

I . 市場リスクの計測手法

— 現在価値アプローチ —

2009年3月

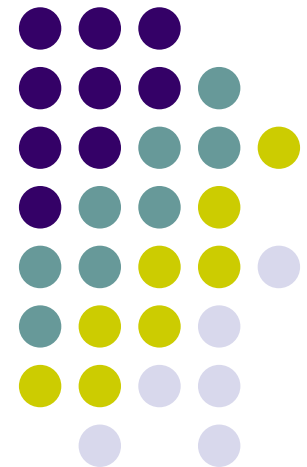
日本銀行金融機構局

金融高度化センター

橘 朋廣

E-mail: tomohiro.tachibana@boj.or.jp

Tel:03-3277-2838





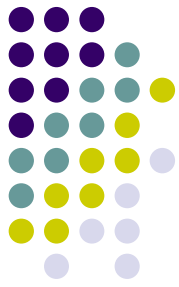
はじめに

◆ 世の中には、様々な金融資産・負債が存在。

- 国債、地方債、社債
- 株式、投信、ファンド
- 預金
- 貸出 など

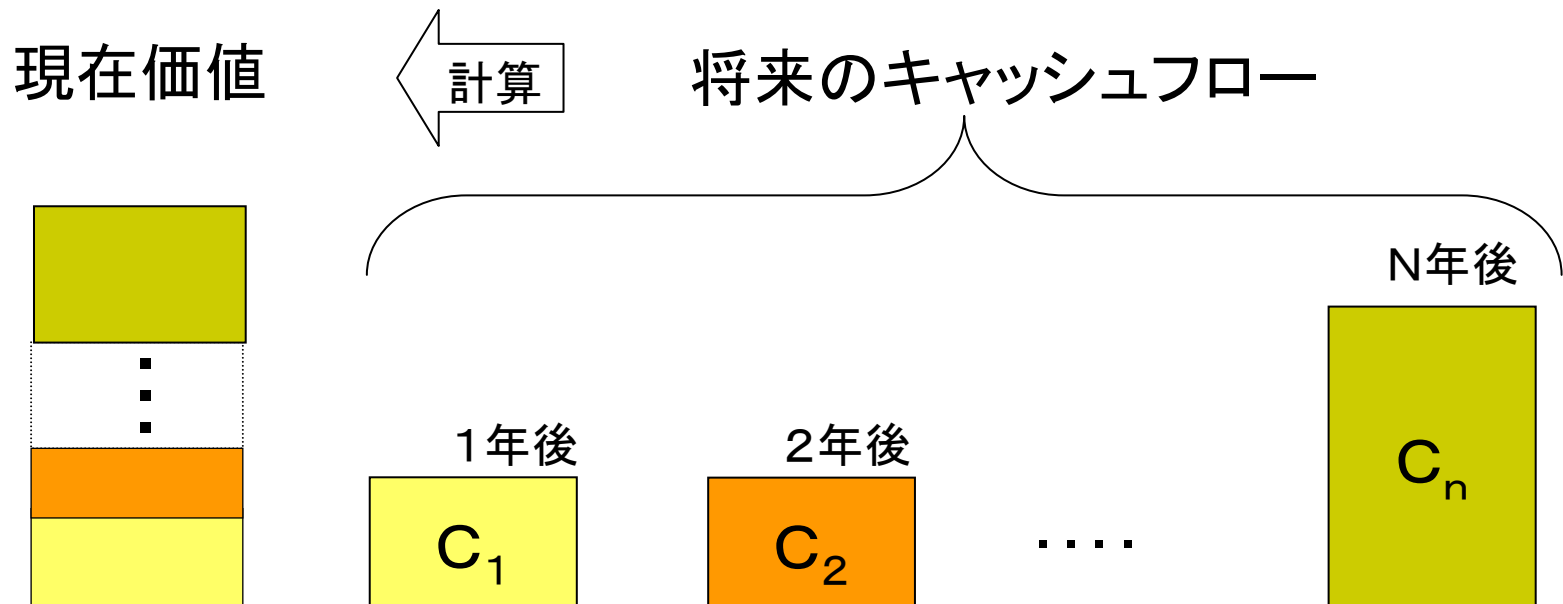
— これらを取引するとき、どのような価格を付けたらよいのか？

— また、その価格はどのような要因で変動するのか？



現在価値アプローチとは

- ◆ 金融資産・負債は、利息、配当、元本償還などの形で、将来のキャッシュフローを生み出す。
- ◆ 現在価値アプローチとは、将来のキャッシュフローについて、その現在価値(後述)を計算し、その変動を分析するための手法をいう。





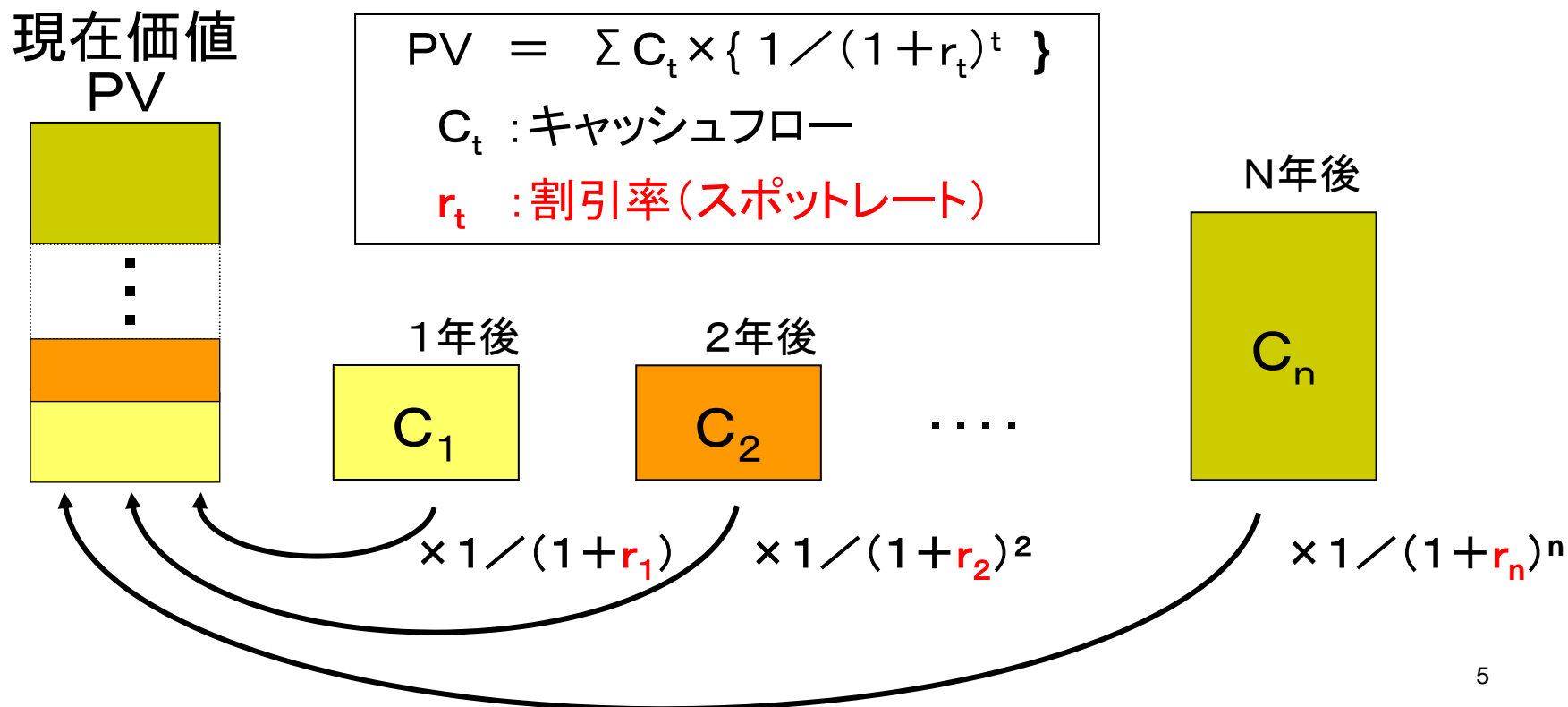
目次

1. 現在価値の求め方
2. 「シナリオ」を伴うリスク指標
 - (1) BPV(ベース・ポイント・バリュー)
 - (2) GPS(グリッド・ポイント・センシティビティ)
 - (3) シナリオに基づくリスク量
3. 「確率」を伴うリスク指標
 - (1) VaR(バリュー・アット・リスク)
 - (2) VaR計測方法
 - (3) VaR計測の前提
 - (4) バック・テストによる検証
 - (5) VaRの限界とストレステスト



1. 現在価値の求め方

- ◆ 現在価値とは、金融資産・負債が生み出す将来のキャッシュフローを割り引いて集計したもの。



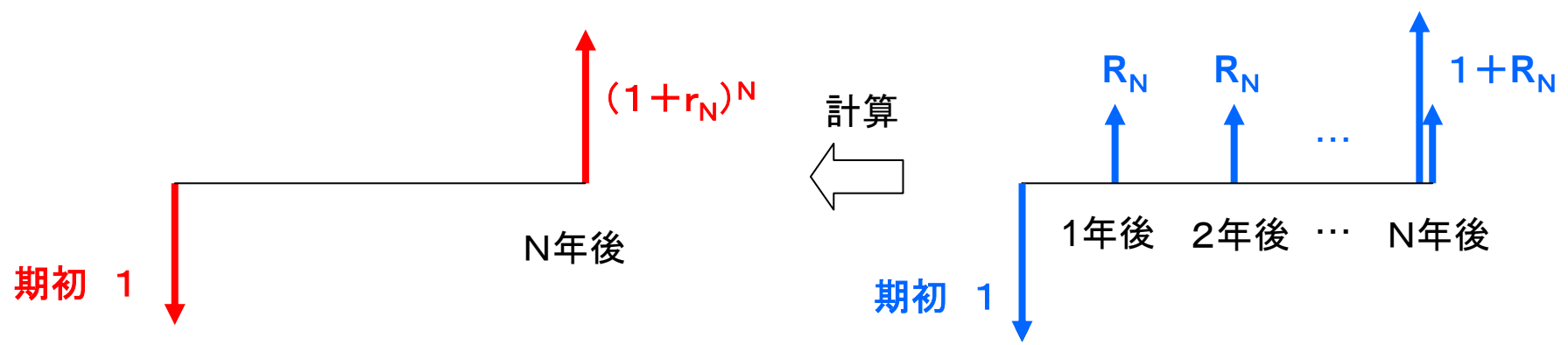


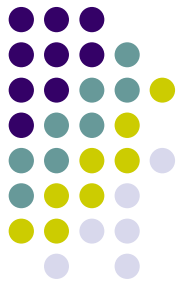
(参考) 割引率(スポットレート)の定義

- ◆ 将来のキャッシュフローを割り引いて現在価値を計算する時に用いるレートのことを**スポットレート**という。
- ◆ 割引債のように、**投資実行時点と回収時点のみにキャッシュフローが発生する**時の複利最終利回り(r_N)として定義される。
- ◆ 途中のキャッシュフローが存在しないため、**ゼロ・クーポン・レート**とも呼ばれる。

