \chi \hat{i}_t \quad (9)$$

なお、消費と貨幣は効用関数上加法分離可能であり貨幣の直接効果がないため、貨幣需要関数は、モデルには現れないが、後述する社会損失関数の導出に当たっては使用する。

## (2) 小売業者

小売業者は、後述する生産者から中間財を競争市場で購入し、これを差別化された個別財  $z$  に変形して独占的競争市場で家計に販売する<sup>8</sup>。その際、小売業者はカルボ型の価格硬直性に直面しているものと想定する。

小売業者  $z$  は次の利潤関数を最大化する。

$$\sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_{t+j}}{A_t} \alpha^j (P_t^* - P_{t+j}^m) C_{t+j}(z)$$

ここで、 $A_t \equiv \beta^t u_c(c_t, \xi_t) P_t^{-1} D_t^{-1}$  は名目の割引因子、 $\alpha$  は価格改定できない確率、 $P_t^*$  は価格改定できる場合に設定される価格、 $P_{t+j}^m$  は中間財の価格である。個別財の需要関数(5)式を上式に代入すると、次式となる。

$$\sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_{t+j}}{A_t} \alpha^j (P_t^* - P_{t+j}^m) \left( \frac{P_t^*}{P_{t+j}^m} \right)^{-\theta} C_{t+j}$$

利潤最大化の1階の条件は次式である。

<sup>8</sup> 小売業者を生産者から分離しているのは、戦略的補完性などで問題が複雑化することを避け、モデルを単純化するための措置である。

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Lambda_{t+j}}{\Lambda_t} \alpha^j \left( \theta_t \frac{P_{t+j}^m}{P_t^*} - (\theta_t - 1) \right) \left( \frac{P_t^*}{P_{t+j}} \right)^{-\theta_t} C_{t+j} = 0 \quad (10)$$

また、(6)式で定義される価格指数は、価格改定できる生産者の割合と価格改定できない生産者の割合に応じて、

$$P_t = \left[ \alpha P_{t-1} (z)^{1-\theta_t} + (1-\alpha) P_t^{*1-\theta_t} \right]^{\frac{1}{1-\theta_t}} \quad (11)$$

という推移式に従う。

以上の小売業者に関する方程式を、ゼロ・インフレ定常状態からの乖離によって表そう。相対価格を

$$p_t^* \equiv \frac{P_t^*}{P_t}, \quad p_t^m \equiv \frac{P_t^m}{P_t}$$

と定義すると、そのゼロ・インフレ定常状態における値は、

$$p^* = 1, \quad p^m \equiv \frac{\theta - 1}{\theta} \quad (12)$$

となる。(10)式をゼロ・インフレ定常状態の周りで対数線型近似すると、

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha\beta)^j \left( \hat{p}_{t+j}^m - \frac{1}{\theta-1} \hat{\theta}_{t+j} + \sum_{k=1}^j \pi_{t+k} - \hat{p}_t^* \right) = 0$$

となる。これと同様の式が  $t+1$  期についても成立する。 $t$  期の式と  $t+1$  期の式を組み合わせることにより次式が求まる。

$$\hat{p}_t^* = (1-\alpha\beta) \hat{p}_t^m + \alpha\beta E_t (\pi_{t+1} + \hat{p}_{t+1}^*) + \frac{1-\alpha\beta}{\theta-1} \hat{\theta}_t \quad (13)$$

また、(11)式を対数線型近似すると次式が得られる。

$$\hat{p}_t^* = \frac{\alpha}{1-\alpha} \hat{\pi}_t$$

これを(13)式に代入することにより、次式が得られる。

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda \hat{p}_t^m + \hat{\mu}_t \quad (14)$$

これは、いわゆるニュー・ケインジアン型フィリップス曲線である。ここで、 $\lambda$  はフィリップス曲線の傾き、 $\hat{\mu}_t$  は価格ショックであり、それぞれ次のように定義されている。

$$\lambda \equiv \frac{(1-\alpha)(1-\alpha\beta)}{\alpha}, \quad \hat{\mu}_t \equiv \frac{(1-\alpha)(1-\alpha\beta)}{\theta-1} \hat{\theta}_t$$

### (3) 生産者

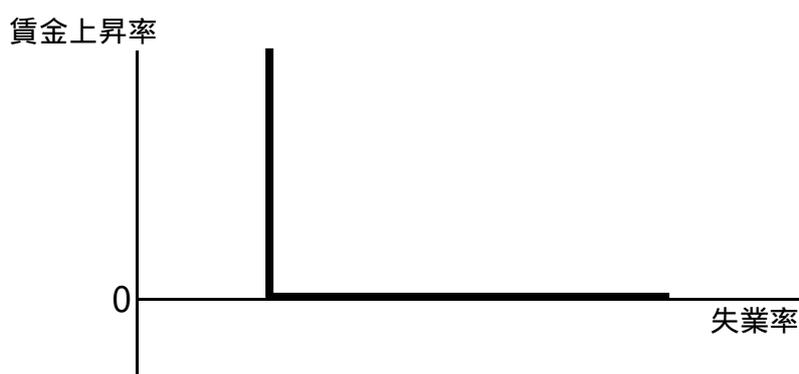
生産者については、モデル導出上の説明が煩雑なので詳細を補論 A に譲り、ここでは概要のみを説明する。

本稿では、失業に関するスタンダードな理論と思われる効率賃金モデルに依拠し、さらに名目賃金下落により労働効率を低下させる労働者を想定することにより、賃金の下方硬直性のモデルを構築する。効率賃金モデルでは、賃金などの水準に応じて労働効率が変化することを前提に、生産者が利潤最大化により賃金水準を調整する。労働市場に需要不足があるときには、生産者は、賃金と雇用量の両方を調整する。このとき、労働者は雇用を割当てられる。本稿では、生産要素として労働のみを考え、資本ストックなどは扱わない。生産関数は労働の線型関数で表されると仮定する。

まず、賃金に下方硬直性が存在しないケースでは、賃金上昇率に関わらず失業率は一定に保たれる。すなわち、賃金と失業にトレードオフが存在しない。これは、この時点では、何らの名目摩擦を取り入れていないため、名目変数である賃金と実質変数である失業の間に関係が生じないからである。

次に、これと対極的なケースとして、賃金が完全に下方硬直の場合を考えよう。賃金と失業のトレードオフ関係は、図3のように、賃金上昇率がプラスの領域では垂直、賃金上昇率がゼロの点で水平となり、全体としてL字型を描く。

図3 賃金が完全に下方硬直的な場合の賃金と失業のトレードオフ

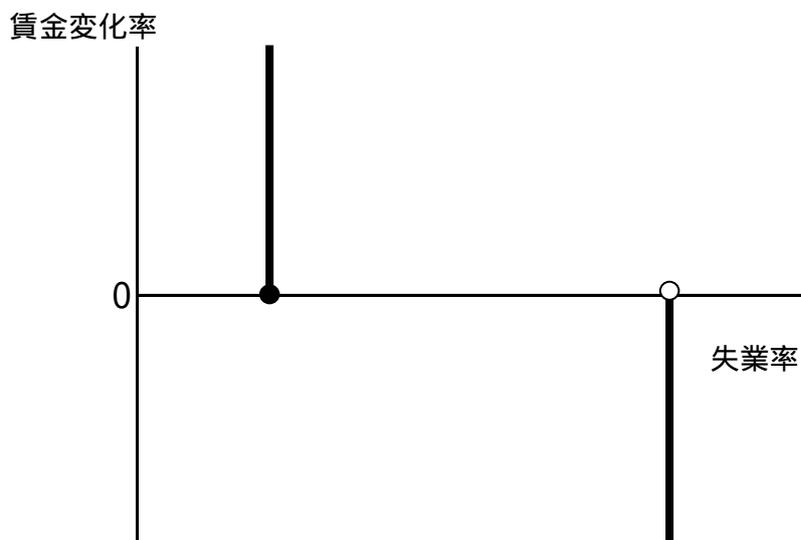


しかし、賃金が完全に下方硬直的なこのようなモデルは、1990年代に賃金の下落を経験した日本経済には当てはまらないと考えられる。そこで、完全な下方硬直性の仮定ではなく、賃金の下落局面で労働効率が一段と悪化するような効率関数<sup>9</sup>を想定することによって賃金の下方硬直性を取り入れることを考える。

<sup>9</sup> Elsby [2006]は、行動経済学の観点から労働者の危険回避行動をモデルに取り入れ、賃金引き下げにより労働者が労働効率を低下させると論じている。

この場合、賃金と失業のトレードオフは図4のようになる。

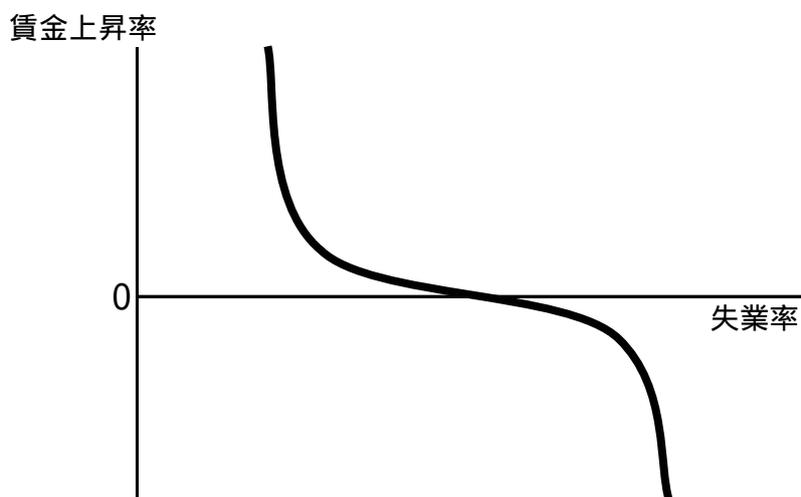
図4 賃金下落時には労働効率が低い場合の賃金と失業のトレードオフ



一方、前節の図2に示された日本の実際のデータによると、賃金上昇率がほぼゼロの時には賃金と失業のトレードオフ関係は右下がりになっている。この関係を説明する仮説の一つは、各生産者に対する個別ショックのために賃金上昇率にバラツキがあるという可能性である。この想定の下では、平均的な賃金の上昇率が高ければ、賃金上昇生産者の割合が高くなり、その結果として失業率が低くなる。個別生産者の賃金上昇率の分布が正規分布であると仮定すると、推計も容易である。以上の観点から、個別生産者の賃金上昇率に分布が生じるように労働効率関数を修正すると、最終的に、図5のような賃金と失業のトレードオフ関係が求まる。

平均的な賃金上昇率と失業率のトレードオフ関係は、累積正規分布関数の形状に従う滑らかな曲線によって表される。平均賃金上昇率が大きくプラスの領域では、大部分の生産者で賃金が増え、失業率は下限値近傍でほとんど動かないため、曲線はほぼ垂直になる。平均賃金上昇率が低下するにつれて、賃金が下落する生産者の割合が増える。賃金が下落する生産者の属する労働市場の失業率は相対的に高いため、全体の失業率は高くなる。平均賃金上昇率が大きくマイナスになる領域では、殆どの生産者で賃金が下落しており、失業率は上限値近傍でほとんど動かないため、曲線は再びほぼ垂直になる。

図5 個別ショックがある場合の賃金と失業のトレードオフ



これを数式で表すと次式の通りである。

$$v_t = -(v^{upper} - v^{lower})CN\left(\frac{\varpi_t}{\sigma_\varpi}\right) + v^{upper} \quad (15)$$

ここで、 $v_t$  は失業率であり、就業率  $l_t$  の対数値を用いて  $v_t \equiv -\log l_t$  と定義される。 $CN$  は累積正規分布関数である。 $\varpi_t$  は対数階差ベースで表示された平均賃金上昇率である。パラメータ  $v^{upper}$  は失業率の上限値、 $v^{lower}$  はその下限値、 $\sigma_\varpi$  は個別賃金の分布の標準偏差を表している。

(15)式のゼロ・インフレ定常状態は次式である。

$$v = -(v^{upper} - v^{lower})CN\left(\frac{\varpi}{\sigma_\varpi}\right) + v^{upper}$$

また(15)式を線型近似すると次式が得られる。

$$\hat{v}_t = -\eta\hat{\varpi}_t \quad (16)$$

ここで、

$$\hat{v}_t \equiv v_t - v, \quad \eta \equiv \frac{v^{upper} - v^{lower}}{\sigma_\varpi} CN'\left(\frac{\varpi}{\sigma_\varpi}\right)$$

