



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

本邦国債レポ市場のネットワーク分析

堀川卓己*

takumi.horikawa@boj.or.jp

松井優二郎**

yuujirou.matsui@boj.or.jp

源間康史*

yasufumi.genma@boj.or.jp

No.21-J-8
2021年5月

日本銀行
〒103-8660 日本郵便（株）日本橋郵便局私書箱 30号

* 金融市場局

** 金融市場局（現・調査統計局）

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

無断転載・複製を禁じます。

本邦国債レポ市場のネットワーク分析*

堀川 卓己[†] 松井 優二郎[‡] 源間 康史[§]

2021年5月

【要旨】

本稿では、レポ取引に関する高粒度データに対してネットワーク分析の手法、特に、取引ネットワーク上で中心的な役割を担う—重要度が高い—金融機関を定量的に把握する「ネットワーク中心性指標」や、取引を密接に行う金融機関のグループを特定する「コミュニティ検出」を適用し、本邦国債レポ市場の特徴点の把握を試みた。

結果からは、一部の重要度が高い金融機関が取引の仲介者として機能していることやそれらの先を中心にした継続的な取引関係が構築されていることが観察された。こうした特徴が、資金調達・運用ニーズの効率的なマッチングや、ロットの大きな取引の円滑な実行に貢献している可能性も示唆された。また、新型コロナウイルス感染症拡大を受けてレポレートが大きく変動した2020年3月以降のデータを用いて、市場ストレス時のレポ市場のネットワーク構造の挙動について若干の分析を行った。本稿の分析結果は、本邦国債レポ市場の機能度を継続的に点検していくことの重要性に加え、市場の機能度や頑健性の維持・向上のための手がかりを示している。

JEL 分類番号： D85、G14、G20、L14

キーワード： レポ市場、ネットワーク分析、中心性指標、コミュニティ検出

* 本稿は、2020年人工知能学会全国大会および2020年統計関連学会連合大会において報告された論文を改訂したものである。本稿の執筆に当たっては、上記の学会参加者のほか、金融庁および日本銀行スタッフより、有益な助言やコメントを頂いた。記して感謝の意を表したい。本稿の残された誤りは全て筆者らに帰する。なお、本稿の内容と意見は筆者ら個人に属するものであり、日本銀行の公式見解を示すものではない。

[†] 日本銀行金融市場局 <E-mail: takumi.horikawa@boj.or.jp>

[‡] 日本銀行金融市場局（現・調査統計局） <E-mail: yuujiro.matsui@boj.or.jp>

[§] 日本銀行金融市場局 <E-mail: yasufumi.genma@boj.or.jp>

1. はじめに

レポ取引とは、一定の期間、資金と証券を交換し合う金融取引である。レポ取引には、取引対象となる証券銘柄を特定しない「GC (General Collateral) レポ取引」と、証券銘柄を特定する「SC (Special Collateral) レポ取引」があり、一般に前者は「証券を担保にした資金の調達・運用」¹、後者は「特定の証券銘柄の調達・運用」²を目的に行われる。このように、レポ取引は短期の資金や証券の運用・調達など幅広い目的で利用されており、わが国金融市場が円滑に機能する上で極めて重要な役割を担っている。

2000年代の世界金融危機(GFC)では、レポ市場の機能が大きく低下し、金融システムの不安定化が増幅されたため、GFC後には、G20や金融安定理事会はレポ市場の安定性や透明性を高めていくための国際的な取り組みを精力的に進めてきた³。その取り組みの一環として、金融庁と日本銀行は、共同で、2018年12月分から本邦レポ市場に関する個別取引単位の詳細なデータの収集を開始した⁴。収集しているのは、本邦金融機関が行うレポ取引について、資金放出(証券調達)サイドと資金調達(証券放出)サイドの取引当事者双方の名称に加え、取引のレートや金額といった情報を記録した粒度の高いデータである。これにより、新たに様々な切り口でレポ市場の動向を把握することが可能となった。

本稿では、取引当事者を識別できる本データの利点を活かし、本邦国債レポ取引のネットワーク構造を特定した上、ネットワーク分析の手法を適用することにより、その特徴点を整理する。金融市場のネットワーク分析は、市場参加者の取引関係に基づいて定義されるネットワークの特性を可視化あるいは指標化することを通じてその構造を把握し、市場全体の頑健性や機能度の評価に繋げる

¹ GCレポ取引の「取引対象となる証券を特定しない」とは、証券の受け手は、ある程度近い商品性の証券であれば銘柄の別を問わず受け入れることを意味している。このため、受け渡される証券の銘柄は出し手の選択により決定される取引になる。

² SCレポ取引は、例えば、空売りによりショート・ポジションとなった銘柄を、取引相手方に渡すために調達する場合や、債券先物取引で受け渡すための特定の銘柄を調達したい場合などに利用される。

³ 米国における証券化商品等を対象とするレポ取引が、通常の銀行システムの外側で行われる信用仲介(いわゆる「シャドバンキング」)として機能した結果、GFCの背景要因となったレバレッジの拡大や過剰なリスクテイクに繋がったのではないかとの問題意識が提起された。これを背景に、シャドバンキングから生じる金融安定上のリスクを低減させる取り組みの一環として、レポ市場の安定性や透明性に関する議論がなされた。レポ取引を巡る国際的な議論の経緯について詳細は小野等(2015)参照。

⁴ 金融安定理事会による報告書(Financial Stability Board, 2015)に基づき、各国で同様のレポ取引データを収集する取り組みが進められている。収集の経緯についての詳細は笹本等(2020)参照。

一連の分析手法であり、インターバンク市場を対象とした研究を中心に、幅広く行われている。

本稿の貢献は次のとおりである。第1に、レポ市場について、取引ネットワーク上で中心的な役割を担う一重要度が高い金融機関を定量的に把握する「ネットワーク中心性指標」や、取引を密接に行う金融機関のグループを特定する「コミュニティ検出」手法を用いてレポ市場ネットワークの特徴点の把握を試みた。その結果、①一部の重要度が高い金融機関が取引の仲介者として機能していること、②それらの金融機関を中心にした継続的な取引関係が構築されていることが観察された。こうした特徴は、わが国レポ市場は、資金調達・運用ニーズのマッチング等の観点で効率的といえる一方で、多数の取引の結節点となっている一部の金融機関にショックが及ぶ場合、レポ市場全体に波及し易いという意味で、頑健性の面で注意が必要な可能性を示唆している。

第2に、市場ストレス時のレポ市場のネットワーク構造の挙動について、若干の分析を行った。具体的には、新型コロナウイルス感染症拡大を受けてレポレートが大きく変動した2020年3月以降の時期に、ネットワーク構造に特徴的な変化がみられたかを検証した。その結果、ストレス時において、担保需要の高まり等を背景に債券の出し手が顕著に減少し、市場機能が低下したことがデータ面からも明らかになった。他方で、その際、金融機関が新規の取引先を開拓し、取引先の確保を図る動きがあったことも示唆された。

本稿の分析は、本邦国債レポ市場のネットワーク構造にかかる観察事実を明らかにしたものであり、その構造がどのような要因によって形成されてきたのか、あるいは、市場にストレスが発生した場合に、レポ市場の構造がどのように変化するかを仔細に分析したものではない。しかし、本稿の分析結果は、レポ市場の機能度をモニタリングする上でいくつかの視点を提供している。すなわち、上述の分析結果は、レポ市場の機能度を継続的に点検していく際に着目すべき視点に加え、レポ市場の機能度や頑健性の維持・向上のための手がかりを示している。

本稿の構成は次のとおりである。2節では、分析対象データの概要とネットワークの定義を述べる。3節では、ネットワーク分析の手法を用いて、レポ市場のネットワーク構造について特徴を整理する。4節では、市場ストレス時のネットワーク構造について若干の検証を行う。5節で結びと今後の課題を述べる。

2. データと取引ネットワーク

本稿の分析に用いるデータは、2018年12月分から金融庁と日本銀行が共同で

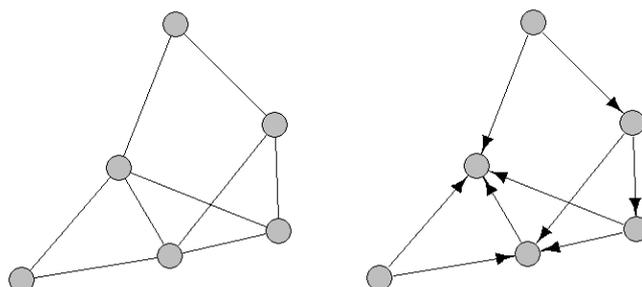
収集しているレポ取引 1 件ごとの取引情報である⁵。各月末時点で残高がある個別の取引について、GC/SC レポの別、取引当事者（資金放出サイドと資金調達サイドの双方）、取引金額、レポレート（金利）、取引対象証券の種類、取引期間などの情報が記録されている。市場全体のレポ取引金額の 90%超を捕捉できるよう、取引金額の上位約 50 先の金融機関によって、自身が資金調達サイド・資金放出サイドいずれかである取引が報告されている。株式等のレポ取引も報告対象であるが、本稿では日本国債を対象とした取引のみを分析対象とする⁶。取引当事者の片側だけが報告者であり、取引相手が報告者ではない取引も報告対象に含まれているため、結果として約 170 の金融機関が、資金放出サイド・調達サイドいずれかの取引当事者として行ったレポ取引が捕捉されている^{7,8}。