r_N : N年スポットレート

R_N : N年スワップレート





(参考) ディスカウント・ファクターの定義

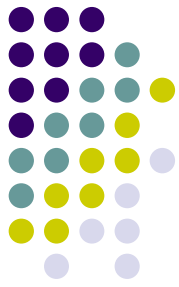
- ◆ 各期間のスポットレートを r_t とすると、
当該期間に対応した **ディスカウント・ファクター DF_t** は
以下のように定義される。

$$DF_1 = 1 / (1 + r_1)^1$$

$$DF_2 = 1 / (1 + r_2)^2$$

$$\vdots$$
$$DF_t = 1 / (1 + r_t)^t$$

$$\vdots$$
$$DF_N = 1 / (1 + r_N)^N$$



(参考) 現在価値の計算

- ◆ 将来のキャッシュフロー(C_t)を現在価値に換算するには、
スポットレート(r_t)で割り引く、
或いは、ディスカント・ファクター(DF_t)を乗じる。

現在価値への換算

$$C_1 \times 1 / (1 + r_1)^1 = C_1 \times DF_1$$

$$C_2 \times 1 / (1 + r_2)^2 = C_2 \times DF_2$$

$$C_t \times 1 / (1 + r_t)^t = C_t \times DF_t$$

$$C_N \times 1 / (1 + r_N)^N = C_N \times DF_N$$



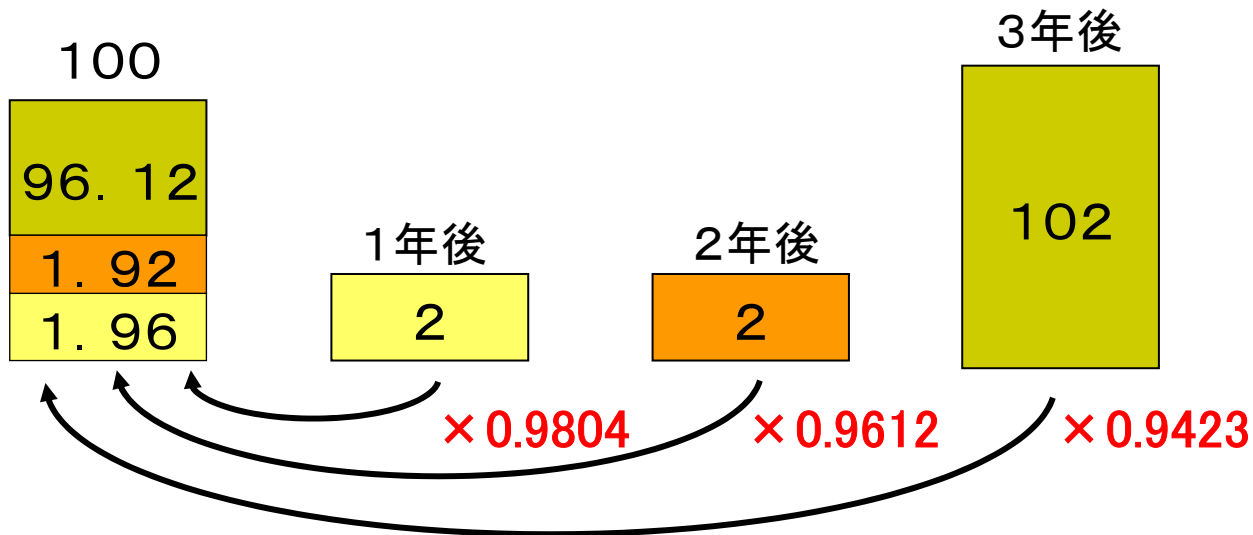
現在価値の計算例① 固定利付債のケース

元本 100億円
満期 3年後
利払 年 2億円
(クーポン2%)

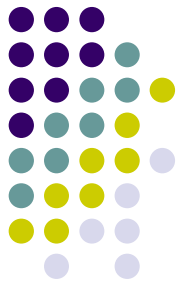
割引率 $r=2\%$
(各期一定と仮定)

ディスカウント・ファクター

1年目:	$1 / (1 + 0.02)$	$= 0.9804$
2年目:	$1 / (1 + 0.02)^2$	$= 0.9612$
3年目:	$1 / (1 + 0.02)^3$	$= 0.9423$

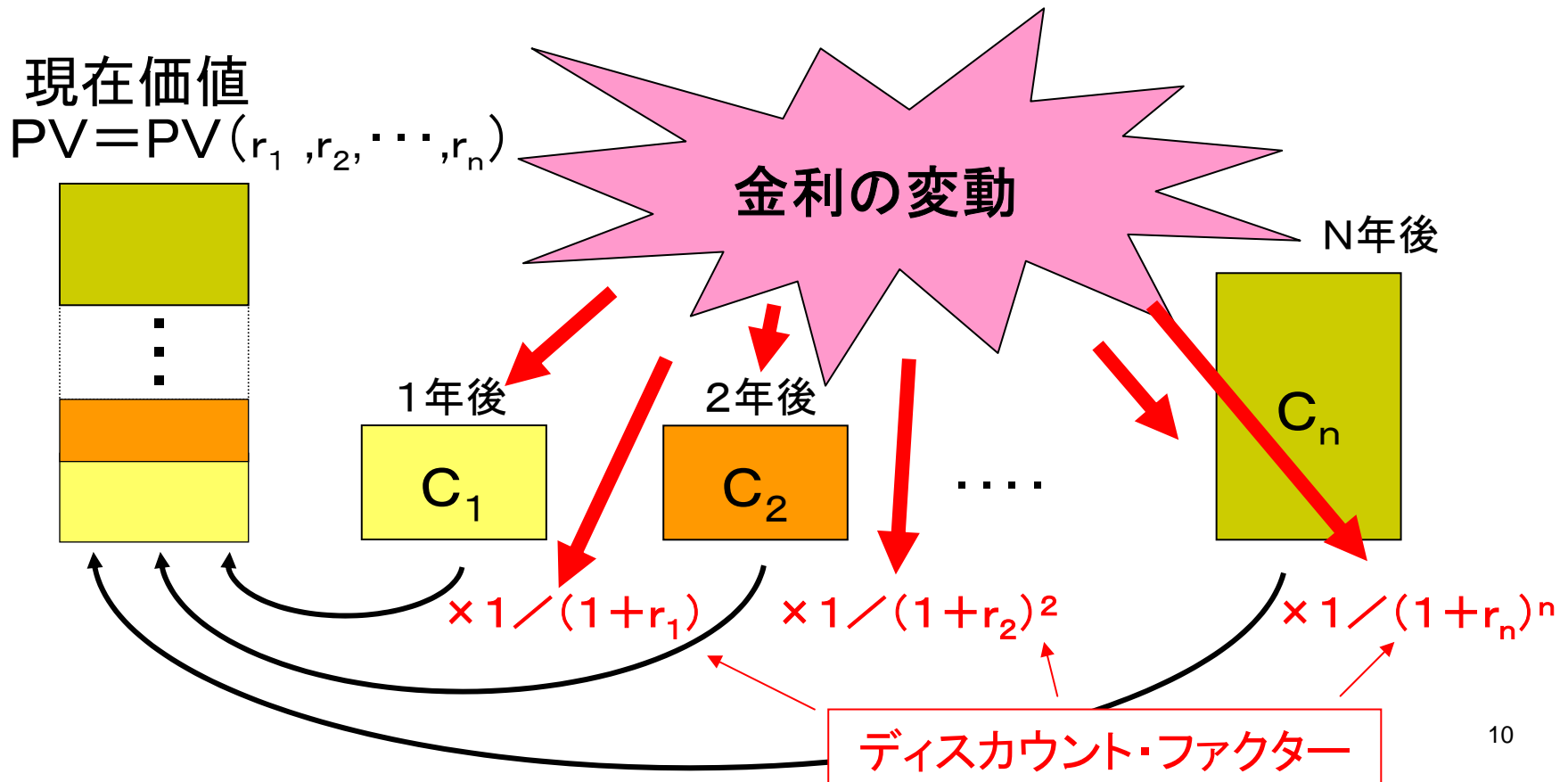


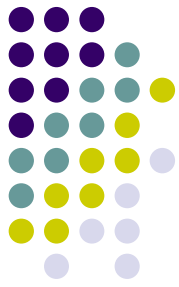
(注) 金利変動を踏まえた現在価値計算式は複雑であるため、ここでは、金利変動しないことを仮定した計算式を用いている。



金利の変動の影響

- ◆ **金利**の変動は、将来のキャッシュフローやディスカウント・ファクターの変化を通じ、金融資産・負債の現在価値を変動させる。



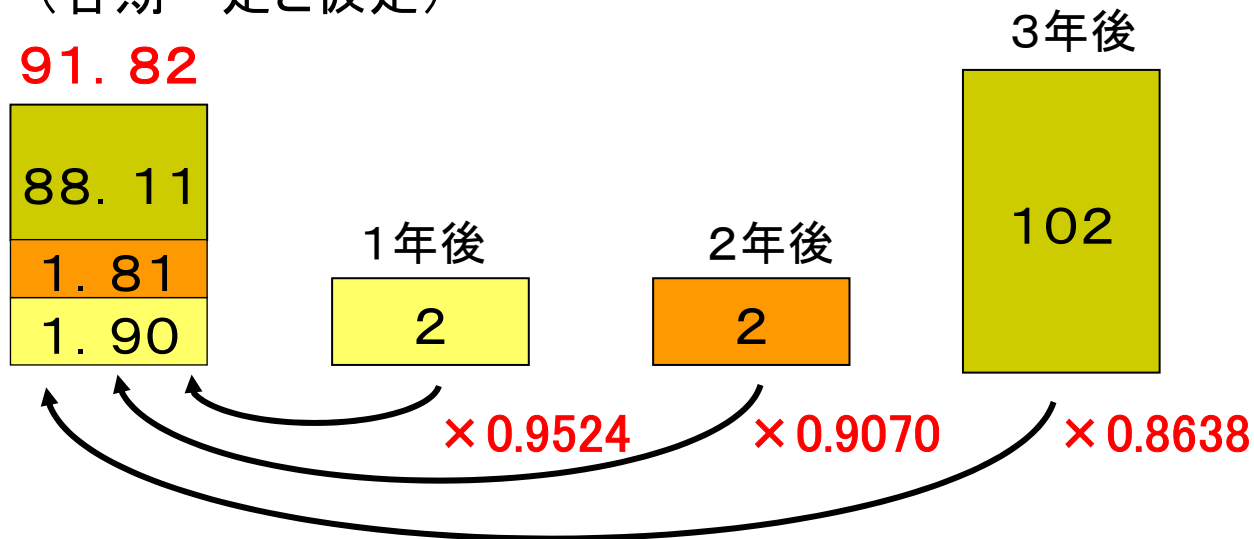


現在価値の計算② 固定利付債のケース — 金利の変動(+3%)の影響

元本 100億円
満期 3年後
利払 年 2億円
(クーポン2%)
割引率 $r=5\%$
(各期一定と仮定)

ディスカウント・ファクター

1年目:	$1 / (1 + 0.05)$	$= 0.9524$
2年目:	$1 / (1 + 0.05)^2$	$= 0.9070$
3年目:	$1 / (1 + 0.05)^3$	$= 0.8638$