である。

以上の関係式には長期と短期の区別はなく、長期においても賃金と失業のトレードオフ関係が存在する。ここでは自然率仮説は成り立っていない。

一方、自然率仮説においては、名目変数が経済主体に与える影響は貨幣錯覚

によるものであり、長期的には消滅する。この考え方に対しては、上記のように賃金が下落するか否かで労働者の労働効率が長期的に異なるという想定は適合しない。そこで、上記の長期的なトレードオフ関係のほかに、代替的なモデルとして、自然率仮説に依拠した短期的なトレードオフ関係も導出しておくことにする。すなわち、労働効率関数が短期の変動の影響を受けるように修正し、労働者の期待形成がバックワードであると仮定する。このとき、賃金と失業のトレードオフは次式のようになる。

$$\bar{\omega}_t = \bar{\omega}_{t-1} - (v_t - v)$$

ここで、定常状態  $v$  は、インフレ率の水準に関わらず一定であり、賃金上昇率を加速も減速もさせない失業率（すなわち NAIRU）である。上式をゼロ・インフレ定常状態からの乖離によって表現すると、

$$\hat{\omega}_t = \hat{\omega}_{t-1} - \hat{v}_t \quad (17)$$

となる。

このほか、生産者の行動からは、以下の関係が導かれる。

- ・実質ユニット・レーバークストを  $s_t \equiv W_t l_t / P_t Y_t$  と定義すれば、それと中間財相対価格  $p_t^m$  が一致する。
- ・労働生産性  $A_t$  がトレンドで割られた値を  $a_t \equiv A_t / D_t$  とすれば生産と就業率の間に  $y_t = a_t l_t$  という関係がある。
- ・定常状態の賃金上昇率  $\omega$  は生産性のトレンド成長率  $\log \gamma$  と等しくなる。

また、実際の産出の生産能力からの対数乖離  $\hat{x}_t \equiv \hat{y}_t - \hat{a}_t$  を「産出ギャップ」と定義する<sup>10</sup>と、産出ギャップと就業率、失業率の間に  $\hat{x}_t = \hat{l}_t = -\hat{v}_t$  という関係が成立する。

#### (4) 市場均衡条件

財市場の均衡条件は、

$$\int_0^1 Y_t(f) df = \int_0^1 \int_0^1 C_t(z, h) dz dh$$

である。本モデルは閉鎖経済を考えており、また、投資を考えていないため、均衡では産出と消費が一致する必要がある。

また、貨幣市場、債券市場の均衡条件は、

<sup>10</sup> 本稿でいう産出ギャップは、生産要素の稼働率をベースに定義されており、景気分析の実務で伝統的に利用されてきた需給ギャップである。これは、ニュー・ケインジアン型の経済モデルで定義される産出ギャップ（自然水準からの乖離）とは異なる概念である。

$$\int_0^1 M_t(h)dh = M_t^s, \quad \int_0^1 B_t(h)dh = 0$$

である。ここで  $M_t^s$  は貨幣供給である。統合政府の債券発行は均衡ではゼロである。

#### (5) モデルの全体像

(1) 節から (4) 節で導出した方程式を以下に整理しよう。ここでは、マクロ変数は、ゼロ・インフレ定常状態からの対数乖離によって表示することにする。

・ IS 曲線

$$\hat{x}_t = E_t \hat{x}_{t+1} - \sigma(\hat{i}_t - E_t \hat{\pi}_{t+1} - \hat{\gamma}_{t+1}) + \hat{g}_t + E_t \Delta \hat{a}_{t+1} \quad (18)$$

・ ユニット・レーバークストの動学式

$$\hat{s}_t = \hat{s}_{t-1} + \hat{\omega}_t - \hat{\pi}_t - \Delta \hat{a}_t \quad (19)$$

・ ニュー・ケインジアン型フィリップス曲線

$$\hat{\pi}_t = \beta E_t \hat{\pi}_{t+1} + \lambda \hat{s}_t + \hat{\mu}_t \quad (20)$$

・ 賃金上昇率と GDP ギャップの間のトレードオフ関係式

$$\hat{x}_t = \eta \hat{\omega}_t \quad (21)$$

・ 賃金上昇率と GDP ギャップの間の代替的な関係式：NAIRU 版

$$\hat{\omega}_t = \hat{\omega}_{t-1} + \hat{x}_t \quad (22)$$

(18)式は、 $\hat{y}_t = \hat{c}_t$ 、 $\hat{x}_t \equiv \hat{y}_t - \hat{a}_t$  を用いて、(7)式を  $\hat{x}_t$  の式に変換したものである。(19)式は、ユニット・レーバークストとインフレ率や賃金上昇率との関係を導くために、ユニット・レーバークストの定義式の対数乖離と  $y_t = a_t l_t$  を組み合わせ、時間差分をとったものである。(20)式は、 $\hat{p}_t^m = \hat{s}_t$  を用いて(14)式を  $\hat{s}_t$  の式に変換したものである。(21)式と(22)式は、 $\hat{x}_t = -\hat{v}_t$  を用いて(16)式と(17)式を  $\hat{x}_t$  の式に変換したものである。

正のインフレ率のもとでの定常状態は、ゼロ・インフレ定常状態からの乖離として表す。その乖離を各変数の上付きバーで表現する。例えば、 $\bar{\pi}$  は定常状態インフレ率のゼロ・インフレからの乖離である。(18)式や(19)式から、インフレ率と名目金利、名目賃金上昇率との一対一関係が求まる。

$$\bar{i} = \bar{\pi}, \quad \bar{\omega} = \bar{\pi}$$

また、(21)式からは、

$$\bar{x} = \eta \bar{\omega} \quad (23)$$

となるが、賃金と失業のトレードオフ関係は本来非線型であるので、定量評価に当たっては、対数線型近似の前の(15)式から導かれる次式を用いることにする。

$$\bar{x} = (v^{upper} - v^{lower}) \left( CN\left(\frac{\bar{\omega} + \bar{\omega}}{\sigma_{\bar{\omega}}}\right) - CN\left(\frac{\bar{\omega}}{\sigma_{\bar{\omega}}}\right) \right) \quad (24)$$

これは、定常状態インフレ率によって産出ギャップの水準が異なることを意味している。この点で Friedman[1969]の意味での自然率仮説が成り立っていない。この性質は、専ら賃金の下方硬直性に由来しており、自然率仮説を成り立たせない他の要因、たとえば貨幣の直接効果やマークアップ率<sup>11</sup>を通じた効果に起因するものではない。なお、このように賃金と失業のトレードオフ関係を認めず、自然率仮説の成立を前提として分析を行う場合には、(21)式の代わりに NAIRU 型の(22)式を採用する。この場合、定常状態では、

$$\bar{x} = 0$$

となる。定常状態で産出ギャップはインフレ率に依存しない一定値を取ることから、自然率仮説が成立していることが分かる。

#### (6) 社会損失関数

社会損失は、Woodford [2003]などを参考にして、家計の効用関数を2次近似することで求める。導出過程は補論Bに譲る。社会損失  $TSL_0$  は、最終的には次式で表される。

$$TSL_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t SL_t \quad (25)$$

$$SL_t = \frac{1}{2} \frac{\theta}{\lambda} \hat{\pi}_t^2 - \hat{x}_t + \frac{1}{2} (\sigma^{-1} - 1) \hat{x}_t^2 + (1 - \delta) k \left\{ \frac{\delta}{1 - \delta} \chi_t \hat{x}_t + \frac{1}{2} (\chi^{-1} - 1) \left( \frac{\delta}{1 - \delta} \chi_t \hat{x}_t \right)^2 \right\} \quad (26)$$

各期の社会損失  $SL_t$  は、ゼロ・インフレ定常状態の周りでの2次近似<sup>12</sup>として

<sup>11</sup> 定常状態マークアップ率  $\bar{s}^{-1}$  は  $\bar{\pi}$  に依存する。我々のモデルでは重要性がないため説明は省略する。詳しくは King and Wolman [1996]を参照。

<sup>12</sup> この社会損失の2次近似式の中には産出ギャップおよび名目金利の1次項が含まれている点に言及しておく必要がある。

すなわち、本稿のように構造モデルを1次近似によって表現する場合、一般に、マクロ変数の精度も1次近似となっている。ここで、社会損失の2次近似表現の中に、マクロ変数の1次項がなく2次項のみが含まれる場合には、社会損失の評価精度として2次近似が保たれる。一方、社会損失の表現にマクロ変数の1次項が含まれる場合には、社会損失の評価精度は1次近似となってしまう、2次までの評価を行ううえで正確性が損なわれ得る。この問題の所在については、青木浩介氏からご指摘を頂いた。

この問題を根本的に回避するには、例えば、Benigno and Woodford [2005]の手法によって、構造モデルを2次近似表現することが考えられる。しかし、本稿では、計算負荷の高い確

表現されている。(26)式の右辺では、ゼロ・インフレ定常状態において損失がゼロになるように定数項が調整されている。また、産出ギャップの1次項にかかる係数が-1となるように、右辺のマクロ変数の係数が規準化されている。これは、 $SL_t$  が0.01上昇すると実質GDPの1%に相当する社会損失が生じることを意味する。なお、 $k$  は、貨幣残高の対GDP比率のゼロ・インフレ定常状態における値である。

(26)式の右辺各項の意味するところは以下の通りである。まず、第1項のインフレ率の項は「物価変動の損失」を表している。導出過程から明らかなように、これは物価変動に伴う個別財価格の間の相対価格の歪みに伴う損失である。インフレ率の項に1次の項がなく2次の項だけあるのは、ゼロ・インフレで損失が最小になることを示している。

次に、第2・3項の産出ギャップの項は「生産の損失」を示している。その1次の項の係数は負である。これは、生産の水準が高ければ損失が小さいことを示している。その2次の項の係数は正である。これは、生産の変動に伴って損失が生じることを示している。

最後に、第4項の金利の項は「貨幣保有の損失」を表している。その1次の項の係数は正である。これは、金利が高ければ貨幣保有の機会費用がかかり、消費者余剰上の損失が発生することを示している。この項はフリードマン・ルールを表しているものと解釈できる。その2次の項は、金利の変動に伴う損失である。

---

率シミュレーションを実行する必要があるため、モデルの複雑化の回避を優先し、構造モデルは1次近似にとどめた。このために発生する上記の問題については、以下のように考える。

まず、貨幣保有の損失に対応する名目金利については、現実的なパラメータ設定のもとでは、その1次項の係数は2次項の係数に比べて相対的に小さい。したがって、1次項の存在に伴う近似誤差の問題は深刻ではない。一方、生産の損失に対応する産出ギャップの1次項の係数は、一般に、必ずしも小さいとは言えない。典型的なニュー・ケインジアン・モデルの分析では、便宜上、生産量が政府の補助金により調整され、ゼロ・インフレ定常状態で効率水準が達成される（社会損失に1次項が存在しない）と仮定することで、問題を回避している。これに対し、本稿では、最適な定常状態インフレ率を評価するうえでは、そのような便宜的な仮定を採用すべきではないと考え、ゼロ・インフレ定常状態で生産量が効率水準を下回る（社会損失に1次項が存在する）ことを許容した。これに伴い、生産水準に含まれる2次の誤差が社会損失の評価上無視し得ない可能性がある。そこで本稿では、後述するように、任意のインフレ率のもとでの定常状態とゼロ・インフレ定常状態との間の生産水準の乖離を1次近似で計算するのではなく、本来の非線型な(24)式を用いることとし、この扱いによって近似誤差の問題を緩和した。

#### 4. 定常状態における社会損失の評価

##### (1) 定常状態における社会損失の概念

本節以降、前節で構築した経済モデルと社会損失を用いて、日本経済における社会損失を定量的に評価する。

その際、社会損失は、定常状態で生じている社会損失と、定常状態から乖離することで生じる社会損失に区分できる。仮に経済構造が線型近似の範囲であり、また金融政策上ゼロ金利制約が存在せず政策反応が線型であれば、モデル全体が線型になるため、定常状態からの乖離によって生じる社会損失は定常状態インフレ率の水準に依存しない。したがって、異なる定常状態インフレ率の間で社会損失を比較するうえでは、定常状態の乖離から生じる社会損失を考える必要はなく、定常状態の社会損失だけを比較すればよい。一方、ゼロ金利制約が存在すると、モデルが非線型になるため、定常状態からの乖離に伴う社会損失は定常状態インフレ率の水準に依存する。

以上の観点を踏まえ、本節では、社会損失を定量評価する出発点として、定常状態における社会損失を計測し、異なる定常状態インフレ率の間で社会損失を比較する。これは、経済構造がゼロ・インフレの周りで線型近似の範囲にあるとみなし、またゼロ金利制約に伴う非線型性を無視することを意味する。以下では、インフレ率が0～3%程度であれば経済構造が近似の範囲内であると考える<sup>13</sup>、この範囲で分析を行う。また、ゼロ金利制約に伴う非線型性は、5節と6節で取り扱う。