取引当事者の双方を識別できる本データを用いることで、レポ市場の取引ネットワーク構造を特定することができる。ネットワーク構造とは、図表 1 のように、点「ノード」と、2 つのノードを結ぶ線「リンク」から構成されるデータ構造である⁹。なお、リンクの向きを区別しないものを「無向ネットワーク」、区別するものを「有向ネットワーク」という。

(図表 1) ネットワーク構造のイメージ

(a)無向ネットワーク

(b)有向ネットワーク



⁵ レポ取引には、売買形式の「現先取引」（将来反対方向の売買を行うという特約付きで証券を売買する取引）と、貸借形式の「証券貸借取引」（現金等を担保に証券を貸借する取引）の 2 つの形式がある。金融庁と日本銀行が共同で報告を受けているデータでは、両者が対象となっている。本稿では両者を区別せずレポ取引と称する。

⁶ 取引対象証券の種類が「政府等発行債券」、通貨が「円建て」、格付が「投資適格」とされる報告取引を分析対象とした。これら定義によれば国債以外の債券も含まれるが、大半が国債を対象とした取引と考えられることから、分析対象を国債レポ取引と称する。

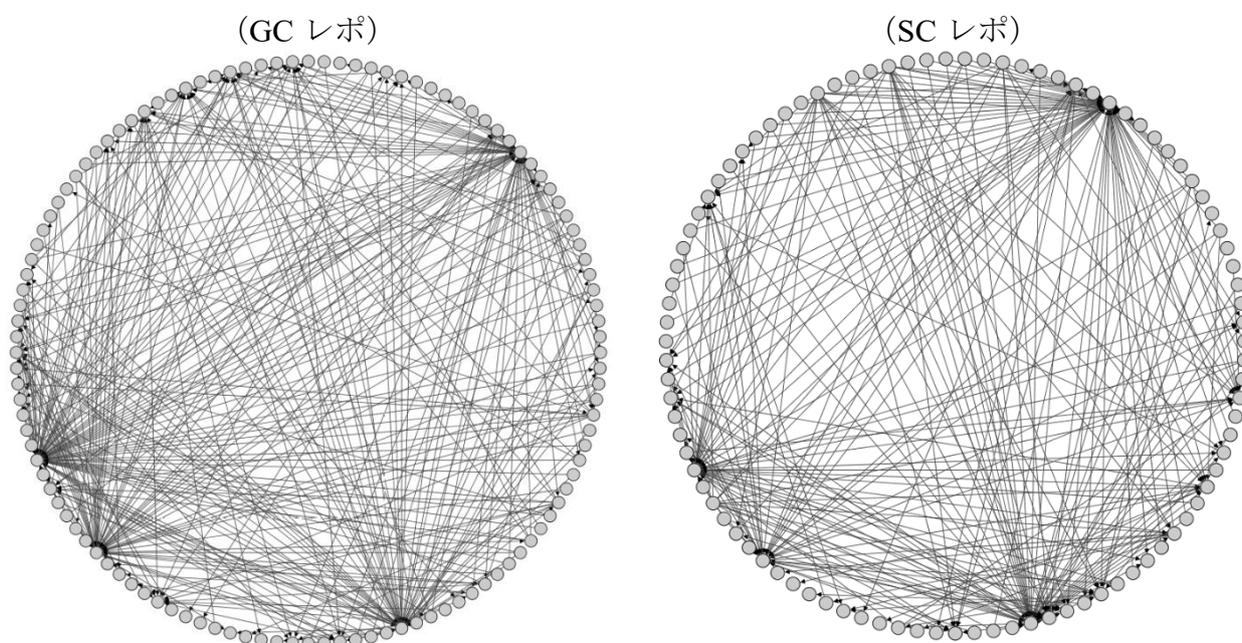
⁷ 非報告者については、個社名が識別できないため、業態と居住地域ごと一括りにして 1 つの取引当事者として扱っている。よって、実際の金融機関数はこれより多い。なお、非報告者には一部の事業法人も含まれるが、これらはレポ市場ネットワークにおけるノードのごく一部に止まるため、本稿ではノードを「金融機関」と称している。

⁸ 取引当事者双方が報告者である取引は、2 件の取引データとして 2 重に報告される。本分析では、こうした同一取引のデータを 2 重計上しないよう調整している。

⁹ ネットワーク構造を「グラフ構造」、ノードを「vertex（頂点）」、リンクを「edge（辺）」と呼ぶこともある。

本稿では、金融機関をノード、ネット資金放出の取引関係を有向リンクとするネットワーク構造を考える。すなわち、金融機関 A の金融機関 B に対するポジションがネット資金放出超の場合を「A→B」という有向リンクで表す^{10,11}。なお、GC レポと SC レポは、資金の貸借か債券の貸借かという取引目的が異なるため、GC レポと SC レポを別々に考察する。例えば、図表 2 は 2019 年 9 月末時点の GC レポ市場と SC レポ市場のネットワーク構造を示している。これをみると、金融機関間の取引が複雑に交錯し合っており、一見ただけではネットワークの特徴を捉えることは難しいことが分かる。ネットワーク分析では、こうした複雑なネットワーク構造について、各金融機関の取引先数（ノードに繋がるリンクの数）や、各金融機関のネットワーク上の相対的な重要度などを可視化・指標化することで、その特徴を明らかにすることが可能である¹²。

(図表 2) レポ取引のネットワーク



(注) 19/9 月末時点の取引に基づく。

金融市場のネットワーク分析については、各国の金融市場を対象に多くの先

¹⁰ GC レポ取引には、2018 年 5 月の国債決済期間短縮化と同時に導入された「銘柄後決め方式」と、従来型の「銘柄先決め方式」の 2 つの取引方式がある。取引方式の違いについて詳細は藤本他（2019）を参照されたい。前者は取引規模が今のところ後者と比べ限定的であるほか、清算機関において必ず取引にかかる債権債務の引受・清算が行われるなどリスクの性質も後者と相応に異なることから、本稿の分析対象から除外している。

¹¹ 本稿では、取引期間や担保債券の銘柄などの取引内容の違いを区別しない合算ベースのネット資金放出額を用いた。取引期間や担保債券銘柄ごとにネットワーク構造が異なる可能性が考えられるが、それらの特徴を調べるのは、今後の検討課題にしたい。

¹² 分析では、必要に応じ統計解析用ソフトウェア「R」のパッケージ「igraph」の各種機能を用いた。

行研究がある。個別の金融取引に関する情報の入手が一般的に困難であることから、中央銀行が持つ決済データに基づいたインターバンクの資金貸借取引を対象とするものが多い。しかし、近年では、電子プラットフォームを通じた取引データの蓄積等に伴い、社債や地方債などの売買取引を対象にした研究もみられている。図表3は、金融市場のネットワーク構造を対象とした主な実証研究である。次節以降、先行研究の議論を参考に、本邦国債レポ市場の特徴の整理を試みる。

(図表3) 金融市場の取引ネットワークに関する主な実証研究

分析対象の市場	先行研究【国】
インターバンク取引	Inaoka <i>et al.</i> (2004)、Imakubo and Soejima (2010)【日本】、Furfine (2003)、Afonso <i>et al.</i> (2013)、Soramáki <i>et al.</i> (2007)【米国】、Abbassi <i>et al.</i> (2013)、Allen <i>et al.</i> (2020)【ユーロ圏】、Bargigli <i>et al.</i> (2015)、Iazzetta and Manna (2009)、Mistrulli (2011)【イタリア】、Martínez-Jaramillo <i>et al.</i> (2014)【メキシコ】
国債	Sakiyama and Yamada (2016)【日本】
社債	Di Maggio <i>et al.</i> (2017)【米国】
株式	Di Maggio <i>et al.</i> (2019)【米国】
地方債	Li and Schürhoff (2019)【米国】
証券化商品	Hollifield <i>et al.</i> (2017)【米国】
OTC デリバティブ	Bardoscia <i>et al.</i> (2019)【英国】
CDS	Markose <i>et al.</i> (2012)【米国】

3. 国債レポ市場のネットワーク構造の特徴

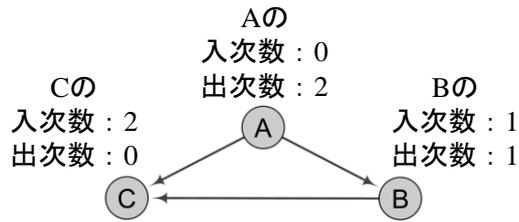
(1) ネットワーク統計量でみる国債レポ市場の概観

金融市場を対象とした先行研究では、基本的なアプローチとして、ネットワーク構造の特徴を指標化する各種の「ネットワーク統計量」を用いて市場構造を把握する方法が提案されている。本節では、代表的な2つのネットワーク統計量である「次数」と「最短距離」に着目して、レポ市場のネットワークの特徴を整理する。