現在価値の計算例③ 固定利付債・預金のケース — 金利の変動(+3%)の影響

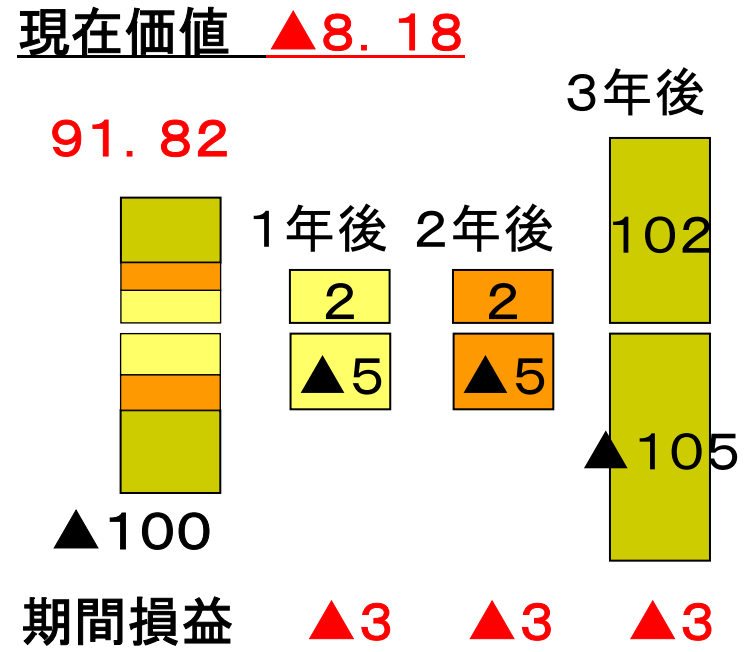
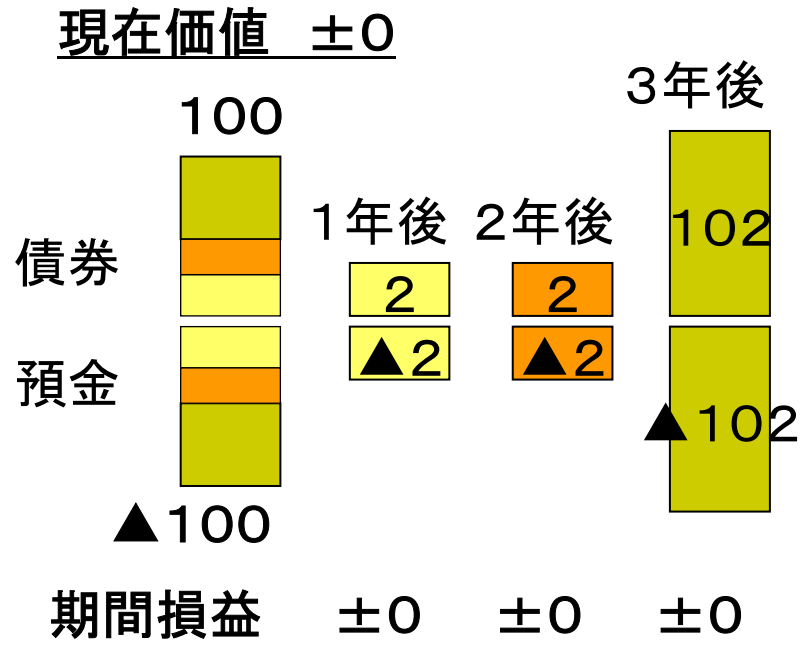
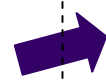


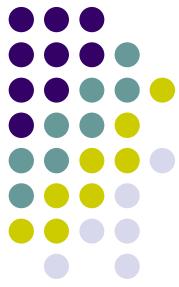
固定利付債券
 元本 100億円
 満期 3年
 利払 年 2億円

普通預金
 元本 100億円
 満期 なし(3年後に解約と想定)
 利払 年 2億円 → 年 5億円

割引率2%

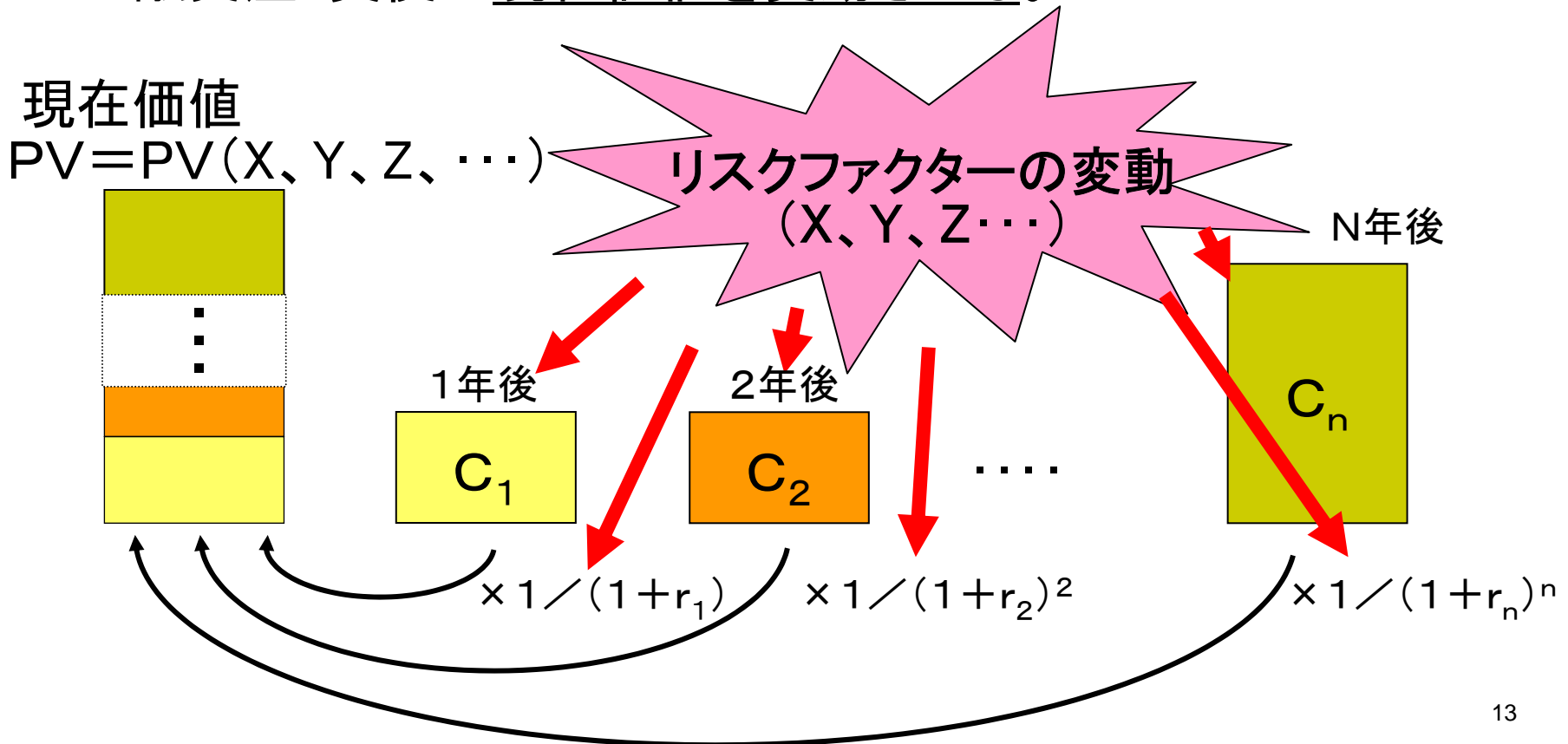
割引率5%





リスクファクターの変動の影響

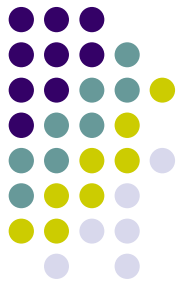
- ◆ **金利**以外にも、**株価**、**為替**など様々な**リスクファクター**（**現在価値の変動をもたらすもの**）の変動が、将来のキャッシュフロー、ディスカウント・ファクターの変化を通じ、金融資産・負債の現在価値を変動させる。





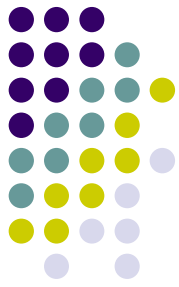
(参考) 金融商品とリスクファクター

金融商品	主なリスクファクター
円建て預金・貸出	円金利
外貨預金・外貨貸出	為替、外貨建て金利
円建て債券	円金利
外貨建て債券	為替、外貨建て金利
仕組債、ファンド、投信	円・外貨建て金利、株価、為替
株式	株価



2. 「シナリオ」を伴うリスク指標

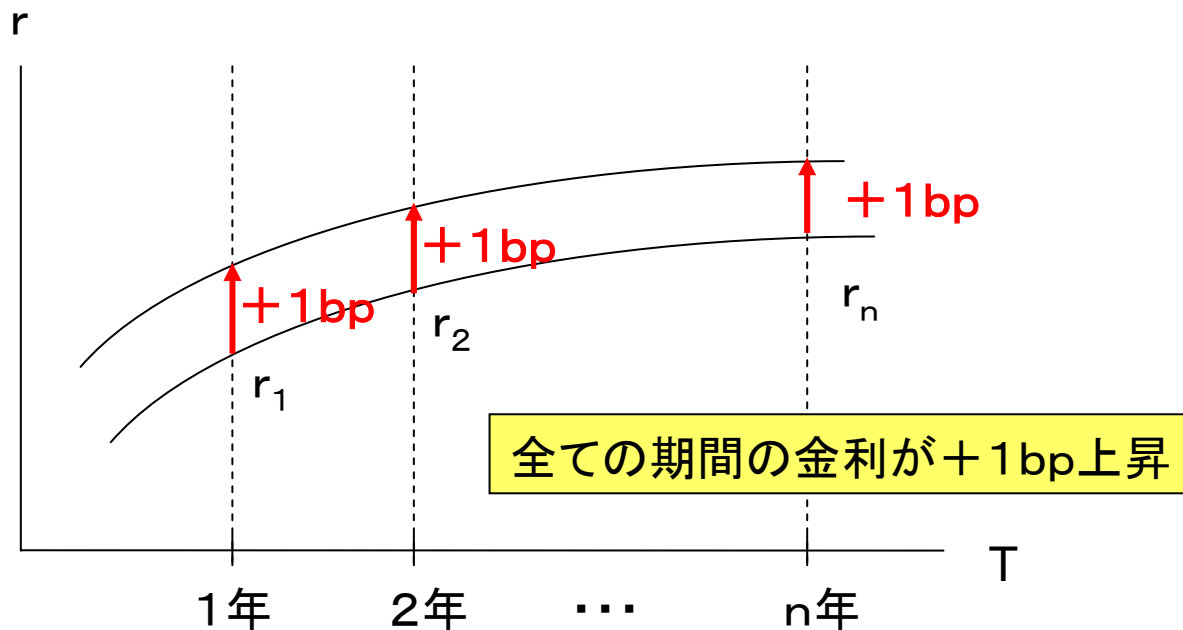
- (1) BPV(ベース・ポイント・バリュー)
- (2) GPS(グリッド・ポイント・センシティブティ)
- (3) シナリオに基づくリスク量の計測



(1) BPV(ベース・ポイント・バリュー)

