



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

Broad
Perspective 多角的レビューシリーズ
Review

わが国における均衡イールドカーブの推計： 時系列手法によるアプローチ

畑山優大*
yuudai.hatayama@boj.or.jp

岩崎雄斗**

No.24-J-16
2024年10月

日本銀行
〒103-8660 日本郵便（株）日本橋郵便局私書箱30号

* 国際局
** 前・国際局

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局 (post.prd8@boj.or.jp) までご相談下さい。転載・複製を行う場合は、出所を明記して下さい。

わが国における均衡イールドカーブの推計： 時系列手法によるアプローチ*

畑山 優大[†] 岩崎 雄斗[‡]

2024年10月

要旨

本稿では、わが国の名目・実質の均衡イールドカーブを同時推計する手法を提示する。具体的には、名目・実質のイールドカーブに加えて、マクロ経済変数（需給ギャップ、インフレ率）を観測変数として用いつつ、代表的なイールドカーブ・モデルであるネルソン＝シーゲル・モデル (Nelson and Siegel, 1987) と、VAR with common trends (Del Negro et al., 2017) を組み合わせた推計を行った。本稿の推計結果からは、1990年代以降、名目・実質の均衡イールドカーブは、自然利子率の低下を主因に趨勢的に低下しているほか、両者ともタームプレミアムの趨勢的な低下によりフラット化していることが示唆された。また、これらの度合いは、名目と実質の均衡イールドカーブで異なることも示唆された。ただし、均衡イールドカーブの推計はなお発展途上であり、本稿の結果についても十分に幅を持ってみる必要がある。

JEL 分類番号：C32、E43、E52

キーワード：自然利子率、均衡イールドカーブ、期間構造

* 本稿の作成にあたり、上野陽一氏、長田充弘氏、開発壮平氏、神山一成氏、平田渉氏をはじめとする日本銀行スタッフから有益なコメントを頂戴した。また、津田杏奈氏からは、計数作成においてご協力を頂いた。記して感謝の意を表したい。ただし、本稿のありうべき誤りは全て筆者ら個人に属する。なお、本稿に示される内容や意見は、筆者ら個人に属するものであり、日本銀行及び国際局の公式見解を示すものではない。

[†] 日本銀行国際局 (E-mail: yuudai.hatayama@boj.or.jp)

[‡] 前・日本銀行国際局

1 はじめに

自然利子率 (r_t^*) は、金融政策の運営上、理論的に重要なベンチマークの一つと位置付けられており、学界・中央銀行では様々な推計手法を開発しながら、より精緻に自然利子率を推計する試みが続けられている。日本銀行でも、[小田・村永 \(2003\)](#) を嚆矢として、その後も、[鎌田 \(2009\)](#)、[岩崎他 \(2016\)](#) など、わが国における自然利子率の推計が継続して行われてきた歴史があり、[杉岡他 \(2024\)](#) においては、概ね過去 25 年程度の期間におけるわが国の自然利子率について、様々な手法による推計値を紹介している。

この間、わが国をはじめ先進諸国では、非伝統的政策が採用される中で、短期年限だけでなく、イールドカーブ全体の緩和度合いを評価することへのニーズが高まってきた。こうした政策の変遷を踏まえ、[今久保他 \(2015\)](#) や [Dufrenot et al. \(2022\)](#) などが、わが国の均衡イールドカーブの推計に取り組んできたが、均衡イールドカーブの推計手法はなお発展途上と言える¹。

本稿では、[Goy and Iwasaki \(2024\)](#) で提案された手法を参考に、わが国の名目・実質の両方の均衡イールドカーブおよびトレンド・インフレ率 (π_t^*) の同時推計を行う。具体的には、名目イールドカーブと実質イールドカーブに加えて、需給ギャップやインフレ率といったマクロ経済変数を用いつつ、代表的なイールドカーブモデルであるネルソン＝シーゲル・モデル ([Nelson and Siegel, 1987](#)) と VAR with common trends ([Del Negro et al., 2017](#)) と呼ばれる時系列手法を組み合わせて、名目・実質イールドカーブのトレンドを自然利子率、トレンド・インフレ率、および、実質イールドカーブ、インフレ予想カーブのスロープ成分のトレンドに分解したうえで、名目・実質の均衡イールドカーブを算出した。

推計結果からは、1990 年代以降、名目・実質の均衡イールドカーブは、自然利子率の低下を主因に趨勢的に低下しているほか、両者ともタームプレミアムの趨勢的低下によりフラット化していることが示唆された。また、これらの度合いは、名目と実質の均衡イールドカーブで異なることも示唆された。なお、本稿で用いた手法には、データ終期近辺のトレンド成分が観測されるデータに引き摺られやすいという性質がある点には留意が必要なものの、2020 年代に入ってから、名目均衡イールドカーブが幾分上方シフトしていることも示唆された。

¹本稿における「均衡イールドカーブ」は、[今久保他 \(2015\)](#) と同様に、“natural yield curve” のことを指す。[Piazzesi and Schneider \(2007\)](#) で議論されているような短期均衡としての “equilibrium yield curve” とは異なるものである点は留意されたい。

先行研究と比較した際の本分析の特徴点は以下の通りである。第一に、本分析では、実質の均衡イールドカーブだけでなく、名目の均衡イールドカーブと π_t^* も同時推計している。金融政策でターゲットとするのが名目金利であることを踏まえると、実質の均衡イールドカーブのみを推計している今久保他 (2015) や Dufrénot et al. (2022) とは異なり、名目の均衡イールドカーブおよび π_t^* の推計値を得られることは、本稿の利点であると考えられる²。第二に、本稿は、時系列手法を用いて、わが国の均衡イールドカーブを推計した初めての研究である。自然利子率の研究でよく知られているように、使用推計モデルによってその推計値にはばらつきが生じる。今久保他 (2015) に比べると、本稿は経済構造に関する仮定が少なく、データに語らせることをより重視したアプローチと言える。すなわち、今久保他 (2015) は IS カーブをモデルに組み込んでいるほか、イールドカーブのトレンド成分と潜在成長率との関係を仮定している一方、本稿では、こうした仮定を置かずフレキシブルな推計を行っている。これによりモデルの定式化の誤りから生じうる推計バイアスを防げるというメリットがある。もっとも、均衡イールドカーブの推計値が観測されたデータに引き摺られやすくなるというデメリットもある点には留意が必要である。

本稿の構成は以下の通りである。まず、2 節では、均衡イールドカーブに関する概念整理を行ったうえで、推計に用いたモデルの概要を解説する。続いて、3 節では、推計方法を説明する。4 節では、推計結果を示す。5 節はまとめである。