① 次数 (degree)

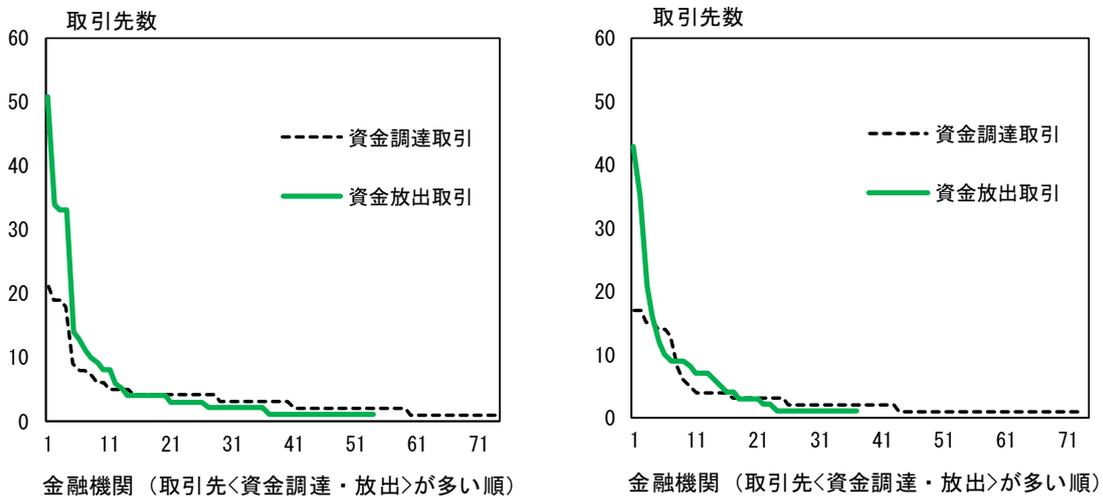
「次数」とは、各金融機関の取引先の数を表す指標である。レポ市場の取引には、自身が資金調達を行う場合と、資金放出を行う場合とがあるため、資金調達取引の取引先数を「入次数」、資金放出取引の取引先数を「出次数」と呼ぶ(具体例は図表4)。

(図表4) 入次数・出次数



レポ市場における各金融機関の資金調達先数（入次数）と資金放出先数（出次数）の分布を示したのが図表5である。図表5は、取引先数が多い順に金融機関を左から並べ、縦軸に各金融機関の取引先数をプロットしている。

(図表5) 取引先数（次数）の分布（左：GC レポ、右：SC レポ）



(注) 19/9 月末時点の取引ネットワークに基づき算出。

左図の GC レポをみると、資金調達取引、資金放出取引ともに、左側に位置する一部の金融機関が非常に多くの取引先を有している一方、それ以外の金融機関はごく少数の先としか取引していないことが分かる。また、資金調達取引では、取引先を 10 先以上持つ金融機関は 4 先のみで、大半の先は 5 先未満のごく限られた先としか取引していない（この図からは明らかではないが、これらの取引先は一部の先に集中している）。このように、レポ市場では、一部の先に取引が集中しており、そうした先がネットワークのハブとして機能しつつ、それ以外の多くの先は取引の多くをハブとなる金融機関との間で行っている。こうした次数の分布が表すネットワークの特徴は「ロングテール特性」¹³と呼ばれ、多くの先

¹³ このような分布形状は、確率分布が $p(k) = ak^{-\gamma}$ と表される「べき乗則」に従うともいう。べき乗則に従う分布は、任意のリンク数を持つノードの数に平均等の尺度（スケール）が存在しないことから「スケールフリー性」を持つとも呼ばれる（Barabási and Albert, 1999）。こうした特徴は、次数の分布だけでなく、取引金額の分布についても報告されている。な

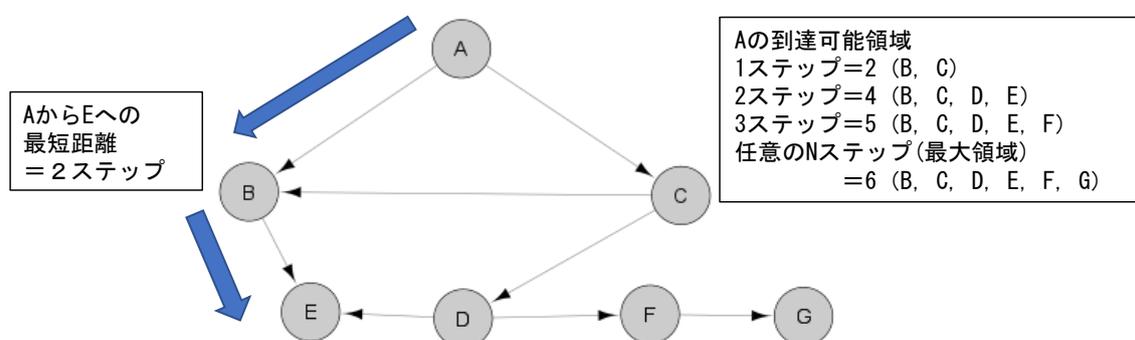
行研究で共通して報告されている金融市場ネットワークの特徴と同じである。

なお、取引先数の上位数先をみると、GC レポ市場、SC レポ市場とも、資金調達先よりも資金放出先の数が多い。この点は、一部の先が大口の資金放出者として多数の先と取引している（資金調達取引と資金放出取引の非対称性）ことを示している。

② 最短距離と到達可能領域

任意の2つの金融機関を結ぶ経路のうち、最も短い経路の長さを「最短距離」といい、ある金融機関から最短距離 n でたどり着ける他の金融機関の数を「 n ステップの到達可能領域」という（具体例は図表6）。この指標は、ネットワーク上の金融機関を結ぶ取引関係がどれほど密接かを表している。

（図表6）最短距離と到達可能領域

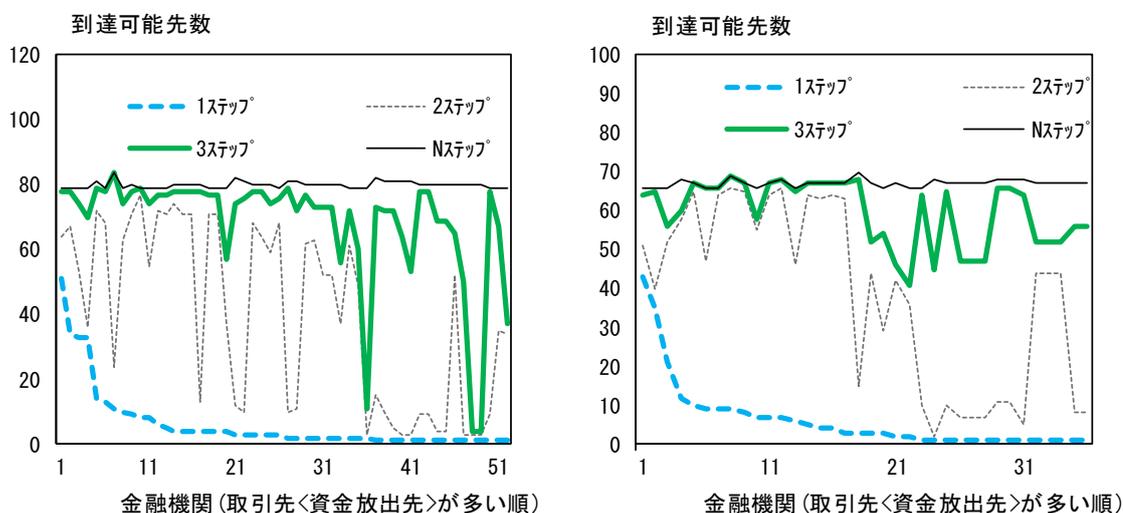


図表7は、19年9月末時点の実際の取引データを使って、GC レポ市場と SC レポ市場のそれぞれについて、個々の金融機関の到達可能領域をプロットしている。これをみると、多くの金融機関において、3ステップで到達できる領域（太実線・緑色）は、 N ステップの最大領域（細実線・黒色）に接近している。すなわち、ほとんどの先は、僅か3ステップで相当数の金融機関に到達できることが分かる。こうした特徴も、多くの先行研究で示されており、「スモールワールド特性」と呼ばれている。ネットワーク上の多くの金融機関同士が直接には繋がっておらず、また直接的な取引関係の数が少なくても、少数の金融機関を介して間接的にはほとんどの先が繋がっているという特徴である。スモールワールド特性によって、例えば資金放出ニーズを持つ先と資金調達ニーズを持つ先が少数の仲介者を経て結びつく場合には、そうした構造がレポ市場の取引の効率性に寄与していると考えられる。一方で、ネットワーク全体が短い距離で繋がって

お、次数分布のスケールフリー性については、次数とその累積分布を両側対数グラフにプロットした時に線形の関係がみられるかを調べることで確認できる。実際、GC レポ取引、SC レポ取引ごとに、出次数または入次数について、累積分布との関係を両側対数グラフにプロットすると、べき乗則に従う分布を示す直線的な関係が確認できる。