##### (2) 定常状態における社会損失関数

まず、(26)式の各期の社会損失は、定常状態において、

$$\overline{SL} = \frac{1}{2} \frac{\theta}{\lambda} \bar{\pi}^2 - \bar{x} + \frac{1}{2} (\sigma^{-1} - 1) \bar{x}^2 + (1 - \delta) k \left\{ \frac{\delta}{1 - \delta} \chi \bar{i} + \frac{1}{2} (\chi^{-1} - 1) \left( \frac{\delta}{1 - \delta} \chi \bar{i} \right)^2 \right\} \quad (27)$$

と記述できる。定常状態では、金利とインフレ率の対一関係から、 $\bar{i} = \bar{\pi}$ である。 $\bar{x}$ は、賃金と失業の間のトレードオフを認める場合は、

$$\bar{x} = (v^{upper} - v^{lower}) \left( CN \left( \frac{\varpi + \bar{\pi}}{\sigma_{\varpi}} \right) - CN \left( \frac{\varpi}{\sigma_{\varpi}} \right) \right) \quad (28)$$

<sup>13</sup> インフレ率を0～3%のレンジで評価する場合には、本近似に伴って捨象された高次の項からの影響は、捨象されていない次数に対して0～3%のオーダーであり、この程度の誤差は無視できると考えられる。

となる。

なお、(28)式に代えて、NAIRU 型賃金フィリップス曲線を採用する場合には、

$$\bar{x} = 0$$

である。

以上から、(27)式は $\bar{\pi}$ の関数であり、その極小点 $\bar{\pi}^*$ を見つけることが可能である。すなわち、 $\bar{\pi}^*$ は、

$$\left. \frac{d\overline{SL}}{d\bar{\pi}} \right|_{\bar{\pi}=\bar{\pi}^*} = 0$$

を満たす。(28)式に対して対数線型近似を適用して $\bar{x} = \eta\bar{\pi}$ とすれば、 $\bar{\pi}^*$ の解を解析的に見出すことも可能である<sup>14</sup>。しかし、本稿では以下、計算の正確性を高めるため、この近似を適用せず、非線型な性質を保ったうえで、関数 $\overline{SL}$ を数値的にプロットし、 $\bar{\pi}^*$ を評価する。

社会損失を定量的に評価するためには、パラメータの値を適切に設定する必要がある。本稿では、なるべく日本経済の特性に合わせたパラメータ設定を行う。

### (3) データ

我々は、パラメータ設定のために用いるデータについて、期間の単位として年を用いる。これは、日本における生産者の賃金設定および雇用の調整は、月単位や四半期単位では十分に行われず、少なくとも年単位の期間を要すると考えられることによる。また、日本の賃金や雇用の調整は、主として、4月に始まり翌年3月に終わる年度を単位に行われる傾向があるので、年度データを用いる。以下で、「年」といえば1月から始まる暦年ではなく4月から始まる年度を意味する。

サンプル期間は、特に断らない限り、1981年から2004年である。これは石油ショックの影響が残る1980年以前を除くためである。1970年代を含むデータについては、6節で検討する。

産出 $Y_t$ には実質GDP、価格指数 $P_t$ にはGDPデフレーター、名目賃金 $W_t$ には一人当たりの雇用者報酬、労働生産性 $A_t$ には就業者一人当たりの実質GDPを用い

<sup>14</sup> (28)式に対数線型近似を適用する場合には、 $\bar{\pi}^*$ の解は次のようになる。

$$\bar{\pi}^* = \frac{\eta - k\delta\chi}{\theta\lambda^{-1} + \eta^2(\sigma^{-1} - 1) + k\delta^2(1-\delta)^{-1}\chi(1-\chi)}$$

また(28)式に代えてNAIRUを採用した場合には、 $\bar{\pi}^*$ の解は次のようになり、負の値をとる。

$$\bar{\pi}^* = \frac{-k\delta\chi}{\theta\lambda^{-1} + k\delta^2(1-\delta)^{-1}\chi(1-\chi)}$$

る。グロスの金利  $R_t$  はオーバーナイト物のコール金利から求める。ただし 1985 年以前は有担保コール金利、1986 年以降は無担保コール金利である。

産出ギャップ  $\hat{x}_t$  は、 $\hat{v}_t$  に一致するので、失業率  $v_t$  のサンプル期間平均からの乖離で測る。

実質ユニット・レーバ・コスト  $s_t$  としては、労働分配率を用いる。労働分配率は、雇用者一人当たりの雇用者報酬に就業者数を乗じて名目 GDP で除した値である。 $\hat{s}_t$  は労働分配率のサンプル期間平均からの対数乖離で測る。

貨幣は、付利されていない民間保有の金融資産であるので、M1 を用いる<sup>15</sup>。

#### (4) パラメータの設定

事後的な実質金利のサンプル期間の平均値は 3% であるので、割引因子  $\delta$  を  $1/1.03$  と設定する。労働生産性を実質 GDP の就業者数に対する比率として測ると、その成長率のサンプル期間平均値は 1.8% である。そこで生産性のグロス成長率のトレンド  $\gamma$  を 1.018 と設定する。主観的割引因子  $\beta$  は、 $\delta$  と  $\gamma$  の積であるので、 $\beta = \delta\gamma = 1.018/1.030 \cong 0.982$  と設定する。ゼロ・インフレ定常状態における対数階差ベースの賃金上昇率  $\omega$  は、生産性トレンドの対数階差から求め、 $\omega = \log \gamma \cong 0.018$  と設定する。

小売業者が価格を改定できない確率  $\alpha$  は、Galí and Gertler [1999] を参考に、対数線型化されたフィリップス曲線

$$E[\alpha\pi_t - \alpha\beta\pi_{t+1} - (1-\alpha)(1-\alpha\beta)\hat{s}_t] = 0$$

を推計して求める。推計式に将来の変数  $\pi_{t+1}$  を含むため、推計方法として操作変数法を用いた<sup>16</sup>。操作変数は、定数項と  $\hat{\pi}_{t-1}, \hat{s}_{t-1}, v_{t-1}$  である。 $\beta$  は前述の設定値で固定した。 $\alpha$  の推計結果は 0.58、その標準誤差は 0.14 である。これに基づき  $\alpha=0.6$  と設定する。これは平均的な価格改定間隔  $1/(1-\alpha)$  が 2.5 年であることを意味する。これに基づきフィリップス曲線の傾き  $\lambda$  を 0.27 と設定する。

貨幣需要の金利弾力性  $\chi$ 、消費の異時点間の代替弾力性  $\sigma$ 、貨幣残高対 GDP 比率のゼロ・インフレ定常状態における値  $k$  は、貨幣需要関数の(4)式を元にした次式を推計することにより設定する。

<sup>15</sup> M1 には、若干の金利を生む普通預金なども含まれている。しかし、これらの預金の金利は僅かであるので、金利を生まないものとみなす。

<sup>16</sup> Galí and Gertler [1999] によれば、GMM による推計が望ましい。しかし本分析では、サンプル数が少ないため、操作変数法を用いた。なお、GMM を用いても、結果は大きく変わらない。

$$\frac{M_t}{P_t Y_t} = k' \left( \frac{i_t - 1}{i_t} \right)^{-\chi}$$

これは、(4)式において、弾力性を一定とし、 $\chi$ と $\sigma$ が一致すると仮定したものである。 $\chi$ と $\sigma$ が一致しないと貨幣残高の対 GDP 比率が定常状態を持たなくなってしまうため、本稿では両者が一致するものとする。 $k'$ は定数である。

推計方法は非線型最小自乗法による。推計値は、 $\chi$ が0.116(標準誤差0.003)、 $k'$ が0.185(標準誤差0.005)である<sup>17</sup>。 $\chi$ の推定値から貨幣需要の金利弾力性 $\chi$ を0.12と設定する。また、消費の異時点間の代替弾力性 $\sigma$ もこれと同じ0.12と設定する<sup>18</sup>。また、 $k$ は、ゼロ・インフレ定常状態における貨幣残高の対 GDP 比率であるから、 $k = k'(1-\delta)^{-\chi}$ である。これから $k = 0.28$ と設定する。

個別財需要の弾力性 $\theta$ は、(12)式と(39)式より、実質ユニット・レーバ・コストの定常状態値 $s$ と次の関係を持つ。

$$\theta = \frac{1}{1-s}$$

実質ユニット・レーバ・コストのサンプル期間平均値は $s = 0.68$ である。これから $\theta$ を3.1と設定する。

賃金と失業のトレードオフ関係については、

$$v_t = -(v^{upper} - v^{lower}) CN \left( \frac{\varpi_t}{\sigma_\varpi} \right) + v^{upper}$$

を推計する。最小自乗法による推計結果と、それに基づくパラメータの設定値は以下のとおりである。

表1 賃金と失業のトレードオフに関する推計結果(1981~2004年)と社会損失評価上のパラメータ設定値

|                 | 推定値    | (標準誤差)   | 設定値   |
|-----------------|--------|----------|-------|
| $v^{upper}$     | 0.0571 | (0.0030) | 0.057 |
| $v^{lower}$     | 0.0247 | (0.0015) | 0.025 |
| $\sigma_\varpi$ | 0.0116 | (0.0029) | 0.012 |

これは、失業率の上限値が5.7%、下限値が2.5%であり、賃金上昇率ゼロの時は失業率が上下限平均の4.2%になることを意味する。

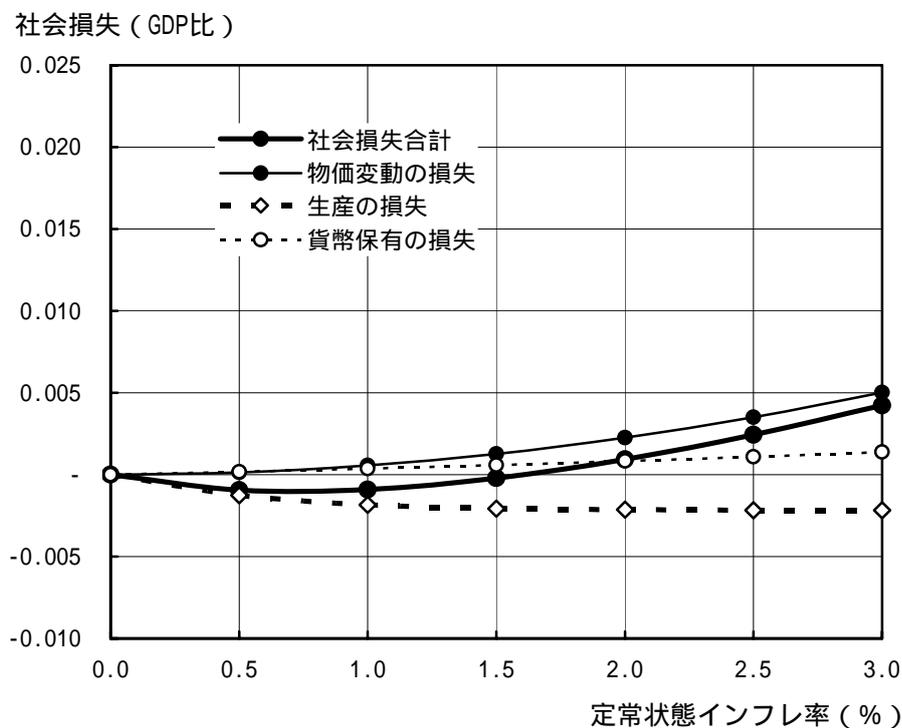
<sup>17</sup> Shiratsuka [2001]は $\chi$ を0.11程度と推定しており、本稿の設定と似た結果となっている。

<sup>18</sup> これは Kimura and Kurozumi [2004]が $\sigma = 0.15$ と推定しているのに近い。

( 5 ) 定常状態における社会損失の評価

以上のパラメータ設定のもとで、ゼロ%から年率3%まで0.5%刻みの定常状態インフレ率に対応する各定常状態について、それぞれ社会損失(27)式の $\overline{SL}$ を計算したものが図6である。縦軸の社会損失の尺度はGDPの対数乖離に相当しており、その0.01は、GDPの1%相当の損失が毎年恒常的に発生することを意味している。

図6 定常状態における社会損失



例えば、インフレ率が3%程度の場合、ゼロ・インフレの場合と比べて、GDPが毎年0.4%程度低下するのに相当する社会損失が発生する。3(6)節の定義に即して、社会損失の内訳をみると、物価変動の損失はGDPの0.5%相当、生産の損失はGDPの-0.2~-0.3%相当(すなわち利得)、貨幣保有の損失はGDPの0.1~0.2%相当である。社会損失を最小にする「最適なインフレ率」は、0.5%あるいは1.0%程度と推定される。もっとも、社会損失関数の曲線の形状はかなりフラットであり、インフレ率が±0.5%程度乖離した時の社会損失の乖離はGDPの0.1%に満たない。統計データや本稿のモデリング、パラメータ設定に不確実性が付随することを考えると、社会損失の違いは相対的に小さいとの見方もできる。