- ◆ BPVは、全ての期間の金利が+1bp(=+0.01%)上昇するとの仮定(シナリオ)を置いた時の現在価値の減少額。

$$BPV = PV(r_1 + 1bp, r_2 + 1bp, \dots, r_n + 1bp) - PV(r_1, r_2, \dots, r_n)$$

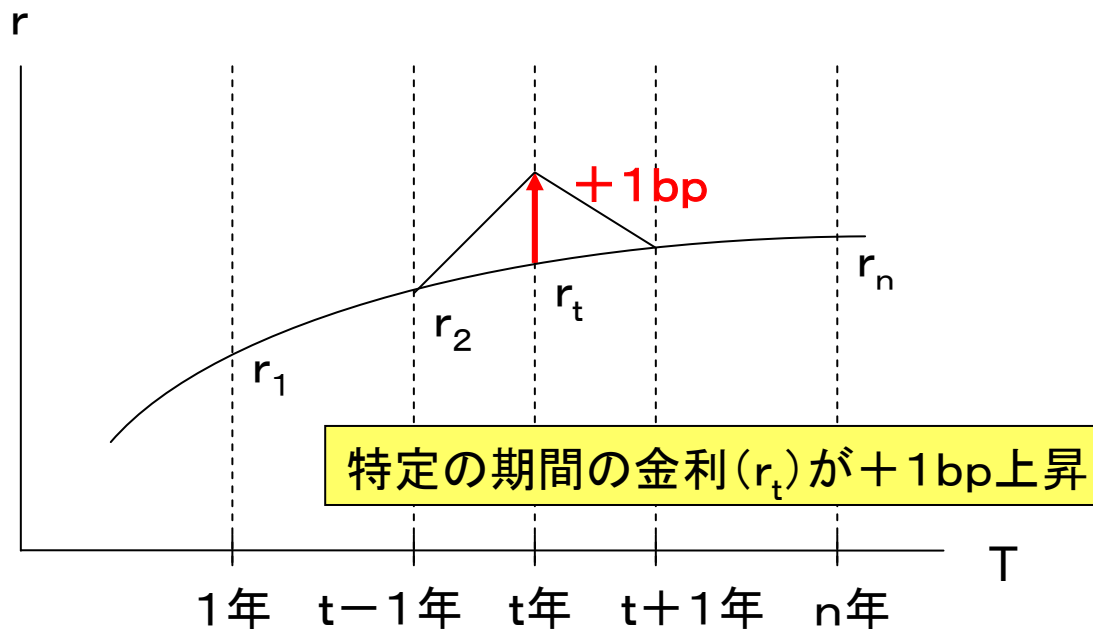




(2) GPS (グリッド・ポイント・センシティブティ)

- ◆ GPSは、特定の期間の金利が+1bp(=+0.01%)上昇するとの仮定(シナリオ)を置いた時の現在価値の減少額。

$$\text{GPS} = \text{PV}(r_1, r_2, \dots, r_t + 1\text{bp}, \dots, r_n) - \text{PV}(r_1, r_2, \dots, r_t, \dots, r_n)$$





BPV、GPSの計算例

BPV、GPSの計算シート

債券残高(元本)	100	億円
クーポン	1.5	%

		1年	2年	3年	4年	5年	累計	
キャッシュフロー(額面)	CF	1.50	1.50	1.50	1.50	101.50	107.50	億円

	t	1年	2年	3年	4年	5年	累計	
割引率(スポットレート)①	$r①$	0.6327	0.7823	0.9648	1.1384	1.2928	—	
ディスカウントファクター①	$DF① = 1 / (1+r①)^t$	0.9937	0.9845	0.9716	0.9557	0.9378	—	
現在価値①	$PV① = CF * DF①$	1.4906	1.4768	1.4574	1.4336	95.1859	101.0443	億円

		1年	2年	3年	4年	5年	
金利変動シナリオ(±bp)	(bp=0.01%)	1	1	1	1	1	bp

	t	1年	2年	3年	4年	5年	累計	
割引率(スポットレート)②	$r②$	0.6427	0.7923	0.9748	1.1484	1.3028	—	
ディスカウントファクター②	$DF② = 1 / (1+r②)^t$	0.9936	0.9843	0.9713	0.9554	0.9373	—	
現在価値②	$PV② = CF * DF②$	1.4904	1.4765	1.4570	1.4330	95.1390	100.9959	億円

		GPS (1年)	GPS (2年)	GPS (3年)	GPS (4年)	GPS (5年)	BPV	
現在価値②－現在価値①	$BPV = \sum GPS$	-0.0001	-0.0003	-0.0004	-0.0006	-0.0470	-0.0484	億円
		-0.0148	-0.0293	-0.0433	-0.0567	-4.6972	-4.8413	百万円

(参考)各GPSの合計とBPVは一致する

(参考)GPS、BPVは、センシビティ、感応度(デルタ)と呼ばれる

金利カーブのステープ化の計算例



BPV、GPSの計算シート

債券残高(元本)	100	億円
クーポン	1.5	%

		1年	2年	3年	4年	5年	累計	
キャッシュフロー(額面)	CF	1.50	1.50	1.50	1.50	101.50	107.50	億円

	t	1年	2年	3年	4年	5年	累計	
割引率(スポットレート)①	$r①$	0.6327	0.7823	0.9648	1.1384	1.2928	—	
ディスカウントファクター①	$DF① = 1/(1+r①)^t$	0.9937	0.9845	0.9716	0.9557	0.9378	—	
現在価値①	$PV① = CF * DF①$	1.4906	1.4768	1.4574	1.4336	95.1859	101.0443	億円

		1年	2年	3年	4年	5年	
金利変動シナリオ(±bp)	(bp=0.01%)	0	50	100	150	200	bp

	t	1年	2年	3年	4年	5年	累計	
割引率(スポットレート)②	$r②$	0.6327	1.2823	1.9648	2.6384	3.2928	—	
ディスカウントファクター②	$DF② = 1/(1+r②)^t$	0.9937	0.9748	0.9433	0.9011	0.8505	—	
現在価値②	$PV② = CF * DF②$	1.4906	1.4623	1.4149	1.3516	86.3208	92.0402	億円

		1年	2年	3年	4年	5年	累計	
現在価値②－現在価値①		0.0000	-0.0145	-0.0425	-0.0820	-8.8651	-9.0041	億円
		0.0000	-1.4545	-4.2461	-8.1985	-886.5142	-900.4133	百万円



(3)シナリオに基づくリスク量

- ◆ リスクファクターに一定の変動シナリオを仮定して、金融資産・負債の現在価値の変動額を計算し、それをリスク量として捉える。

$$\text{リスク量 } \Delta PV = PV(X + \Delta X) - PV(X)$$

金融資産	シナリオ(例)	リスク量
債券 100億円 (期間5年、クーポン1.5%)	すべての金利が <u>+100bp</u> 上昇する。	100BPV = <u>▲4.7億円</u> (前頁EXCELで計算)
株式 100億円 (TOPIX連動率 $\beta = 0.8$)	<u>TOPIXが30%下落する。</u>	<u>▲24億円</u> (=100 × 0.3 × 0.8)



(3) シナリオに基づくリスク量(続き)

【特徴】

- ◆ 前提(シナリオ)と結果(リスク量)の関係が明確。
- ◆ 但し、前提(シナリオ)が実現する確率が分からない。

【利用方法】

- ◆ ポジション管理(リスク枠の設定)

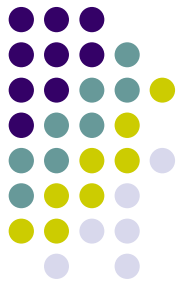
(例) 全グリッドの金利 +1bp

その他リスクファクターの単位変化 など

- ◆ ストレステスト

(例) 金利上昇 +100~200bp

株価下落 ▲50% など



3. 「確率」を伴うリスク指標

(1) VaR (バリュー・アット・リスク)

- ・VaRの定義

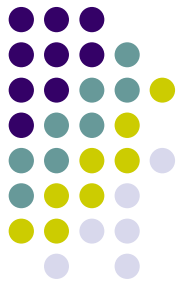
- ・概念図

(2) VaR計測方法

(3) VaR計測の前提

(4) バックテストによる検証

(5) VaRの限界とストレステスト



(1) VaR (バリュー・アット・リスク)

ここでのVaRの定義

- ◆ 過去の一定期間 (観測期間) の金利、株価、為替等 (リスクファクター) の変動データにもとづき
- ◆ 将来のある一定期間 (保有期間) のうちに
- ◆ ある一定の確率 (信頼水準) の範囲内で
- ◆ 当該金融資産が被る可能性のある最大損失額を 統計的手法により推定し、それをVaRとする。

VaRの特徴を一言でいうと、

- 「過去」のデータを利用して
- 統計的手法で「推定」される
- 「確率」を伴うリスク指標

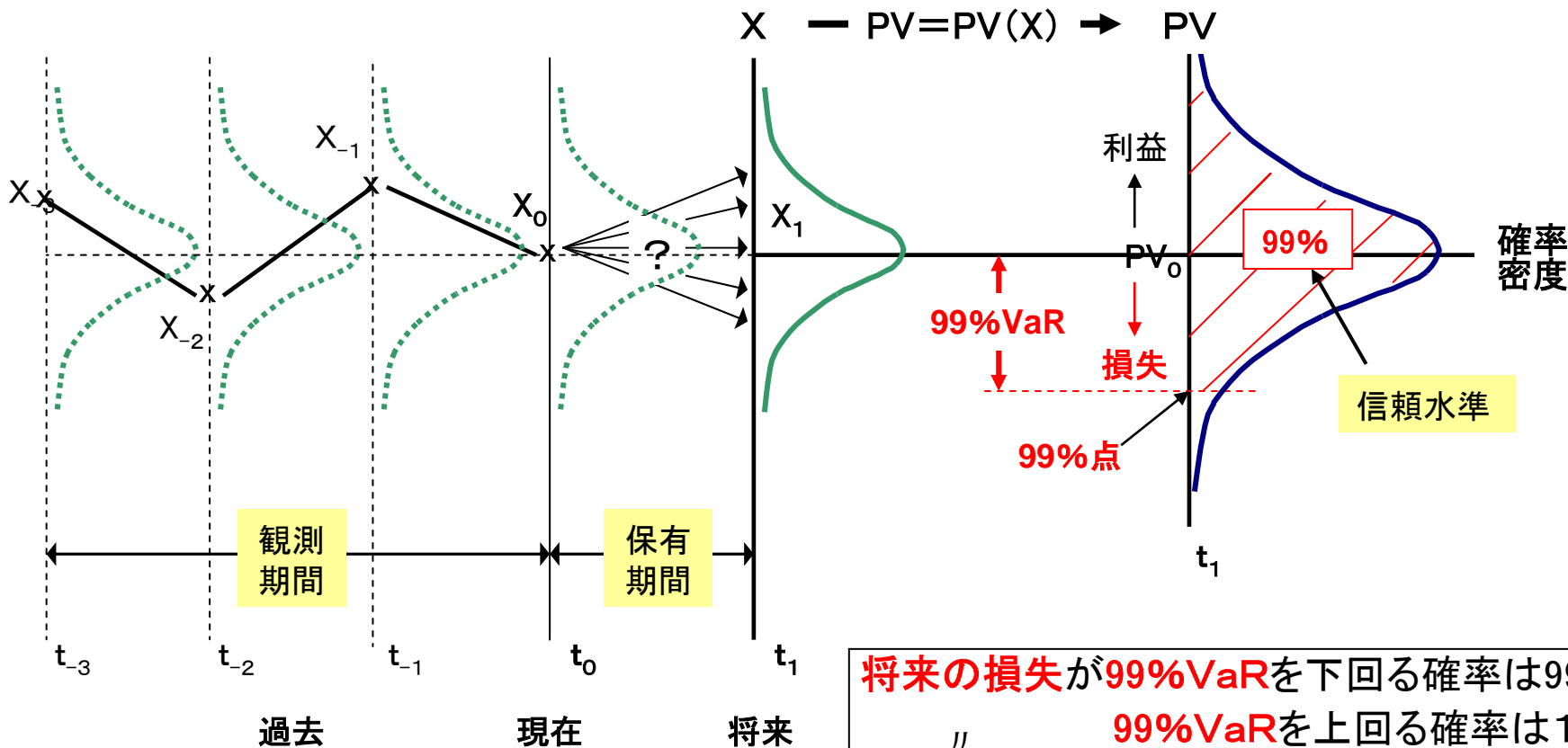
VaRの概念図



(例) 株式投信100億円 (TOPIXに完全連動)