いるということは、相対的にみて、一部に生じたショックがネットワーク全体に波及し易いという可能性を示唆している。

(図表7) 到達可能先数 (左: GC レポ、右: SC レポ)



(注) 19/9 月末時点の取引ネットワークに基づき算出。

これまでは、代表的なネットワーク統計量である「次数」と「最短距離」を使ってレポ市場の特徴点を整理した¹⁴。ただし、これだけでは、市場の効率性や頑健性を深く探るには限界がある。そこで、次節では、個々の金融機関や金融機関同士の取引関係に着目し、金融機関のうち誰がネットワーク全体の中で重要な役割を担っているか、重要な金融機関はネットワーク構造上でどのような役割にあるか、金融機関同士の取引関係に継続性がみられるか、といった点を考察する。

(2) 中心性やコミュニティからみたネットワーク構造

多くの先と取引し、市場で中心的な役割を担っている金融機関が市場の資金調達/運用ニーズを仲介していたり、そうした仲介者を中心に継続的な取引関係が構築されていれば、資金調達ニーズと運用ニーズの速やかなマッチング等を通じて、市場取引の効率化に繋がりうる (Li and Schürhoff, 2019)。一方、2000年代のGFC時のレポ市場でみられたように、取引を多く行っている先にひとたび負のショックが加わると、カウンターパーティ・リスクやフェイルへの懸念から

¹⁴ 先行研究では他にも、各金融機関にとっての取引先同士がどれほど密に取引を行っているかを測る「クラスタリング係数」などのネットワーク統計量を用いて金融市場ネットワークの特徴が整理されている (Iori and Mantegna (2018) によるサーベイを参照されたい)。ここでは割愛するが、国債レポ市場についても同様のネットワーク統計量を算出すると、先行研究で示されている他の金融市場ネットワークと共通した特徴が確認できる。

取引を停止したり絞り込んだりする動きがネットワークを通じて拡がり、市場機能・流動性の低下に繋がり易いとの見方も可能である。したがって、市場機能・流動性をモニタリングする上では、レポ取引ネットワーク上で中心的な役割を担っている先や、密接な取引関係を構築しているコミュニティを把握することが有用である。

本節では、各金融機関の重要度—ネットワーク上でどの程度中心的な役割を担っているか—を取引相手との関係性に基づいて定量化する「中心性指標」や、密接に結び付いた金融機関のグループを特定する「コミュニティ検出」の手法を用いて、レポ市場ネットワークの特徴を整理する。

① PageRank 中心性による金融機関の重要度

レポ取引ネットワーク上の各金融機関の重要度を、中心性指標の一種である「PageRank」により計測する¹⁵。この指標は、もともとはインターネット上の web ページの重要度を測る指標として開発された指標であり (Brin and Page, 1998)、金融市場のシステムック・リスクを測る指標としても注目されている (Allen *et al.*, 2020、Yun *et al.*, 2019、Bardoscia *et al.*, 2019)。PageRank で測る重要度は「多くの web ページから参照されているほど」高くなるほか、「自分を参照している web ページの重要度が高いほど」高くなる。つまり、自分の状態だけでなく、自分と繋がる相手の重要度にも依存して決まるため、個々の金融機関がネットワーク構造全体に影響する度合いを測ることに適している。この指標をレポ取引のネットワークに適用した場合、「資金調達額が多いほど」、「資金調達の相手先が多額の資金調達しているほど」高い PageRank を示し、各金融機関が資金調達取引においてどれだけネットワーク全体に影響しうるかを測る指標となる¹⁶。

¹⁵ 中心性指標としては、他にも「固有ベクトル中心性 (eigenvector centrality)」などの指標が多数提案されている。ここでは、各ノードが有向ネットワーク全体に影響する度合いを捉えるのに最も適した指標として PageRank を選択した。

¹⁶ 金融機関 i の PageRank は次のとおり算出される。

$$PageRank_i = (1 - \alpha) + \alpha \sum_{j \in M} w_{ji} \frac{PageRank_j}{\sum_{z \in N} w_{jz}}$$

w_{ji} はノード j からノード i へのネット資金供給額、 M はノード i に繋がる全てのノード、 N はネットワークの全てのノード。 α はダンピングファクターと呼ばれ、完全に繋がったネットワークでなくても全体の取引関係から各ノードの重要度を測るための工夫として設けられているパラメータである。PageRank は取引相手先の PageRank にも依存するため、一般には反復計算により計算される。ダンピングファクターは解の収束速度に影響し、Brin and Page (1998) では 0.85 に設定することが最も効率的とされ、多くの先行研究もそれに倣っている。本分析でも 0.85 に設定した。

なお、資金調達ではなく、資金放出に着目し、「資金放出額が多いほど」、「資金放出の相手先が多額の資金放出をしているほど」高くなる指標を考えることもできる。この点、Saltoglu and Yenilmez (2015)や Kaltwasser and Spelta (2019)は、(i)資金調達取引における各金融機関の重要度を測る「資金調達 (borrower) PageRank」と、(ii)資金放出取引における各金融機関の重要度を測る「資金放出 (lender) PageRank」の2つの指標を提案している¹⁷。本稿もこれに倣い、資金調達と資金放出それぞれの面でみた2つの PageRank を算出する。

さらに、PageRank で測った重要度の高い金融機関がレポ取引のネットワーク上でどういった役割を果たしているかをみるため、レポ市場の資金の流れに基づく階層構造(資金の出し手→仲介者→資金の取り手)のどこに各金融機関が位置づけられるかを、Bow-tie 分解アルゴリズム (Yang *et al.*, 2011) を用いて特定する¹⁸。

図表8は、各金融機関について、レポ市場のネットワークにおける階層構造上の位置と PageRank の大小を図示している。①と②は GC レポ市場における分析結果を表しており、①のノードの大きさは資金調達 PageRank を、②のノードの大きさは資金放出 PageRank を表している。③と④は SC レポ市場について、資金調達 PageRank と資金放出 PageRank をそれぞれノードの大きさで表している。計測結果は、資金調達取引・資金放出取引のいずれでも、中間の仲介者層(水色)には重要度の高い金融機関が属しており、そうした重要度の高い金融機関が資金の最終的な出し手と取り手を仲介する役割を担っていることを示している。なお、GC 市場では、資金放出面に着目すると、左側(青)に位置する資金の出し手の中で PageRank にばらつきがあり、一部の先が大口の資金放出を行っている(図表8②)。また、SC 市場をみると、資金調達(債券放出)の面では、仲介者だけでなく、右側(白)に位置する資金の取り手(=債券の出し手)の中にも PageRank の高い先が位置している(図表8③)。この点は、特定銘柄の貸借を目的とする SC レポ市場では、一部の金融機関が債券の供給者として重要な機能を果たしていることを示している。

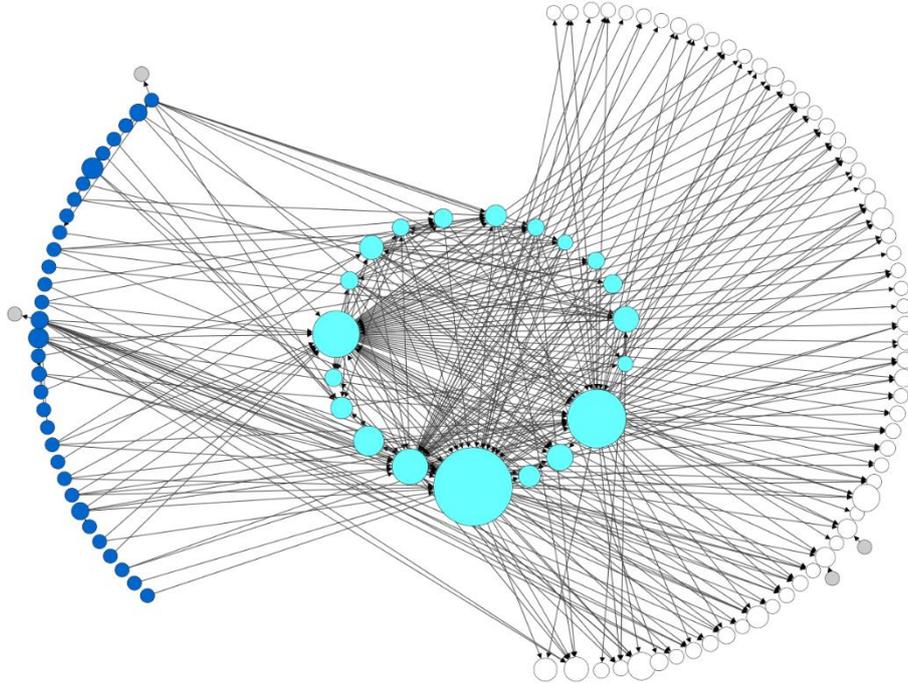
¹⁷ 前脚注の PageRank の式における w_{ji} を w_{ij} で、 w_{jz} を w_{zj} で置き換えることにより算出。すなわち、ノード i の PageRank が、ノード j からノード i へのリンク(資金調達取引)ではなく、ノード i からノード j に対するリンク(資金放出取引)によって決まる形となる。