なお、賃金と失業の長期トレードオフを認めず、NAIRU型の関係を採用した

場合には、生産の損失は長期インフレ率の水準に関わらなくなる。このため、社会損失は、生産の損失を除いたベースになる。この場合、図6のようにゼロ以上のインフレ率を想定するのであれば、ちょうどゼロ・インフレで社会損失が最小化される。デフレも容認するのであれば、デフレの領域で社会損失が最小化される。

## 5. 定常状態からの乖離を勘案した社会損失の評価

### (1) 定常状態からの乖離により生じる社会損失の概念

前節の分析は、定常状態における社会損失を対象としたものであった。5節では4節の分析を拡張し、定常状態からの乖離を含めて社会損失を考察する。経済構造が線型近似の範囲であるという仮定を維持したまま、ゼロ金利制約に伴う非線型性を考慮し、金利に非負制約を課した確率シミュレーションを行う。

### (2) 金融政策の定式化とモデルの解法

ゼロ金利制約を勘案した確率シミュレーションを行うためには、まず金融政策を定式化する必要がある。Adam and Billi [2006, 2007]が示したような理論上の最適政策を分析する方法も考えられるが、本稿では、現実に行いやすいという観点を重視して金融政策を定式化する。具体的には、テイラー型のシンプルな政策反応関数をベースとして、ゼロ金利制約下の政策金利 $i_t$ を次式で表現する。

$$i_t^f = r + \bar{\pi} + \phi_\pi(\hat{\pi}_t - \bar{\pi}) + \phi_x(\hat{x}_t - \bar{x}) - (i_{t-1} - i_{t-1}^f)$$

$$i_t = \max(i_t^f, 0)$$

$i_t^f$  はゼロ金利制約がない場合の金利であり、 $\phi_\pi$  はインフレ率に対する政策反応、 $\phi_x$  は産出ギャップに対する政策反応を表すパラメータである。第2式は、第1式が指し示す金利が非負の場合はその通りに政策金利を設定するが、これが負になった時は政策金利をゼロにすることを示す。ここで、第1式の最後の項は、Reifschneider and Williams [2000]型の時間軸効果を取り入れるためのものである。これは、ゼロ金利制約に伴う緩和不足分を将来の緩和継続のコミットメントによって補完する効果を持つ。いわば、将来の金融緩和の効果を「前借り」することで、足許の緩和効果を高めるというモデルである<sup>19</sup>。

<sup>19</sup> 実際に2001年から2006年まで日本で採用された量的緩和政策においても、CPIへのコミットメントを通じてこのような時間軸効果が生まれたことを示す実証結果が多い。詳細は、Ugai [2007]を参照されたい。

政策パラメータ  $\phi_\pi$ ,  $\phi_x$  は実際の政策反応に基づき設定する。すなわち、

$$i_t = \phi_\pi \pi_t + \phi_x \hat{x}_t + \text{constant}$$

を推計する。サンプル期間は 1981 年から、日本経済がゼロ金利制約に陥る 1998 年までである。推計方法は最小自乗法 (OLS) である。推計値は、 $\phi_\pi$  が 1.36 (標準誤差 0.18)、 $\phi_x$  が 1.06 (同 0.42) である。これから  $\phi_\pi=1.4$ 、 $\phi_x=1.1$  と設定する。

本分析のモデルはフォワード・ルッキングな変数を含むことから、モデルを解く必要がある。しかし、このモデルは、ゼロ金利制約という非線形性を有しており、解析的に解くことはできないため、stacked-time アルゴリズム (Hollinger [1996]) による数値計算を利用する。また、モデルを解くうえで、将来の政策金利については、理想的には、

$$E_t i_s = E_t \max(i_s^f, 0) \quad \text{for } \forall s > t$$

のように、状態毎の金利予測値に非負制約を課したうえで、それらを平均して期待値を算出すべきである。しかし、本分析の数値計算では、計算コスト軽減のため、次式のように、政策金利の期待値に対して非負制約が課されている。

$$E_t i_s = \max(E_t i_s^f, 0) \quad \text{for } \forall s > t$$

これにより、部分的ではあるが、将来のゼロ金利制約の可能性を踏まえて民間経済主体が期待を形成している状況を取り入れている。

### (3) 確率シミュレーションの方法

確率シミュレーションを行うに当たっては、外生変数の確率過程を想定する必要がある。まず、トレンド成長率  $\gamma_t$  を線型と仮定し、 $\hat{\gamma}_t = 0$  とする。また、生産性の階差ショック、需要ショック、価格ショックは、それぞれ次の自己回帰過程に従うと仮定する。

$$\Delta \hat{a}_t = \rho_a \Delta \hat{a}_{t-1} + \varepsilon_{a,t}, \quad \varepsilon_{a,t} \sim N(0, \sigma_a^2)$$

$$\hat{g}_t = \rho_g \hat{g}_{t-1} + \varepsilon_{g,t}, \quad \varepsilon_{g,t} \sim N(0, \sigma_g^2)$$

$$\hat{\mu}_t = \rho_\mu \hat{\mu}_{t-1} + \varepsilon_{\mu,t}, \quad \varepsilon_{\mu,t} \sim N(0, \sigma_\mu^2)$$

生産性の自己回帰過程はデータから直接推計できる。自己回帰パラメータ  $\rho_a$  はその推計値から  $\rho_a=0.25$  と設定し、標準偏差  $\sigma_a$  は回帰の標準誤差から  $\sigma_a=0.014$  と設定する。

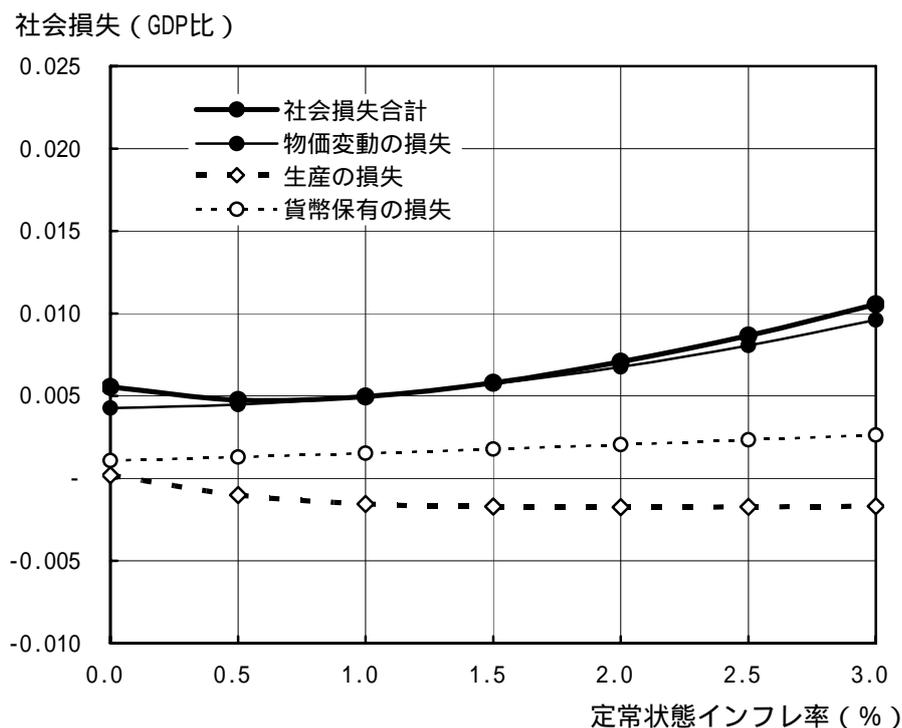
需要ショックは、Rotemberg and Woodford [1998]などの方法を参考にして、IS曲線(18)式の各変数にデータを代入して、その残差から求める。(18)式の変数のうち、実現値にはデータの実績値を、期待値には $v_t$ 、 $\pi_t$ 、 $i_t$ の三変数VARによる予測値を代入する。価格ショックも同様に、価格フィリップス曲線(20)式の残差から求める。そのうえで、それぞれ自己回帰過程を推計する。自己回帰パラメータの推計値および回帰の標準誤差に基づき、需要ショックについて $\rho_g=0.71$ 、 $\sigma_g=0.0056$ 、価格ショックについて $\rho_p=0.36$ 、 $\sigma_p=0.0065$ と設定する。

これら3つのショックの組み合わせを1,000パターン与えて、社会損失を計算する。社会損失は、(25)式の割引現在価値  $TSL_0$  ではなく、(26)式の各期の社会損失  $SL_t$  の10期平均で評価する。

#### (4) 社会損失の評価結果

以上の方法により確率シミュレーションを行った結果が図7である。

図7 定常状態からの乖離を勘案した社会損失



前節の定常状態における社会損失(図6)と比べると、産出の損失と貨幣保有の損失はさほど変わらないが、物価変動の損失を表す曲線は全体的に上方シフトしている。これは、定常状態の損失に比べて、定常状態の周りでの経済変動を勘案するため、追加的な損失が発生していることによる。

社会損失については、定常状態の分析と比べ、上方シフト以外に大きな形状

の変化はない。この結果、社会損失を最小にする定常状態インフレ率は、定常状態の分析結果と同様、0.5～1.0%程度と推定される。これは、ゼロ金利制約の存在により経済が不安定化するリスクを軽減するために必要となる定常状態インフレ率の追加的な「糊代」が、この場合には大きくないことを意味している。

望ましい追加的な糊代は、金融政策において実際に時間軸効果をどの程度活用できるかに依存すると考えられる。上記の結果は、時間軸効果により将来の金融緩和を「前借り」できるという想定によってゼロ金利制約の潜在的なコストが小さくなっていることが反映されていると考えられる。これに対して、時間軸効果がない金融政策を想定した場合については、6節で分析する。

## 6. 異なるモデル設定下における社会損失の評価

4～5節で用いたモデルは、なるべく日本経済の特性に合うように設定することを試みたものだが、具体的な設定内容には、議論の余地が残る点も少なくない。本節では、前節のシミュレーションの前提となった想定を一部変更することによって、シミュレーション結果がどの程度変化し得るか、いくつかのケースについて分析を行う。具体的には、(1)金融政策に時間軸効果が取り入れられないケース、(2)賃金と失業のトレードオフがより強いケース、(3)賃金と失業のトレードオフが長期には存在しないケース、(4)生産性成長率がより低いケースである。

### (1) 金融政策に時間軸効果が取り入れられていないケース

金融政策について、テイラー型ルールにゼロ金利制約を付しただけの政策ルールに従うと仮定しよう。すなわち、政策金利  $i_t$  が

$$i_t^f = r + \bar{\pi} + \phi_{\pi}(\hat{\pi}_t - \bar{\pi}) + \phi_x(\hat{x}_t - \bar{x})$$

$$i_t = \max(i_t^f, 0)$$

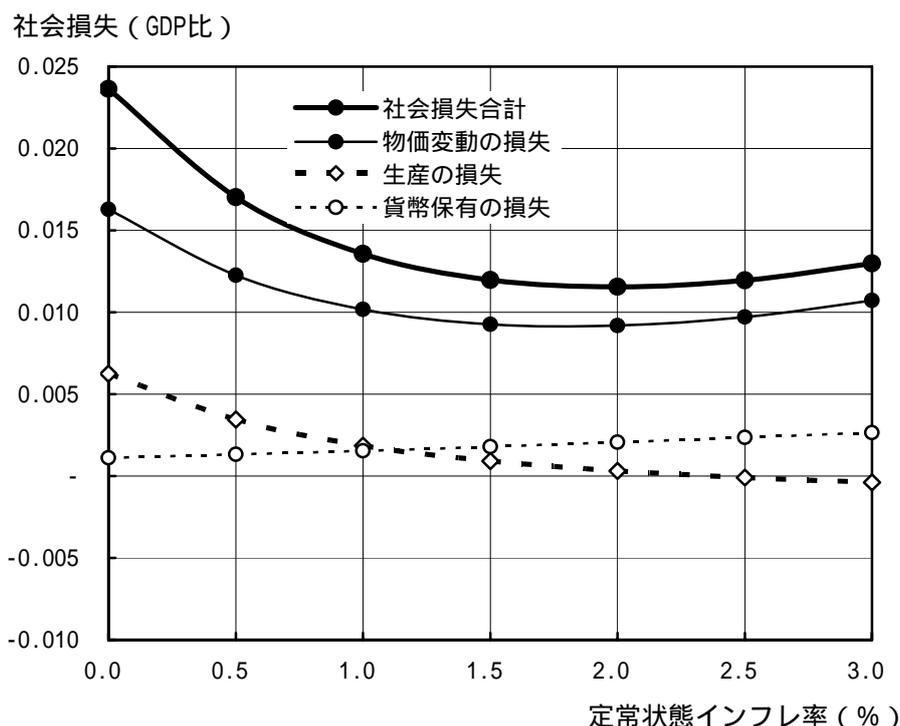
というルールに従うという仮定に変更する。これは、ゼロ金利制約に直面することがあっても、時間軸効果を通じた金融緩和の前借りは全く行われず、という想定である。社会損失を評価するためのシミュレーションの結果は図8である。

