



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

受注データに基づく 構造型信用リスク評価モデル

山中卓*

syamana@musashino-u.ac.jp

木下美咲**

misaki.kinoshita@boj.or.jp

No.18-J-2
2018年4月

日本銀行
〒103-8660 日本郵便（株）日本橋郵便局私書箱 30号

* 武蔵野大学工学部数理工学科

** 金融機構局金融高度化センター

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局 (post.prd8@boj.or.jp) までご相談下さい。転載・複製を行う場合は、出所を明記して下さい。

受注データに基づく構造型信用リスク評価モデル*

山中 卓[†] 木下美咲[‡]

2018 年 4 月

要 旨

本論文では、企業のキャッシュフローの主要な源泉であり、事業の状態をリアルタイムに反映する受注情報を利用して信用リスクを計測するモデルを提案し、事例研究を通してその特徴を確認する。具体的には、構造型の信用リスク評価の枠組みのもとで、受注情報を利用してデフォルト確率を算出するモデルを構築する。すなわち、受注額の変動を受注発生時点と受注額に分けてモデル化し、受注から利益および資産価値を算出する仕組みを組み合わせることで将来の資産価値の分布を推計する。そして、資産価値が負債額を下回った債務超過の状態をデフォルトとみなすことで、デフォルト確率を推定する。事例研究として、実企業の受注データに基づいて構築されたモデル例と、モデルを用いた信用リスク評価結果を示す。得られた結果から、発注元毎の受注額の変化や発注元の信用力変化といった受注状況の変化が即時に評価対象企業のデフォルト確率に反映されることが確認された。また、特定の発注元への集中リスクをとらえることが可能であることを示す数値結果を得た。

キーワード：受注データ、信用リスク、構造型モデル

* 本稿の作成に当たり中川秀敏教授（一橋大学大学院）および日本銀行スタッフから有益なコメントを頂いた。また、小島プレス工業（株）、（株）光機械製作所および他 1 社から受注等のデータをご提供頂いた。ここに記して感謝したい。本稿の内容は日本銀行金融機構局金融高度化センター主催の「IT を活用した金融の高度化に関するワークショップ（第 3 期）」の第 2 回「データを活用した金融の高度化」（2017 年 12 月 20 日開催）における筆者らの講演の内容を基に作成している。同ワークショップの参加者からも有益なコメントを頂いた。また、第 117 回東京リスクマネジャー懇談会セミナーの参加者、JAFEE2017 冬季大会の参加者からも有益なコメントを頂いた。この場を借りて感謝したい。なお、本稿の内容は著者ら個人に属するものであり、日本銀行の公式見解を示すものではない。

[†] 武蔵野大学工学部数理工学科 (syamana@musashino-u.ac.jp)

[‡] 日本銀行金融機構局金融高度化センター (misaki.kinoshita@boj.or.jp)

1 はじめに

企業に貸出を行っている金融機関は、貸出先のデフォルトによって発生する損失の可能性を計測するかたちで、貸出先企業の信用リスクを評価してきた。そうした従来の信用リスク評価では、多くの場合、貸出先企業の決算情報や株式市場で観測される株価情報が用いられてきた。しかし、決算情報は遅行情報であると同時に、観測頻度が年1回あるいは半期・四半期に1回程度であり、決算情報のみを用いた評価では信用力の変化を即時にはとらえられないという課題が指摘されている。また、株価情報を利用した評価は、株式市場のマーケットノイズが信用リスク評価結果に無視できない影響を与え得ること、さらに、非上場企業の株価情報を取得できないことが課題として認識されてきた。一方、企業の事業実態をリアルタイムに反映する商流情報¹を金融機関が利用できる環境が整いつつあり、商流情報に基づいた貸出の事例も現れてきている（日本銀行金融高度化センター(2017)）。このような背景のもと、本研究では商流情報のうち、発注元の属性、受注時点、受注額で構成される受注データ（表1）を利用して企業の信用リスク、とくにデフォルト確率を評価するモデルを提案する。

表 1: 受注データの形式

発注元企業	受注時点	商品コード	単価 (千円)	数量	受注金額 (千円)
A 社	2018 年 1 月	XXX-000001	682.4	240	163776
B 社	2018 年 1 月	XXX-000003	1023.1	30	30693
C 社	2018 年 1 月	XXX-000002	823.5	30	24705
A 社	2018 年 2 月	XXX-000004	218.9	2140	468446
B 社	2018 年 2 月	XXX-000003	1023.1	50	51155
A 社	2018 年 3 月	XXX-000001	682.4	930	634632
C 社	2018 年 3 月	XXX-000005	253.8	2670	677646
A 社	2018 年 4 月	XXX-000003	1023.1	50	51155
B 社	2018 年 4 月	XXX-000003	1023.1	30	30693
C 社	2018 年 4 月	XXX-000006	728.1	130	94653

注：本表のデータ値はすべて架空のものである。

本論文では、デフォルトが発生する状態を明示的にモデル化する「構造型」と呼ばれ

¹ 本論文では“製造や仕入れをし、出荷し、代金の決済をし、また製造や仕入れを行う”といった、循環する事業の流れを指す言葉として“商流”という言葉を使う。また、製造や仕入れ、在庫、出荷に関する情報を総じて“商流情報”と呼ぶ。

る評価フレームワークのもとで、モデル構築を行う。構造型モデルの端緒である Merton (1974) をはじめとして、多くの構造型モデルでは資産価値を確率過程で直接モデル化する方法をとっている。また、Goldstein, Ju, and Leland (2001)、Genser (2006) や中川 (2013) に代表されるように、利益の変動をモデル化し、資産価値を将来利益の累積として表現するタイプの構造型モデルの研究も進められてきた。それらに対し、山中 (2016) では、受注額の変動をモデル化し、受注額から資産価値を推定するタイプのモデルを検討している。そして、受注額の変化や発注元の信用力変化が即時に評価対象企業のデフォルト確率の推計値に反映されることを示す評価事例を報告している。このように、受注情報までさかのぼってモデル構築を行うことで、資産価値の変動や利益の変動のミクロな要因である取引先毎の受注状況や取引先の信用度を評価に盛り込むことが可能となる。

山中 (2016) のモデルでは、発注元毎の受注が継続的に発生することを前提としていた。しかし、たとえば工場設備に機器を供給するような企業では、企業全体としては毎月受注が発生しても、発注元毎にみると受注の発生は断続的になる場合がある。そこで、本論文では、山中 (2016) の評価の枠組みをふまえつつ、受注が断続的に発生するケースも想定したモデリングを行う。さらに、実企業のデータに基づいたモデル構築を行い、信用リスク評価事例を通してモデルの活用可能性について検討する。

本論文の構成は以下のとおりである。まず、第 2 節で本研究で前提とする実企業の受注データの概要を述べる。第 3 節でモデルを定式化する。次に、第 4 節で実企業の信用リスク評価を行った結果を示す。最後に、第 5 節でまとめを述べる。

2 データ

本研究に用いた受注データは小島プレス工業（株）、（株）光機械製作所および他 1 社（本稿では α 社と記載する）の月次の受注データである²。

小島プレス工業（株）は自動車内外装部品の製造を主要な事業とし、主要取引先として、トヨタ自動車（株）、トヨタ車体（株）、トヨタ自動車東日本（株）、日野自動車（株）、ダイハツ工業（株）、（株）豊田自動織機、アイシン精機（株）、（株）デンソー、豊田通商（株）、トヨタ紡織（株）、（株）ジェイテクト、林テレンプ（株）、プライムアース EV エ

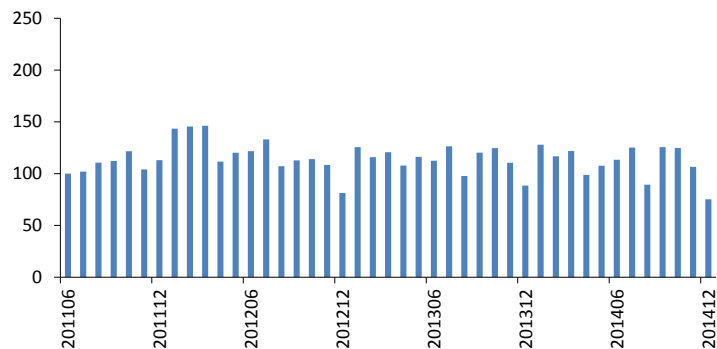
² 小島プレス工業（株）から提供を受けた原データは日次データである。この原データには受注日のデータがなかったため、原データに含まれていた納入日を用いて受注日を作成した。具体的には、同社へのヒアリングにより受注から納入までの日数を 5 営業日と仮定して、納入日から 5 営業日前の日付を作成し、本分析上の受注日とした。そのうえで、同月の受注額を集計して、月次の分析用データに変換した。

ナジー（株）などのメーカーをもつ非上場企業である³。(株)光機械製作所は、専用工作機械の設計・製造や切削工具の生産を主な事業とし、主要取引先として大手切削工具メーカーや大手製鋼メーカーなどをもつ非上場企業である⁴。

サンプル企業 3 社の総受注額の月次推移が図 1, 2, 3 である。サンプル期間において、小島プレス工業（株）の総受注額には極端な変動はないことが確認される。また、8 月・12 月の受注額が少ないという季節性があることもわかる。(株)光機械製作所では工作機械の受注のなかに額が大きいものが多数存在しているため、これらの受注が発生している月では他の月よりも受注額が極めて大きくなる様子がみられる。 α 社では 2009 年以降、受注が徐々に増加している傾向がみられる。

本研究では、各サンプル企業について、発注元毎の受注額の時系列データを扱う。以下、各サンプル企業毎に受注額上位の発注元に対して順に $i = 1, 2, \dots$ と附番をする。また、簡明のために各サンプル企業の発注元全ての個別の受注情報を扱うのではなく、受注額上位の発注元のみを扱い、それ以外の発注元からの受注は合計値として扱うこととする⁵。具体的には、小島プレス工業（株）については累積受注額上位 9 社 ($i = 1, 2, \dots, 9$) のそ