¹⁸ Bow-tie 分解は、次のアルゴリズムにより金融機関を階層ごとに分類する。①どの2つの金融機関を選んでも、それらの間に取引関係が存在する金融機関の集合を中間層(=仲介者)とする。②中間層に含まれない金融機関のうち、中間層の金融機関まで資金が流れ得る取引を行っている金融機関の集合を上流層(=資金の出し手)とする。③中間層に含まれない金融機関のうち、中間層の金融機関から資金が流れ得る取引を行っている金融機関の集合を下流層(=資金の取り手)とする。

(図表 8) 資金フローに基づく階層構造と PageRank

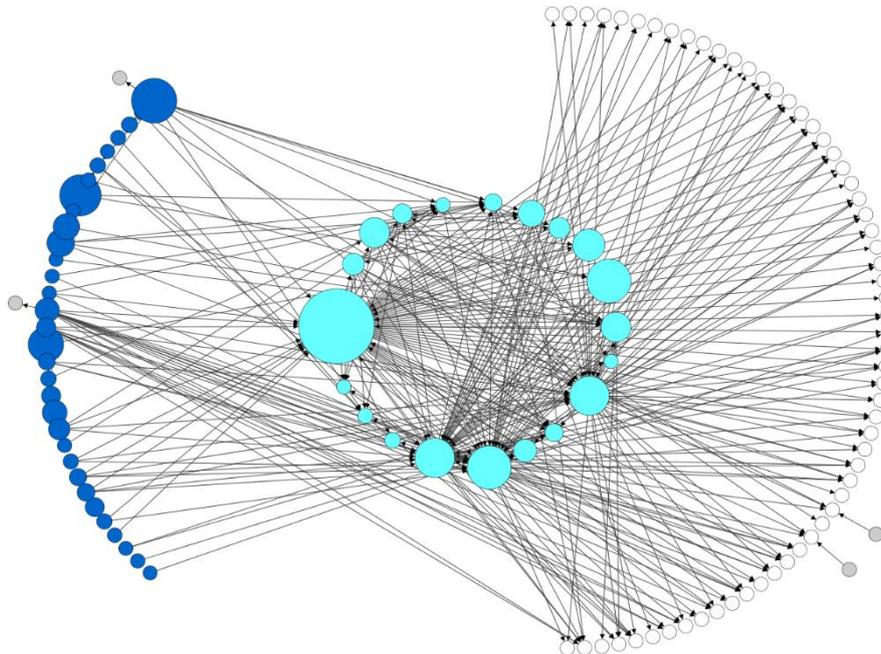
① GC レポ取引の階層構造と資金調達 PageRank

<資金の流れ>資金の出し手 ⇒ 仲介者 ⇒ 資金の取り手



② GC レポ取引の階層構造と資金放出 PageRank

<資金の流れ>資金の出し手 ⇒ 仲介者 ⇒ 資金の取り手

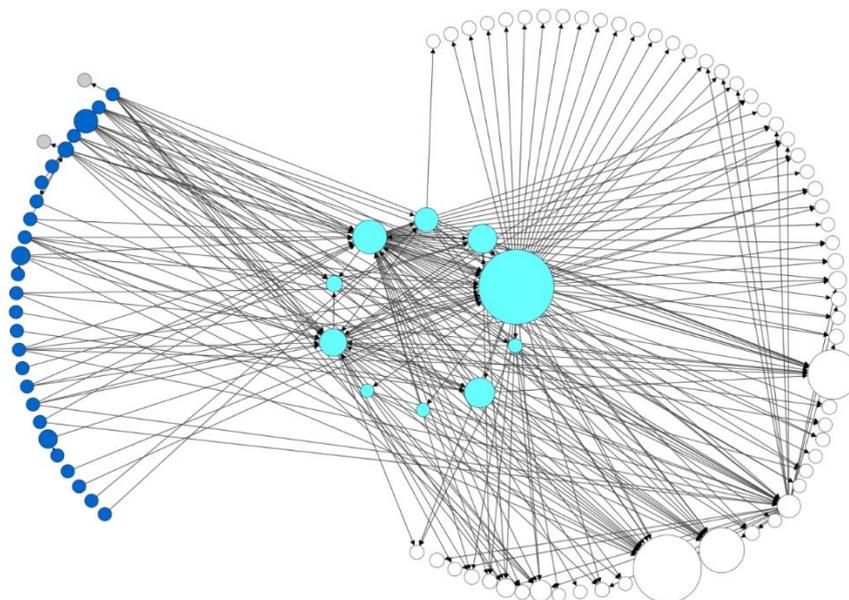


(注) 金融機関を左から、資金の出し手層 (青)、仲介者層 (水色)、資金の取り手層 (白) に分類して配置。グレーは仲介者に繋がるリンクがなく、上記 3 つに分類されないノード。①のノードの大きさは資金調達 PageRank に、②のノードの大きさは資金放出 PageRank に対応。19/9 月末時点の取引に基づく。金融機関の並びは上下で対応。

(図表 8 続) 資金フローに基づく階層構造と PageRank

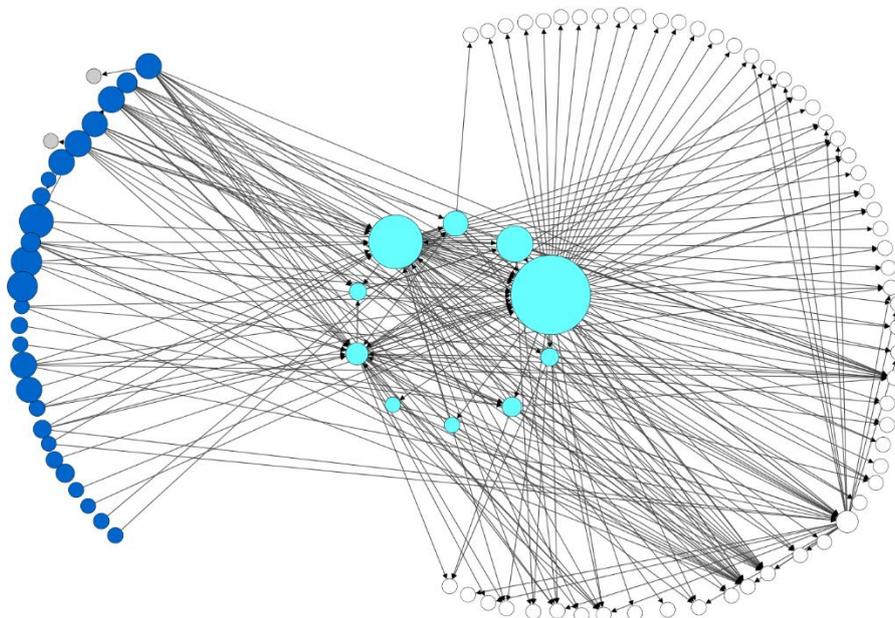
③ SC レポ取引の階層構造と資金調達 (債券放出) PageRank

<資金の流れ> 資金の出し手 ⇒ 仲介者 ⇒ 資金の取り手
(=債券の取り手) (＝債券の出し手)



④ SC レポ取引の階層構造と資金放出 (債券調達) PageRank

<資金の流れ> 資金の出し手 ⇒ 仲介者 ⇒ 資金の取り手
(=債券の取り手) (＝債券の出し手)

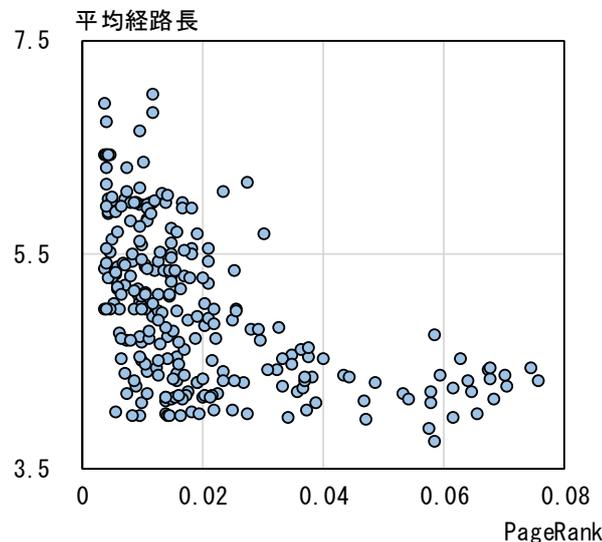


(注) 金融機関を左から、資金の出し手層 (青)、仲介者層 (水色)、資金の取り手層 (白) に分類して配置。グレーは仲介者に繋がるリンクがなく、上記 3 つに分類されないノード。③のノードの大きさは資金調達 PageRank に、④のノードの大きさは資金放出 PageRank に対応。19/9 月末時点の取引に基づく。金融機関の並びは上下で対応。