2 概念整理およびモデル

2.1 均衡イールドカーブを巡る概念整理

均衡イールドカーブの概念整理を行う準備として、まず、自然利子率について簡単に整理を行う。先行研究における代表的な長期概念の自然利子率の定義は、Kiley (2020) が指摘しているように、以下の 3 種類に分類できる³。

- 潜在 GDP と統合的な実質金利水準 (e.g., Laubach and Williams, 2003)

²米国の名目均衡イールドカーブのみの推計を行った先行研究として、Bauer and Rudebusch (2020) が挙げられる。

³Kiley (2020) では、ここで議論している長期概念の自然利子率と区別して、ニューケインジアン・モデルの枠組みに基づいた短期の自然利子率の概念も紹介している。短期概念の自然利子率は、短期的な需要ショックなどの影響で変動しうるものであり、本稿で推計する長期概念の自然利子率とは乖離しうる。

- 一時的なショックの影響が消失した長期的な実質金利の定常値 (e.g., [Rachel and Smith, 2017](#))
- 貯蓄と投資の長期均衡と統合的な実質金利水準 (e.g., [Obstfeld, 2020](#))

標準的なマクロ経済理論に従うと、これらの3つの定義は同値なものだと考えられるが、このうちのいずれの定義に従うかによって推計アプローチは異なってくる⁴。

均衡イールドカーブについても、どの自然利子率の定義をベースに拡張を行うか次第で、使用される推計アプローチは異なりうる。例えば、[今久保他 \(2015\)](#) は、上記のうち一番目の定義をイールドカーブ全体に拡張した推計を行っている。すなわち、[Laubach and Williams \(2003\)](#) と同様に IS カーブを推計モデルに組み込んでいるほか、イールドカーブを構成するファクターのトレンド成分は潜在 GDP と連動することが仮定されている。これに対して、本稿では、上記の自然利子率の定義のうち、二番目の「一時的なショックの影響が消失した長期的な実質金利の定常値」という考え方に従った推計を試みる。準構造型のアプローチを採用している [今久保他 \(2015\)](#) と比べると、観測されたイールドカーブのデータに均衡イールドカーブの推計値が引き摺られやすいというデメリットがあるが、より制約が少なく、データにより語らせるアプローチと言える。

第二の定義に従った自然利子率の研究の多くでは、自然利子率を短期実質金利の変動における恒久的な成分と考え、ランダムウォーク・コンポーネントの抽出を試みている。形式的には、[Beveridge and Nelson \(1981\)](#) によるトレンド・サイクル分解におけるトレンドの定義と概ね同様と言える。すなわち、自然利子率 r_t^* は、以下のように、一時的なショックが消失している無限期先の実質短期金利の予想値として定義される。

$$r_t^* \equiv \lim_{j \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t r_{t+j} \quad (1)$$

この考え方を年限 $0 < \tau \leq T$ の実質金利 $r_t(\tau)$ の集合 $\{r_t(\tau)\}_{\tau=0}^T$ に拡張したものが (実質の) 均衡イールドカーブである。

$$r_t^*(\tau) \equiv \lim_{j \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t r_{t+j}(\tau) \quad (2)$$

こうした定義に基づく均衡イールドカーブの性質の直感的な理解のためには、一般的な流動

⁴日本銀行でも、幾つかのアプローチによる自然利子率の推計を試みている。概要については、[杉岡他 \(2024\)](#) を参照。

性プレミアム仮説に基づき、以下のように $r_t(\tau)$ を実質短期金利の予想成分と実質タームプレミアム ($tp_t(\tau)$) に分解することが役に立つ。

$$r_t(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{j=0}^{\tau-1} \mathbb{E}_t r_{t+j} + tp_t(\tau) \quad (3)$$

ここで、 $t+j$ 期の短期金利のトレンド成分 r_{t+j}^* と実績の差である循環成分 r_{t+j}^c を考えると、 $r_{t+j} = r_{t+j}^c + r_{t+j}^*$ と分解できる。これに加えて、 $\mathbb{E}_t r_{t+j}^* = r_t^*$ であることを利用すると、式 (3) は、以下のように変形できる。

$$r_t(\tau) = r_t^* + \frac{1}{\tau} \sum_{j=0}^{\tau-1} \mathbb{E}_t r_{t+j}^c + tp_t(\tau) \quad (4)$$

ここでタームプレミアムも循環成分とトレンド成分に分けられると仮定すると ($tp_t(\tau) = tp_t^c(\tau) + tp_t^*(\tau)$)、式 (2) で定義される均衡イールドカーブ (実質) は $r_t^*(\tau) = r_t^* + tp_t^*(\tau)$ と表され、自然利子率の動きと各年限におけるタームプレミアムのトレンドから構成されていると理解される⁵。

2.2 推計モデル

前節の定義のもと、本稿では、Goy and Iwasaki (2024) のモデルを参考に推計を行った。同モデルは、今久保他 (2015) と同様に、ネルソン＝シーゲル・モデルとマクロ経済変数を組み合わせたモデルとなっているが、前述のように、主な差異としては、以下の2点が挙げられる。第一に、名目と実質の両方の金利のデータを用いることにより、実質の均衡イールドカーブだけでなく、名目の均衡イールドカーブおよびトレンド・インフレ率が同時推計可能になっている。この点、今久保他 (2015) は実質金利のみを用いている。第二に、今久保他 (2015) は IS カーブを想定していることに加え、実質イールドカーブのネルソン＝シーゲル・ファクターのトレンド (本稿では、 l^* 、 s^* 、 c^* とする) が潜在成長率と連動すると仮定するなど、「潜在 GDP と整合的な実質金利水準」を捕捉しようとしている点で Laubach and Williams (2003) 的な色彩が強い。一方、本稿のモデルは、VAR with common trends とい

⁵名目・実質タームプレミアムが確率的トレンドを持つか否かについては、実証的にコンセンサスが得られていない。標準的なイールドカーブモデルでは、イールドカーブを構成するファクターは定常であることが仮定されているが、近年では、Bauer and Rudebusch (2020) など、イールドカーブを構成するファクターが全て確率的トレンドを持つ場合のモデルも提案されている。仮に、タームプレミアムが確率的トレンドを持たない場合、実質長期金利の確率的トレンドは自然利子率に定数を加えたものになる。

う時系列手法を用いることで、より制約が少なく、データに語らしめるアプローチを採用している。

ここからは、モデルの詳細を説明する。まず、実質金利のイールドカーブ $\{r_t(\tau)\}_{\tau=0}^T$ について、ネルソン＝シーゲル・モデルを当てはめる。

$$r_t(\tau) = l_t + \theta_s(\tau, \lambda^r) s_t + \theta_c(\tau, \lambda^r) c_t + e_{\tau,t}^r \quad (5)$$