リスクファクターXの推移と、その確率分布

現在価値PVの確率分布



将来の損失が99% VaRを下回る確率は99%
 // 99% VaRを上回る確率は1%

(注) の面積(=確率)は全体の99% 24

(注) 山下智志(「市場リスクの計量化とVaR」2000)を参考に日本銀行が作成



3. 「確率」を伴うリスク指標

(1) VaR (バリュー・アット・リスク)

(2) VaR計測方法

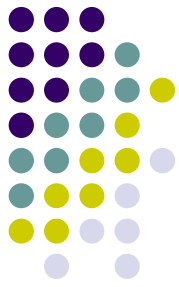
- ・分散共分散法 (デルタ法)
- ・モンテカルロ・シミュレーション法
- ・ヒストリカル法

(3) VaR計測の前提

(4) バックテストによる検証

(5) VaRの限界とストレステスト

(2) VaRの計測方法



分散共分散法(デルタ法)

リスクファクターが正規分布にしたがって変動し、その変動に対する資産の現在価値の変化額(感応度)が一定であると仮定して、VaRを算出する。

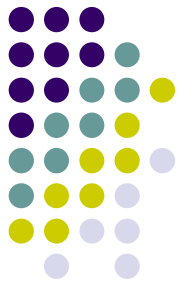
(利点)

- ◆ VaRの算出が容易。

(欠点)

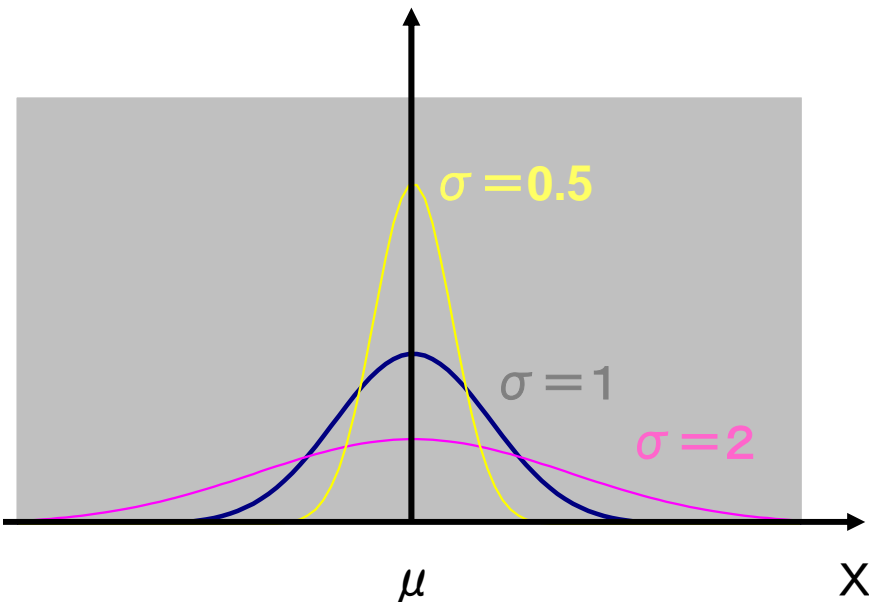
- ◆ リスクファクターの変動が必ずしも正規分布にしたがうとは限らない(例えば、実際のリスクファクターの分布が、裾野が厚いファット・テイルの場合、VaRはリスクを過少評価する)。
- ◆ 感応度(デルタ)が一定にならない非線形リスクの強い商品の場合、VaRはリスクを正しく評価できない。

(参考) 正規分布

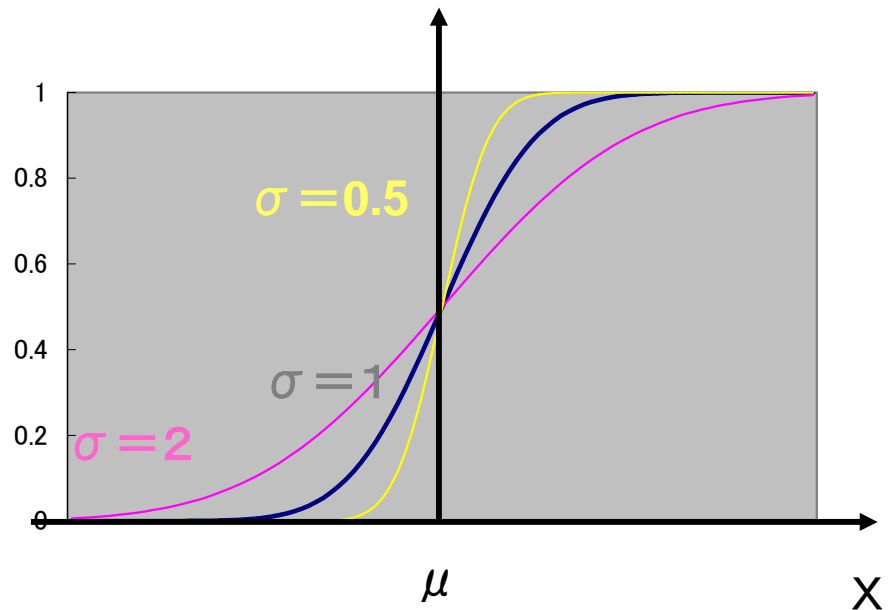


- ◆ 左右対称の釣鐘型をした確率分布。
- ◆ 平均(μ)、標準偏差(σ)を与えると分布の形状が決まり、記号 $N(\mu, \sigma^2)$ で表す。

確率密度



累積確率密度



- ◆ なお、平均(μ) = 0、標準偏差(σ) = 1の正規分布を標準正規分布と言い、 $N(0,1)$ と表す。



(参考) 正規分布の特徴

- ◆ リスクファクター X が平均 μ からどれだけ離れているか(標準偏差 σ の何倍離れているか)という情報から、 X がその値以下の値となる確率が判る。
- ◆ 例えば、 X が $N(0, \sigma^2)$ の正規分布にしたがって生起するとき、

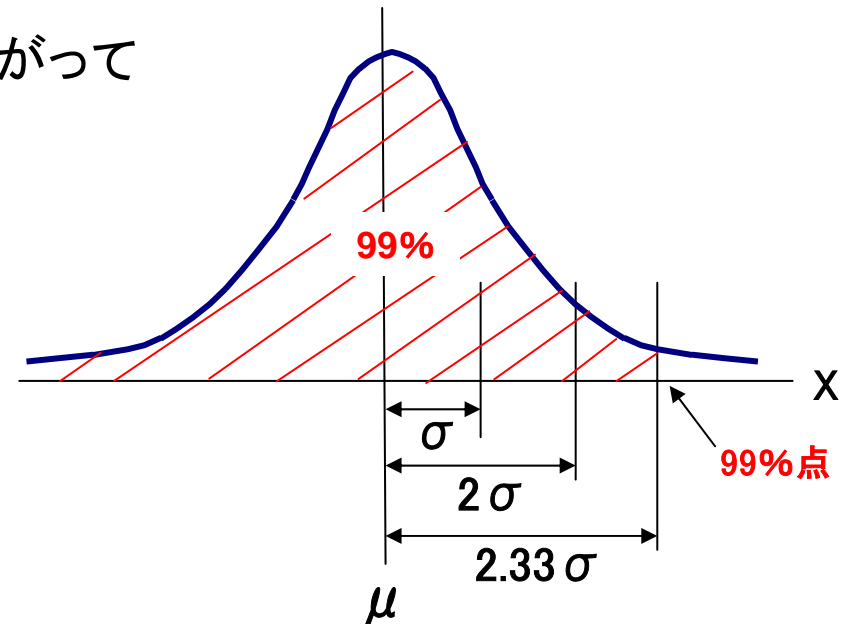
$X \leq \sigma$ となる確率は 84.1%

$X \leq 2\sigma$ となる確率は 97.7%

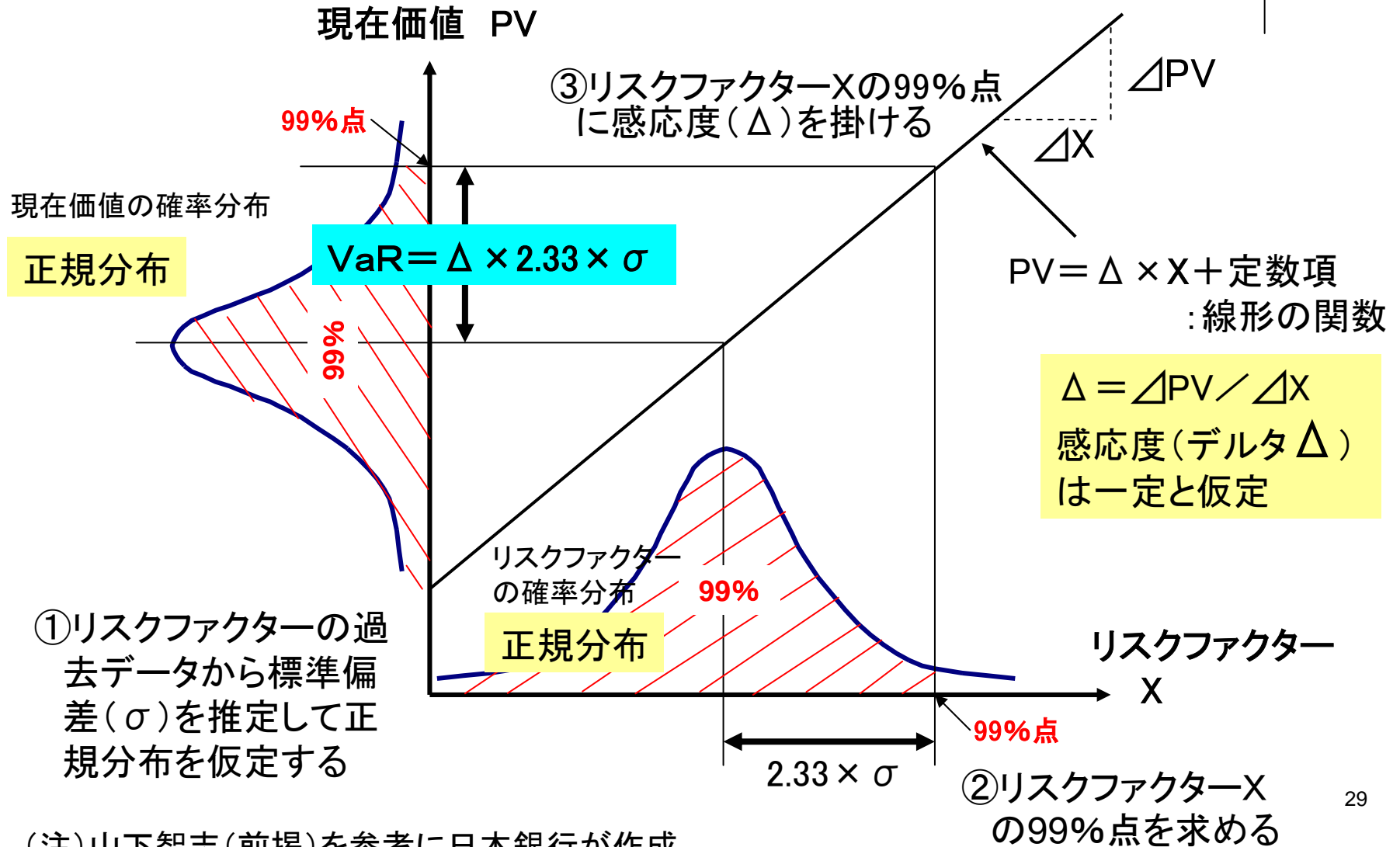
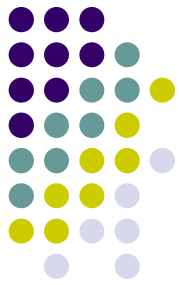
$X \leq 2.33\sigma$ となる確率は **99.0%**