図 1: 小島プレス工業（株）の総受注額の推移（月次）



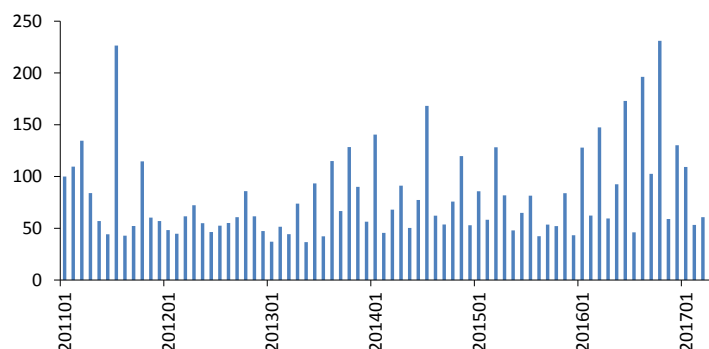
注：総受注額は当該月のすべての取引先からの受注額を総和したもの。縦軸のスケールは 2011 年 6 月時点の総受注額を基準値 100 としている。

³ 2018 年 3 月 26 日時点における情報。小島プレス工業（株）のウェブサイト (<http://www.kojima-tns.co.jp/>) より抜粋。

⁴ 2018 年 3 月 26 日時点における情報。(株)光機械製作所のウェブサイト (<http://www.hikarikikai.co.jp/>) より抜粋。

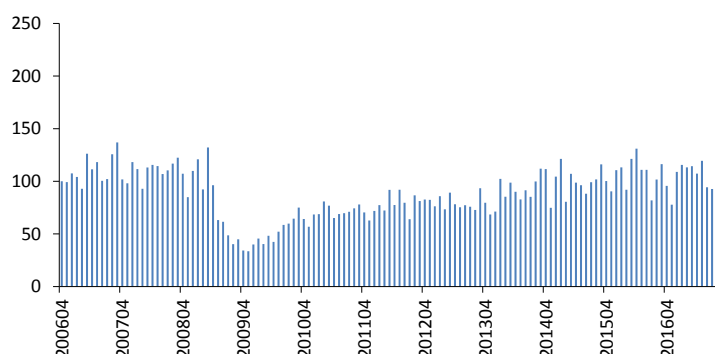
⁵ 具体的には、全データ期間で合計した総受注額でみて上位の発注元を対象とする。この際、対象となる発注元が少なくとも 9 社以上、かつ、それらからの受注額の合計が全体の 8 割以上となるようにした。

図 2: (株) 光機械製作所の総受注額の推移 (月次)



注: 総受注額は当該月のすべての取引先からの受注額を総和したもの。縦軸のスケールは 2011 年 1 月時点の総受注額を基準値 100 としている。

図 3: α 社の総受注額の推移 (月次)



注: 総受注額は当該月のすべての取引先からの受注額を総和したもの。縦軸のスケールは 2006 年 4 月時点の総受注額を基準値 100 としている。

それぞれの受注額時系列と、10 位以下の先からの受注額を合算した時系列 ($i = 10$) を受注データとして用意した。また、(株) 光機械製作所については同じ発注元であっても発注内容が工作機械である場合と切削工具である場合によって受注パターンが異なると考えられるため、これらを分けてデータを扱うこととした。具体的には、受注内容で分けて集計した受注額でみて、累積受注額上位 9 社 ($i = 1, 2, \dots, 9$) のそれぞれの受注額時系列と、それ以外の先からの受注額を工作機械と切削工具に分けて合算した時系列 ($i = 10, 11$)

を用意した。 α 社については累積受注額上位 50 社 ($i = 1, 2, \dots, 50$) のそれぞれの受注額時系列と、51 位以下の先からの受注額を合算した時系列 ($i = 51$) を用意した。

3 モデル

本節では受注に基づく構造型の信用リスク評価モデルを定式化する。ここでは、受注情報から資産価値を算出するまでの計算の流れを簡明に表現することを第 1 の目的とし、簡潔なモデリングを行う。そのため、実際の企業活動におけるキャッシュフローの発生要因と比較すると、単純化や捨象されている要因もあることに留意されたい。また、具体的なモデルに関して、時間方向のデータサンプルが多くないため分析用モデルの妥当性に関する統計的な検証は十分には行えなかったこと、また簡便なモデルを採用しておりモデリングには改善の余地があり得ることを断っておきたい。

本論文の信用リスク評価対象は企業間取引で受注側にあたる企業である。信用リスクを評価する過程で、まず、発注元毎の受注額の変動を、受注発生時点と受注額に分けてモデル化する。そして、受注額の推計から売上を推計し、売上からコストを差し引くことで利益を算出する。次に、資産価値が将来利益の累積として得られるとし、資産価値の変動を表現する。最後に、資産価値が負債額を下回った債務超過の状態をデフォルト（債務不履行）とみなし、将来の資産価値の分布からデフォルト確率を算出する。

3.1 受注額のモデル

ここでは、評価対象企業への各発注元からの受注額の時系列変動をモデル化する。以下では、月次で受注が発生することを想定し、時間集合を $\mathcal{T} = \{0, 1, 2, \dots, \infty\}$ とする。評価対象企業に発注を行う発注元企業の集合を $\mathcal{I} = \{1, 2, 3, \dots, I\}$ で表わす。発注元 $i \in \mathcal{I}$ からの j 番目の受注時点を $h^i(j)$ とし、受注時点列を $H^i = \{h^i(1), h^i(2), \dots\} \subseteq \mathcal{T}$ とする。発注元 i からの受注額の系列を $\{O_t^i\}_{t \in \mathcal{T}}$ とする⁶。ここで、 $t \notin H^i$ のとき、 $O_t^i = 0$ である。

受注発生時点 $h^i(j)$ を特徴付けるために、時点 t で発注元 i からの j 番目の受注が発生する確率 $\Pr(h^i(j) = t | h^i(j-1) < t)$ を与える。具体的には、受注発生確率を次のロジッ

⁶ ここでは、各発注元に対して 1 つの受注額の系列が対応する形で定式化したが、製品毎に受注額の系列を対応させるなど、受注を分割してモデリングすることも可能である。

トモデルで表現する。

$$\Pr(h^i(j) = t | h^i(j-1) < t, \{x_k^i(t)\}_{k=1}^K) = \frac{1}{1 + \exp(-(A^i + \sum_{k=1}^K B_k^i x_k^i(t)))} \quad (1)$$

ここで、 $\{x_k^i(t)\}_{k=1}^K$ は説明変数であり、 A^i および $\{B_k^i\}_{k=1}^K$ はパラメータである。

ここで、断続的に注文を行う発注元をもつ（株）光機械製作所に関して、受注発生確率モデル (1) の推定を行った結果の概要を述べる。モデル推定のための受注データのインサンプル期間は 2011 年 1 月～2016 年 4 月とした。また、モデル構築対象となる発注元は、インサンプル期間に断続的に発注を行っていた発注元 5 社 ($i = 5, 6, 7, 8, 9$) である。モデルを特定するにあたり、説明変数候補として“時点 t からみて過去 1 年間の受注回数”、“時点 t からみて過去 3 か月の受注回数”、“時点 t からみて過去 6 か月の受注回数”、“1 時点前 (時点 $t-1$) における受注有無”、および“前回の受注からの経過時間 ($t - h^i(j-1) - 1$)”を用意した。これらの説明変数候補に対し赤池情報量規準 (AIC) に基づいて変数選択を行い、最終的に“過去 1 年間の受注回数”のみを説明変数にもつモデルを選択した。モデルの具体的なパラメータ推定値は補論 B の表 B-3 である。推定されたパラメータ値の傾向を確認したところ、推定誤差が大きく統計的に必ずしも有意ではないものの、説明変数“過去 1 年間の受注回数”の係数 B^i がすべての発注元に関し正の値をとっており、直近 1 年間の受注回数が増えるほど受注発生確率が高まる傾向が示唆された。

次に受注額 $\{O_t^i\}$ を具体的にモデル化するにあたり、対数受注額前回差 $R_j^i = \log(O_{h^i(j)}^i) - \log(O_{h^i(j-1)}^i)$ に着目し、その系列 $\{R_j^i\}_{j=1}^\infty$ を時系列モデルで表現する⁷。発注元が同じような業種に属している場合には、その業種の景況にあわせて受注額が連動することが考えられる⁸。そこで、モデルではそのような発注元間の受注額の連動性を反映できるような構造をもたせることとする。具体的には、対数受注額前回差 $R_j^i = \log(O_{h^i(j)}^i) - \log(O_{h^i(j-1)}^i)$ を次のようにモデル化する。

$$R_j^i = \alpha_i + \sum_{\ell=1}^L \beta_\ell^i \tilde{x}_\ell^i(h^i(j)) + \sigma_i \left(\rho_i W_j + \sqrt{1 - \rho_i^2} \epsilon_{i,j} \right) \quad (2)$$

ここで、 $N(m, v)$ を平均 m 、分散 v の正規分布として、 $W_j \sim N(0, 1)$ 、 $\epsilon_{i,j} \sim N(0, 1)$ とし、それらは i および j について独立であるとする。 α_i 、 $\{\beta_\ell^i\}_{\ell=1}^L$ 、 σ_i 、 ρ_i はそれぞれパ

⁷ 実データから作成した対数受注額前回差の時系列の単位根検定を Dickey-Fuller 検定で実施したところ、小島プレス工業（株）、（株）光機械製作所および α 社のすべての発注元に関し、有意水準 5% で単位根であるとはいえないという結果であった。

⁸ 先にみたように、小島プレス工業（株）の発注元企業の多くはいずれも自動車関連産業に属している。

ラメータである。 $\{\tilde{x}_\ell^i(h^i(j))\}_{\ell=1}^L$ は説明変数である。また、発注元間の受注額の連動性を共通ファクター W_j で捕捉し、相関の強さをファクターローディング ρ_i で表現する構造となっている。