図8で物価変動の損失および生産の損失を表す曲線は、前節の図7に比べ、右方向に1.5%程度シフトしている。時間軸効果がある前節のケースでは、ゼロ金利制約に直面したとしても比較的スムーズにインフレ率がプラスの状態へ復帰することが可能である。このため、長期的な目標である定常状態インフレ率と、実現する平均インフレ率の間に大きな乖離は発生しない。一方、時間軸効

果がない本節のケースでは、一度ゼロ金利制約に直面すると、そこから脱却するまでに比較的長い時間がかかる。このため、実現する平均インフレ率は、目標とする定常状態インフレ率に比べて、結果的に小さくなる。例えば、目標とする定常状態インフレ率を3%とした場合に実現するインフレ率を計算すると、平均的に1.5%に止まるとの結果となる。物価変動の損失および生産の損失の大小は、いずれも平均インフレ率に依存するため、定常状態インフレ率を横軸にとって表示した図では、時間軸効果がない場合の方が、ある場合に比べて右方向にシフトした形となる。この性質は、時間軸効果がない場合には、ゼロ金利制約に直面した際のコストが大きいことを意味している。

図8では、社会損失を最小にする定常状態インフレ率は2%程度であり、5節のケースに比べて幾分高い。時間軸効果がある前節のケースに比べて、図8のケースでは、ゼロ金利制約に直面した際のコストが大きいため、ゼロ金利に対する糊代を大きめに確保する必要があることが示唆されている。

図8 金融政策に時間軸効果を取り入れられていないケース



## (2) 賃金と失業のトレードオフがより強いケース

前節ではサンプル始期を1981年とする推計に基づきモデルのパラメータを設定していたが、ここでは賃金と失業のトレードオフに関して、データ始期を1970年に変更して再推計を行い、パラメータを設定しなおす。これは、近年の日本経済のデータから観察される特徴は、80年代末以降のバブルの生成・崩壊など

特殊な事情を反映した面があるという可能性に対処した分析を行うためである。換言すれば、より一般的な評価を行うためには、より長期間の推計値を使うことが適切だという観点からの再評価である。ただし、1970年代の日本の労働市場は、現在よりも賃金と失業のトレードオフが強かった時期でもある。

パラメータの推計値と設定値は次のとおりであり、4～5節との対比でトレードオフの効果がより強くなっている。

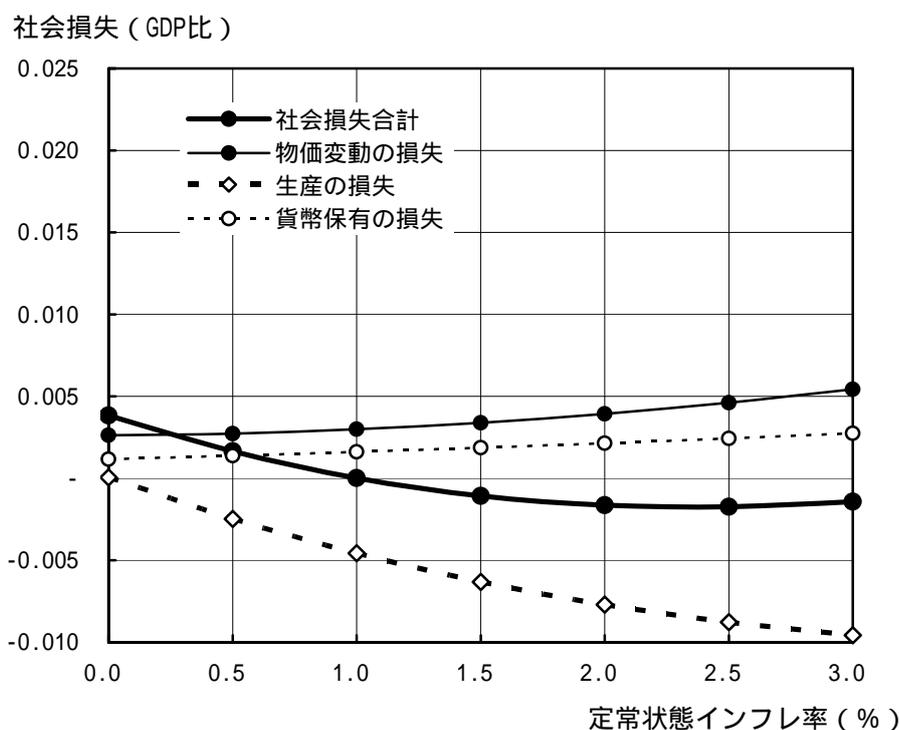
表2 賃金と失業のトレードオフに関する推計結果（1970～2004年）と  
社会損失評価上のパラメータ設定値

|                   | 推定値    | (標準誤差)   | 設定値   |
|-------------------|--------|----------|-------|
| $v^{upper}$       | 0.0656 | (0.0029) | 0.066 |
| $v^{lower}$       | 0.0178 | (0.0015) | 0.018 |
| $\sigma_{\omega}$ | 0.0280 | (0.0044) | 0.028 |

また、価格粘着性についても、4～5節のデータ始期1981年を1970年に変更して推計すると、 $\alpha$ の推定値が0.510(標準誤差0.108)となる。これに基づき、物価フリップス曲線の傾き $\lambda$ を前節の0.27から0.56に変更する。これは物価フリップス曲線のスティープ化を意味する。

シミュレーション結果は図9である。

図9 賃金と失業のトレードオフが強いケース



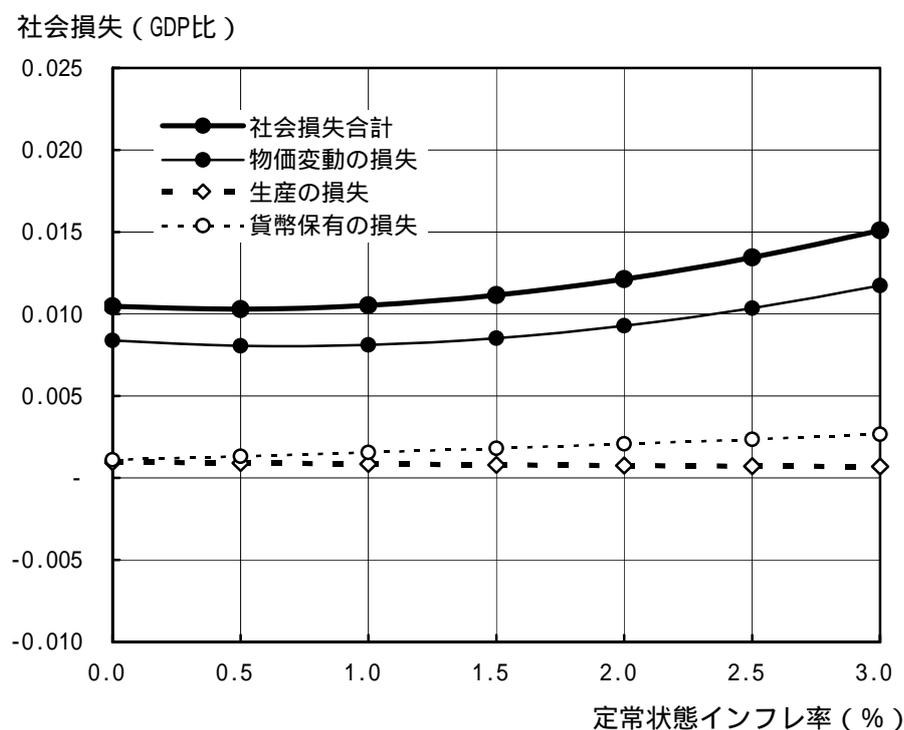
インフレ率が高く賃金上昇率が高いと失業が減少するというベネフィットがより大きく評価されるため、図9では、生産の損失を示す曲線が図7と比べ下方にシフトしている。また、価格粘着性が低いため、物価が変動しても個別財価格のバラツキが生じにくい。このため、図9では、物価変動の損失を示す曲線が図7に比べ下方にシフトしている。

この結果、インフレのベネフィットが相対的に大きくなり、コストが小さくなる。社会損失を最小にする定常状態インフレ率は2%台前半となり、図7に示された5節の結果より高めである。

### (3) 賃金と失業のトレードオフが長期的には存在しないケース

賃金と失業のトレードオフが長期的に存在する(21)式に代えて、自然率仮説の立場に立って、トレードオフが長期的には存在せず短期的にのみ現れるNAIRU型フィリップス曲線(22)式を採用する場合、シミュレーションの結果は図10のようになる。

図10 賃金と失業のトレードオフが長期的には存在しないケース



5節の図7と比べると、生産の損失を表す曲線が上方にシフトしている。これは、定常状態インフレ率が高いと失業が減少するという潤滑油効果 (grease effect) が消滅したためである。インフレのベネフィットが相対的に小さくなる

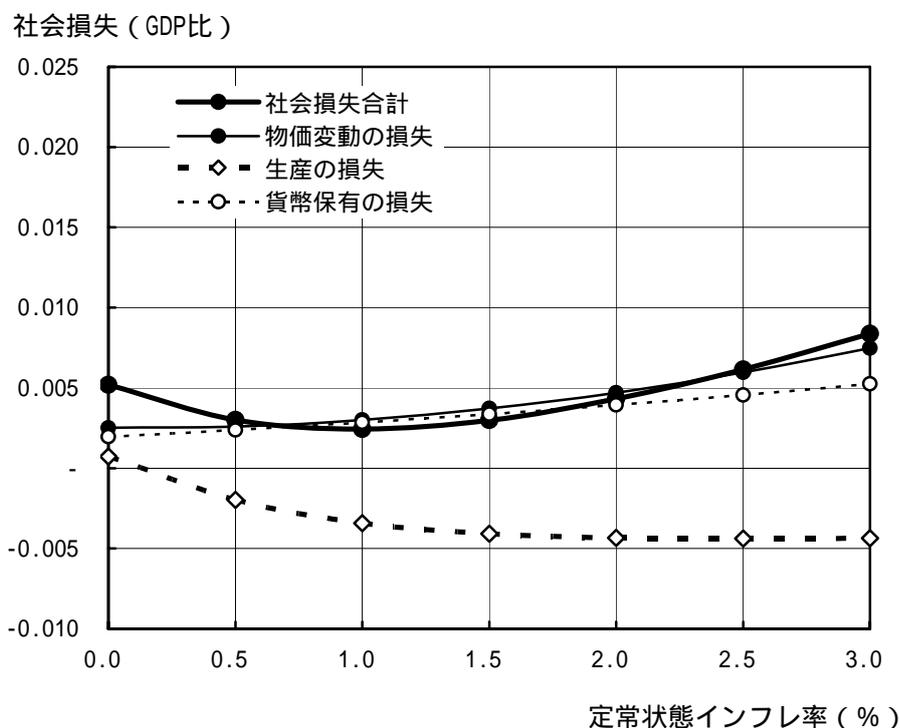
ため、社会損失を最小にする定常状態インフレ率は0.5%前後と、図7より若干低めになる。

#### (4) 生産性成長率がより低いケース

これまでの分析では、1981年度以降の対数線型トレンドの周りで経済が成長することを仮定し、生産性のトレンド成長率を1.8%と想定してきた。これに対し、以下では、日本の生産性成長率が1990年代に下方屈折した可能性を勘案する。

具体的には、生産性成長率に可変的トレンドを想定し、このトレンド成長率の直近値を将来のトレンドと考え、その周りで生産性が変動すると仮定する。可変トレンドはHPフィルターにより計算する。スムージング・パラメータとしては100を用いる。そのトレンド成長率の直近値は、2004年で1.2%であり、このトレンド成長率が将来に渡って継続すると考える。これは、5～6節で用いたトレンド成長率が1.8%であるのに比べて、その2/3の成長率に止まることを想定している。結果は図11である。

図11 生産性成長率がより低いケース



将来の生産性トレンドが相対的に低いことは、他の条件を一定とすると、実質金利や賃金上昇率も低いことを意味する。この場合、定常状態インフレ率を引き上げた時に雇用を改善し生産を増加させる効果は相対的に大きい。このた