$X \leq 3\sigma$ となる確率は 99.9%

となることが知られている。



リスクファクターが正規分布にしたがって変動し、その変動に対する現在価値の感応度(デルタ)が一定とすると、現在価値も正規分布にしたがう(イメージ図)



(注) 山下智志(前掲)を参考に日本銀行が作成

分散共分散法の計算例①



(例) 投信残高(PV) : 100億円 (TOPIXに完全連動)

リスクファクター(X): TOPIXの10日間変化率

(注1)

~ 正規分布 $N(0, \sigma^2)$ にしたがって変動すると仮定

観測期間 : 250日

保有期間 : 10日間

信頼水準 : 99%

現在価値の変化額 = 100億円 × TOPIXの10日間変化率

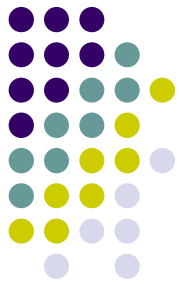
$$\text{VaR} = \boxed{\text{感応度}(\Delta)} \times \boxed{2.33 \times \text{リスクファクターの標準偏差}(\sigma)}$$

$$= \boxed{100\text{億円}^{(\text{注2})}} \times \boxed{2.33 \sigma}$$

(注1) リスクファクターとしては、金利、為替、株価等の変化率(幅)を利用することが多い。

(注2) 感応度(Δ)は100億円(=現在価値の変動額÷TOPIXの10日間変化率)

分散共分散法の計算例①(続き)



VaRの計算シート

分散共分散法(MW法)

株式投信	100	億円
------	-----	----

保有期間	10	日
信頼水準	99.00	%
信頼係数 (関数NORMSINV)	2.33	
標準偏差(σ) (関数STDEVA)	3.869	%

観測データ	250
-------	-----



	TOPIX	(MW法)	10日間 変化率(%)
2006/9/29	1610.73	→	0.785
2006/9/28	1602.57	→	1.194
2006/9/27	1591.04	→	0.319
2006/9/26	1549.41	→	-2.994
2006/9/25	1559.78	→	-3.783
2006/9/22	1563.60	→	-3.139
2006/9/21	1580.08	→	-3.894
2006/9/20	1570.18	→	-5.040
2006/9/19	1591.98	→	-3.538
2006/9/15	1593.43	→	-2.474
2006/9/14	1598.13	→	-2.248
2006/9/13	1583.55	→	-1.822
2006/9/12	1585.98	→	-1.875

10日間予想変化率(99%点)	感応度	VaR
9.00	100	9.00 億円

× =

MW法 : ムービング・ウィンドウ法

変化率 : 対数変化率



(参考)対数変化率

日次対数変化率

$$\log \frac{X_t}{X_{t-1}} \doteq \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}} = \frac{X_t}{X_{t-1}} - 1$$

10日間対数変化率

$$\log \frac{X_t}{X_{t-10}} \doteq \frac{X_t - X_{t-10}}{X_{t-10}} = \frac{X_t}{X_{t-10}} - 1$$

- ◆ 対数変化率は、通常の変化率と近似的に等しいことが知られている。
- ◆ \log (自然対数)は、Excelでは関数LN(・)で与えられる。

(参考)対数変化率の特徴

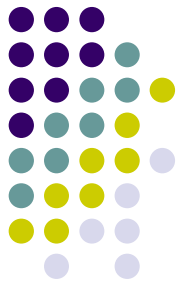


- ◆ 個々の期間の変化率を合算すると、期間全体の変化率となる。
 - 対数変化率は、同率の低下、上昇により、元の値に戻る。
 - 10日間対数変化率は、日次対数変化率(10日分)の和となる。

	変化率(日次)	対数変化率(日次)
100	0.0101	0.0101
99	-0.0100	-0.0101
100	0.0526	0.0513
95	-0.0500	-0.0513
100	0.1111	0.1054
90	-0.1000	-0.1054
100	0.2500	0.2231
80	-0.2000	-0.2231
100	0.4286	0.3567
70	-0.3000	-0.3567
100	0.6667	0.5108
60	-0.4000	-0.5108
100	1.0000	0.6931
50	-0.5000	-0.6931
100	—	—

		対数変化率(日次)
X10	100	0.2877
X9	75	-0.4700
X8	120	1.3863
X7	30	-0.6931
X6	60	-0.9163
X5	150	0.5108
X4	90	1.0986
X3	30	-0.6931
X2	60	-0.2877
X1	80	-0.1178
X0	90	—
$\sum \log(X_t/X_{t-1})$		0.1054

	対数変化率(10日間)
$\log(X_{10}/X_0)$	0.1054



保有期間調整(ルートT倍法)

- ◆ リスクファクターが日次データ(対数変化率or変化幅)から、保有期間T日間のVaRを計測する時に、保有期間調整を行うための方法。

日次ベースの対数変化率(or 変化幅) $X_1, X_2, X_3, \dots, X_T$ が

分散 σ^2 (注1)

標準偏差 σ の「同一の分布」にしたがい、かつ「互いに独立」の時、

T日間の対数変化率(or 変化幅) $X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_T$ の

分散は $T \times \sigma^2$ (注2)

標準偏差は $\sqrt{T} \times \sigma$ となる

(注1) リスクファクター X_1, \dots, X_T が「互いに独立」とは、リスクファクターが互いに影響を及ぼさずに生起すること。

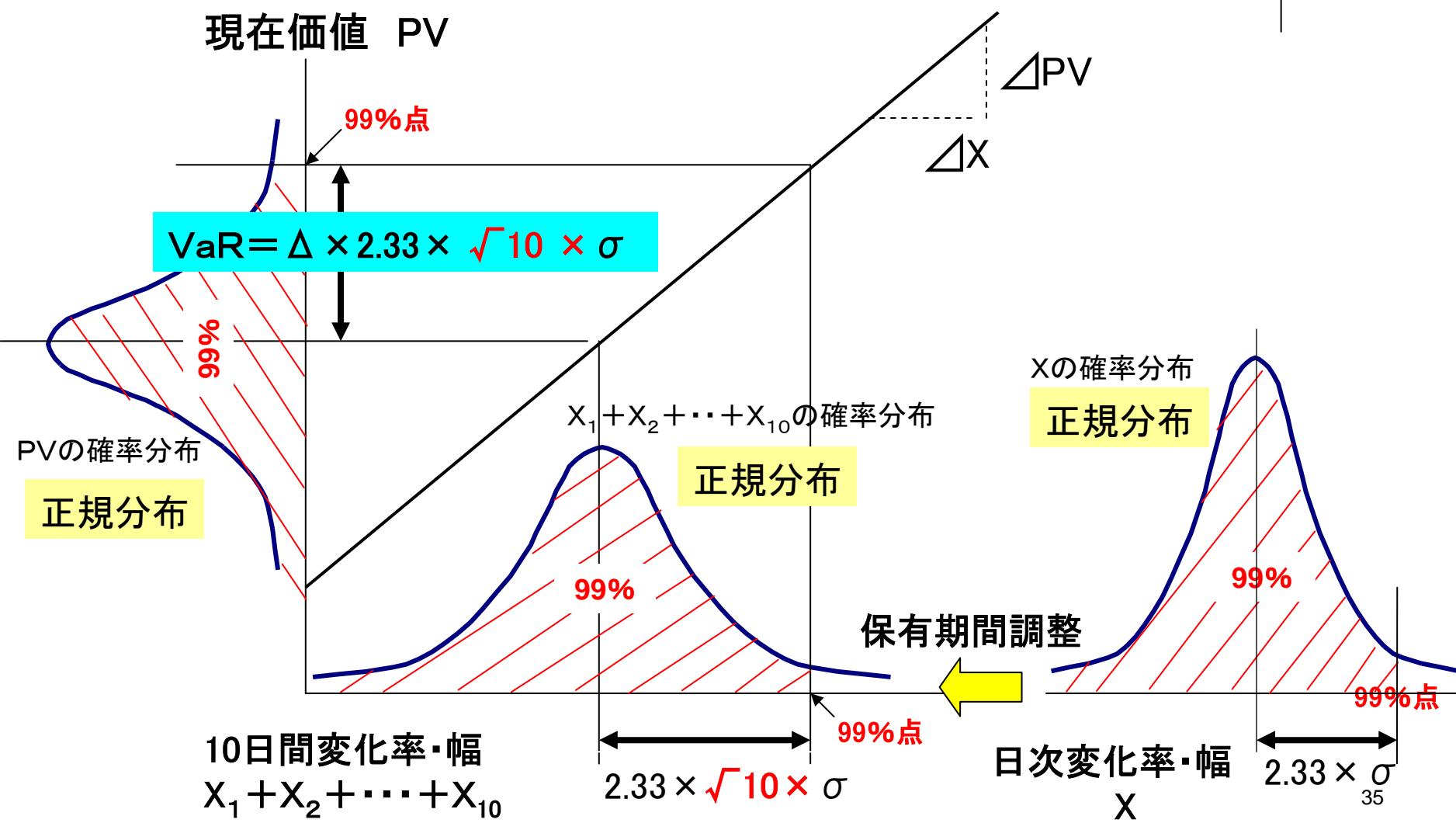
(注2) X_1, \dots, X_T が独立の時、 $X_1 + \dots + X_T$ の分散 $V(X)$ は、以下のとおり。

$$V(X_1) = V(X_2) = \dots = V(X_T) = \sigma^2$$

$$V(X_1 + \dots + X_T) = V(X_1) + V(X_2) + \dots + V(X_T) = T \times \sigma^2$$



ルートT倍法による保有期間調整 (イメージ図)