ここで、第2節のデータに対してモデルを推定した結果を述べる。モデル推定のためのインサンプルデータとして、小島プレス工業（株）では2011年6月～2013年12月、（株）光機械製作所では2011年1月～2016年4月、 α 社では2006年4月～2016年3月の受注データを用いる。モデル構築の対象となる発注元は、小島プレス工業（株）では累積受注額上位9社（ $i = 1, 2, \dots, 9$ ）、（株）光機械製作所では累積受注額上位9社のうちデータ数が確保できた6社（ $i = 1, 2, 3, 5, 7, 8$ ）、 α 社では累積受注額上位50社（ $i = 1, 2, \dots, 50$ ）とする。まず、説明変数の選択のために表2にある説明変数候補を用意した。これらの変数候補に対し、サンプル企業各社毎にAICに基づく変数選択を行った。その共通の結果として、“12回前の対数受注額前回差”と“直近12回の対数受注額前回差の平均”が選択され、かつ、統計的に有意であった⁹。そこで、説明変数 $\tilde{x}_1^i(h^i(j))$ を“12回前の対数受注額前回差”、 $\tilde{x}_2^i(h^i(j))$ を“直近12回の対数受注額前回差の平均”とする。

表 2: 本分析で検討した対数受注額前回差モデルの説明変数候補

前回の対数受注額前回差	直近3回の対数受注額前回差の算術平均
直近6回の対数受注額前回差の算術平均	直近12回の対数受注額前回差の算術平均
12回前の対数受注額前回差	11～13回前の対数受注額前回差の算術平均
12～14回前の対数受注額前回差の算術平均	

推定されたモデルのパラメータ値の概要をまとめたものが、表3, 4, 5である。小島プレス工業（株）については、他のサンプル企業よりも β_1^i の値が大きい傾向にあり、これは受注額変動の季節性が反映された結果と考えられる。また、小島プレス工業（株）や α 社の受注額相関のファクターローディングの値から、発注元間の受注額の変動に相関があることが示唆される。全ての推定パラメータ値は補論Bの表B-1, B-4, B-6に掲載した。

⁹ 発注元のうち、モデルを構築するのに十分なデータ数がなかった3社（いずれも（株）光機械製作所の発注元）を除いたすべての発注元について、アウトオブサンプル期間でのモデルのデータへの適合度をKolmogorov-Smirnov検定で確認した。その結果、すべての発注元について、5%有意水準でモデルは棄却されず、モデルの当てはまりが悪いとはいえないという結果を得た。また、残差系列の自己相関を検定するためにLjung-Box検定を行ったところ、5%有意水準で帰無仮説が棄却され、残差に自己相関があるとはいえないという結果を得た。

表 3: 対数受注額前回差モデル (2) 式のパラメータ推定値の統計量：小島プレス工業（株）

	α^i	β_1^i	β_2^i	σ^i	ρ^i
平均値	-0.0085	0.5659	-5.6699	0.1628	0.7410
標準偏差	0.0249	0.2136	2.4290	0.0514	0.1269
最大値	0.0362	1.0484	-2.3035	0.2905	0.9762
最小値	-0.0438	0.3021	-10.4084	0.1104	0.6098

表 4: 対数受注額前回差モデル (2) 式のパラメータ推定値の統計量：（株）光機械製作所

	α^i	β_1^i	β_2^i	σ^i	ρ^i
平均値	-0.1055	0.2816	-4.8882	1.2612	0.3046
標準偏差	0.1981	0.3129	1.7821	0.9883	0.4188
最大値	0.0177	0.9354	-3.4014	2.2782	1.0000
最小値	-0.5371	0.0183	-8.6621	0.1956	-0.1361

表 5: 対数受注額前回差モデル (2) 式のパラメータ推定値の統計量： α 社

	α^i	β_1^i	β_2^i	σ^i	ρ^i
平均値	0.0203	0.2750	-5.0536	0.6840	0.2784
標準偏差	0.0571	0.1481	2.4209	0.3368	0.1610
最大値	0.2908	0.6807	-1.0835	1.7353	0.5746
最小値	-0.1266	-0.0646	-10.5890	0.2852	-0.0609

このモデルのもとで受注額は

$$O_{h^i(j)}^i = \left\{ O_{h^i(j-1)}^i \times \exp(R_j^i) \right\} 1_{\{t \leq T_i\}} \quad (3)$$

と得られる。ここで、 T_i は発注元 i の取引停止時刻であるが、本分析では取引停止は発注元のデフォルトによってのみ発生すると仮定し、デフォルト時刻に一致するとする。

発注元のデフォルトは、発注元間のデフォルト相関を考慮した形でモデル化する。ここでは簡便に、以下の Merton 型の 1 ファクターモデルで表現する。すなわち、時点 t まで

取引先企業 i が生存しているという条件下で、時点 $t+1$ でデフォルトが発生する確率は、取引先 i の信用力を表わす確率変数 X^i がデフォルト境界を表わす定数 Q^i を下回る確率であるとする。特に信用力は

$$\begin{aligned} X^i &= \tilde{\rho}_i \tilde{W} + \sqrt{1 - \tilde{\rho}_i^2} \tilde{\epsilon}_i, \\ \tilde{W} &\sim N(0, 1), \tilde{\epsilon}_i \sim N(0, 1) \end{aligned} \quad (4)$$

とモデル化されるとする。ここで、 \tilde{W} と $\tilde{\epsilon}_i$ は独立であるとする。このモデルのもとで発注元 i のデフォルト確率は

$$\Pr(X^i < Q^i) = \Phi(Q^i) \quad (5)$$

として得られる。ここで $\Phi(\cdot)$ は標準正規累積分布関数である。また、このモデルでは発注元間のデフォルト発生の相関は共通ファクター \tilde{W} によって表現され、その強さはファクターローディング $\tilde{\rho}_i$ によって定まる。このモデルのもとでは、企業 i と企業 j の信用相関は $\tilde{\rho}_i \tilde{\rho}_j$ で表現され、発注元の同時デフォルト確率は

$$\Pr(X^1 < Q^1, X^2 < Q^2, \dots, X^I < Q^I) = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^I \Phi\left(\frac{Q^i - \tilde{\rho}_i w}{\sqrt{1 - \tilde{\rho}_i^2}}\right) \phi(w) dw \quad (6)$$

と計算される。ここで、 $\phi(\cdot)$ は標準正規分布の密度関数である。

デフォルト境界 Q^i の値は、発注元が R&I や JCR の格付を取得している企業であれば、それらの発行体格付と格付に対応する実績デフォルト率データを利用し、(5) 式を基に推定した。また、格付を取得していない発注元は、暫定的に BBB 格に相当するデフォルト境界値を設定した。信用相関を表現するためのファクターローディング $\tilde{\rho}_i$ は発注元の株価相関を利用して推定した。この際、非上場企業については当該業種の属する業種の業種別 TOPIX 値から推定した値を利用することとした。具体的には、日次株価のヒストリカルデータから相関行列を算出し、その相関行列とファクターローディングから算出した相関行列の 2 乗誤差が最小になるように $\tilde{\rho}_i$ を設定した¹⁰。推定されたファクターローディングの値は補論 B の表 B-2, B-5, B-7 に掲載した。これらの推定値から、信用相関 $\tilde{\rho}_i \tilde{\rho}_j$ が 0.4 を超える先が複数あり、サンプル企業の発注元間のデフォルト相関が存在することが示唆された。

¹⁰ 本来は、資産相関を用いることが望ましいが、ここではデータの制約等から株価相関を利用している。

3.2 利益の算出

次に、受注額と売上高の関係を定式化する。ここでは、受注後の納品と売上高の回収が滞りなく行われるのであれば、受注額相当の売上高が一定のタイムラグをもって実現することを想定する。しかし、注文を受けてから納品までの間に注文がキャンセルされる、あるいは、売上の回収までの間に発注元にデフォルトが生じた場合には、キャンセル料の支払いや倒産時の回収によって受注額以下のキャッシュしか得られないとする。具体的には、受注から得られる売上高は通常時の売上回収額とキャンセル時、あるいは発注元デフォルト時の回収額の和として、

$$S_t = \sum_{i=1}^I (O_{t-m}^i 1_{\{t \leq T_i\}} + (1 - LGD^i) O_{t-m}^i 1_{\{t > T_i\}}) \quad (7)$$

と与えられるとする。定数 $m \geq 0$ は受注から売上が実現するまでのラグを表わす¹¹。 LGD^i はキャンセル時、あるいは発注元デフォルト時の損失率を表わす定数とする。

本分析では、取引停止は発注元のデフォルトによってのみ発生すると仮定しており、 T_i は発注元のデフォルト時刻、 LGD^i は発注元デフォルト時の損失率とみなす。ここでのデフォルト時損失率は保守的に $LGD^i = 1$ とした。また、受注発生から売上実現までのタイムラグ m は各サンプル企業へのヒアリングと貸借対照表のデータに基づいて設定する。具体的には、小島プレス工業（株）では $m = 2$ 、（株）光機械製作所および α 社では $m = 5$ と設定した¹²。

次に、売上高から営業損益を求めるために、営業費用を算出する。ここでは、営業費用 C_t は受注額の関数として与える。

$$C_t = f(\{O_{t-g}^i\}_{i \in I}) \quad (8)$$

費用関数 f は $f: \mathbb{R}^I \rightarrow \mathbb{R}$ であり、 g は受注から営業費用発生までのタイムラグを表わす定数 ($0 \leq g \leq m$) である¹³。

¹¹ 現実には、製品や受注・納品時期などの違いによって受注から売上が実現するまでのタイムラグは異なると考えられるが、ここでは簡便のために定数とした。

¹² 製品によって売上実現までのラグは異なるため、ヒアリングおよび貸借対照表の売掛金と毎月の受注額の比較から平均的なラグ値を設定した。ここでの貸借対照表の売掛金と毎月の受注額の比較とは、売掛金が10、毎月の受注額が5とすると、売掛金は2か月分の受注額に相当するため、回収まで2か月かかると仮定するという意味である。

¹³ 費用 C_t は正值のときキャッシュアウト、負値のときにキャッシュインを表わす。

営業費用を算出するための費用関数 f は簡潔に受注額の線形関数と仮定した¹⁴。

$$f(\{O_{t-g}^i\}_{i \in I}) := a \sum_{i=1}^I O_{t-g}^i + b$$

ここで、 a は変動比率を表わす定数パラメータ、 b は固定費を表わす定数パラメータである。この費用関数を用いて、(8) 式に従い、営業費用を求める。売上を認識した際に営業費用が発生すると仮定し、注文を受けてから営業費用が発生するまでのタイムラグ g を、小島プレス工業（株）は $g = 0$ 、（株）光機械製作所は $g = 3$ 、 α 社は $g = 1$ と設定した。