なお、重要度が相対的に高い金融機関が仲介者の役割を担っていることが市場の効率性に対してどの程度寄与するか、若干の分析を行う。仲介者が資金の出し手と取り手を短い経路で結び付けている場合、その仲介者は資金調達ニーズと資金運用ニーズの効率的なマッチングに貢献していると考えられる (Li and Schürhoff, 2019)。この点をレポ市場について検証する観点から、(i)仲介者の重要度の高さと、(ii)自身が仲介に関わる取引経路の平均経路長、の関係を考察する。(ii)は仲介者層に属する各金融機関について、資金の出し手層と資金の取り手層にそれぞれ属する 2 つのノードを結ぶ最短経路のうち、自身が含まれる経路の平均経路長として計測する。資金の最終的な出し手と取り手を結ぶ最短経路上の取引は、必ずしも仲介者がマッチングした取引ではないが、自身が仲介に関わる取引経路を想定することで、(ii)の指標を仲介者のマッチング力を測る代理変数として扱うことにする¹⁹。

図表 9 は、(i)と(ii)の関係をプロットしており、重要度の高い金融機関は、より短い経路で資金の最終的な出し手と取り手の金融機関を結び付けている傾向があることが分かる。ネットワーク上で重要度が高い金融機関は、資金の最終的な出し手と取り手を短い経路で繋いでいるという点で、資金調達・運用ニーズの効率的なマッチングに貢献している可能性を示唆している。

(図表 9) 中間層が仲介する取引の平均最短経路長と中心性の関係



(注) 縦軸は、仲介者層に属する各金融機関が仲介に関わる取引の平均経路長。横軸は、仲介者層に属する各金融機関の「資金調達 PageRank」と「資金放出 PageRank」の平均。GC レポ取引のみ。18/12 月～19/11 月の各月末時点分を重ねてプロット。

¹⁹ Li and Schürhoff (2019)は、日次データと証券銘柄を識別する CUSIP コードを用いて、仲介者を通じて債券が実際に転々流通する過程を特定し、仲介者のマッチング力を分析している。本分析のデータでは、月末時点で残高がある取引しか捕捉できないこと、および、債券銘柄の特定を完全には行えないことから、Li and Schürhoff のようには、資金の出し手と取り手を精緻にマッチングできないため、代替手段としてこうした取り扱いを採用した。

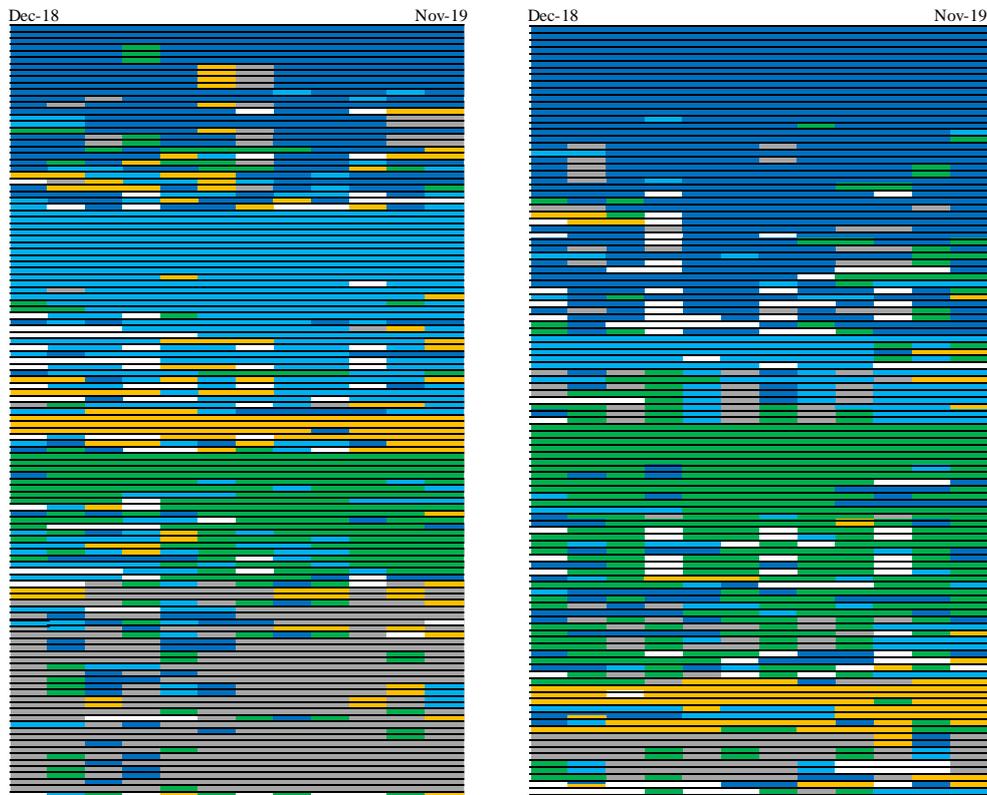
② コミュニティ検出と取引関係の継続性

ネットワーク分析手法の 1 つとして、内部同士の結合が多く、外との結合が比較的少ない、密接に繋がらうノードのグループ（コミュニティ）を抽出する「コミュニティ検出」がある。ここでは、コミュニティ検出手法の 1 つである、「スピングラス法」（Reichardt and Bornholdt, 2006）を適用し、レポ市場のコミュニティ構造の特徴を分析する²⁰。

その結果は図表 10 に示されており、検出されたコミュニティをその中心となる仲介者によって識別し、色分けしている。具体的には、金融機関が縦方向に並んでおり、属するコミュニティによって色分けされている。横方向は、時系列方向である。図表 10 からは、横方向に同じ色が続いている先が多くなっており、取引ネットワーク上のコミュニティ形成という点では、同一コミュニティの中で継続的に取引している先が多いことが分かる。また、金融機関がコミュニティ間を遷移する頻度をみると約半数はコミュニティを移動しない傾向が確認される（図表 11）。

²⁰ スピングラス法では、コミュニティ内部はリンクが多く、コミュニティ外とはリンクが少なくなるようにノードをコミュニティごとにグルーピングする。具体的には、①「同じコミュニティに属する（ようにグルーピングされた）任意の 2 ノード間にリンクがある」、②「異なるコミュニティに属する任意の 2 ノード間にリンクがない」ほど得点が高くなる一方、③「同じコミュニティに属する任意の 2 ノード間にリンクがない」、④「異なるコミュニティに属する任意の 2 ノード間にリンクがある」ほど得点が低くなる評価関数を考え、それが最大化されるノードのグルーピングを探索することで、各ノードをコミュニティに分解する。

(図表 1 0) 検出されたコミュニティの時系列推移
(GC レポ) (SC レポ)



(注) GC レポ (左) と SC レポ (右) 取引。縦方向に金融機関が並んでおり、横方向は時系列を表し、各時点で各金融機関が属するコミュニティを色分けして表示している。青、水色、緑、オレンジは主要な仲介者を中心に形成されたコミュニティを表し、グレーはそれ以外の小規模コミュニティをまとめたもの。白は当該金融機関に取引がなかったことを指す。18/12月～19/11月の各月末時点の取引ネットワークに基づく。

(図表 1 1) コミュニティの遷移頻度

	GCレポ	SCレポ
前月から当月にかけて		
コミュニティ不変	48%	54%
コミュニティ移動	27%	26%
その他	25%	20%

(注) その他は、前月から当月にかけて「取引なし→取引あり」、「取引あり→取引なし」となった場合など。18/12月～19/11月の各月末時点の取引ネットワークに基づく。

こうしたコミュニティ構造の存在が市場機能としてどのような役割を果たしているかを探るために、コミュニティ構造の背景要因に関する定量分析を試みる。各取引について、同一コミュニティ内で行われる取引か否かを表すダミー変数（同一コミュニティ内取引=1）を被説明変数とした二項回帰（プロビット回

帰)を行う²¹。説明変数には、取引レートと取引金額を用いる^{22,23}。

プロビット回帰分析の結果を図表12に示している。取引レートの係数は有意でない一方、取引金額の係数は有意に正となっている。取引金額の大きさと、コミュニティ内取引として行われる確率に正の関係があることを示しており、取引コミュニティは、ロットの大きな取引を円滑に行うことを目的に形成されている可能性が窺われる。

(図表12) プロビット回帰分析の結果

被説明変数：ダミー変数（同一コミュニティ内取引=1）

取引レート	-0.15115 (0.20600)
取引金額（対数値）	0.07284 *** (0.00389)
定数項	-1.49711 *** (0.08786)
時点ダミー	yes
サンプルサイズ	20,850
同一コミュニティ内の取引	7,989
異なるコミュニティ間の取引	12,861
疑似決定係数（McFadden）	0.07706

(注) ***は1%有意を表す。()内は標準偏差。ロバスト（Huber-Whiteの方法による不均一分散調整済み）標準誤差を用いた。サンプルは、18/12月～19/11月の各月末時点で残高があるO/N物GCレポ取引。