ここで、 $\theta_s(\tau, \lambda^r) = \frac{1 - \exp(-\lambda^r \tau)}{\lambda^r \tau}$ 、 $\theta_c(\tau, \lambda^r) = \left(\frac{1 - \exp(-\lambda^r \tau)}{\lambda^r \tau} - \exp(-\lambda^r \tau) \right)$ であり、 λ^r は式 (5) の右辺の第 2 項、第 3 項の減衰率を規定するパラメータである。この定式化のもとで、 $\lim_{\tau \rightarrow \infty} r_t(\tau) = l_t$ 、 $\lim_{\tau \rightarrow 0} r_t(\tau) = l_t + s_t$ であることなどを踏まえると、 l_t は水準要因を表し、 s_t はイールドカーブの傾きを表すと解釈できる。 c_t は、その係数の特性から、イールドカーブの曲率を表すと解釈できる。 $e_{\tau,t}^r$ は誤差項である。

いま、名目のイールドカーブを $\{y_t(\tau)\}_{\tau=0}^T$ と表し、名目金利と実質金利の差で表される $\pi_t(\tau) (\equiv y_t(\tau) - r_t(\tau))$ についても、ネルソン＝シーゲル・モデルを考える。

$$\pi_t(\tau) = l_t^\pi + \theta_s(\tau, \lambda^\pi) s_t^\pi + \theta_c(\tau, \lambda^\pi) c_t^\pi + e_{\tau,t}^\pi \quad (6)$$

θ_s および θ_c の形状は式 (5) の場合と同様であるが、減衰率を表すパラメータは λ^π と、実質イールドカーブとは異なると仮定している。 l_t^π 、 s_t^π 、 c_t^π の解釈は、実質イールドカーブの場合と同様に、それぞれ水準要因、スロープ要因、曲率要因となる。 $e_{\tau,t}^\pi$ も同様に誤差項である。

ここで、ネルソン＝シーゲル・ファクターについて、確率的トレンド (x_t^*) と循環成分 (\tilde{x}_t) を持つと仮定する。ただし、曲率要因については、[今久保他 \(2015\)](#) でほぼ均衡イールドカーブへの寄与がないことなどを踏まえて、簡単化のため、定常だと仮定する。さらに、長期でのフィッシャー方程式 $i_t^* = r_t^* + \pi_t^*$ が成立することを仮定し、ネルソン＝シーゲル・モデルの特性から、 $\pi_t^* = l_t^{\pi,*} + s_t^{\pi,*}$ 、 $r_t^* = l_t^* + s_t^*$ であることも踏まえると、式 (5)、(6) は以下のように変形できる。

$$y_t(\tau) = r_t(\tau) + \underbrace{\pi_t^* + (\theta_s(\tau, \lambda^\pi) - 1) s_t^{\pi,*} + \tilde{l}_t^\pi + \theta_s(\tau, \lambda^\pi) \tilde{s}_t^\pi + \theta_c(\tau, \lambda^\pi) c_t^\pi + e_{\tau,t}^\pi}_{\pi_t(\tau)} \quad (7)$$

$$r_t(\tau) = r_t^* + (\theta_s(\tau, \lambda^r) - 1) s_t^* + \tilde{l}_t + \theta_s(\tau, \lambda^r) \tilde{s}_t + \theta_c(\tau, \lambda^r) c_t + e_{\tau,t}^r \quad (8)$$

つまり、 $y_t^*(\tau)$ は、自然利子率 r_t^* とトレンド・インフレ率 π_t^* および、スロープのトレンド成分 s_t^* 、 $s_t^{\pi,*}$ の変動で表すことが出来る⁶。また、 $r_t^*(\tau)$ は、 r_t^* と s_t^* で表すことが出来る。

以上の確率的トレンド成分は、全てランダムウォークに従う。

$$\begin{pmatrix} r_t^* \\ \pi_t^* \\ s_t^* \\ s_t^{\pi,*} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{t-1}^* \\ \pi_{t-1}^* \\ s_{t-1}^* \\ s_{t-1}^{\pi,*} \end{pmatrix} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \text{i.i.d.}\mathcal{N}(0, \Sigma_\varepsilon) \quad (9)$$

ここで、 ε_t は多変量正規分布に従う I.I.D 過程である⁷。循環成分については、以下の1次のVAR構造を持つと仮定する。

$$\begin{pmatrix} \tilde{l}_t \\ \tilde{s}_t \\ c_t \\ \tilde{l}_t^\pi \\ \tilde{s}_t^\pi \\ c_t^\pi \\ \tilde{\pi}_t \\ \tilde{x}_t \end{pmatrix} = A^c \begin{pmatrix} \tilde{l}_{t-1} \\ \tilde{s}_{t-1} \\ c_{t-1} \\ \tilde{l}_{t-1}^\pi \\ \tilde{s}_{t-1}^\pi \\ c_{t-1}^\pi \\ \tilde{\pi}_{t-1} \\ \tilde{x}_{t-1} \end{pmatrix} + \eta_t, \quad \eta_t \sim \text{i.i.d.}\mathcal{N}(0, \Sigma_\eta) \quad (10)$$

当式では、イールドカーブの循環成分に加えて、インフレ率の循環成分 $\tilde{\pi}_t$ と需給ギャップ \tilde{x} が含まれている。これにより、ネルソン＝シーゲル・ファクターの循環成分が捕捉しやすくなり、ひいては、トレンド成分の抽出に役に立っている。

これまで説明してきたモデルを状態空間表現で記述する。まず、観測変数のベクトル Z_t お

⁶Goy and Iwasaki (2024) では、インフレ・スワップ金利と名目金利から算出した実質金利を用いていることから、式 (6) は、インフレ・リスクプレミアムも含んだ inflation compensation curve と解釈される。一方、本稿では、今久保他 (2015) に倣い、インフレ予想と名目金利から実質金利を作成しているため、式 (6) は、インフレ予想カーブと解釈される。2 節での議論に従った場合には予想成分のみで構成されるインフレ予想カーブのスロープが確率的トレンドを持つと考える根拠はないが、本稿では、わが国のインフレ予想のデータ特性を踏まえ、インフレ予想カーブのスロープが確率的トレンドを持つと仮定した推計を行っている。その結果、長田・中澤 (2024) と同様に、インフレ予想の年限が長くなるにつれて上方バイアスが生じているほか、足もとにかけてそうした傾向が弱まっている可能性を示唆する結果が得られている。こうしたわが国のインフレ予想のデータ特性が、推計期間の短さに起因している可能性には留意が必要である。