営業損益 P_t は売上高 S_t と営業費用 C_t の差として得られる。営業損益と営業外損益および特別損益を合算して税引前利益を算出し、さらに税金を考慮して純利益を算出する。すなわち、税引前利益 EBT_t は

$$EBT_t = P_t + \bar{P}_t = S_t - C_t + \bar{P}_t$$

と得られるとする。 \bar{P}_t は時点 t の営業外損益と特別損益の合計であり、所与とする¹⁵。純利益 E_t は、税引前利益に法人税を考慮して、

$$E_t = EBT_t 1_{\{EBT_t < 0\}} + (1 - G) EBT_t 1_{\{EBT_t \geq 0\}} \quad (9)$$

と得られるとする。ここで、 G は法人税率を表わす定数とし、 $G = 0.4$ とする。

3.3 資産価値の評価

株主への配当はないと仮定し、得られた純利益はすべて現預金として内部に留保され、非事業用資産の価値が増加するとする。また、赤字の場合には損失分だけ非事業用資産の価値が減少するとする。すなわち、時点 0 から t までに発生する純利益に起因する資産増減額は $\sum_{s=0}^t E_s$ で与えられる。また、現預金は以後の事業活動には用いないとする。純利益に起因する増減分以外の非事業用資産の価値を \tilde{V}_t で表わす。また、事業価値 \bar{V}_t は営業損益の割引現在価値として、

$$\bar{V}_t = \sum_{s=t}^{\infty} \frac{\mathbb{E}[P_s | \mathcal{F}_t]}{(1+r)^{s-t}} \quad (10)$$

¹⁴ 費用関数の推定にはサンプル企業各社の損益計算書のデータを用いる。損益計算書のデータは 5~7 年分であり、関数を推定するためのデータ数としては十分ではないことも、簡潔な線形関数を採用した理由の一つである。

¹⁵ 第 4 節の分析では特別損益は考慮しないこととし、 \bar{P}_t は営業外損益とした。

と与える¹⁶。ここで、 $\mathbb{E}[\cdot|\mathcal{F}_t]$ は時点 t までの情報 \mathcal{F}_t のもとでの条件付期待値である。定数 r は評価対象企業の加重平均資本コスト (WACC) とする。時点 t における企業の資産価値は、事業価値 \bar{V}_t と \tilde{V}_t および純利益の和として、

$$V_t = \bar{V}_t + \tilde{V}_t + \sum_{s=0}^t E_s$$

と与える。

第 4 節の事例研究における資産価値評価で、事業価値 \bar{V}_t は営業損益の割引現在価値の式 (10) や永続価値¹⁷を用いた評価式

$$PV_t = \sum_{s=t}^{M-1+t} \frac{\mathbb{E}[P_s|\mathcal{F}_t]}{(1+r)^{s-t}} + \frac{\mathbb{E}[P_{M+t}|\mathcal{F}_t]}{r(1+r)^{M-1}} \quad (11)$$

をそのまま用いるのではなく、割引現在価値 PV_t の計算結果に簿価上の事業価値 BV_t の情報を加味して、次のように与えることとする¹⁸。

$$\bar{V}_t = PV_t \times \frac{BV_0}{PV_0} \quad (12)$$

ここで、 $M = 12$ と設定した。また、永続価値を求めるにあたり、 M 期以降の営業利益は不変とした。本分析における営業損益の割引現在価値 PV_t の算出方法は補論 C にまとめた。 BV_0 は時点 $t = 0$ における簿価ベースの事業価値であり、ここでは分析対象企業の貸借対照表の総資産額から営業利益を生まないと考えられる項目の合計額を差し引いて与えた。非事業用資産の価値 \tilde{V}_t は一定とし、貸借対照表から取得した非事業用資産額の直近値を採用した。加重平均資本コストは資本資産評価モデル (CAPM) に従って求めた。

評価対象企業のデフォルト時点は、初めて債務超過となる時点

$$\tau = \inf\{t \in \mathcal{T} \setminus \{0\} | V_t < D_t\}$$

として定め、 $V_t < D_t$ となる時点がない場合は $\tau = \infty$ とする。ここで、 D_t は時点 t において返済すべき負債額を表わし、財務の更新に伴って変化する。

¹⁶ 本論文では、営業利益を生み出す資産の価値を事業価値と呼ぶこととする。

¹⁷ 一定のキャッシュフローが永続的に発生するキャッシュフロー列の割引現在価値。

¹⁸ 後述のシミュレーションで、割引現在価値を (11) 式に従って算出しその値をそのまま採用すると事業価値の時系列方向の変動が極端に大きくなるシナリオが度々観察されたため、このように簿価の情報も利用して算出することとした。

4 事例研究

前節のモデルを用いて、サンプル企業 3 社のデフォルト確率を推定した結果を述べる。

4.1 分析の設定

デフォルト確率推定のための計算の設定についてまとめる。

本分析では、小島プレス工業（株）は 2014 年 1 月～12 月の、（株）光機械製作所は 2016 年 5 月～2017 年 4 月の、 α 社は 2016 年 4 月～2017 年 3 月の、それぞれ各月における先行き 1 年間のデフォルト確率を推定する。

デフォルト確率の推定はモンテカルロ・シミュレーションに基づいて行う。すなわち、各分析時点から 1 年後までの受注額の月次シナリオと発注元のデフォルト発生シナリオを乱数を基に生成し、シナリオ毎に 3 節のモデルに従い資産価値を計算し、総シナリオ本数に対する債務超過シナリオ本数の割合をデフォルト確率とする。この際、負債価値 D_t として、分析時点からみて直近の簿価上の流動負債額を与えた。シミュレーションの総シナリオ本数は 10 万とした。

受注発生確率のモデルは、インサンプル期間に断続的に受注が発生した発注元に対してのみ構築する。継続的に受注が発生していた場合にはモデル構築を行わず、受注発生確率を 1 と設定する。具体的にはサンプル企業のうち、小島プレス工業（株）と α 社のすべての発注元、および（株）光機械製作所の発注元上位 3 社 ($i = 1, 2, 3$) については、受注が継続して発生していたため、 $\Pr(h_j^i = t | h_{j-1}^i < t) = 1$ ($\forall t \in \mathcal{T}$) とした¹⁹。また、（株）光機械製作所の発注元の 1 社 ($i = 4$) については、インサンプル期間の大半で受注が断続的であったものの、インサンプル期間の最終時点からアウトオブサンプル期間では継続して受注がきているため、受注発生確率を 1 とした。

受注額のモデルについては、受注額のサンプルデータが少なく、モデル構築が困難な場合が存在する。具体的には、（株）光機械製作所の発注元のうち 3 社 ($i = 4, 6, 9$) では、受注額として受注額のインサンプル平均値を与えた。また、その他発注元²⁰の合計受注額は対数正規分布で与えた。

本分析では、信用リスク評価期間の最初の時点でモデルのパラメータを推定し、全評価

¹⁹ 過去に受注が不断にあった場合でも、将来的に発注元のデフォルト以外の要因によって受注発生が途切れるリスクも想定される。本分析では受注が必ず発生すると設定したことで、そのリスクを捨象している。

²⁰ 小島プレス工業（株）の発注元では $i = 10$ 、（株）光機械製作所のそれでは $i = 10, 11$ 、 α 社のそれでは $i = 51$ が該当する。

期間でその推定値を利用して評価を行う形をとっている。なお、評価時点が進行することに伴ってインサンプルデータおよびパラメータ値を更新することも考えられる。そのような形で評価を行った結果は補論 A で述べる。

4.2 評価結果

モデルから算出された先行き 1 年間のデフォルト確率が図 4, 5, 6 である。推定デフォルト確率は小島プレス工業（株）の場合では 0.027~0.107%、（株）光機械製作所の場合では 0.013~0.026%、 α 社の場合では 0.000~0.002% となった。小島プレス工業（株）は、発注元の多くが信用力の高い企業であり²¹、かつ、それらの発注元企業から継続して安定した注文を受けていることから、このような高い評価となったと考えられる。（株）光機械製作所は利益水準が高いことが、 α 社は受注が多数の発注元に分散していること（図 7）や、受注額に増加トレンドがあることが、それぞれ高い評価の一因と考えられる。

推定デフォルト確率の推移について注目すると、小島プレス工業（株）では受注額の減少トレンドにともない、デフォルト確率が若干上昇している様子がみられる。また、（株）光機械製作所では、受注額の増加トレンドに対応して、デフォルト確率が減少する様子がみられる。そこで、両社に関して受注額とデフォルト確率との相関係数を求めると、小島プレス工業（株）では -0.79、（株）光機械製作所では -0.63 となり、受注額とデフォルト確率が逆相関の関係にあることが確認された。

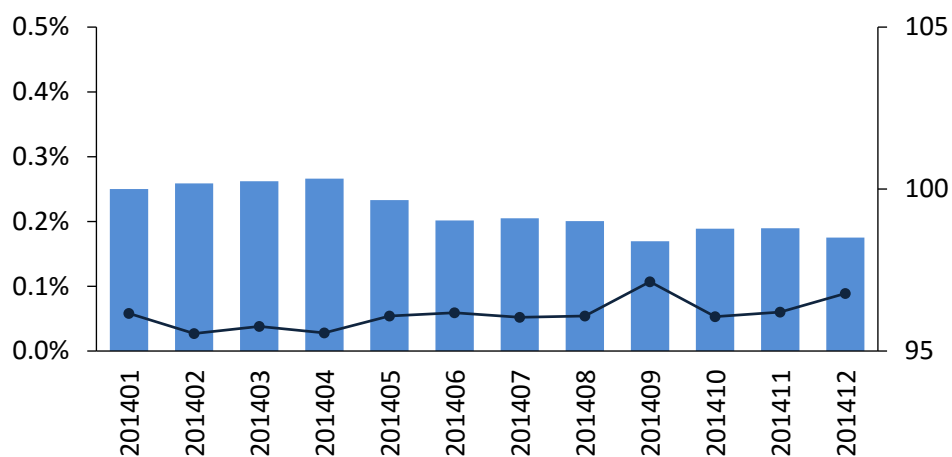
参考までに、本稿モデルの結果を財務情報のみを利用する信用リスク評価モデルと比較する²²。財務情報のみのモデルから算出されたデフォルト確率は、小島プレス工業（株）では 0.213%、（株）光機械製作所では 0.153%、 α 社では 0.710% となった。受注データを用いたモデルによるデフォルト確率のほうが、財務情報だけのモデルによるデフォルト確率より低くなった。これは、財務情報には含まれていない発注元の信用力、発注元の分散および直近の受注額の動向などが反映されているためである、と考えられる²³。