め、前節のケースに比べて、インフレのベネフィットが相対的に大きくなる。また、前節のケースに比べ実質金利が低いため、ゼロ金利制約に直面するリスクが大きい。このため、定常状態インフレ率を高めることによりゼロ金利制約のリスクを軽減できるという点で、インフレのベネフィットが相対的に大きい。以上より、社会損失を最小にする定常状態インフレ率は1.0%前後となり、図7より若干高めである。

#### (5) まとめ

以上で検討した各ケースの結果をまとめておく。社会損失を最小にする定常状態インフレ率は、第5節のケースでは0.5~1.0%程度、6(1)節の金融政策に時間軸効果がないケースでは2.0%前後、6(2)節の賃金と失業のトレードオフがより強いケースでは2.0~2.5%程度、6(3)節の賃金と失業のトレードオフが長期的には存在しないケースでは0.5%前後、6(4)節の生産性成長率がより低いケースでは1.0%前後であった。このように、社会損失を最小化する定常状態インフレ率は、分析上の想定に応じて幅があるが、本稿の分析では概ね0.5%から2.0%程度の間であると結論付けることができる。

なお、いずれの分析結果についても、分析対象とした0~3%程度の定常状態インフレ率の範囲では、社会損失の関数形はかなりフラットであった。具体的には、定常状態インフレ率が社会損失を最小化する水準から1%程度乖離しても、それに伴う損失の増大はGDPの0.2~0.3%程度以内であった。

## 7. 結び

本稿では、日本経済における定常状態インフレ率がどの程度であることが望ましいかを議論した。はじめに、分析上の各論点を整理したうえで、貨幣保有の機会費用、ゼロ金利制約、価格粘着性、賃金の下方硬直性に着目し、日本経済の特性に考慮してモデルを設定した。その下で、ゼロ金利制約を勘案した確率シミュレーションにより、社会損失を定量的に評価した。また、モデルの設定を変更した場合に結果がどのように変わるかについても分析した。その結果、社会損失を最小化する定常状態インフレ率は、概ね0.5%から2.0%の間であるとの結果を得た。また、定常状態インフレ率が社会損失を最小化する水準から1%程度乖離すると、社会損失はGDPの0.2~0.3%程度増大するという結果となった。なお、本稿の分析結果は、特定のモデルやパラメータを前提としており、その前提を変えれば結果がかなり変わり得る点には留意する必要がある。

最後に、本稿の分析に対する留意点を挙げておく。

まず、本稿で分析の対象とした定常状態インフレ率は、観念上は無限先の長期のインフレ率であって、各期に実現される物価上昇率ではない、という点がある。インフレ目標の文脈では、しばしば中央銀行が「中期的に」目標とすべき物価上昇率が論じられるが、その意味での目標インフレ率は、本稿で分析した定常状態インフレ率とは必ずしも同じではない。

技術的な問題としては、インフレ率の計測の問題がある。本稿で分析の対象とした物価指数は GDP デフレーターであるが、多くの国で現実に金融政策運営上のメルクマールとして参考にされている物価指数は消費者物価指数である。GDP を構成する財と消費者物価指数を構成する財とで技術進歩率が異なれば、GDP デフレーターと消費者物価指数の間で定常状態インフレ率に格差が生じる可能性がある。本稿では、単純化のため財の間で技術進歩率が同じであると仮定し、実質 GDP 成長率との整合性の観点から、物価指数として GDP デフレーターを採用した。しかし、金融政策のメルクマールとして使う物価指数としては、必ずしも GDP デフレーターが望ましいわけではない。消費者物価指数で測ったインフレ率と実質 GDP 成長率を一つのモデルで扱うためには、財ごとに異なる技術進歩率を持つ多部門成長モデルに拡張する必要がある。

また、物価指数バイアスの問題もある。特に、価格粘着性に伴う社会損失は、物価指数バイアスから直接影響を受ける<sup>20</sup>。その影響を勘案するためには、物価指数バイアスを考慮した価格粘着性のモデルを構築する必要がある。

金融政策の枠組みについても、議論を深める余地があるかもしれない。本稿の分析でみたように、時間軸効果があるかないかによって、ゼロ金利制約に対して必要な「糊代」が異なる。これは、必要な糊代が金融政策の枠組みに依存することを意味している。本稿では評価の対象としなかったが、例えば、ゼロ金利制約を回避するための「予防的緩和」として、ゼロ金利の近くでは平時より金融緩和の程度を強めることが提唱されている。このような非線型的な政策反応を採用すれば、必要な糊代は小さくなると考えられる。また、社会損失を最小にするような理論的な最適金融政策でのコミットメントが現実に可能であれば、必要とされる糊代はさらに小さくなるであろう。

モデルの単純化に伴う問題もあり得る。本稿の分析の延長線上では、消費の慣習形成、内生的な投資、不完全市場における信用制約などを取り入れることでモデルを拡張することが考えられる。また、経済主体が動学的最適化を行わずルール・オブ・サム (rule of thumb) により行動する可能性や、非合理的な期

---

<sup>20</sup> 本稿で取り扱った論点のうち、価格粘着性以外の論点には、物価指数バイアスの問題が関係しないと考えられる。すなわち、貨幣保有の機会費用やゼロ金利制約に伴う社会損失は名目金利と関係する社会損失であり、生産の損失は賃金の下方硬直性と関係する社会損失であるので、いずれも、物価指数バイアスから直接の影響は受けない。

待形成を行う可能性など、経済主体の行動をより現実的なものとすることも考えられる。

定常状態インフレ率のコストとベネフィットに関する研究が、これらの観点も踏まえて今後も深められていくことが期待される。

## 補論A 賃金と失業のトレードオフの導出

補論Aでは、本編の3(3)節で省略した生産者に関するモデルを説明し、賃金と失業のトレードオフ関係を理論的に導出する。

本編で述べたように、我々は、失業に関するスタンダードな理論と思われる効率賃金モデルに依拠する。また、名目賃金の下落に伴い労働効率を低下させるような労働者を想定する。このもとで、賃金の下方硬直性のモデルを構築する。

まず、賃金に下方硬直性を導入する前段階として、下方硬直性がないケースを考察する。 $f \in [0,1]$ を生産者の指標として、生産者 $f$ の生産関数を以下のように定義する。

$$Y_i(f) = A_i e_i l_i(f) \quad (29)$$

ここで、 $Y_i(f)$ は生産者 $f$ の生産量、 $l_i(f)$ は就業者数であり、それぞれ人口一人当たりで測られている。 $e_i(f)$ は賃金やその他の要因に依存する労働効率である。全ての生産者について $l_i(f)$ を合計すると、就業率 $l_i$ が求まる。

$$l_i \equiv \int_0^1 l_i(f) df$$

失業率は $v_i \equiv -\log l_i$ と定義する。

各生産者は労働市場において名目賃金 $W_i(f)$ で労働を購入し、競争的な卸売市場において価格 $P_i^m$ で小売業者に生産物(中間財)を販売する。その利潤は、

$$P_i^m Y_i(f) - W_i(f) l_i(f) \quad (30)$$

と表される。

生産者は利潤を生産関数(29)式の制約のもとで最大化すると考える。ここで、労働効率 $e_i(f)$ をどのように想定するかが問題となる。まず、次の形の労働効率関数を想定しよう。

$$e_i(f) = e \left( \frac{W_i(f)}{W_i l_i} \right) \quad (31)$$

ここで $W_i$ は次式で定義される平均賃金指数である。

$$\log W_i \equiv \int_0^1 \log W_i(f) df$$

この労働効率関数の内の変数の分子は当該生産者の賃金、分母は平均賃金と就業率の積である。分母は当該生産者から離職した場合に期待される平均的な賃金収入を示していると考えられることができる。

生産者が雇用 $l_i(f)$ と賃金 $W_i(f)$ を操作して利潤最大化を図ると、1階の条件の

組み合わせにより、労働効率関数の弾力性が1になる均衡点が選択される。すなわち、労働効率関数の弾力性の関数を

$$\hat{e}\left(\frac{W_t(f)}{W_t l_t}\right) \equiv \frac{e^{\left(\frac{W_t(f)}{W_t l_t}\right)} W_t(f)}{e^{\left(\frac{W_t(f)}{W_t l_t}\right)} W_t l_t}$$

と定義すれば、

$$\hat{e}\left(\frac{W_t(f)}{W_t l_t}\right) = 1$$

と表される。あるいは、その逆関数を用いて、

$$\frac{W_t(f)}{W_t l_t} = \hat{e}^{-1}(1)$$

と表すこともできる。各生産者の賃金は、平均賃金と就業率というマクロの変数にのみ依存する。均衡では、生産者の間で賃金が全て同じ水準になる。賃金を全ての生産者について積分して集計値のベースで表し、就業率を失業率に置き換えれば、次のような失業率の決定式が得られる。

$$v_t = \log \hat{e}^{-1}(1) \quad (32)$$

これによれば、失業率は常に一定水準に保たれる。失業率は賃金上昇率と無関係であり、賃金と失業の間のトレードオフは存在しない。なお、賃金は、1階の条件から以下のように決定される。

$$W_t(f) = A_t e^{\hat{e}^{-1}(1)} P_t^m$$

次に、これと対極的なケースとして、賃金が完全に下方硬直である場合を考えよう。生産者の利潤最大化問題の制約式に次式が追加されている状態を想定する。

$$W_t(f) \geq W_{t-1}(f)$$

クーン・タッカー条件に基づき次式が得られる<sup>21</sup>。

<sup>21</sup> この結果は、生産者が最大化する(30)式が、将来利潤の割引現在価値ではなく、今期のみ  
の利潤からなることに依存している。これは、生産者が、今期の賃金を設定するにあたって、  
来期以降に賃金を引き下げられない可能性があることを考慮していないことを意味している。  
Elsby [2006]は、将来賃金を引き下げられない可能性を企業が認識している場合、  
予め賃上げを行わない傾向があるだろうから、名目賃金の下方硬直性が経済に与える影響

$$W_i(f) > W_{i-1}(f) \quad \text{のとき} \quad \frac{W_i(f)}{W_i l_i} = \hat{e}^{-1}(1)$$

$$W_i(f) = W_{i-1}(f) \quad \text{のとき} \quad \frac{W_i(f)}{W_i l_i} > \hat{e}^{-1}(1)$$

賃金は全ての生産者の間で同一であるため、集計値のベースでは次式が得られる。

$$W_i > W_{i-1} \quad \text{のとき} \quad v_i = \log \hat{e}^{-1}(1)$$

$$W_i = W_{i-1} \quad \text{のとき} \quad v_i < \log \hat{e}^{-1}(1)$$

賃金と失業のトレードオフの関係は、本編図3で示したように、全体としてL字型を描く。

賃金が完全に下方硬直的なこのようなモデルは、1990年代に賃金の下落を経験した日本経済には当てはまらないと考えられる。そこで完全な下方硬直性を仮定するのではなく、賃金の下落局面で労働効率が悪化するような効率関数を想定することによって、賃金の下方硬直性を取り入れることにする。すなわち、(31)式の労働効率関数を次式の形に修正する。

$$e_i(f) = e^{\left( \frac{W_i(f)}{W_i l_i} v_i(f) \right)} \quad (33)$$

ここで、 $v_i(f)$ は、 $W_i(f) \geq W_{i-1}(f)$ のときに $v_i(f) = 1$ 、 $W_i(f) < W_{i-1}(f)$ のときに $v_i(f) = v < 1$ の値をとる変数である。 $v$ は、賃金下落時に労働効率が悪化する程度を示す定数である。均衡では、全ての生産者で賃金が同一になるので、 $v_i(f)$ も同じになる。これを $v_i$ と表せば、失業率 $v_i$ は次式で表される。

$$v_i = \log \hat{e}^{-1}(1) - \log v_i$$

賃金と失業のトレードオフの関係は、本編図4で示したように、賃金上昇局面と下落局面でそれぞれ垂直になる。

次に、各生産者の個別ショックにより賃金上昇率にバラツキがある場合を想定するため、個別生産者の賃金上昇率に分布が生じるように、生産関数を次の形に修正する。

$$Y_i(f) = A_i \xi_i(f) e_i(f) Y_i(f) \quad (34)$$

ここで、 $\xi_i(f)$ は個別生産者の不均一な生産性であり、対数正規分布に従うとする。すなわち、 $\log \xi_i(f)$ は、平均ゼロ、分散 $\sigma_\xi^2$ の正規分布に従う。

---

は小さいはずである、と論じている。

$$\log \xi_i(f) \sim N(0, \sigma_\xi^2)$$

労働効率はこの関数で与えられるものとする。

$$e_i(f) = e^{\left( \frac{W_i(f)v_i(f)}{W_i l_i^a(f)\xi_i(f)} \right)}$$

この労働効率関数では、まず、労働者は就業先生産者の生産性  $\xi_i(f)$  に応じて労働効率を調整する。また、労働市場は、賃金が下落する生産者とそれ以外の生産者とで二つに分断されていると考える。 $l_i^a(f)$  を生産者  $f$  が属する労働市場の就業率とする<sup>22</sup>。