⁷ ε_t は構造ショックではない点は留意が必要である。同様に、式 (10) における η_t についても構造ショックではない。

よび状態変数のベクトル X_t を以下とする⁸。

$$Z_t = \left(\underbrace{y_t(\tau_1) \dots y_t(\tau_J)}_{\text{名目イールド}} \quad \underbrace{r_t(\tau_1) \dots r_t(\tau_K)}_{\text{実質イールド}} \quad \underbrace{\pi_t \quad \tilde{x}_t}_{\text{マクロ経済変数}} \right)' \quad (11)$$

$$X_t = \left(r_t^* \quad \pi_t^* \quad s_t^* \quad s_t^{\pi,*} \quad \tilde{l}_t \quad \tilde{s}_t \quad c_t \quad \tilde{l}_t^\pi \quad \tilde{s}_t^\pi \quad c_t^\pi \quad \tilde{\pi}_t \quad \tilde{x}_t \right)' \quad (12)$$

これらを用いると、観測方程式および状態方程式は、

$$Z_t = C X_t + e_t, \quad e_t \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_e) \quad (13)$$

$$X_t = \begin{pmatrix} I_4 & 0_{4 \times 8} \\ 0_{8 \times 4} & A^c \end{pmatrix} X_{t-1} + \begin{pmatrix} I_4 & 0_{4 \times 8} \\ 0_{8 \times 4} & I_8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\begin{pmatrix} 0_{4 \times 1} \\ 0_{8 \times 1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \Sigma_\varepsilon & 0_{4 \times 8} \\ 0_{8 \times 4} & \Sigma_\eta \end{pmatrix} \right) \quad (14)$$

と表すことが出来る。 $0_{m \times n}$ は m 行 n 列のゼロ行列を、 I_n は n 次の単位行列を表す。また、式 (13) の C は以下で与えられる。

$$C = \begin{pmatrix} 1_J & 1_J & \Theta_s^J(\lambda^r) - 1_J & \Theta_s^J(\lambda^\pi) - 1_J & 1_J & \Theta_s^J(\lambda^r) & \Theta_s^J(\lambda^r) & 1_J & \Theta_s^J(\lambda^\pi) & \Theta_c^J(\lambda^\pi) & 0_J & 0_J \\ 1_K & 0_K & \Theta_s^K(\lambda^r) - 1_K & 0_K & 1_K & \Theta_s^K(\lambda^r) & \Theta_c^K(\lambda^r) & 0_K & 0_K & 0_K & 0_K & 0_K \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$1_n, 0_n$ は全要素がそれぞれ 1, 0 の n 次列ベクトルを表し、 $\Theta_s^n(\lambda^x) = \left(\theta_s(\tau_1, \lambda^x) \dots \theta_s(\tau_n, \lambda^x) \right)'$ 、

$\Theta_c^n(\lambda^x) = \left(\theta_c(\tau_1, \lambda^x) \dots \theta_c(\tau_n, \lambda^x) \right)'$ である ($x = r$ or π , $n = J$ or K)。式 (13) の

$e_t = \left(e_{\tau_1, t}^y \dots e_{\tau_J, t}^y e_{\tau_1, t}^r \dots e_{\tau_K, t}^r 00 \right)'$ は誤差ベクトルを表し ($e_{\tau, t}^y \equiv e_{\tau, t}^r + e_{\tau, t}^\pi$)、その分散共分散行列 Σ_e は対角行列である。なお、当モデルは、[Del Negro et al. \(2017\)](#) が用いている VAR with common trends や、[Bauer and Rudebusch \(2020\)](#)、[Johannsen and Mertens \(2021\)](#) など

などで推計されている状態空間モデルとほぼ同様のモデルとなっている⁹。

⁸[Goy and Iwasaki \(2024\)](#) では、実質イールドカーブの算出にインフレ・スワップ金利を用いつつ、観測変数に、サーベイ・ベースの長期のインフレ予想も用いている。一般に、マーケット・ベースとサーベイ・ベースのインフレ予想は乖離することが知られており、その両者を用いることで、よりバイアスの少ないトレンド・インフレ率の推計値が得られることが期待されるが、本稿では、先行研究との比較可能性やデータの利用可能性から、実質イールドカーブの算出にサーベイ・ベースのインフレ予想を用いているため、同指標を直接的には観測変数には含めていない。

⁹[Bauer and Rudebusch \(2020\)](#) では、実効下限制約に直面している期間のデータを推計で用いないことで同制約に対応しているが、サンプル期間の大部分で同制約に直面しているわが国において同様の対応は難しいことから、本稿では同制約を捨象して推計を行っている。潜在金利を考慮した [Johannsen and Mertens \(2021\)](#) の方法についても、[Johannsen and Mertens \(2021\)](#) 対比で本稿のモデルは状態変数の数が多く、計算負荷が高いため、本稿では採用していない。また、日本の場合は、実効下限制約に加えて、イールドカーブ・コントロールが均衡イールドカーブの推計値に影響している可能性がある点についても留意が必要である。

3 推計方法

3.1 データ

モデルの推計に当たっては、図 1 で示している名目ゼロクーポン金利、実質ゼロクーポン金利、インフレ率、需給ギャップを用いた。サンプル期間は、1992 年第 3 四半期から 2023 年第 1 四半期までである。名目ゼロクーポン金利については、Bloomberg が算出している 3 か月、6 か月、1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、15、20 年のデータを用いた。実質ゼロクーポン金利のうち、短期の 3 か月については、名目ゼロクーポン金利からインフレ率実績を差し引いて算出した。また、1 年以上については、今久保他 (2015) に倣い、名目ゼロクーポン金利から「コンセンサス・フォーキャスト」の期間別インフレ予想を差し引くことで算出した。ただし、調査対象期間が 10 年先までに限られているため、10 年以降の予想については、6~10 年先の予想を用いている。推計に使用した実質ゼロクーポン金利は、3 か月、1、2、3、7、10、20 年である。インフレ率については、総務省が算出している CPI 総合除く生鮮・エネルギーから消費税等一時的な要因を調整した系列を用いた。需給ギャップは、日本銀行算出の系列を用いているが、サンプル期間の平均を差し引いて中心化したものを利用した。