²¹ 発注元の信用力に関しては、山中（2016）に記載されている。

²² （株）帝国データバンクからご教示頂いた財務情報のみを用いた定量モデル（2001~2009 年）を使用した。製造業では、売上高金利負担率（%）・棚卸資産回転期間（月）・買入債務回転期間（月）・現預金手持日数（日）・自己資本比率（%）を変数として用いた。卸・小売業では、売上高金利負担率（%）・資本金倍率（倍）・売掛金回転期間（月）・買入債務回転期間（月）・対数変換（当座比率（%））・対数変換（現預金手持日数（日））を変数として用いた。

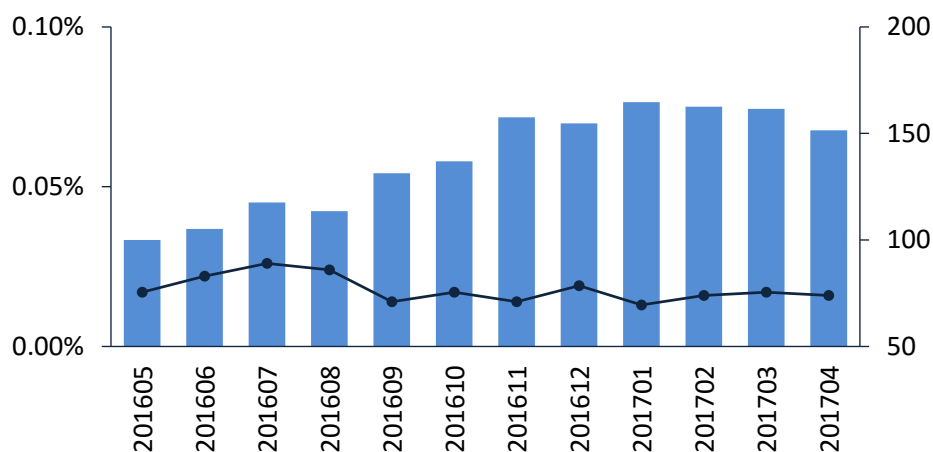
²³ 本稿モデルで使用したデータ期間では、経営に大きく影響を与えるような外部要因によるストレスがあまりみられなかったため、デフォルト確率が低く算出されている可能性もある。

図 4: モデルから算出した小島プレス工業（株）の推定デフォルト確率（左軸、実線）と受注額の推移（右軸、棒グラフ）



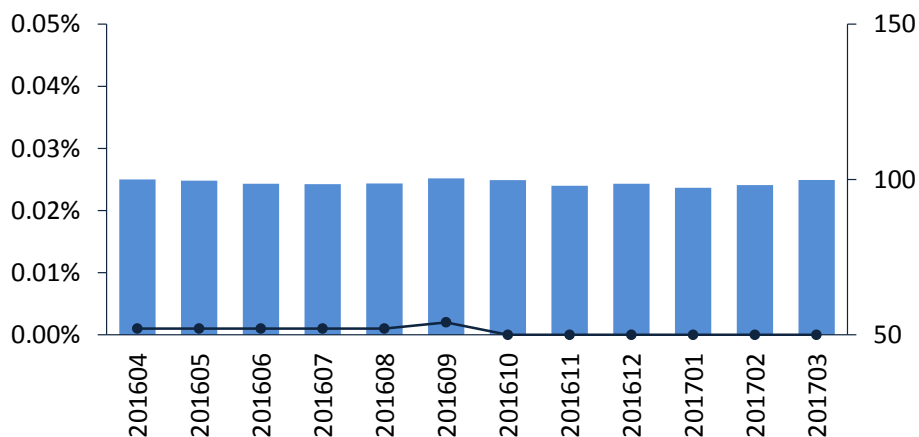
注：総受注額は当該月の一年前から前月までのすべての取引先からの受注額を総和したもの。縦軸のスケールは2014年1月時点の総受注額を基準値100としている。

図 5: モデルから算出した（株）光機械製作所の推定デフォルト確率（左軸、実線）と受注額の推移（右軸、棒グラフ）



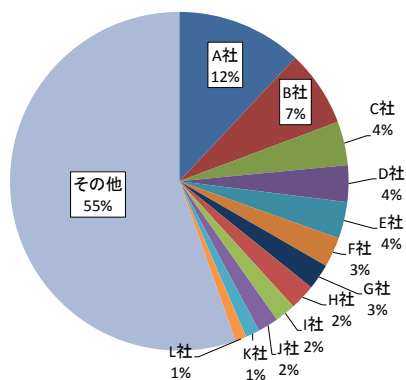
注：総受注額は当該月の一年前から前月までのすべての取引先からの受注額を総和したもの。縦軸のスケールは2016年5月時点の総受注額を基準値100としている。

図 6: モデルから算出した α 社の推定デフォルト確率（左軸、実線）と受注額の推移（右軸、棒グラフ）



注：総受注額は当該月の一年前から前月までのすべての取引先からの受注額を総和したもの。縦軸のスケールは 2016 年 4 月時点の総受注額を基準値 100 としている。

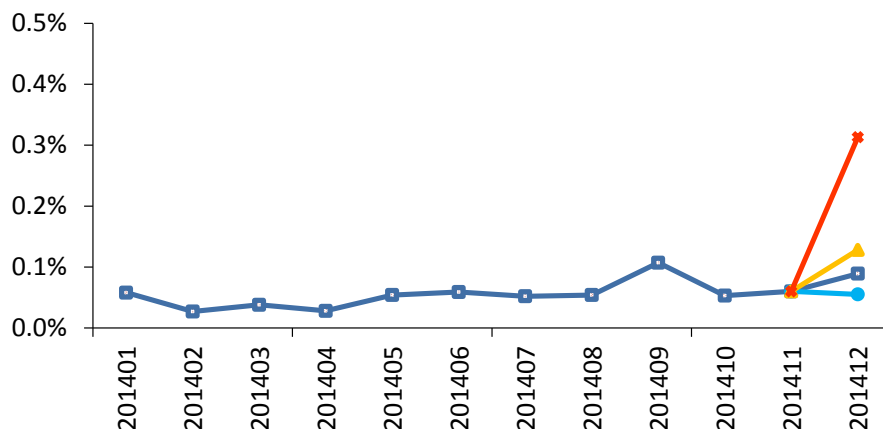
図 7: α 社の発注元別受注額シェア



注：受注額はインサンプル期間の総受注額である。受注額が最大の発注元でシェアが 12% 程度、シェアが 1% 未満の発注元の合計受注額が全体の 55% を占める。

次に、受注状況の変化が推定デフォルト確率に与える影響を確認するために、受注状況に変化があったとした仮想シナリオのもとでのデフォルト確率を推定する。図8はそのときの小島プレス工業（株）の推定デフォルト確率を表わしたものである。具体的には、2014年11月の受注が実績より5%増加した場合、5%減少した場合および2014年12月に全発注元の信用格付が1ランクずつ下がった場合を想定した際の、2014年12月時点の先行き1年間のデフォルト確率を算出した。図8より、受注が減少した場合や発注元の信用力に変化があった場合に、評価対象企業の信用力に影響があることが確認された。すなわち、モデルによって受注環境の変化を即時に信用リスク評価に反映できることが認められた。

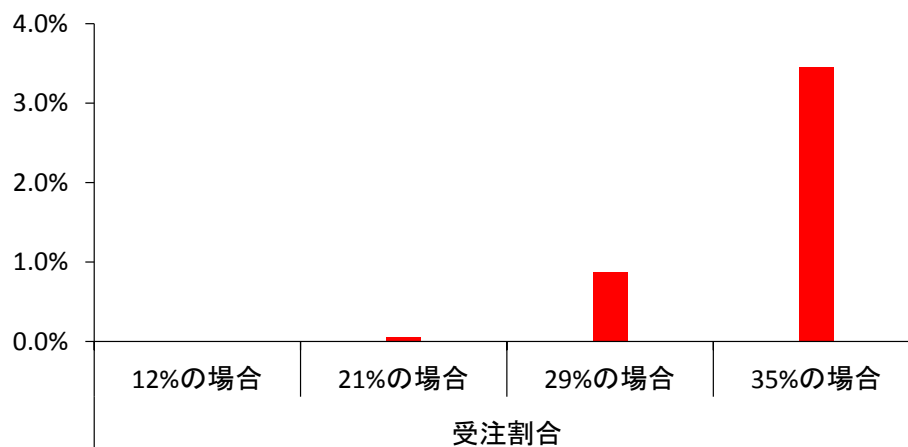
図8: 受注額や発注元信用力の変化に伴う推定デフォルト率の変化：小島プレス工業（株）のケース



注：2014年12月のデフォルト確率は上から順に“全発注元の信用格付が1格下がった場合”、“直近の受注が実績と比較して5%減少した場合”、“実績（図4と同じ）”、“直近の受注が実績と比較して5%増加した場合”の推定値を表わす。

また、ある種の集中リスクの増大、すなわちある特定の発注元の受注額が増加した場合の影響も試算した。ここでは、 α 社の発注元のうち受注額のシェアが最も大きいA社からの受注額が大きくなる仮想シナリオのもとで、A社がデフォルトしたという条件付きの α 社のデフォルト確率を試算した。その結果、A社からの受注額が増大するに伴い α 社の条件付デフォルト確率が高まる、という結果が得られた（図9）。

図 9: α 社の発注元 A 社からの受注額増加による受注割合の増加ケースにおける α 社のデフォルト確率の変化



注：A 社からの受注額が実績値である総受注額の 12% から増加し、21%（実績の 2 倍の受注額）、29%（実績の 3 倍の受注額）、35%（実績の 4 倍の受注額）となる場合で、A 社がデフォルトしたという条件下での条件付デフォルト確率を試算したもの。

本分析はモンテカルロ・シミュレーションに基づいているため、どのようなシナリオで評価対象企業のデフォルトが起こっているかを確認することもできる。たとえば、(株)光機械製作所のデフォルト発生シナリオをみたものが表 6 である。表 6 からシミュレーション上では、(株)光機械製作所は多数発注元の同時デフォルトが発生するような極めて稀な状況でない限りデフォルトしないことが確認された。