さて、これまでと同様、1階の条件は、労働効率の弾力性の逆関数を用いれば次のように表される。

$$\frac{W_i(f)v_i(f)}{W_i l_i^a(f)\xi_i(f)} = \hat{e}^{-1}(1)$$

個別生産者の賃金および平均賃金は、

$$W_i(f) = e(\hat{e}^{-1}(1))P_i^m A_i \xi_i(f), \quad W_i = e(\hat{e}^{-1}(1))P_i^m A_i \quad (35)$$

になる。両式から次式が得られる。

$$\frac{W_i(f)}{W_i} = \xi_i(f) \quad (36)$$

個別生産者の生産性の分布と賃金の分布が同じ対数正規分布に従うことが分かる。これを(34)式に代入して整理すると、

$$l_i(f) = \frac{v_i(f)}{\hat{e}^{-1}(1)}$$

となる。これを労働市場全体で合計する。

$$l_i = \frac{1}{\hat{e}^{-1}(1)} \int_0^1 v_i(f) df$$

上式の  $v_i(f)$  は、賃金が下落しない生産者では  $v_i(f) = 1$ 、賃金が下落する生産者では  $v_i(f) = \nu$  の値をとる。したがって、賃金が下落しない生産者の割合を  $s_i^w$  とすれば、次式が得られる。

$$l_i = \frac{1}{\hat{e}^{-1}(1)} \{s_i^w + (1 - s_i^w)\nu\} \quad (37)$$

<sup>22</sup> 労働効率関数の想定は、やや複雑な形であるが、これは結果として生産性上昇率の分布と賃金上昇率の分布を一致させ、賃金上昇率の分布を正規分布にさせる性質を持つので都合が良い。これらを一致させないと、賃金上昇率の分布が複雑になる。

賃金が下落しない生産者の割合は以下のように求める。まず(36)式の対数を取ると、賃金の対数值が正規分布することが分かる。

$$\log W_t(f) - \log W_t = \log \xi_t(f) \sim N(0, \sigma_\xi^2)$$

正規分布する変数同士の線型結合は正規分布になるので、時間階差も正規分布に従う。ただし、分散は2倍になる。

$$\Delta \log W_t(f) - \Delta \log W_t \sim N(0, 2\sigma_\xi^2)$$

平均賃金の対数前期差とその分散を

$$\varpi_t \equiv \Delta \log W_t, \quad \sigma_\varpi^2 \equiv 2\sigma_\xi^2$$

と定義すれば、個別生産者の賃金上昇率は次の正規分布に従う。

$$\Delta \log W_t(f) \sim N(\varpi_t, \sigma_\varpi^2)$$

$s_t^W$  は賃金上昇率  $\Delta \log W_t(f)$  が非負である生産者の割合であるから、累積標準正規分布関数  $CN$  を用いて以下のように表される。

$$s_t^W = CN\left(\frac{\varpi_t}{\sigma_\varpi}\right)$$

これを(37)式に代入することで次式が得られる。

$$l_t = \frac{1}{\hat{e}^{-1}(1)} \left\{ (1-\nu) CN\left(\frac{\varpi_t}{\sigma_\varpi}\right) + \nu \right\}$$

左辺を  $l_t = 1$  の近傍で対数近似して、就業率を失業率に置き換え、係数を整理すると次式が得られる。

$$v_t = -(\nu^{upper} - \nu^{lower}) CN\left(\frac{\varpi_t}{\sigma_\varpi}\right) + \nu^{upper} \quad (38)$$

ここで、

$$\nu^{upper} \equiv 1 - \frac{\nu}{\hat{e}^{-1}(1)}, \quad \nu^{lower} = 1 - \frac{1}{\hat{e}^{-1}(1)}$$

であり、それぞれ失業率の上限値と下限値を表している。平均賃金と失業のトレードオフは、本編図5に示したように、累積正規分布関数の形状に従う滑らかな曲線によって表される。

一方、長期的なトレードオフが存在しない賃金フィリップス曲線は以下のよ

うに導出する。まず、長期でも短期でもトレードオフ関係が存在しない(32)式に戻り、この元となっていた労働効率関数(31)式が短期の変動の影響を受けるように修正する。すなわち、分母の平均賃金は同時期では観察不能と考え、これを労働者の事前の予測値  $W_t^b$  に置き換える。

$$e_t(f) = e^{\left( \frac{W_t(f)}{W_t^b l_t} \right)}$$

これまでと同様に考えると

$$W_t = \hat{e}^{-1}(1) W_t^b l_t$$

となるので両辺の対数をとれば、

$$\log W_t = \log W_t^b + \log l_t + \log \hat{e}^{-1}(1)$$

となる。労働者は賃金上昇率の先行きを過去の実績から予測すると仮定する。

$$\log W_t^b - \log W_{t-1} = \varpi_{t-1}$$

以上から次式が得られる。

$$\varpi_t = \varpi_{t-1} - v_t + \log \hat{e}^{-1}(1)$$

この定常状態は、

$$v = \log \hat{e}^{-1}(1)$$

である。 $v$  はインフレ率の水準に関わらず一定であり、賃金上昇率を加速も減速もさせない失業率、すなわち NAIRU である。ゼロ・インフレ定常状態からの乖離は、

$$\hat{\omega}_t = \hat{\omega}_{t-1} - \hat{v}_t$$

である。

以上、賃金と失業のトレードオフを導出したが、生産者の行動からは、中間財価格や、ユニット・レーバ・コスト、産出ギャップ、賃金上昇率に関する関係式も導出される。まず、中間財価格については、生産関数と賃金に関する1階の条件から、

$$\frac{P_t^m}{P_t} = \frac{W_t(f) l_t(f)}{P_t Y_t(f)}$$

が導かれる。右辺は実質ユニット・レーバ・コストあるいは労働分配率である。中間財相対価格は、実質ユニット・レーバ・コストに一致することが分かる。また中間財相対価格は生産者間で共通であるため、実質ユニット・レー

バー・コストも生産者間で共通である。この実質ユニット・レーバークストを

$$s_t \equiv \frac{W_t l_t}{P_t Y_t}$$

と定義すれば、中間財相対価格と実質ユニット・レーバークストは一致する。

$$p^m = s, \quad \hat{p}_t^m = \hat{s}_t \quad (39)$$

また、生産関数から、

$$y_t = a_t l_t, \quad y = a l, \quad \hat{y}_t = \hat{a}_t + \hat{l}_t$$

である。

実際の産出の生産能力からの対数乖離  $\hat{x}_t \equiv \hat{y}_t - \hat{a}_t$  を「産出ギャップ」と定義すると、次の恒等関係がある。

$$\hat{x}_t = \hat{l}_t = -\hat{v}_t$$

最後に、定常状態においては、実質賃金上昇率はトレンド成長率  $\log \gamma$  と等しくなければならない。ゼロ・インフレ定常状態においては、賃金上昇率  $\varpi$  は、実質賃金上昇率に等しいため、次の関係が成立する。

$$\varpi = \log \gamma$$

## 補論 B 社会損失関数の 2 次近似式の導出

補論 B では、本編の 3 ( 6 ) 節で省略した社会損失関数の 2 次近似式の導出過程について説明する。

まず、(1)式のうち消費の効用関数について、ゼロ・インフレ定常状態の近傍で 2 次近似を行う。

$$u(c_t, \xi_t) = u_c(c, \xi)(c_t - c) + \frac{1}{2} u_{cc}(c, \xi)(c_t - c)^2 + u_{c\xi}(c, \xi)(c_t - c)(\xi_t - \xi) + t.i.p. + o(3) \quad (40)$$

ここで、*t.i.p.*(terms that are independent of policy)は金融政策と無関係の項であり、定数項やショックのみの項からなる。 $o(3)$ は 3 次以上の次数の項を省略して表している。

これを定常状態からの対数乖離の形に書き換えて整理する。

$$u(c_t, \xi_t) = u_c(c, \xi) c \left\{ \hat{c}_t - \frac{1}{2} (\sigma^{-1} - 1) \hat{c}_t^2 + \hat{c}_t \frac{u_{c\xi}(c, \xi) \xi}{u_c(c, \xi)} \hat{\xi}_t \right\} + t.i.p. + o(3)$$

$c_t$  は、3 ( 1 ) 節で定義されたように個別財消費の Dixit-Stiglitz 指数であって、消費の平均指数ではない。平均指数は、次のように定義する。

$$c_t^a \equiv E_z c_t(z) \left( \equiv \int_0^1 c_t(z) dz \right)$$

Dixit-Stiglitz 指数と平均指数の間には、次の近似式が成り立つ。

$$\hat{c}_t = \hat{c}_t^a - \frac{1}{2} \theta^{-1} \text{var}_z \log c_t(z) + o(3) \quad (41)$$

一方、個別財の需要関数(5)式の対数を取り、その分散を求めると次式が得られる。

$$\text{var}_z \log c_t(z) = \theta^2 \text{var}_z \log p_t(z) \quad (42)$$

また、消費と生産の平均指数は等しい。

$$\hat{c}_t^a = \hat{y}_t \quad (43)$$

(41)式に(42)式と(43)式を代入すると、次式が得られる。

$$\hat{c}_t = \hat{y}_t - \frac{1}{2} \theta \text{var}_z \log p_t(z) + o(3)$$

右辺第 2 項は個別財価格のバラツキから生じる歪みであると解釈することができる。これを (40)式に代入すると次式が得られる。

$$u(c_t, \xi_t) = u_c(y, \xi) y \left\{ -\frac{1}{2} \text{var}_z \log p_t(z) + \hat{y}_t - \frac{1}{2} (\sigma^{-1} - 1) \hat{y}_t^2 + \hat{y}_t \frac{u_{c\xi}(y, \xi) \xi}{u_c(y, \xi)} \hat{\xi}_t \right\} \\ + t.i.p. + o(3)$$

生産  $\hat{y}_t$  を  $\hat{x}_t + \hat{a}_t$  に置き換え、 $\hat{x}_t$  とショックのクロス項を捨象し、*t.i.p.* 項、 $o(3)$  項を省略すると、次式のように簡略化される。

$$u(c_t, \xi_t) = u_c(y, \xi) y \left\{ -\frac{1}{2} \text{var}_z \log p_t(z) + \hat{x}_t - \frac{1}{2} (\sigma^{-1} - 1) \hat{x}_t^2 \right\}$$

これは、消費の効用関数は、個別財価格の分散、産出ギャップの 1 次項（水準）および 2 次項（変動）に分解されることを意味する。将来にわたる各期の消費の効用関数の期待割引現在価値は、

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, \xi_t) = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u_c(y, \xi) y \left\{ -\frac{1}{2} \text{var}_z \log p_t(z) + \hat{x}_t - \frac{1}{2} (\sigma^{-1} - 1) \hat{x}_t^2 \right\} \quad (44)$$

となる。

上式右辺の第 1 項は同一時点の個別財価格の分散に由来する損失である。Woodford[2003]で示されているのと同様に、個別財価格の分散は、次の推移式に従う。

$$\text{var}_z \log p_t(z) = \alpha \text{var}_z \log p_{t-1}(z) + \frac{\alpha}{1-\alpha} \pi_t^2 + o(3)$$

この推移式から個別財価格の分散の割引現在価値を求めると次式が得られる。

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \text{var}_z \log p_t(z) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{1}{\lambda} \pi_t^2 + o(3)$$

これを(44)式に代入すると次式が得られる。

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, \xi_t) = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u_c(y, \xi) y \left\{ -\frac{1}{2} \frac{\theta}{\lambda} \pi_t^2 + \hat{x}_t - \frac{1}{2} (\sigma^{-1} - 1) \hat{x}_t^2 \right\} \quad (45)$$

ただし、3 次以上の項は省略した。以上から、消費の効用関数からは、インフレ率の 2 次項（変動）、産出ギャップの 1 次項（水準）および 2 次項（変動）が導かれることが分かる。

次に、貨幣保有の効用関数に関してゼロ・インフレ定常状態の近傍で 2 次近似を行う。その結果をゼロ・インフレ定常からの対数乖離のベースで表すと、

$$v(m_t, \xi_t) = v_m(m)(m_t - m) + \frac{1}{2} v_{mm}(m)(m_t - m)^2 + t.i.p. + o(3) \\ = v_m(m) m \left\{ \hat{m}_t - \frac{1}{2} (\chi^{-1} - 1) \hat{m}_t^2 \right\} + t.i.p. + o(3)$$

$$= v_m(m)m \left\{ -\frac{\delta}{1-\delta} \hat{\chi}_t - \frac{1}{2} (\chi^{-1} - 1) \left( \frac{\delta}{1-\delta} \hat{\chi}_t \right)^2 \right\} + t.i.p. + o(3)$$