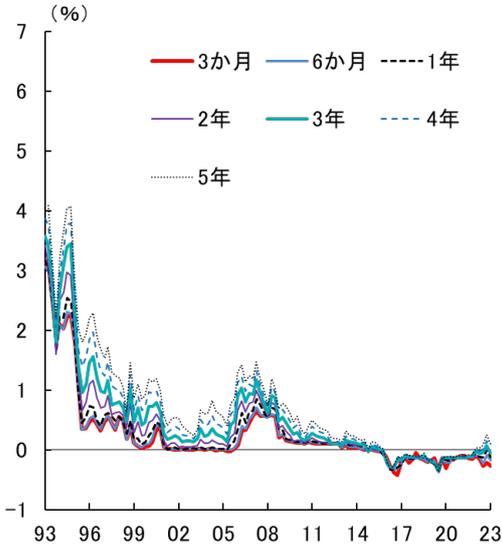
3.2 推計手順と事前分布

本稿では、Del Negro et al. (2017) で提案されているギブスサンプラー MCMC と概ね同様のアルゴリズムを用いているため、概要のみを述べる。ただし、本分析では、誤差項を推計するパートを追加している。すなわち、推計は三段階から成り、第一段階では、状態変数や他のパラメータを所与とするもとで、 A^c を構成するパラメータをメトロポリス・ヘイスティング法によって生成したあと、全てのパラメータを所与としたもとで、Durbin and Koopman (2002) によるシミュレーション・スモザーを用いて、状態変数を得る。第二段階では、状態方程式のパラメータについて、ギブスサンプリングによって生成する。第三段階では、誤差項の分散について、ギブスサンプリングを行う。本稿では、4 つのチェーンについて、これらのステップを 10 万回繰り返し、最後の 1 万回のうち、10 回ごとに結果を保持した。

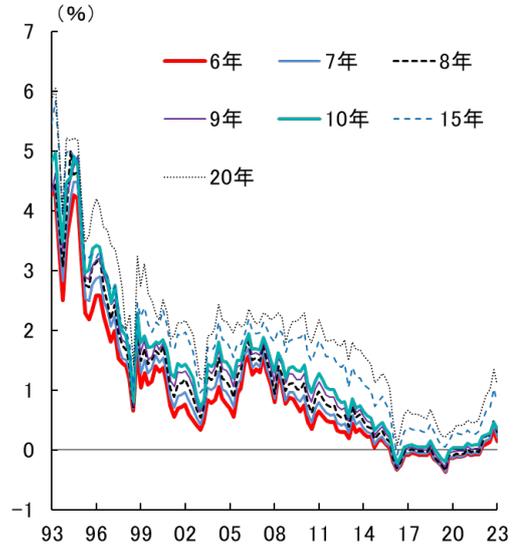
続いて、事前分布について説明する。観測方程式 (13) の係数行列 C に含まれるパラメータは、ネルソン=シーゲル・モデルのファクター・ローディングを規定する λ^r と λ^π である。こ

図 1: 推計に使用したデータ

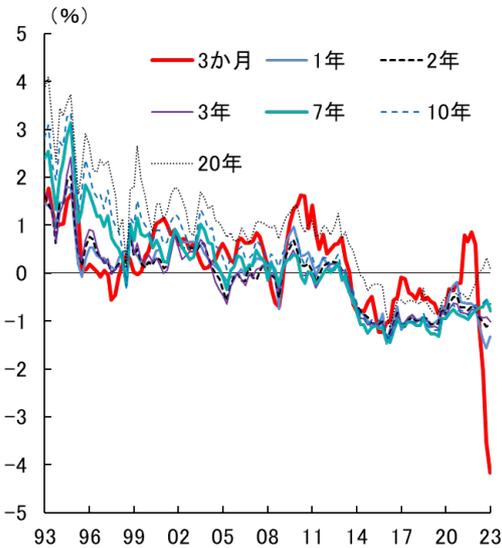
(a) 名目ゼロクーポン金利 (3 か月～5 年)



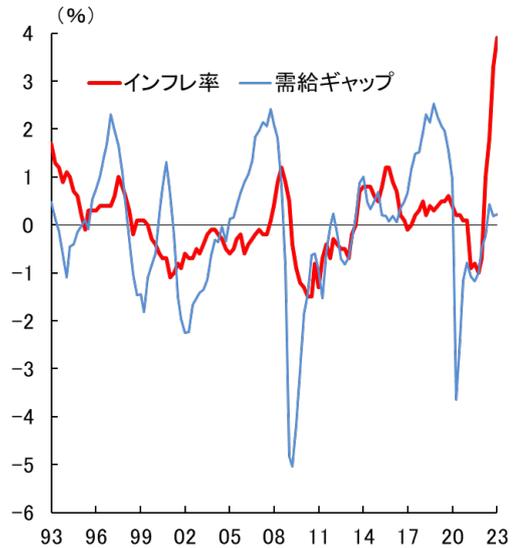
(b) 名目ゼロクーポン金利 (6 年～20 年)



(c) 実質ゼロクーポン金利



(d) マクロ経済変数



(出所) Bloomberg、Consensus Economics「コンセンサス・フォーキャスト」、総務省、日本銀行

の両者の事前分布については、それぞれ平均 0.04、標準偏差 0.01 の独立な正規分布を設定した。誤差ベクトル e_t の共分散行列 Σ_e については、[Bauer and Rudebusch \(2020\)](#) を参考に、形状母数 $\alpha = 2$ 、尺度母数 $0.1^2 * (\alpha + 1)$ の逆ガンマ分布を設定した。状態方程式 (14) のパラメータについては、[Del Negro et al. \(2017\)](#) と同様に、ベイジアン VAR で標準的に用いら

れる事前分布を設定した。まず、 A^c の事前分布については、ミネソタ事前分布 (Minnesota prior) を仮定し、 $p(\text{vec}(A^c)|\Sigma_\eta) = \mathcal{N}(\text{vec}(A^c), \Sigma_\eta \otimes \Omega)I(\text{vec}(A^c))$ としたが、VAR パートでは定常過程成分を捕捉していることを踏まえて、 A^c はゼロ周りの中心化を行っている。また、ハイパーパラメータについては、0.1 としている。なお、 $I(\text{vec}(A^c))$ は VAR が発散する際に 0、それ以外の場合は 1 を取る指示関数である。続いて、共分散行列の事前分布については、逆ウィシャート分布 ($IW(\kappa, (\kappa + n + 1)\Sigma)$ 、 Σ はモード、 κ は自由度を表す) を設定している。まず、 Σ_η の事前分布は、Del Negro et al. (2017) と同様の考え方に基づいて、 κ_η は循環成分の数 (8)+2 とし、事前分布の平均が対角成分 1 の対角行列となるように Σ_η を設定した。 Σ_ε の事前分布については、 Σ は対角行列とし、順に 0.002、0.003、0.003、0.002 とした¹⁰。これらの設定の際は、各系列の HP トレンドの分散を参考にした。自由度については、本稿と類似の手法を用いてトレンド成分を分析している先行研究では、トレンド成分を抽出するに当たって、トレンド・イノベーションの分散にタイトな事前分布を設定しているのに倣い、本稿でも、 $\kappa_\varepsilon = 100$ と設定した。