分散共分散法(ルートT倍法)の計算例②

VaRの計算シート

株式投信	100	億円
------	-----	----

観測データ	250
-------	-----

分散共分散法(ルートT倍法)

保有期間	10	日
信頼水準	99.00	%
信頼係数 (関数NORMSINV)	2.33	
日次・標準偏差 (関数STDEVA)	1.241	%
保有期間調整 (保有期間) ^{0.5}	3.162	

↑

↓

正規分布を想定 ↑

↓ 信頼計数 × 日次・標準偏差 × √T

	TOPIX
2006/9/29	1610.73
2006/9/28	1602.57
2006/9/27	1591.04
2006/9/26	1549.41
2006/9/25	1559.78
2006/9/22	1563.60
2006/9/21	1580.08
2006/9/20	1570.18
2006/9/19	1591.98
2006/9/15	1593.43
2006/9/14	1598.13
2006/9/13	1583.55
2006/9/12	1585.98

→

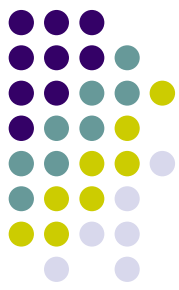
日次 変化率
0.508
0.722
2.651
-0.667
-0.245
-1.048
0.629
-1.379
-0.091
-0.295
0.917
-0.153
-0.661

予想変化率(%)
9.13

感応度
100

VaR
9.13

億円

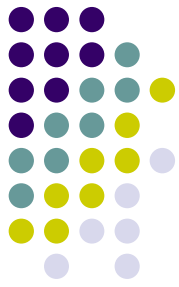


リスクファクターが複数の場合

(例) 国債と株式投信からなるポートフォリオ

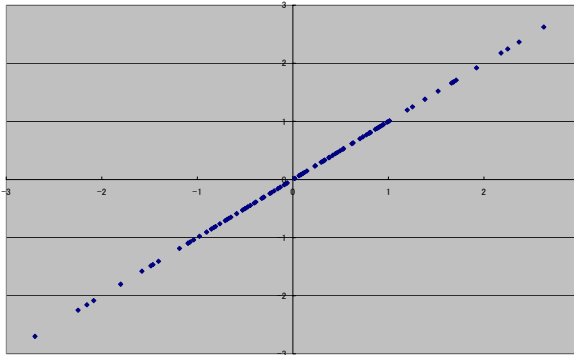
- ◆ リスクファクターは「国債価格の変化率」と「株価の変化率」。
 - 国債価格の変動と株価の変動には負の相関が認められる。
国債価格 ↑(↓) 株価 ↓(↑)
 - ポートフォリオ全体の現在価値をみるとき、両者の変動が互いの影響を相殺し合うことがある。
- ◆ ポートフォリオ全体のVaRは、国債VaRと株式投信VaRの単純合算よりも小さくなる(ポートフォリオ効果)。
 - ポートフォリオ効果は、相関係数($-1 \leq \rho \leq 1$)の値により変化する。
 - 相関係数 = 1となる場合、ポートフォリオ全体のVaRは、単独VaRの単純合算となる。

(参考) 相関係数と散布図

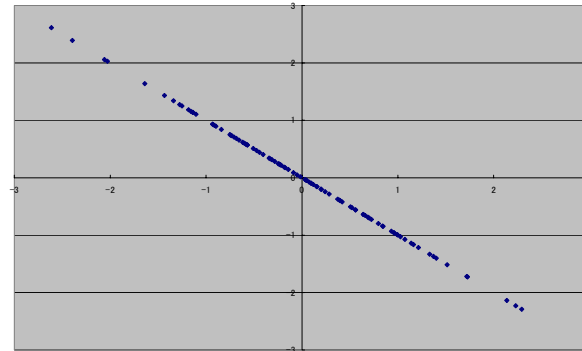


◆ 相関係数は、2つの変量の直線的な比例関係の強さを示す指標。

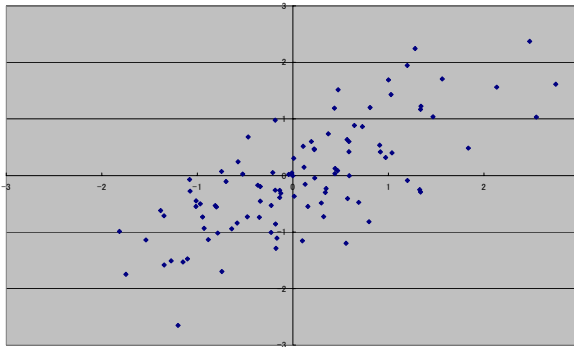
$\rho = 1.0$
(正の完全相関)



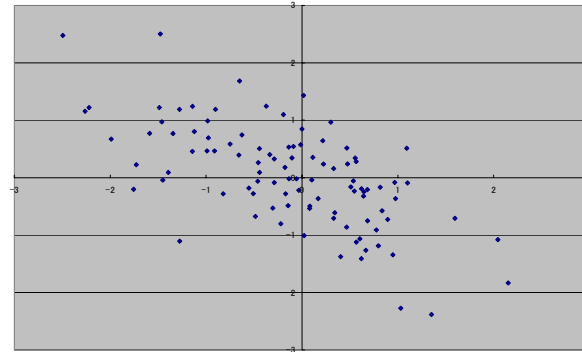
$\rho = -1.0$
(負の完全相関)



$\rho = 0.7$



$\rho = -0.7$



相関係数の定義

$$\rho_{xy} = \text{COV}(X,Y) / \sigma_x \sigma_y$$

COV(X,Y) : X,Yの共分散 $= (1/N-1) * \sum (X_t - EX)(Y_t - EY)$

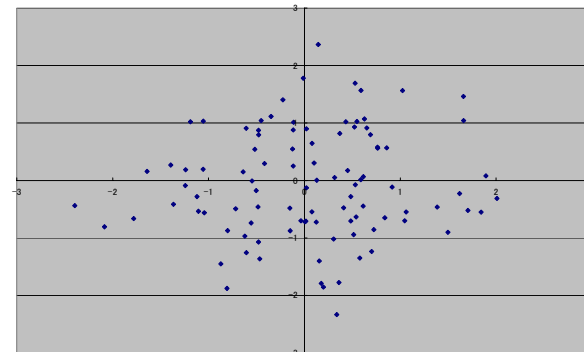
σ_x : Xの標準偏差

EX : Xの平均値

σ_y : Yの標準偏差

EY : Yの平均値

$\rho = 0$
(無相関)



分散共分散法の計算例③

ー リスクファクターが2つの場合



VaRの計算シート 分散共分散法(MW法)

【ポートフォリオ】

株式投信	100	億円
10年割引国債	100	億円

保有期間	10	日
信頼水準	99.00	%

観測データ	250	日
-------	-----	---

	TOPIX 10日間変化率	10年割引国債 10日間変化率
2006/9/29	0.785	-0.098
2006/9/28	1.194	0.010
2006/9/27	0.319	0.177
2006/9/26	-2.994	0.315
2006/9/25	-3.783	0.688
2006/9/22	-3.139	0.560
2006/9/21	-3.894	-0.088
2006/9/20	-5.040	0.295
2006/9/19	-3.538	-0.010
2006/9/15	-2.474	0.098
2006/9/14	-2.248	-0.197
2006/9/13	-1.822	0.187
2006/9/12	-1.875	0.403
2006/9/11	-0.235	0.433
2006/9/8	0.007	0.118
2006/9/7	-0.591	1.179
2006/9/6	0.155	1.228
2006/9/5	0.582	1.051
2006/9/4	1.534	1.296
2006/9/1	-0.495	1.964
2006/8/31	0.184	1.837

株式投信	単独VaR	=	標準偏差	× 信頼係数	× 感応度
割引国債	9.00		3.8686	2.33	100
	1.99		0.8568	2.33	100

単純合算	ポートVaR	①
相関考慮後	8.35	②

①>②:ポートフォリオ効果

投信VaR	国債VaR
9.00	1.99

相関行列		9.00	投信VaR
1	-0.4258	1.99	国債VaR
-0.4258	1		

行列計算(関数MMULT)

8.1511	-1.8385
--------	---------

行列計算(同)

VaR ² :	69.69
VaR:	8.35

投信感応度	国債感応度
100.00	100.00

分散共分散行列		100.00	投信感応度
14.96626	-1.3938	100.00	国債感応度
-1.3938	0.7364709		

行列計算(関数MMULT)

1357.2481	-65.7303
-----------	----------

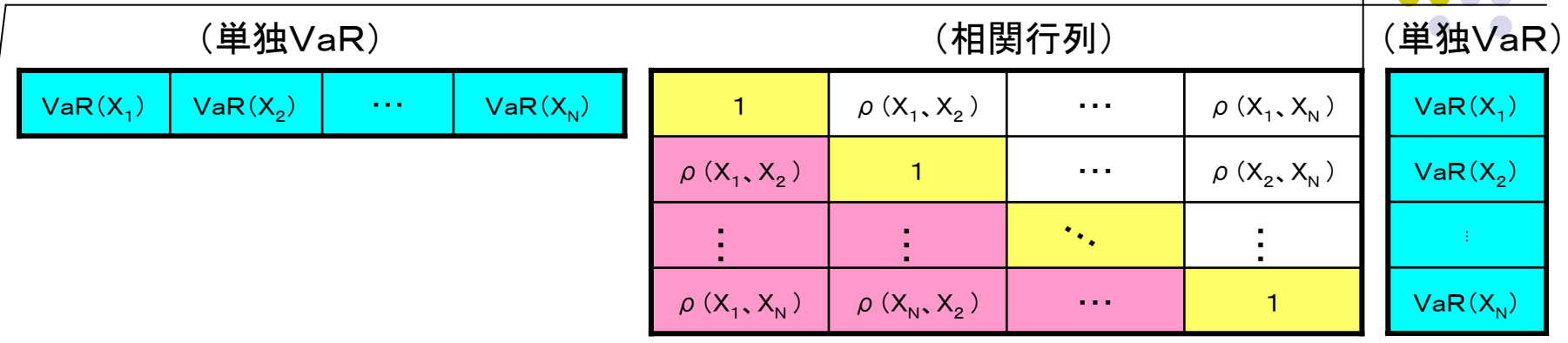
行列計算(同)