となる。最後の式では、(9)式を用いて実質貨幣残高を名目金利に置き換えている。  $k \equiv m/y$  と定義して、(8)式を用いれば、次式が得られる。

$$v(m_t, \xi_t) = u_c y (1-\delta) k \left\{ -\frac{\delta}{1-\delta} \hat{\chi}_t - \frac{1}{2} (\chi^{-1} - 1) \left( \frac{\delta}{1-\delta} \hat{\chi}_t \right)^2 \right\} \quad (46)$$

なお、(46)式では、*t.i.p.*項と $o(3)$ 項は省略している。

(45)式と(46)式を組み合わせると、(1)式の効用関数 $U_0$ を具体的に記述することができる。社会損失関数 $TSL_0$ を $TSL_0 \equiv -u_c y U_0$ と定義すると、本編の(25)式と(26)式が得られる。

以 上

## 参考文献

- Adam, K., and R. M. Billi, "Optimal Monetary Policy under Commitment with a Zero Bound on Nominal Interest Rates," *Journal of Money, Credit and Banking*, 38, 2006, pp. 1877-1906.
- Adam, K., and R. M. Billi, "Discretionary Monetary Policy and the Zero Lower Bound on Nominal Interest Rates," *Journal of Monetary Economics*, 2007, forthcoming.
- Akerlof, G. A., W. T. Dickens, and G. L. Perry, "The Macroeconomics of Low Inflation," *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 1996, pp. 1-76.
- Barro, R. J., *Inflation and Economic Growth*, *Bank of England Quarterly Bulletin*, 1995, pp. 166-176.
- Barro, R. J., *Determinants of Economic Growth: A Cross-country Empirical Study*, Cambridge: MIT Press, 1997.
- Benigno, P., and M. Woodford, "Inflation Stabilization and Welfare: The Case of a Distorted Steady State," *Journal of the European Economic Association*, 3, 2005, pp. 1185-1236.
- Blanchard, O. J., "Debt, Deficits and Finite Lives," *Journal of Political Economy*, 93, 1985, pp. 223-247.
- Blanchard, O. J., and L. H. Summers, "Hysteresis and the European Unemployment Problem," *NBER Macroeconomics Annual*, MIT Press, 1986.
- Blanchard, O. J., and L. H. Summers, "Hysteresis in Unemployment," *European Economic Review*, 31, 1987.
- Brock, W. A., "Money and Growth: The Case of Long Run Perfect Foresight," *International Economic Review*, 15 (3), 1974, pp. 750-777.
- Bruno, M., and W. R. Easterly, "Inflation and Growth: In Search of a Stable Relationship," *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 78 (3), 1996, pp. 139-146.
- Bruno, M., and W. R. Easterly, "Inflation Crises and Long-Run Growth," *Journal of Monetary Economics*, 41, 1998, pp. 3-26.
- Bullard, J. B., and J. W. Keating, "The Long-run Relationship between Inflation and Output in Postwar Economies," *Journal of Monetary Economics*, 36 (3), 1995, pp. 477-496.
- Calvo, G., "Staggered Prices in a Utility-maximizing Framework," *Journal of Monetary Economics*, 12, 1983, pp. 383-398.
- Chang, W., and C. Lai, "Anticipated Inflation in a Monetary Economy with Endogenous Growth," *Economica*, 67, 2000, pp. 399-417.
- Cole, H. L., and N. Kocherlakota, "Zero Nominal Interest Rates: Why They're Good and How to Get Them," *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 22 (2), 1998, pp. 2-10.

- De Gregrio, J. "The Effects of Inflation on Economic Growth," *European Economic Review*, 36, 1992, pp. 417-425,
- De Gregrio, J., "Inflation, Taxation and Long-Run Growth," *Journal of Monetary Economics*, 31, 1993, pp. 271-298.
- Drazen, A., "Inflation and Capital Accumulation under a Finite Horizon," *Journal of Monetary Economics*, 8, 1981, pp. 247-260.
- Elsby, M. W., "Evaluating the Economic Significance of Downward Nominal Wage Rigidity," NBER Working Paper No. 12611, 2006.
- Erceg, C. J., D. Henderson, and A. T. Levin, "Optimal Monetary Policy with Staggered Wage and Price Contracts," *Journal of Monetary Economics*, 46, 2000, pp. 281-313.
- Fuhrer, J., and B. Madigan, "Monetary Policy When Interest Rates Are Bounded at Zero," *Review of Economics and Statistics*, 79, 1997, pp. 573-585.
- Feldstein, M., ed., *The Costs and Benefits of Price Stability*, Chicago: University of Chicago Press, 1999.
- Fischer, S. "The Role of Macroeconomic Factors in Growth," *Journal of Monetary Economics*, 32, 1993, pp. 485-515.
- Fisher, I. "The Debt-Deflation Theory of Great Depressions," *Econometrica*, 1 (4), 1933, pp. 337-357.
- Friedman, M., "The Role of Monetary Policy," *American Economic Review Papers and Proceedings* 58, 1968, pp. 1-17.
- Friedman, M., "The Optimum Quantity of Money," in *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*, Chicago: Aldine, 1969.
- Friedman, M., "Novel Lecture: Inflation and Unemployment," *The Journal of Political Economics*, 85, 1977, pp. 451-471.
- Galí, J., and M. Gertler, "Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis," *Journal of Monetary Economics*, 44 (2), 1999, pp. 195-222.
- Greenspan, A., "Opening Remarks," in *Achieving Price Stability: A Symposium Sponsored by the Federal Reserve Bank of Kansas City*, 1996.
- Groshen, E. L., and M. E. Schweitzer, "Identifying Inflation's Grease and Sand Effects in the Labor Market," in *The Costs and Benefits of Price Stability*, Martin Feldstein ed., The University of Chicago Press, 1999, pp. 273-308.
- Issing, O., "Panelists' Remarks", in Concluding Panel Discussion: Sustained Economic Growth and Central Banking, *Monetary and Economic Studies (Special Edition)*, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2004, pp. 233-237.
- Hollinger, P., "The Stacked-Time Simulator in Troll: A Robust Algorithm for Solving Forward-Looking Models," Presented at the Computing in Economics and Finance 1996, Society for Computational Economics, 1996.

- Hunt, B., and D. Laxton, "The Zero Interest Rate Floor (ZIF) and its Implications for Monetary Policy in Japan," in T. Callen and J.D. Ostroy eds., *Japan's Lost Decade: Policies for Economic Revival*, pp. 179-205, Washington, D.C.: IMF.
- Judson, R., and A. Orphanides, "Inflation, Volatility, and Growth," *International Finance*, 2 (1), 1999, pp. 117-138.
- Jung, T., Y. Teranishi, and T. Watanabe, "Optimal Monetary Policy at the Zero-Interest-Rate Bound," *Journal of Money, Credit, and Banking*, 37, 2005, pp. 813-835.
- Kimura, T. and T. Kurozumi, "Effectiveness of History-Dependent Monetary Policy," *Journal of the Japanese and International Economies*, 18, 2004, pp. 330-361.
- Kimura, T., and K. Ueda, "Downward Nominal Wage Rigidity in Japan," *Journal of the Japanese and International Economies*, 15, 2001, pp. 50-67.
- King, R. G., and A. Wolman, "Inflation Targeting in a St. Louis Model of the 21st Century," *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 78, 1996, pp. 83-107.
- Krugman, P., "It's Baaack: Japan's Slump and the Return of the Liquidity Trap," *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 1998, pp. 137-205.
- Kuroda, S. and I. Yamamoto, "Are Japanese Nominal Wages Downwardly Rigid? (Part I): Examinations of Nominal Wage Change Distributions," *Monetary and Economic Studies*, 21 (2), Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2003a, pp. 1-29.
- Kuroda, S. and I. Yamamoto, "Are Japanese Nominal Wages Downwardly Rigid? (Part II): Examinations using a Friction Model", *Monetary and Economic Studies*, 21 (2), Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2003b, pp. 31-68.
- Kuroda, S. and I. Yamamoto, "Wage Fluctuations in Japan after the Burst of the Bubble: Downward Nominal Wage Rigidity, Payroll, and the Unemployment Rate," *Monetary and Economic Studies*, 23 (2), Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2005, pp. 1-30.
- Kuroda, S. and I. Yamamoto, "Why are Nominal Wages Downwardly Rigid, but Less So in Japan?: An Explanation based on Behavioral Economics and Labor Market/Macroeconomic Differences," IMES Discussion Paper Series, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, E-28, 2006.
- Leeper, E., "Equilibria under Active and Passive Monetary and Fiscal Policies," *Journal of Monetary Economics*, 27, 1991.
- Levin, A., V. Wieland, and J. Williams, "Robustness of Simple Monetary Policy Rules under Model Uncertainty," in John Taylor ed., *Monetary Policy Rules*, University of Chicago Press, 1999, pp. 263-318.
- Lucas, R. E. Jr., "Inflation and Welfare", *Econometrica*, 68, 2000, pp. 247-274.
- Nishiyama, S., "Inflation Target as a Buffer against Liquidity Trap," IMES Discussion Paper Series, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, E-8, 2003.

- Obstfeld, M., and K. Rogoff, "Exchange Rate Dynamics Redux," *Journal of Political Economy*, 103 (3), 1995, pp. 624-660.
- Obstfeld, M., and K. Rogoff, *Foundations of International Macroeconomics*, MIT Press, 1996.
- Orphanides, A., and V. Wieland, "Price Stability and Monetary Policy Effectiveness When Nominal Interest Rates Are Bounded at Zero," Finance and Economics Discussion Series, 98-35, Board of Governors of the Federal Reserve System, 1998.
- Reifschneider, D., and J. C. Williams, "Three Lessons for Monetary Policy in a Low-Inflation Era," *Journal of Money, Credit and Banking*, 32 (4), 2000, pp. 936-966.
- Rotemberg, J. J., and M. Woodford, "An Optimization-based Econometric Framework for the Evaluation of Monetary Policy: Expanded Version," NBER Technical Working Paper, No. T233, 1998.
- Stockman, A. C., "Anticipated Inflation and the Capital Stock in a Cash-in-Advance Economy," *Journal of Monetary Economics*, 8, 1981, pp. 534-44.
- Shiratsuka, S., "Is There a Desirable Rate of Inflation? A Theoretical and Empirical Survey," *Monetary and Economic Studies*, 19 (2), Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2001, pp. 49-84.
- Sidrauski, M., "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy," *American Economic Review Papers and Proceedings*, 57, 1967, pp. 534-544.
- Summers, L., "How Should Long-Term Monetary Policy Be Determined?" *Journal of Money, Credit and Banking*, 23(3), 1991, pp. 625-631.
- Taylor, J. B., "Discretion versus Policy Rules in Practice," *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39, 1993, pp. 195-214.
- Teranishi, Y., "Zero Bound on Nominal Interest Rates and Ex Ante Positive Inflation: A Cost Analysis," Bank of Japan Working Paper Series, No.03-E-8, 2003.
- Tobin, J., "Money and Economic Growth," *Econometrica*, 33 (4), 1965, pp. 671-684.
- Tobin, J., "Inflation and Unemployment," *American Economic Review*, 62, 1972, pp. 1-18.
- Ueda, K., "Costs of Inflation in Japan: Tax and Resource Allocation," Working Paper, 01-10, Research and Statistics Department, Bank of Japan, 2001.
- Ugai, H., "Effects of the Quantitative Easing Policy: A Survey of Empirical Analyses," *Monetary and Economic Studies*, 25 (1), Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, 2007, pp. 1-47.
- Van der Pleog, F., and G. S. Alogoskoufis, "Money and Endogenous Growth," *Journal of Money, Credit, and Banking*, 26, 1994, pp. 771-91.
- Wang, P. and C. K. Yip, "Alternative Approaches to Money and Growth," *Journal of Money, Credit, and Banking*, 24, 1992, pp. 553-62.
- Weiss, L., "The Effects of Money Supply on Economic Welfare in the Steady State," *Econometrica*, 48, pp. 565-576.

Weil, P., "Overlapping Families of Infinitely-Lived Agents," *Journal of Public Economics*, 20, 1987, pp. 183-198.

Weil, P., "Is Money Net Wealth?" *International Economic Review*, 32, 1991, pp. 37-53.

Woodford, M., "The Optimum Quantity of Money," *Handbook of Monetary Economics*, Volume II, edited by B. M. Friedman and F. H. Hahn, 1990, pp. 1067-1152.

Woodford, M. *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton University Press, 2003.