4 推計結果

4.1 均衡イールドカーブの構成要素

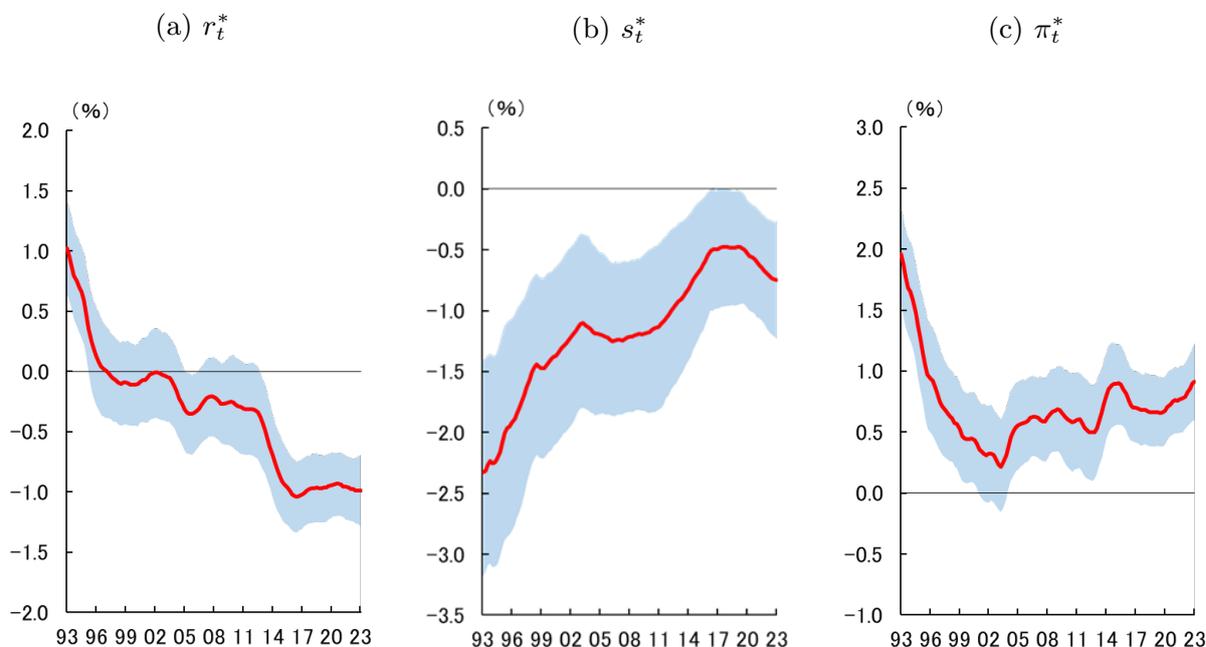
まず、 r_t^* , s_t^* , π_t^* の推移を図 2 で示す。ここで注目されるのは従来より指摘されている r_t^* の低下トレンドだけでなく、 s_t^* にも 90 年代以降、上昇トレンドがみられている点である。2 節で指摘したとおり、 s_t^* がトレンドを持たない場合、長期年限の均衡利子率は短期と一致するため、敢えて均衡イールドカーブを考える必要はなく、自然利子率の推計値があれば十分である。ここでの結果は、均衡イールドカーブの傾きが時期を通じて変化しており、均衡イールドカーブを考えることの有用性を示唆していると言える。なお、前述のように、こうしたスロープ成分のトレンドは、今久保他 (2015) でも観察されているが、彼らの推計では、潜在成長率と連動することが仮定されていた一方、本稿では外生的なショックのみによって動かされている。このように推計方法を変更しても、スロープのトレンドは頑健に確認された。

続いて、トレンド・インフレ率 (π_t^*) をみると、90 年代に急速に低下した後は、0% 台半ばから後半で推移している。コロナ禍以降は、徐々にトレンド・インフレ率が高まりつつあ