表 6: シミュレーション上の（株）光機械製作所の全デフォルト発生シナリオ

シナリオ番号（10万シナリオ中）	デフォルト発生要因
31404, 44324, 52588, 77289	取引先上位 8 社がデフォルト
10488, 98520	取引先上位 8 社中 7 社がデフォルト
18754, 38621	取引先上位 8 社中 7 社がデフォルト
8197	取引先上位 8 社中 7 社がデフォルト
61110	取引先上位 8 社中 7 社がデフォルト
35167	取引先上位 8 社中 6 社がデフォルト
69402	取引先上位 8 社中 6 社がデフォルト
197, 34790, 44375	取引先上位 8 社中 5 社がデフォルト
46370	取引先上位 8 社中 4 社がデフォルト

注：同じデフォルト社数であっても、デフォルトする発注元の組み合わせに応じて、分けて表記した。

5 おわりに

本論文では、構造型の信用リスク評価のモデルフレームワークのもとで実企業の受注データに基づいてモデル例を構築し、信用リスク評価事例を示した。そこでは、受注の発生が断続的に発生する場合に対応するために、受注額の変動を受注発生時点と受注額に分けてモデル化した。具体的には、受注発生時点を特定するための受注確率を与えるモデルとしてロジット型のモデルを、受注額の変動を表わすモデルとして自己回帰型の時系列モデルをそれぞれ採用した。また、発注元毎の受注額の動きをみているため、発注元間での受注額の連動性や発注元のデフォルト相関を考慮したモデリングを行った。得られたモデルを用いて企業の将来の資産価値の分布をモンテカルロ・シミュレーションにより生成し、サンプル企業のデフォルト確率を算出した。事例研究の結果、発注元毎の受注額の変化や発注元の信用力変化が評価対象企業の信用力に与える影響をタイムリーに計量できることが確認された。また、受注の集中リスク、すなわちある特定の発注元からの受注シェアが相対的に大きくなった場合に連鎖的にデフォルトが発生する可能性が高まることが数値例から示された。

本論文では、構造型の信用リスク評価の枠組みでモデル構築を行ったが、多くの企業の受注データとデフォルト実績データが揃うのであれば、受注の特徴量を説明変数としてデフォルト確率や信用スコアとの関係を統計的に把握するモデルの構築も可能であると考え

られる。事例研究を通して示唆されたように、受注情報を利用した信用リスク評価によって企業の事業実態に即した企業評価が可能になる。これは、タイムリーな貸出先モニタリングの実現、早期の経営支援や企業への理解につながると考えられる。また、財務実績の少ない成長企業への融資判断で活用できる可能性もある。金融機関が企業の受注情報等を利用できるようになる環境が整いつつあるなか、従来活用してきた信用リスク評価モデルに受注情報等を組み合わせることで、多面的な企業評価が今後行われることを期待したい。

補論 A インサンプル期間の違いに関するモデル感応度

ここでは、デフォルト確率算出時点が進行することに伴って、インサンプルデータが増加し、それに伴いパラメータを再推定して更新した場合のデフォルト確率の推定結果を述べる。図 A-1, A-2, A-3 が各サンプル企業のデフォルト確率の推定結果である。データの更新に伴いパラメータが更新されたとしても、概ね安定してデフォルト確率を算出できていることが確認された。

図 A-1 : パラメータを固定した場合の推定デフォルト確率（実線）と更新した場合のデフォルト確率（破線）：小島プレス工業（株）の場合

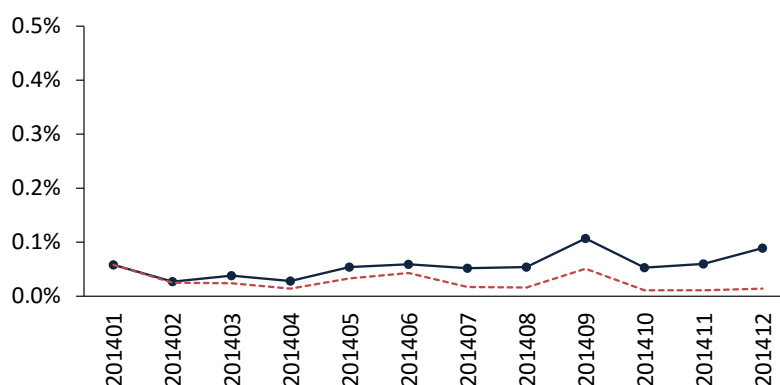


図 A-2 : パラメータを固定した場合の推定デフォルト確率（実線）と更新した場合のデフォルト確率（破線）：(株)光機械製作所の場合

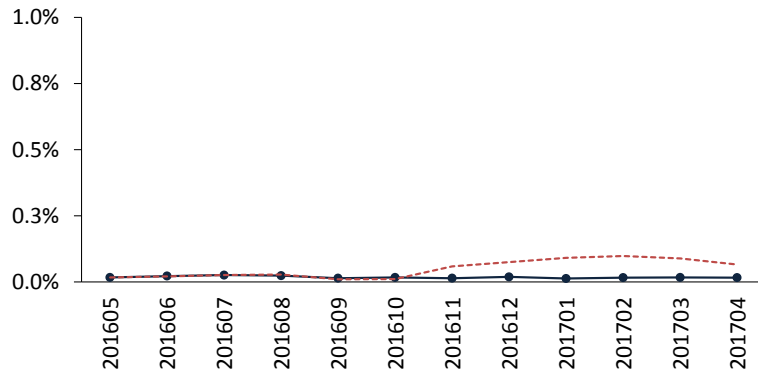
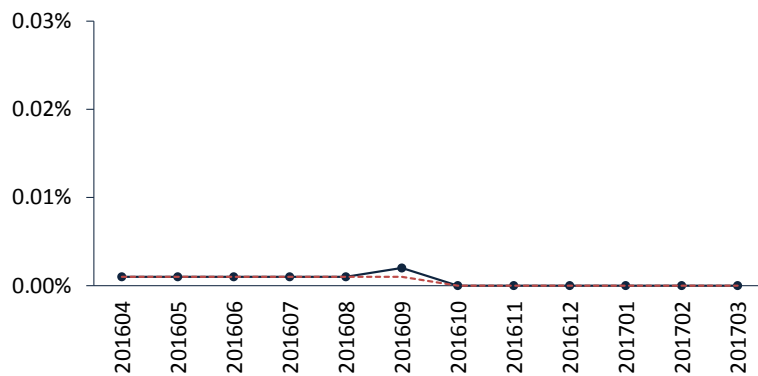


図 A-3 : パラメータを固定した場合の推定デフォルト確率（実線）と更新した場合のデフォルト確率（破線）： α 社の場合



補論 B パラメータ推定値

ここでは、分析に用いたモデルのパラメータ値を記す。

■小島プレス工業（株） 受注額モデルの推定には統計ソフトウェア R の関数 `lm` を利用した。対数受注額前回差モデルの推定結果は表 B-1 である。また、発注元デフォルト発生モデルのファクターローディングの推定値は表 B-2 である。

表 B-1：対数受注額前回差モデル (2) 式の推定結果：小島プレス工業（株）

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α^i	-0.0293 (0.0292)	-0.0438 (0.0432)	0.0066 (0.0271)	0.0362 (0.0452)	-0.0191 (0.0281)	0.0168 (0.0365)	-0.0188 (0.0693)	0.0070 (0.0449)	-0.0323 (0.0365)
β_1^i	0.7521 (0.2022)	0.4752 (0.2544)	1.0484 (0.1355)	0.3021 (0.2101)	0.3189 (0.1785)	0.5465 (0.2812)	0.5952 (0.2923)	0.5337 (0.2644)	0.5206 (0.1933)
β_2^i	-8.7806 (2.7175)	-4.6080 (2.0594)	-6.3292 (1.8379)	-6.2232 (2.6480)	-2.3035 (1.5058)	-4.5993 (2.4208)	-10.4084 (3.1692)	-4.2583 (2.3652)	-3.5181 (2.4506)
σ^i	0.1197 (0.0042)	0.1681 (0.0086)	0.1104 (0.0027)	0.1687 (0.0073)	0.1187 (0.0032)	0.1502 (0.0046)	0.2905 (0.0164)	0.1871 (0.0099)	0.1521 (0.0043)
ρ^i	0.8139 (0.3362)	0.9762 (0.3478)	0.6098 (0.3257)	0.6411 (0.3270)	0.6564 (0.3277)	0.8023 (0.3355)	0.6433 (0.3271)	0.8965 (0.3417)	0.6293 (0.3265)

注：括弧内は推定誤差。

表 B-2：推定された発注元デフォルト発生モデル (4) 式のファクターローディング値：小島プレス工業（株）

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\tilde{\rho}_i$	0.8495 (0.3080)	0.8767 (0.3114)	0.8767 (0.3114)	0.8253 (0.3048)	0.8360 (0.3064)	0.7114 (0.2983)	0.7153 (0.3005)	0.9024 (0.3085)	0.8266 (0.3055)

注：括弧内は推定誤差。

■（株）光機械製作所 受注発生確率モデルの推定には統計ソフトウェア R の関数 `glm` を利用した。推定結果は表 B-3 である。対数受注額前回差モデルの推定結果は表 B-4 である。また、発注元デフォルト発生モデルのファクターローディングの推定値は表 B-5 である。

■ α 社 対数受注額前回差モデルの推定結果は表 B-6 である。また、発注元デフォルト発生モデルのファクターローディングの推定値は表 B-7 である。

表 B-3 : 受注発生確率モデル (1) 式の推定結果 : (株) 光機械製作所

i	5	6	7	8	9
A^i	-0.5328 (1.0148)	-2.9269 (0.7497)	-0.7082 (0.8914)	-1.4960 (1.4150)	-1.9683 (0.5404)
B^i	0.1625 (2.5187)	2.7371 (8.3329)	1.6385 (1.4812)	3.2658 (2.0000)	4.3424 (1.2240)