²¹ 対象債券の額面が50億円を超える取引については、決済の円滑化の観点から、50億円を上限に分割して約定する市場慣行がある。実際、取引金額（額面に時価を掛け合わせたもの）のヒストグラムを見ると、50億円～52億円付近の度数が顕著に大きくなっており、分割された取引はこの範囲に分布していると推察できる。分割された取引か否かをデータ上で識別することはできないが、ここでは、取引金額がこの範囲にある取引のうち、取引当事者やレポレート、取引ターム等の取引条件が一致する複数の取引については、取引金額を合算した1つの取引として推計サンプルに含めた。

²² 推計に用いた取引データは、タームや対象債券の違いによる影響を避けるため、GCレポ取引のO/N物に限定した。また、レポレートが0%以上の取引については、実勢の短期金利から大きく乖離しており、個別の取引条件が付されている特殊な取引とみられるため、本分析のサンプルから除いた。

²³ 取引レートには、東京レポレートとの乖離を用いた。「先決め方式GCレポ取引」に対応するため、東京レポレートには月末日を取引実行日とするT/N物の値を使用した。また、取引レートには、取引金額との多重共線性の可能性を考慮し、取引金額や取引当事者を表すダミー変数を用いた回帰分析の残差を使用した。なお、残差を求める回帰分析の結果では、取引金額の係数が有意に負となった。これは、取引金額が小さいと、事務コストが相対的に高くなるため、取引レートが上がりやすいとする市場の声と整合的な関係である。

以上、レポ市場の取引ネットワークでは、重要度の高い先が仲介者を担っていることや継続的な取引関係がコミュニティとして構築されていることがわかった。また、レポ市場の取引ネットワークが効率的な取引に資する構造を有している可能性も示唆された。

他方で、先行研究では、重要度が高い先に生じたショックはネットワーク全体に伝播しやすいことから、同様の特徴を持つ金融市場ネットワークについて脆弱性を指摘するものもある²⁴。取引先を変えるのにコストや時間がかかるため、異なるコミュニティ間での取引が難しい場合には、ネットワーク全体の安定性が損なわれうるといった議論もある²⁵。こうした議論も踏まえると、レポ市場は、効率的な取引に資する構造を持っているが、その分、頑健性の面で注意が必要ともいえる。ネットワーク構造の効率性と頑健性はトレードオフの関係にあり、その最適なバランスを理論的に定めることは困難であるが、市場構造のどこに頑健性の低下に繋がり得る側面があるかを把握しておくことは重要である。このため、本節の分析によってレポ市場の構造を定量的に「見える化」し、その性質を把握することは、市場機能をモニタリングする際に重要と考えられる。また、個々の市場参加者にとっても取引の効率性や安定性を考える際の参考になるかもしれない。

4. 市場ストレス時のネットワーク構造の変化

先行研究では、金融市場にストレスが掛かるイベントの前後において、ネットワーク構造や関連指標が特徴的な振る舞いをするのが報告されている。例えば、ストレス時のインターバンク市場では、カウンターパーティ・リスクを意識して取引先を絞り込む動きから、取引ネットワークのリンク数が減少するとともに、1取引先当たりのエクスポージャーが上昇したことが報告されている (Beltran *et al.*, 2015、Minoiu and Reyes, 2013)。また、国債売買取引ネットワークにおいて、金利が急上昇する局面では、ネットワークのコアを担う金融機関が新たな債券の売却先を探す動きが活発化することにより、普段は取引関係が希薄な金融機関の間で取引が急増したとの報告もある (Sakiyama and Yamada, 2016)。他にも、ストレス発生時にネットワーク構造が顕著に変化したとの報告もある

²⁴ Caballero (2015) や Minoiu *et al.* (2015)は、密接に結び付いたネットワークでは、生じた負のショックの影響が増幅しやすく、システムック・リスクの確率が上昇すると指摘している。Yun *et al.* (2019) や Bardoscia *et al.* (2019) は、重要度が高い先の存在はショックを拡散させやすいと指摘している。

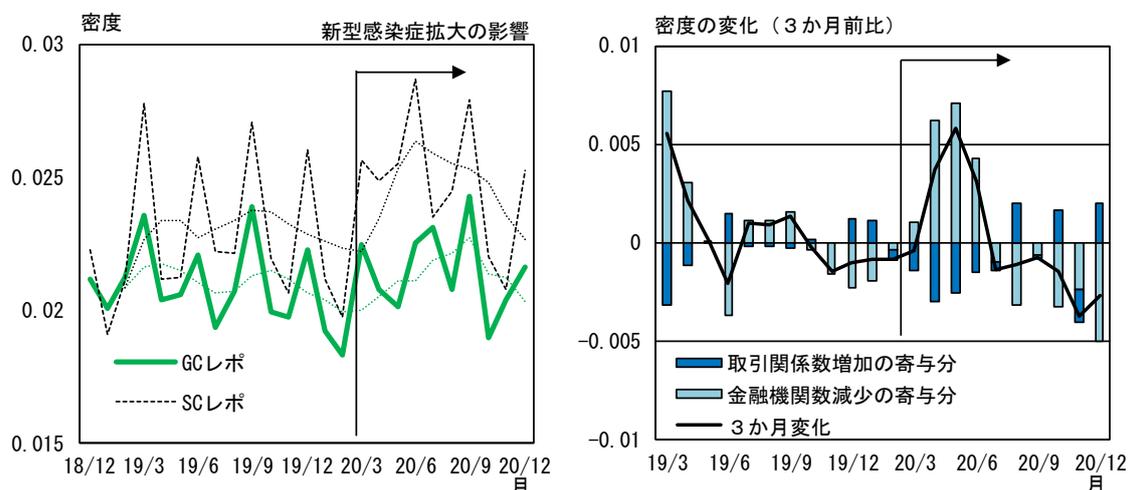
²⁵ ネットワークのコミュニティ構造について、Dong *et al.* (2018) は、異なるコミュニティを跨ぐリンクが少ない場合、ネットワークの分断が生じやすい結果として、ネットワーク全体の頑健性が低下することを示している。

(in't Veld and van Lelyveld, 2014、Fricke and Lux, 2015)。

本節では、市場ストレス時のレポ市場のネットワーク構造の挙動を考察する。レポ市場については、データ始期が 2018 年 12 月からとデータの蓄積が少ないため、精緻な定量分析を行うことができないものの、新型コロナウイルス感染症拡大を受けてレポレートが大きく変動した 2020 年 3 月以降のデータを用いて、若干の検証を試みる。

図表 1 3 は、GC レポと SC レポの取引ネットワークについて、ネットワーク内の取引の多さを表す「密度」を時系列にプロットしたものである。ネットワークの密度は、ネットワーク上の金融機関間で考え得る全ての取引関係の数（全ての金融機関がそれぞれお互いに取引を行った場合の取引関係数）に対する実際の取引関係の数の比率として計算される²⁶。四半期末にスパイクがみられる季節性を均してみれば、新型コロナウイルス感染症拡大の影響が始まった 3 月以降、密度が高止まりしている様子がみられる（図表 1 3 左）。密度の 3 か月変化幅を、レポ市場に参加している金融機関数の増減と、実際に取引を行っている相手方の数の増減に寄与度分解すると（図表 1 3 右）、実際に取引を行っている相手方の数が減少し、密度の引き下げに寄与している（青色部分）ものの、それ以上にレポ市場に参加している金融機関が減少し（水色部分）、密度が上昇していることがわかる²⁷。

（図表 1 3） ネットワーク密度と変化幅の寄与度分解



（注）左図の細線は 3 か月後方移動平均。右図は SC レポ取引。

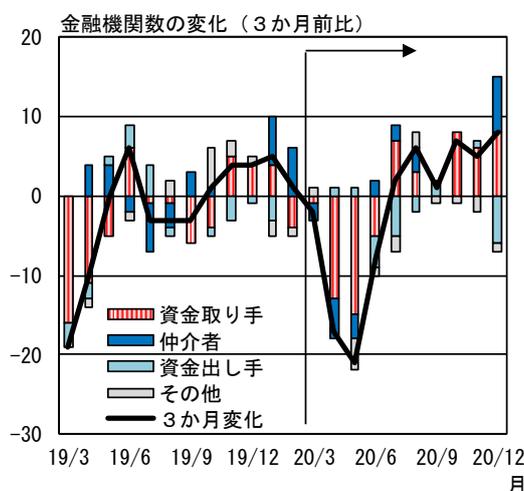
特に密度の上昇が顕著な SC レポ取引について、金融機関数減少の背景を、前

²⁶ 有向ネットワークの密度 d は、取引関係の数を k 、金融機関の数を n として、 $d = \frac{k}{n(n-1)}$ により計算される。

²⁷ 寄与度分解は、 $\Delta d = \frac{\partial d}{\partial k} \Delta k + \frac{\partial d}{\partial n} \Delta n = \frac{1}{n(n-1)} \Delta k - \frac{k(2n-1)}{n^2(n-1)^2} \Delta n$ により計算した。

節で用いた Bow-tie 分解による分類（「資金の出し手」、「仲介者」、「資金の取り手」）に分けてみると、主として資金の取り手（債券の出し手）の減少が寄与している（図表 1 4）。この点を踏まえると、SC レポでは、20/3 月以降のストレス時は、担保需要の増加や緊急事態宣言・在宅勤務による市場参加者の減少を背景に債券の出し手が減る中であって、金融機関は債券の出し手の新規開拓を通じて（Sakiyama and Yamada, 2016）、レポ市場の参加者が減少するほどには、実際の取引を行う相手方を減らさなかったことが、密度上昇の背景にあると考えられる。