¹⁰ これらの設定は、100 年間の各トレンド成分の変化幅の標準偏差が 1% 前後となることを示唆している。

り、この点は他の幾つかの推計手法によるトレンド・インフレ率の傾向と同様である (日本銀行, 2024)。

図 2: 推計された均衡イールドカーブの構成要素



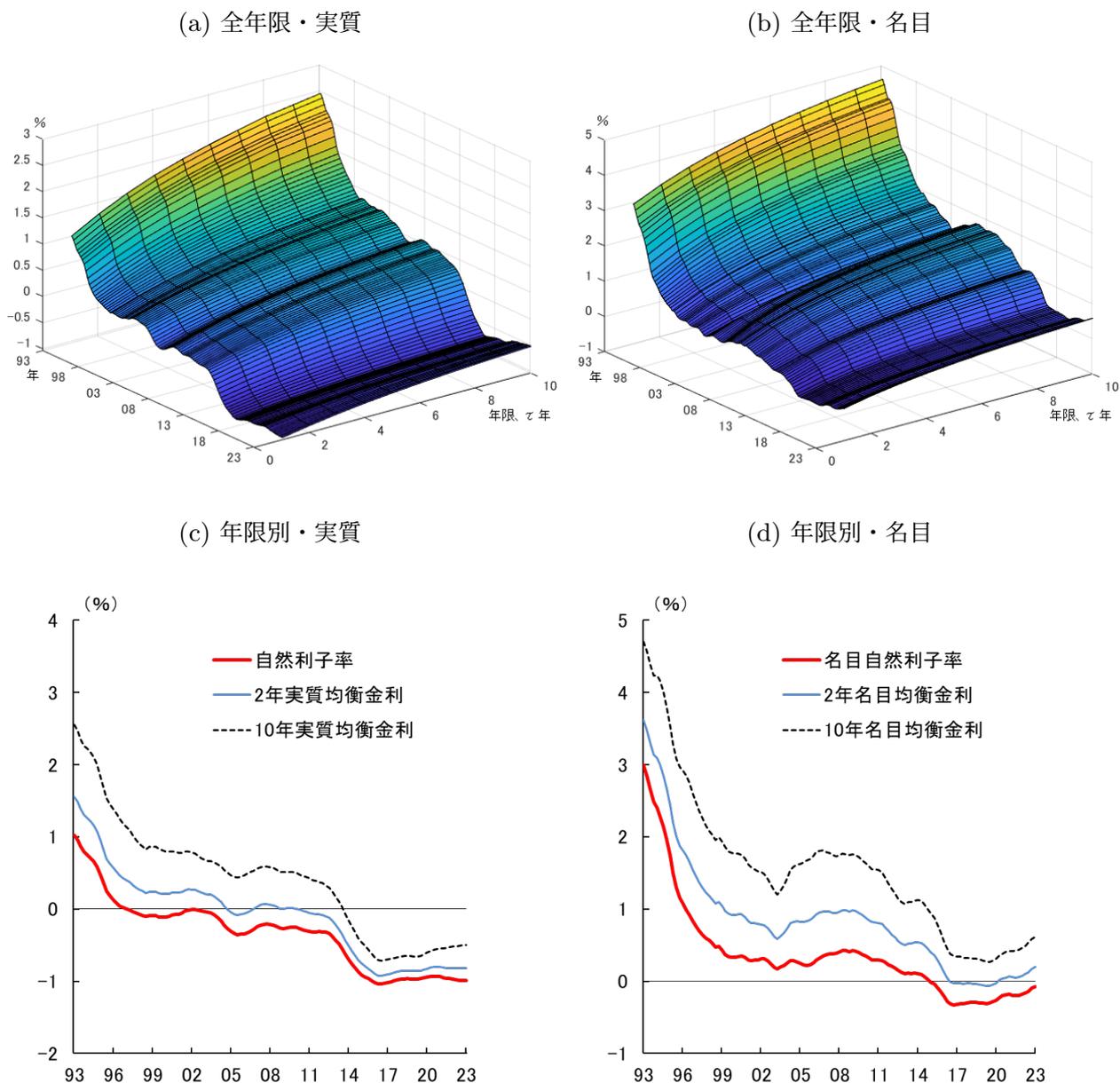
(注) シャドーは 95% 信用区間。

4.2 均衡イールドカーブの推移

図 3 では、前節で示した r_t^* , s_t^* , π_t^* などを用いて算出された実質・名目の均衡イールドカーブを示している。まず、実質均衡イールドカーブについて、推計期間全体の傾向をみると、[今久保他 \(2015\)](#) と同様に、1990 年代以降の均衡イールドカーブ全体の趨勢的な低下とフラット化が観察された。モデル式から明らかなように、 r_t^* の低下は全ての年限の均衡イールドカーブに等しく作用することから、均衡イールドカーブ全体の低下は、自然利子率の低下によるものと解釈される。フラット化は、 s_t^* の上昇 (タームプレミアムのトレンド成分の低下) によるものである。また、これらの 10 年の実質均衡金利への影響度を考えると、自然利子率の低下の影響がより大きかったことが示唆されている。足もとの動向をみるにあたっては、他のトレンド・サイクル分解手法と同様に、本稿の分析も直近のトレンド成分の推計値が現実のデータに引き摺られやすいという「サンプルの端点問題」の影響がある点には留意が必要であるが、自然利子率の一段の低下や均衡イールドカーブのフラット化には歯止めが

かかっている点は注目される。

図 3: 均衡イールドカーブ

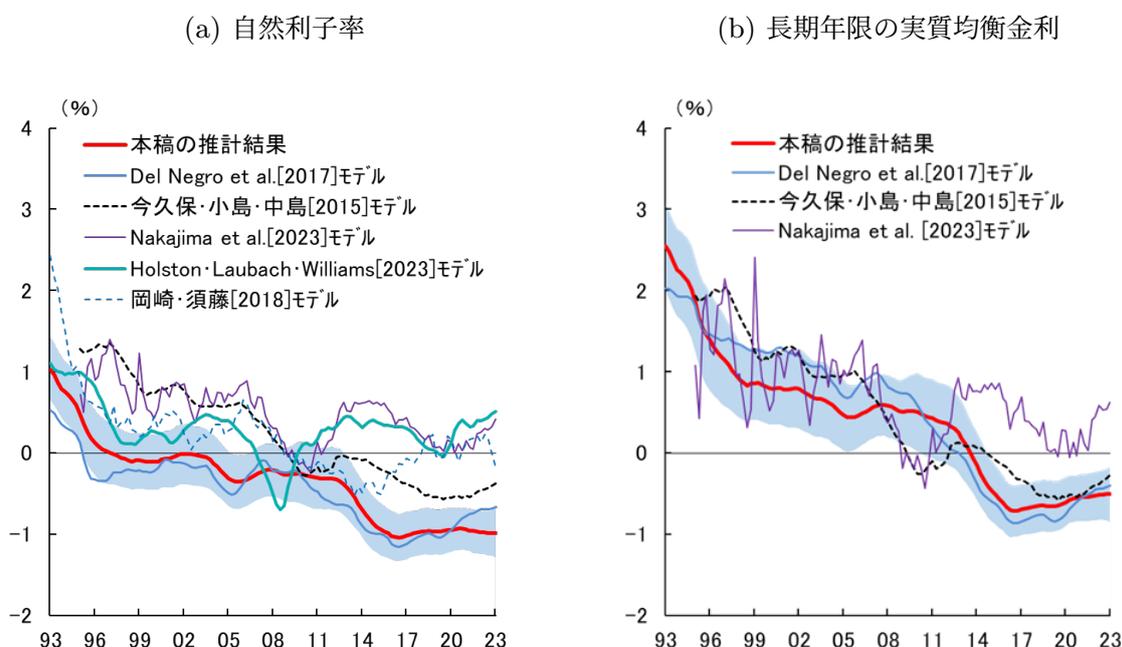


続いて、名目の均衡イールドカーブについてみると、実質の場合と同様に、1990年代以降の均衡イールドカーブ全体の趨勢的な低下とフラット化が起こったことが示唆される結果となっている。ただし、その程度については異なり、 π_t^* の低下を反映して、名目の均衡イールドカーブの低下幅の方が大きくなっている。一方、フラット化の度合いについては、名目均衡イールドカーブの方が幾分緩やかとなっている。足もとの動きについてみると、「サンプルの端点問題」の影響に引き続き留意が必要だが、 π_t^* の上昇傾向を反映して、名目自然利子率

が上昇しており、その結果、中長期年限の均衡イールドカーブ全体も幾分上昇しつつあることが示唆される。以上のように、インフレ予想カーブのトレンド成分の動向を反映して、実質均衡イールドカーブと名目イールドカーブは必ずしも平行に動くものではない。政策運営上は、インフレ予想カーブのトレンドが大きく動く局面では、この点に十分に留意を払う必要がある。

図4では、自然利子率および長期年限の実質均衡金利について先行研究との比較を行っている。まず、自然利子率については、概ね様々な先行研究の推計値の範囲内に収まっていることが分かる。潜在成長率との関係を明示的に考慮した準構造型のモデル対比では、やや低めに出ているが、これは潜在成長率が実質金利のトレンド対比で高めに推移していることの影響が一因だと考えられる。Davis et al. (2019) では、幾つかの先進国において、イールドカーブに基づく自然利子率の推計値は、準構造型モデルによる推計値対比で低めに出ることが指摘されており、彼らは、こうした現象を“natural rate puzzle”と呼んでいるが、わが国においても“natural rate puzzle”が存在する可能性がある。長期年限の実質均衡金利についても、他の研究と概ね整合的な値が得られている。