注 : 括弧内は推定誤差。

表 B-4 : 対数受注額前回差モデル (2) 式の推定結果 : (株) 光機械製作所

i	1	2	3	5	7	8
α^i	0.0101 (0.0521)	-0.0281 (0.0364)	0.0151 (0.0278)	-0.5371 (0.7158)	-0.1103 (0.4697)	0.0177 (0.4136)
β_1^i	0.1405 (0.1404)	0.3523 (0.1589)	0.2069 (0.1454)	0.9354 (0.2505)	0.0364 (0.2076)	0.0183 (0.2100)
β_2^i	-5.1437 (1.6169)	-3.9765 (1.3223)	-3.4014 (1.1895)	-8.6621 (3.4605)	-3.6390 (1.9816)	-4.5065 (2.3560)
σ^i	0.3715 (0.0236)	0.2560 (0.0113)	0.1956 (0.0061)	2.2780 (1.2585)	2.2490 (1.2449)	2.2170 (1.2874)
ρ^i	0.1569 (0.5687)	0.0042 (0.5574)	-0.1361 (0.5659)	0.7506 (1.0465)	1.0000 (3.0533)	0.0522 (0.5586)

注 : 括弧内は推定誤差。表中に記載のない発注元については、モデル推定のための受注額サンプルが少ないためにモデル構築を行わなかった。なお、デフォルト確率推計のためのモンテカルロ・シミュレーションにおいては、それらの先の受注額をインサンプル平均値で与えている。

表 B-5 : 推定された発注元デフォルト発生モデル (4) 式のファクターローディング値 : (株) 光機械製作所

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\tilde{\rho}_i$	0.9479 (0.3501)	0.9479 (0.3501)	0.9479 (0.3501)	0.8630 (0.3565)	0.9479 (0.3501)	0.9768 (0.3488)	0.9479 (0.3501)	0.8829 (0.3354)	0.9768 (0.3488)

注 : 括弧内は推定誤差。

表 B-6 : 対数受注額前回差モデル (2) 式の推定結果 : α 社

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
α^i	-0.0007 (0.0410)	0.0075 (0.0373)	0.0071 (0.0313)	0.0577 (0.0819)	0.0152 (0.0659)	0.0023 (0.0413)	0.0905 (0.0881)	-0.0001 (0.0706)	-0.0030 (0.0363)	0.0284 (0.0651)	0.0065 (0.0948)	-0.0104 (0.0320)	0.0030 (0.0339)
β_1^i	0.2481 (0.0830)	0.1350 (0.1009)	-0.0431 (0.0964)	0.0921 (0.0995)	0.2580 (0.0868)	0.2558 (0.0908)	0.4203 (0.0946)	0.2017 (0.0871)	0.0493 (0.0980)	0.0748 (0.1087)	-0.0646 (0.1402)	0.2636 (0.0974)	0.6124 (0.0934)
β_2^i	-5.2194 (0.8476)	-2.5264 (0.8115)	-1.8117 (0.6511)	-5.2050 (0.9598)	-5.9571 (0.9517)	-3.1703 (0.9060)	-8.0340 (1.1435)	-4.4793 (0.8970)	-1.0835 (0.4748)	-4.4849 (0.9932)	-2.0417 (1.1979)	-2.9849 (0.8222)	-9.1956 (1.1903)
σ^i	0.4228 (0.0231)	0.3855 (0.0200)	0.3240 (0.0181)	0.8425 (0.1038)	0.6812 (0.0765)	0.4269 (0.0298)	0.9002 (0.1138)	0.7296 (0.1187)	0.3748 (0.0204)	0.6722 (0.1068)	0.5635 (0.1081)	0.3296 (0.0256)	0.3511 (0.0205)
ρ^i	0.4987 (0.3196)	0.4484 (0.3180)	0.3637 (0.3158)	0.1736 (0.3127)	0.3591 (0.3157)	0.4479 (0.3180)	0.1697 (0.3126)	0.2508 (0.3137)	0.4043 (0.3168)	0.3773 (0.3162)	-0.0456 (0.3118)	0.5330 (0.3207)	0.2824 (0.3142)
i	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
α^i	0.0049 (0.0555)	-0.0184 (0.0445)	0.0057 (0.0477)	0.0197 (0.0699)	0.0476 (0.1089)	-0.0114 (0.0278)	-0.0130 (0.0664)	-0.0414 (0.0676)	-0.1266 (0.1419)	-0.0090 (0.0540)	0.0514 (0.1678)	-0.0076 (0.0651)	-0.0078 (0.0277)
β_1^i	0.1370 (0.1049)	0.1647 (0.0880)	0.2021 (0.0981)	0.1888 (0.0995)	0.4218 (0.0833)	0.2859 (0.0921)	0.2232 (0.0957)	0.3458 (0.0950)	0.1740 (0.1003)	0.3988 (0.0931)	0.3772 (0.0891)	0.4377 (0.0904)	0.3019 (0.0927)
β_2^i	-5.0541 (1.0008)	-3.3931 (0.8118)	-3.4993 (0.8677)	-4.2983 (0.9435)	-6.8196 (1.0156)	-1.9879 (0.6611)	-3.5264 (0.8618)	-4.1188 (0.9609)	-5.9825 (1.0878)	-4.7029 (0.9940)	-7.7721 (1.0482)	-10.5890 (1.1448)	-3.4888 (0.8321)
σ^i	0.5738 (0.0475)	0.4601 (0.0363)	0.4934 (0.0321)	0.7225 (0.0674)	1.1233 (0.2304)	0.2856 (0.0147)	0.6861 (0.1453)	0.6959 (0.0746)	1.4618 (0.3525)	0.5587 (0.0482)	1.7353 (0.4638)	0.6728 (0.0746)	0.2862 (0.0119)
ρ^i	0.3621 (0.3158)	0.2220 (0.3133)	0.4996 (0.3196)	0.2492 (0.3136)	0.1857 (0.3128)	0.5746 (0.3223)	0.3415 (0.3153)	0.2300 (0.3134)	0.2173 (0.3132)	0.3956 (0.3166)	0.2295 (0.3134)	-0.0609 (0.3119)	0.4796 (0.3190)
i	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
α^i	0.0460 (0.1106)	0.0176 (0.1201)	0.0188 (0.0487)	0.0235 (0.0973)	0.1117 (0.0900)	0.0546 (0.0571)	-0.0096 (0.0306)	-0.0284 (0.0575)	-0.0023 (0.0385)	0.0024 (0.0315)	0.0036 (0.0464)	0.1466 (0.0832)	0.0344 (0.0517)
β_1^i	0.4513 (0.0852)	0.4802 (0.0892)	0.2668 (0.0881)	0.1944 (0.1317)	0.2366 (0.0939)	0.2910 (0.0968)	0.4092 (0.0917)	0.1693 (0.1109)	0.6807 (0.0767)	0.2100 (0.0981)	0.1994 (0.0951)	0.2292 (0.0990)	0.4069 (0.1066)
β_2^i	-7.4555 (1.0483)	-7.8601 (1.1275)	-2.4527 (0.7098)	-4.3622 (1.1848)	-7.9111 (1.1583)	-7.6892 (1.1378)	-1.4957 (0.6359)	-4.1929 (0.9447)	-7.3559 (1.1160)	-3.1474 (0.8090)	-1.7057 (0.5986)	-4.776 (1.0276)	-6.6051 (1.3359)
σ^i	1.1432 (0.1716)	1.2422 (0.2053)	0.5036 (0.0515)	0.7277 (0.0783)	0.9186 (0.1458)	0.5799 (0.1146)	0.3158 (0.0163)	0.5906 (0.0531)	0.3982 (0.0177)	0.3256 (0.0148)	0.4803 (0.0335)	0.7916 (0.1314)	0.5183 (0.0804)
ρ^i	0.0860 (0.3120)	0.1403 (0.3123)	0.1747 (0.3127)	0.1174 (0.3122)	0.1818 (0.3128)	0.0108 (0.3118)	0.4843 (0.3191)	0.2700 (0.3140)	0.3818 (0.3163)	0.5667 (0.3220)	0.4373 (0.3177)	0.2142 (0.3131)	0.0338 (0.3118)
i	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50		
α^i	0.0069 (0.0276)	0.0242 (0.0704)	0.0009 (0.0809)	0.0696 (0.1076)	0.2908 (0.2177)	0.0787 (0.0507)	0.0204 (0.1168)	-0.0137 (0.0690)	-0.0181 (0.0308)	0.0594 (0.0756)	-0.0212 (0.1273)		
β_1^i	0.3225 (0.0835)	0.2056 (0.0973)	0.1672 (0.0961)	0.3422 (0.0913)	0.3393 (0.1811)	0.1674 (0.0948)	0.5377 (0.0914)	0.2645 (0.0964)	0.2785 (0.0934)	0.4241 (0.0885)	0.3143 (0.0893)		
β_2^i	-1.3373 (0.5605)	-4.0765 (0.8855)	-3.7173 (0.8211)	-5.8500 (1.0122)	-4.9848 (1.7730)	-5.4007 (0.9544)	-10.0222 (1.2064)	-7.4867 (1.0788)	-4.1261 (0.9069)	-9.2895 (1.1489)	-7.9505 (1.0694)		
σ^i	0.2852 (0.0115)	0.7270 (0.0672)	0.8363 (0.0999)	1.1069 (0.2522)	1.1070 (0.2864)	0.5111 (0.0435)	1.2086 (0.2339)	0.7128 (0.0642)	0.3170 (0.0193)	0.7773 (0.0940)	1.3165 (0.2382)		
ρ^i	0.4370 (0.3177)	0.3221 (0.3149)	0.1866 (0.3128)	0.3775 (0.3162)	0.2585 (0.3138)	0.1312 (0.3123)	0.0717 (0.3119)	0.0958 (0.3120)	0.4239 (0.3173)	0.1252 (0.3122)	0.2000 (0.3130)		