（図表 1 4） ネットワークにおける金融機関数の変化の内訳



（注）SC レポ取引。

なお、本稿で用いたデータについては、月末時点に残高がある取引を対象としているため、最も市場にストレスがかかったと考えられる 20/3 月の中旬～下旬に実行された短いタームの取引動向については捕捉できない。この時期のネットワークは上述の解釈とは異なる挙動をしていたかもしれない。ストレス時のレポ市場の動きについてインプリケーションを得るためには、今後データの蓄積が進み、イベントスタディが可能な程度までデータサンプルが増えたところで、改めて検証することが必要である。

5. おわりに

本稿は、本邦国債レポ市場ネットワークの特徴を検証した。本邦国債レポ市場では、ネットワーク上で重要度が高い先が仲介者を担っていることや継続的な取引関係が構築されていることが分かった。こうした特徴は、わが国レポ市場は、効率的である一方で、一部先へのショックが全体に波及し易いネットワーク構造を有する可能性を示唆している。市場のネットワーク構造を評価するためには、取引の効率性に繋がる面と、頑健性に繋がる面のバランスが取れているかど

うかという視点を持つことが重要である。本邦国債レポ市場の機能度については、こうしたネットワーク構造の特徴点を念頭に置きつつ、継続的に点検していくことが有益である。また、こうした分析成果が、市場の一層の透明化を通じて、市場参加者にとって取引の安定性や効率性を考える際の参考となることも期待したい。

本稿は本邦国債レポ市場について、ネットワーク分析の手法を用いてネットワーク構造の基本的な特徴を整理したものである。将来の研究課題としては、ネットワーク構造の背景要因に関する分析や、先行き時系列データの蓄積が進む中で、市場に生じたショックに対するネットワーク構造の挙動について、より踏み込んだ分析を行うことが考えられる。

参考文献

- 小野伸和、澤田恒河、土川顕 (2015). 「レポ市場のさらなる発展に向けて」, 日銀レビュー, 2015-J-5.
- 笹本佳南、中村篤志、藤井崇史、仙波堯、鈴木一也、篠崎公昭 (2020). 「わが国レポ市場の透明性向上のための新たな取り組み」, 日銀レビュー, 2020-J-1.
- 藤本文、加藤達也、塩沢裕之 (2019). 「国債決済期間短縮 (T+1) 化後の市場取引動向 —レポ市場を中心に—」, 日本銀行調査論文.
- Abbassi, P., Fecht, F. and Weber, P. (2013). How Stressed Are Banks in the Interbank Market? Deutsche Bundesbank Discussion Paper, No. 40/2013.
- Allen, F., Covi, G., Gu, X., Kowalewski, O., and Montagna, M. (2020). The Interbank Market Puzzle. ECB Working Paper Series, No 2374
- Afonso, G., Kovner, A., and Schoar, A. (2013). Trading Partners in the Interbank Lending Market. FRB of New York Staff Report, 620.
- Barabási, A. L., and Albert, R. (1999). Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*, 286 (5439), pp. 509–512.
- Bardoscia, M., Bianconi, G., and Ferrara, G. (2019). Multiplex Network Analysis of the UK OTC Derivatives Market. Bank of England Working Papers, No. 726.
- Bargigli, L., Di Iasio, G., Infante, L., Lillo, F., and Pierobon, F. (2015). The Multiplex Structure of Interbank Networks. *Quantitative Finance*, 15 (4), pp. 673–691.
- Beltran, D. O., Bolotnyy, V., and Klee, E. C. (2015). Un-networking: The Evolution of Networks in the Federal Funds Market. Finance and Economics Discussion Series 2015-055, Federal Reserve Board.
- Brin, S., and Page, L. (1998). The Anatomy of a Large-Scale Hypertextual Web Search Engine. *Computer Networks and ISDN Systems*, 30, pp. 107–117.
- Caballero, J. (2015). Banking Crises and Financial Integration: Insights from Networks Science. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 34, pp. 127–146.
- Di Maggio, M., Franzoni, F., Kermani, A., and Somnavilla, C. (2019). The Relevance of Broker Networks for Information Diffusion in the Stock Market. *Journal of Financial Economics*, 134(2), pp. 419–446.
- Di Maggio, M., Kermani, A., and Song, Z. (2017). The Value of Trading Relations in

- Turbulent Times. *Journal of Financial Economics*, 124(2), pp. 266–284.
- Dong, G., Fan, J., Shekhtman, L. M., Shai, S., Du, R., Tian, L., and Havlin, S. (2018). Resilience of Networks with Community Structure Behaves as if under an External Field. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 115(27), pp. 6911–6915.
- Financial Stability Board (2015). Transforming Shadow Banking into Resilient Market-based Finance: Standards and Processes for Global Securities Financing Data Collection and Aggregation.
- Fricke, D., and Lux, T. (2015). Core–periphery Structure in the Overnight Money Market: Evidence from the e-mid Trading Platform. *Computational Economics*, 45(3), pp. 359–395.
- Furfine, C. (2003). Interbank Exposures: Quantifying the Risk of Contagion. *Journal of Money, Credit & Banking*, 35(1), pp. 111–128.
- Hollifield, B., Neklyudov, A., and Spatt, C. (2017). Bid-ask Spreads, Trading Networks, and the Pricing of Securitizations. *The Review of Financial Studies*, 30(9), pp. 3048–3085.
- Iazzetta, C., and Manna, M. (2009). The Topology of the Interbank Market: Developments in Italy since 1990. Bank of Italy Temi di Discussione (Working Paper) No, 711.
- Imakubo, K., and Soejima, Y. (2010). The Transaction Network in Japan’s Interbank Money Markets. *Monetary and Economic Studies*, 28, pp. 107–150.
- Inaoka, H., Ninomiya, T., Taniguchi, K., Shimizu, T., and Takayasu, H. (2004). Fractal Network Derived From Banking Transaction—An Analysis of Network Structures Formed by Financial Institutions. Bank Japan Working Paper.
- in’t Veld, D. and I. van Lelyveld (2014). Finding the Core: Network Structure in Interbank Markets. *Journal of Banking & Finance*, 49, pp. 27–40.
- Iori, Giulia, and Rosario N. Mantegna. (2018). Empirical Analyses of Networks in Finance. *Handbook of Computational Economics*, 4, pp. 637–685.
- Kaltwasser, P. R., and Spelta, A. (2019). Identifying Systemically Important Financial Institutions: a Network Approach. *Computational Management Science*, 16(1), pp. 155–185.
- Li, D., and Schürhoff, N. (2019). Dealer Networks. *The Journal of Finance*, 74(1), pp.

91–144.

- Markose, S., Giansante, S., and Shaghghi, A. R. (2012). ‘Too Interconnected to Fail’ Financial Network of US CDS Market: Topological Fragility and Systemic Risk. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 83(3), pp. 627–646.
- Martinez-Jaramillo, S., Alexandrova-Kabadjova, B., Bravo-Benitez, B., and Solórzano-Margain, J. P. (2014). An Empirical Study of the Mexican Banking System’s Network and its Implications for Systemic Risk. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 40, pp. 242–265.
- Minoiu, C., and Reyes, J. A. (2013). A Network Analysis of Global Banking: 1978–2010. *Journal of Financial Stability*, 9(2), pp. 168–184.
- Minoiu, C., Kang, C., Subrahmanian, V. S., and Berea, A. (2015). Does Financial Connectedness Predict Crises? *Quantitative Finance*, 15(4), pp. 607–624.
- Mistrulli, P. E. (2011). Assessing Financial Contagion in the Interbank Market: Maximum Entropy versus Observed Interbank Lending Patterns. *Journal of Banking & Finance*, 35(5), pp. 1114–1127.
- Reichardt, J. and Bornholdt, S. (2006). Statistical Mechanics of Community Detection. *Physical Review*, E 74, 016110.
- Sakiyama, T., and Yamada, T. (2016). Market Liquidity and Systemic Risk in Government Bond Markets: A Network Analysis and Agent-based Model Approach. IMES Discussion Paper Series, Bank of Japan.
- Saltoglu, B., and Yenilmez, T. (2015). When Does Low Interconnectivity Cause Systemic Risk? *Quantitative Finance*, 15(12), pp. 1933–1942.
- Soramäki, K., Bech, M. L., Arnold, J., Glass, R. J., and Beyeler, W. E. (2007). The Topology of Interbank Payment Flows. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 379(1), pp. 317–333.
- Yang, R., Zhuhadar, L., and Nasraoui, O. (2011). Bow-tie Decomposition in Directed Graphs. 14th International Conference on Information Fusion. IEEE.
- Yun, T. S., Jeong, D., and Park, S. (2019). “Too Central to Fail” Systemic Risk Measure Using PageRank Algorithm. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 162, pp. 251–272.