図4: 先行研究との比較



(注) シャドローは95%信用区間。

5 まとめ

本稿では、わが国の実質・名目均衡イールドカーブを同時推計するための新しい手法を提示した。具体的には、名目と実質のイールドカーブに加えて、需給ギャップやインフレ率といったマクロ経済変数を観測変数としつつ、ネルソン＝シーゲル・モデルと VAR with common trends と呼ばれる推計手法を組み合わせることで、均衡イールドカーブを構成するファクターの確率的トレンドの抽出を行った。

推計の結果、実質・名目の均衡イールドカーブともに、1990年代以降、自然利子率の低下を主因にイールドカーブ全体が趨勢的に低下してきたことに加えて、均衡イールドカーブがフラット化していることが確認された。ただし、イールドカーブ全体の低下は、トレンド・インフレ率の低下を反映して、名目イールドカーブの方が大きかった一方、フラット化の度合いについては、名目イールドカーブの方が小さかったことが示唆された。

本稿の分析の留意点を挙げると、第一に、自然利子率の値は、推計手法に大きく依存しているため、本稿の分析結果も相応の幅をもって解釈する必要がある。第二に、本稿の分析手法で特に大きな問題として、「サンプルの端点問題」に留意する必要がある。この点、本稿の推計結果から示唆される 2020 年代以降の名目均衡イールドカーブの上方シフトの程度についても、幅を持って解釈しておいた方が良いと考えられる。

最後に、今後の課題について述べる。第一に、本稿では、金利の実効下限制約やイールドカーブ・コントロールの影響を十分に考慮した推計を行っていないが、これらの制約を考慮していないことによる推計バイアスが生じている可能性は否定できない。今後は、[Bauer and Rudebusch \(2020\)](#) や [Johannsen and Mertens \(2021\)](#)などを参考にこれらの制約を考慮した推計を行うことが有益と考えられる。第二に、均衡イールドカーブを変動させる要因は全て外生的なものとして取り扱った。そのため、自然利子率がなぜ低下してきたのかや、イールドカーブのスロープ成分のトレンドがなぜ変動してきたのかといった問いは、本稿の分析の対象外である。今後は、自然利子率等の変動要因について理論面・実証面から理解を深めることが、より精緻な推計手法の開発につながると考えられ、ひいては、“natural rate puzzle”の解決にも近づくと期待される。また、理論面から均衡イールドカーブの金融政策上の位置づけやその特性について分析を進めていくことも有用と考えられる。

参考文献

- Bauer, Michael D. and Glenn D. Rudebusch (2020) “Interest rates under falling stars,” *American Economic Review*, Vol. 110, No. 5, pp. 1316–54.
- Beveridge, Stephen and Charles R. Nelson (1981) “A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the ‘business cycle’,” *Journal of Monetary Economics*, Vol. 7, No. 2, pp. 151–174.
- Davis, Josh, Cristian Fuenzalida, and Alan M. Taylor (2019) “The natural rate puzzle: global macro trends and the market-implied r^* ,” NBER Working Papers 26560, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Del Negro, Marco, Domenico Giannone, Marc P. Giannoni, and Andrea Tambalotti (2017) “Safety, liquidity, and the natural rate of interest,” *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol. 48, No. 1, pp. 235–316.
- Dufrénot, Gilles, Meryem Rhouzlane, and Etienne Vaccaro-Grange (2022) “Potential growth and natural yield curve in Japan,” *Journal of International Money and Finance*, Vol. 124.
- Durbin, James and Siem J. Koopman (2002) “A simple and efficient simulation smoother for state space time series analysis,” *Biometrika*, Vol. 89, No. 3, pp. 603–616.
- Goy, Gavin and Yuto Iwasaki (2024) “From the natural rate towards a natural curve: a first step to benchmarking the term structure,” mimeo.
- Johannsen, Benjamin K. and Elmar Mertens (2021) “A time-series model of interest rates with the effective lower bound,” *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 53, No. 5, pp. 1005–1046.
- Kiley, Michael T. (2020) “The Global equilibrium real interest rate: concepts, estimates, and challenges,” *Annual Review of Financial Economics*, Vol. 12, No. 1, pp. 305–326.

- Laubach, Thomas and John C. Williams (2003) “Measuring the natural rate of interest,” *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 85, No. 4, pp. 1063–1070.
- Nelson, Charles R. and Andrew F. Siegel (1987) “Parsimonious modeling of yield curves,” *Journal of Business*, Vol. 60, No. 4, pp. 473–489.
- Obstfeld, Maurice (2020) “Global dimensions of U.S. monetary policy,” *International Journal of Central Banking*, Vol. 16, No. 1, pp. 73–132.
- Piazzesi, Monika and Martin Schneider (2007) “Equilibrium yield curves,” in *NBER Macroeconomics Annual 2006, Volume 21*, pp. 389–472: National Bureau of Economic Research, Inc.
- Rachel, Lukasz and Thomas D. Smith (2017) “Are low real interest rates here to stay?,” *International Journal of Central Banking*, Vol. 13, No. 3, pp. 1–42.
- 今久保圭・小島治樹・中島上智 (2015) 「均衡イールドカーブの概念と計測」, 日本銀行ワーキングペーパーシリーズ 15-J-4, 日本銀行.
- 岩崎雄斗・須藤直・西崎健司・藤原茂章・武藤一郎 (2016) 「『総括的検証』補足ペーパーシリーズ (2) : わが国における自然利子率の動向」, 日銀レビュー 2016-J-18, 日本銀行.
- 長田充弘・中澤崇 (2024) 「期間構造や予測力からみたインフレ予想指標の有用性」, 日銀レビュー 2024-J-5, 日本銀行.
- 小田信之・村永淳 (2003) 「自然利子率について : 理論整理と計測」, 日本銀行ワーキングペーパーシリーズ 03-J-5, 日本銀行.
- 鎌田康一郎 (2009) 「わが国の均衡実質金利」, 深尾京司 (編) 『マクロ経済と産業構造』, 第 12 章, 慶應義塾大学出版会.
- 杉岡優・中野将吾・山本弘樹 (2024) 「自然利子率の計測をめぐる近年の動向」, 日本銀行ワーキングペーパーシリーズ 24-J-9, 日本銀行.
- 日本銀行 (2024) 「経済・物価情勢の展望 2024 年 4 月」.