注 : 括弧内は推定誤差。

表 B-7 : 推定された発注元デフォルト発生モデル (4) 式のファクターローディング値 : α 社

i	1	2	3	4	5	6
$\tilde{\rho}_i$	0.8616 (0.1573)	0.8702 (0.1574)	0.5877 (0.1558)	0.7802 (0.1568)	0.7802 (0.1568)	0.8997 (0.1576)
i	7	8	9	10	11	12
$\tilde{\rho}_i$	0.7489 (0.1566)	0.8065 (0.1569)	0.8223 (0.1570)	0.6893 (0.1563)	0.5877 (0.1558)	0.8807 (0.1574)
i	13	14	15	16	17	18
$\tilde{\rho}_i$	0.9634 (0.1580)	0.8193 (0.1570)	0.7372 (0.1565)	0.2752 (0.1548)	0.3957 (0.1551)	0.8083 (0.1569)
i	19	20	21	22	23	24
$\tilde{\rho}_i$	0.8807 (0.1574)	0.9634 (0.1580)	0.7242 (0.1565)	0.8129 (0.1570)	0.5877 (0.1558)	0.7802 (0.1568)
i	25	26	27	28	29	30
$\tilde{\rho}_i$	0.5294 (0.1555)	0.8807 (0.1574)	0.8400 (0.1572)	0.6461 (0.1560)	0.7824 (0.1568)	0.8193 (0.1570)
i	31	32	33	34	35	36
$\tilde{\rho}_i$	0.7870 (0.1568)	0.7413 (0.1566)	0.8807 (0.1574)	0.7707 (0.1567)	0.7666 (0.1567)	0.8807 (0.1574)
i	37	38	39	40	41	42
$\tilde{\rho}_i$	0.9634 (0.1580)	0.8616 (0.1573)	0.8329 (0.1571)	0.8807 (0.1574)	0.8616 (0.1573)	0.2550 (0.1547)
i	43	44	45	46	47	48
$\tilde{\rho}_i$	0.9634 (0.1580)	0.5877 (0.1558)	0.8807 (0.1574)	0.6560 (0.1561)	0.4947 (0.1554)	0.8807 (0.1574)
i	49	50				
$\tilde{\rho}_i$	0.5324 (0.1555)	0.8121 (0.1570)				

注 : 括弧内は推定誤差。

補論 C 事業価値の算出の計算

ここでは、(11) 式の事業価値 PV_t 、すなわち、営業損益の割引現在価値を算出するにあたって、本分析で採用した方法を述べる。

事業価値

$$PV_t = \sum_{s=t}^{M-1+t} \frac{\mathbb{E}[P_s|\mathcal{F}_t]}{(1+r)^{s-t}} + \frac{\mathbb{E}[P_M|\mathcal{F}_t]}{r(1+r)^{M-1}}$$

の算出のために、 $s = t, t+1, \dots, M$ について

$$\mathbb{E}[P_s|\mathcal{F}_t] = \sum_{i=1}^I \mathbb{E}[O_{s-m}^i|\mathcal{F}_t] \Pr(s < T_i|\mathcal{F}_t) - a \sum_{i=1}^I \mathbb{E}[O_{s-g}^i|\mathcal{F}_t] - b$$

であることから、受注額の期待値と発注元の生存確率を計算する。生存確率は発注元のデフォルト確率 (5) を用いて算出する。受注額の期待値 $\mathbb{E}[O_u^i|\mathcal{F}_t]$ は、 $u \leq t$ の場合、 O_u^i の実現値として与えられる。 $u > t$ の場合は、時点 u に受注が発生した場合にそれが時点 t 以降の何番目の受注にあたるかを考慮することで、期待値は

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[O_u^i|\mathcal{F}_t] &= \mathbb{E}[O_u^i|h^i(N_t^i + 1) = u, \mathcal{F}_t] \Pr(h^i(N_t^i + 1) = u|\mathcal{F}_t) \\ &\quad + \mathbb{E}[O_u^i|h^i(N_t^i + 2) = u, \mathcal{F}_t] \Pr(h^i(N_t^i + 2) = u|\mathcal{F}_t) \\ &\quad \dots \\ &\quad + \mathbb{E}[O_u^i|h^i(N_t^i + (u-t)) = u, \mathcal{F}_t] \Pr(h^i(N_t^i + (u-t)) = u|\mathcal{F}_t) \end{aligned}$$

の形に書ける。ここで、 N_t^i は時点 t までに発生した受注件数である ($N_t^i = \sum_{j=1}^{\infty} 1_{\{h^i(j) \leq t\}}$)。確率 $\Pr(h^i(N_t^i + \ell) = u|\mathcal{F}_t)$ は、各時点での受注発生確率を定数 p_i とした場合に、時点 t から時点 $u-1$ までに $\ell-1$ 回の受注が発生し、時点 u で ℓ 回目の受注が発生する確率として、 $\Pr(h^i(N_t^i + \ell) = u|\mathcal{F}_t) = {}_{u-t-1}C_{\ell-1} p_i^{\ell-1} (1-p_i)^{(u-t-1)-(\ell-1)} p_i$ として与えることとする²⁴。 ${}_L C_\ell$ は L 個から ℓ 個を選ぶ組み合わせの数である。受注発生確率 p^i は情報 \mathcal{F}_t のもとで先の受注発生確率モデル (1) から算出した時点 t における受注確率値とした。受注額の条件付期待値 $\mathbb{E}[O_u^i|u = h^i(N_t^i + n), \mathcal{F}_t]$ は $\log(O_u^i)$ が正規分

²⁴ 第 3 節の受注発生確率モデルを採用する場合には受注発生時点のパターンによって受注確率が変化するが、ここでは計算の簡便のため、受注確率を一定とした。

布に従うことから、 $m_{u|n,t}^i$ と $\nu_{u|n,t}^i$ をそれぞれ情報 $\{u = h^i(N_t^i + n), \mathcal{F}_t\}$ のもとでの $\log(O_u^i)$ の期待値と分散として、

$$\mathbb{E}[O_u^i | u = h^i(N_t^i + n), \mathcal{F}_t] = \exp\left(m_{u|n,t}^i + \frac{\nu_{u|n,t}^i}{2}\right)$$

と算出する。ここで、受注額変動モデル (2) から

$$\log(O_{h^i(j)}^i) = \log(O_{h^i(j-1)}^i) + \alpha_i + \sum_{\ell=1}^L \beta_\ell^i \tilde{x}_\ell^i(h^i(j)) + \sigma_i \left(\rho_i W_j + \sqrt{1 - \rho_i^2} \epsilon_{i,j}\right)$$

であるので、期待値 $m_{u|n,t}^i$ は

$$\begin{aligned} m_{u|n,t}^i &:= \mathbb{E}[\log(O_u^i) | u = h^i(N_t^i + n), \mathcal{F}_t] \\ &= \alpha^i + \left(1 + \frac{\beta_2^i}{12}\right) \mathbb{E}[\log(O_{h^i(N_t^i+n-1)}^i) | \mathcal{F}_t] + \beta_1^i \mathbb{E}[\log(O_{h^i(N_t^i+n-12)}^i) | \mathcal{F}_t] \\ &\quad + \left(-\beta_1^i - \frac{\beta_2^i}{12}\right) \mathbb{E}[\log(O_{h^i(N_t^i+n-13)}^i) | \mathcal{F}_t] \\ &= \alpha^i + \left(1 + \frac{\beta_2^i}{12}\right) m_{u|n-1,t}^i + \beta_1^i m_{u|n-12,t}^i + \left(-\beta_1^i - \frac{\beta_2^i}{12}\right) m_{u|n-13,t}^i \end{aligned}$$

という関係から逐次的に求められる。その際、 $n \leq 0$ の場合は情報 \mathcal{F}_t のもとで $m_{u|n,t}^i$ は確定している。また、分散 $\nu_{u|n,t}^i$ も期待値の計算と同様に

$$\begin{aligned} \nu_{u|n,t}^i &:= \mathbb{V}[\log(O_u^i) | u = h^i(N_t^i + n), \mathcal{F}_t] \\ &= \left(1 + \frac{\beta_2^i}{12}\right)^2 \mathbb{V}[\log(O_{h^i(N_t^i+n-1)}^i) | \mathcal{F}_t] + (\beta_1^i)^2 \mathbb{V}[\log(O_{h^i(N_t^i+n-12)}^i) | \mathcal{F}_t] \\ &\quad + \left(-\beta_1^i - \frac{\beta_2^i}{12}\right)^2 \mathbb{V}[\log(O_{h^i(N_t^i+n-13)}^i) | \mathcal{F}_t] + \sigma_i^2 \\ &= \left(1 + \frac{\beta_2^i}{12}\right)^2 \nu_{u|n-1,t}^i + (\beta_1^i)^2 \nu_{u|n-12,t}^i + \left(-\beta_1^i - \frac{\beta_2^i}{12}\right)^2 \nu_{u|n-13,t}^i + \sigma_i^2 \end{aligned}$$

という関係から逐次的に求められる²⁵。ここで、 \mathbb{V} は分散である。 $n \leq 0$ の場合は、情報 \mathcal{F}_t のもとで $\nu_{u|n,t}^i = 0$ となる。

²⁵ $\{\log(O_{h^i(j)}^i)\}$ が組毎に独立であることが必要になるが、情報 \mathcal{F}_t のもとで $\log(O_{h^i(N_t^i+n-12)}^i)$ 、 $\log(O_{h^i(N_t^i+n-13)}^i)$ の値が確定していることから満たされる。

参考文献

- 中川秀敏 (2013) 「不完全情報下の構造型モデルの信用スプレッド分析に対する Monte Carlo-optimal quantization 法の応用」、数理経済学会年次集会予稿集
(<http://ethic.econ.osaka-u.ac.jp/workshop/13Dec/AbstNakagawa.pdf>)
- 日本銀行金融機構局金融高度化センター (2017) 「IT を活用した金融の高度化に関するワークショップ (第 3 期)、第 2 回「データを活用した金融の高度化」におけるワークショップの様相」
(http://www.boj.or.jp/announcements/release_2018/data/re1180206a1.pdf)
- 山中卓 (2016) 「企業の受注情報の貸出業務への活用可能性の検討—受注情報を用いた企業評価という FinTech 的試みと事例研究—」、日本銀行ワーキングペーパーシリーズ, No.16-J-10.
- Genser, Michael (2006) *A Structural Framework for the Pricing of Corporate Securities*, Springer, 2006.
- Goldstein, Robert, Nengjiu Ju, and Hayne Leland (2001) “An EBIT-Based Model of Dynamic Capital Structure,” *Journal of Business* **74**(4), pp.483–512.
- Merton, Robert (1974) “On the Pricing of Corporate Debt,” *Journal of Finance* **29**(2), pp.449–470.