ポート分散:	12.92	(単位調整)
ポート標準偏差:	3.59	
信頼係数	2.33	
ポートVaR	8.35	



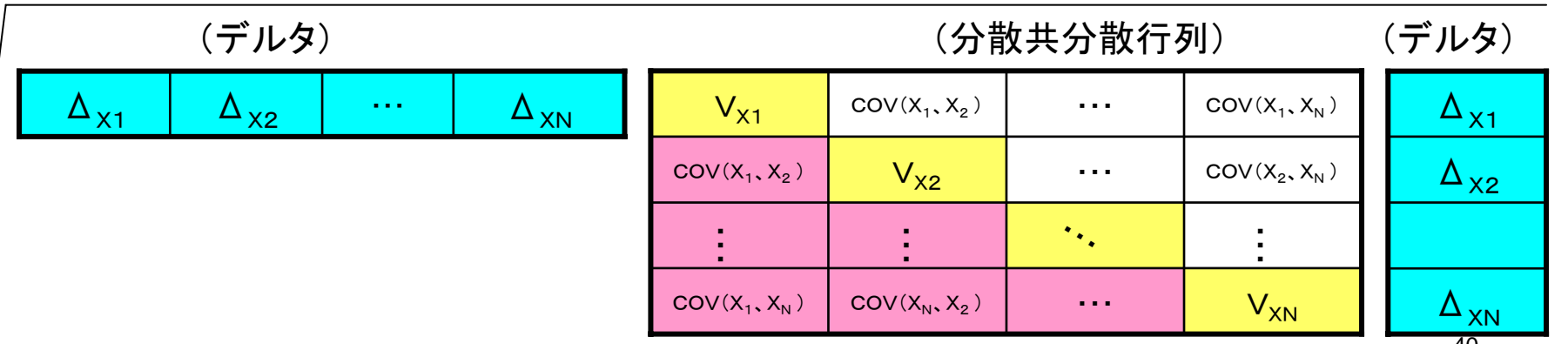
相関考慮後のVaR計算式①

相関考慮後のポートフォリオVaR =



相関考慮後のVaR計算式②

ポートフォリオ現在価値の標準偏差(σ_p) =



相関考慮後のポートフォリオVaR = 信頼係数 × σ_p



モンテカルロ・シミュレーション法

乱数を利用して、繰り返しリスクファクターの予想値を生成する。そのリスクファクターの予想値を利用して、資産の予想価値を算出する。こうして得られた予想価値の分布をもとに、信頼水準に相当するパーセント点からVaRを求める。

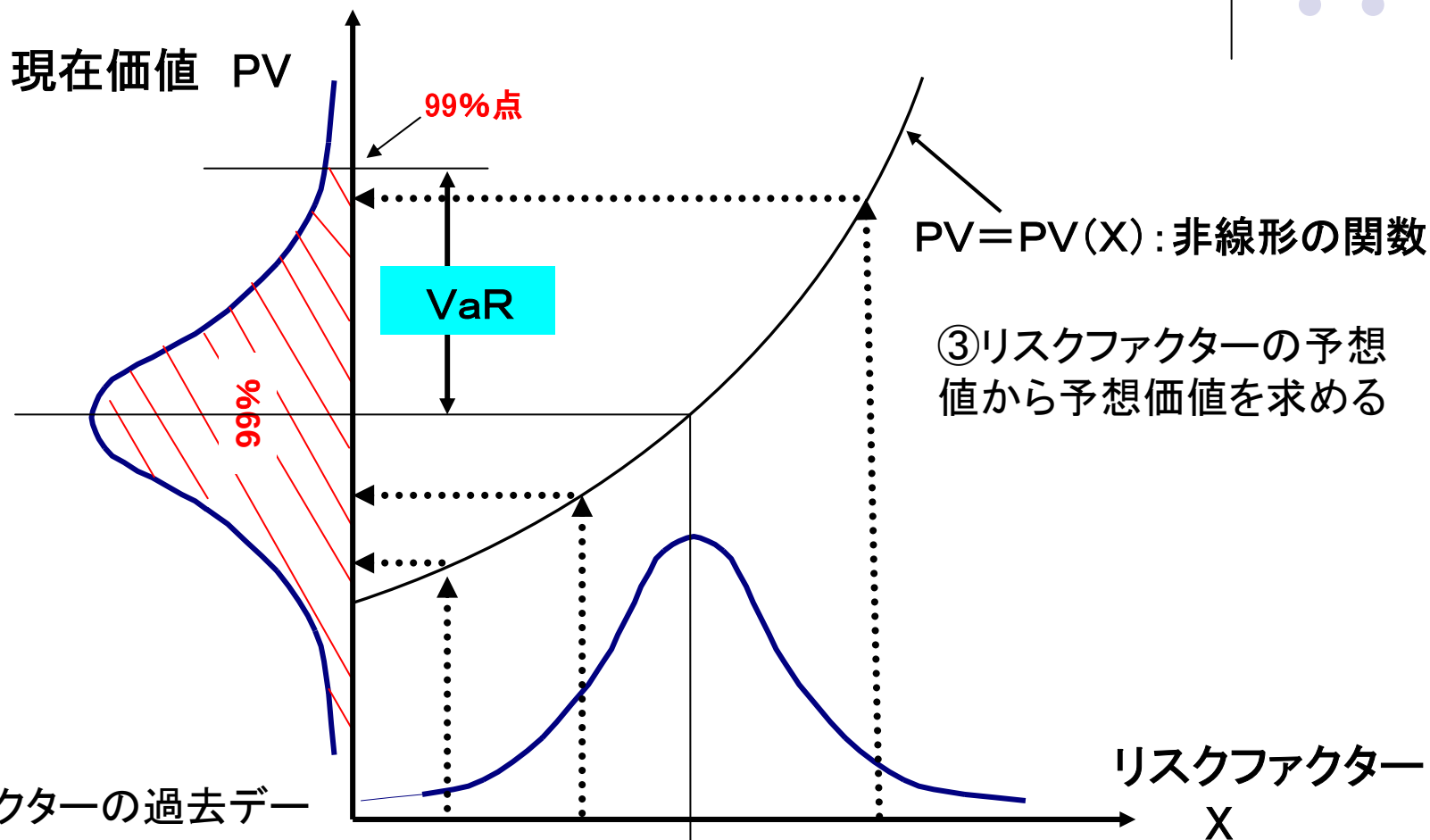
(利点)

- ◆ リスクファクターの確率分布について、正規分布以外も想定可能。
- ◆ 非線型リスクの強い商品の評価が可能。

(欠点)

- ◆ 複雑なモデルで大量のデータを扱うと、計算結果の収束に時間がかかる。

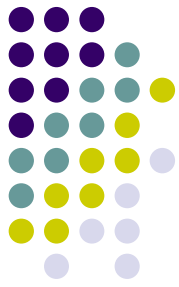
乱数を利用し、繰り返しリスクファクターの予想値を生成。
その予想値にもとづき、多数の予想価値を求めて、分布
を求める(イメージ図)



①リスクファクターの過去データの特性(σ 等)から確率分布を仮定する

(注)正規分布以外の分布も仮定可

②乱数を利用して、繰り返しリスクファクターの予想値を生成する



モンテカルロ・シミュレーション法の計算例①

VaRの計算シート モンテカルロ・シミュレーション法

株式投信 100 億円

保有期間 10 日
 信頼水準 99.0 %

F9キーで再計算

観測データ 250

標準偏差
 (関数STDEVA) 3.869 %

VaR
 8.98 億円

↑

↓ 分布を仮定(ここでは正規分布)

↑

乱数で1万個の予想変化率を生成

関数PERCENTILE

↓ $NORMSINV(RAND()) \times$ 標準偏差

↑

	TOPIX
2006/9/29	1610.73
2006/9/28	1602.57
2006/9/27	1591.04
2006/9/26	1549.41
2006/9/25	1559.78
2006/9/22	1563.60
2006/9/21	1580.08
2006/9/20	1570.18
2006/9/19	1591.98
2006/9/15	1593.43
2006/9/14	1598.13
2006/9/13	1583.55
2006/9/12	1585.98
2006/9/11	1596.50
2006/9/8	1619.92

→ (MW法)

	10日間 変化率(%)
	0.785
	1.194
	0.319
	-2.994
	-3.783
	-3.139
	-3.894
	-5.040
	-3.538
	-2.474
	-2.248
	-1.822
	-1.875
	-0.235
	0.007

	10日間予想 変化率(%)
	-5.4688
	0.4331
	-3.1656
	-5.1999
	0.6568
	1.1549
	-1.9467
	2.2789
	1.4605
	1.5911
	-4.6989
	-3.2356
	-0.4068
	-3.2500
	-1.5758

	残高
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00
	100.00

	10日間 予想増減額
	-5.4688
	0.4331
	-3.1656
	-5.1999
	0.6568
	1.1549
	-1.9467
	2.2789
	1.4605
	1.5911
	-4.6989
	-3.2356
	-0.4068
	-3.2500
	-1.5758

億円

⋮

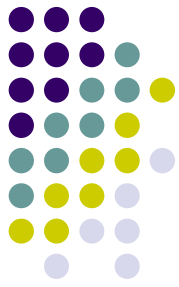
⋮

⋮

⋮

⋮

モンテカルロ・シミュレーション法の計算例②



VaRの計算シート

モンテカルロ・シミュレーション法

10年割引国債 100 億円

保有期間 10 日
信頼水準 99.0 %

観測データ 250

標準偏差 (関数STDEVA) 0.087 %

F9キーで再計算

VaR
1.98 億円

↑

↓ 分布を仮定 (ここでは正規分布)

↑

乱数で1万個の予想変化幅を生成
NORMSINV(RAND()) × 標準偏差

関数PERCENTILE

↑

	10年割引国債 スポットレート
2006/9/29	1.733
2006/9/28	1.715
2006/9/27	1.715
2006/9/26	1.676
2006/9/25	1.69
2006/9/22	1.684
2006/9/21	1.748
2006/9/20	1.729
2006/9/19	1.75
2006/9/15	1.71
2006/9/14	1.723
2006/9/13	1.716
2006/9/12	1.733
2006/9/11	1.708
2006/9/8	1.76

→ (MW法)

	10日間 変化幅(%)
	0.010
	-0.001
	-0.018
	-0.032
	-0.070
	-0.057
	0.009
	-0.030
	0.001
	-0.010
	0.020
	-0.019
	-0.041
	-0.044
	-0.012

	10日間予想 変化幅(%)
	-0.0477
	0.1620
	-0.0367
	0.0010
	0.0038
	-0.0164
	-0.0910
	0.1242
	-0.0549
	-0.0034
	-0.0290
	0.2180
	0.0492
	0.0116
	-0.0620

非線形関数 $\Delta PV = PV_0 * ((1+r)^{10} / (1+r+X)^{10} - 1)$	
100	× 0.0047
100	× -0.0158
100	× 0.0036
100	× -0.0001
100	× -0.0004
100	× 0.0016
100	× 0.0090
100	× -0.0121
100	× 0.0054
100	× 0.0003
100	× 0.0029
100	× -0.0212
100	× -0.0048
100	× -0.0011
100	× 0.0061

	10日間 予想増減額	億円
	0.4705	
	-1.5789	
	0.3613	
	-0.0102	
	-0.0371	
	0.1612	
	0.8988	
	-1.2128	
	0.5409	
	0.0331	
	0.2856	
	-2.1174	
	-0.4821	
	-0.1137	
	0.6117	

⋮

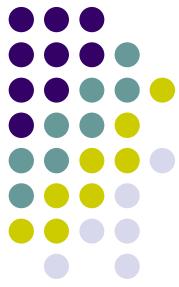
⋮

⋮

⋮

⋮

⋮



ヒストリカル・シミュレーション法

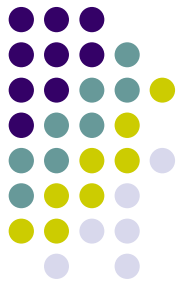
過去のリスクファクターを利用して、予想価値を算出する。
こうして得られた予想価値の分布をもとに、信頼水準に相当するパーセント点からVaRを求める。

(利点)

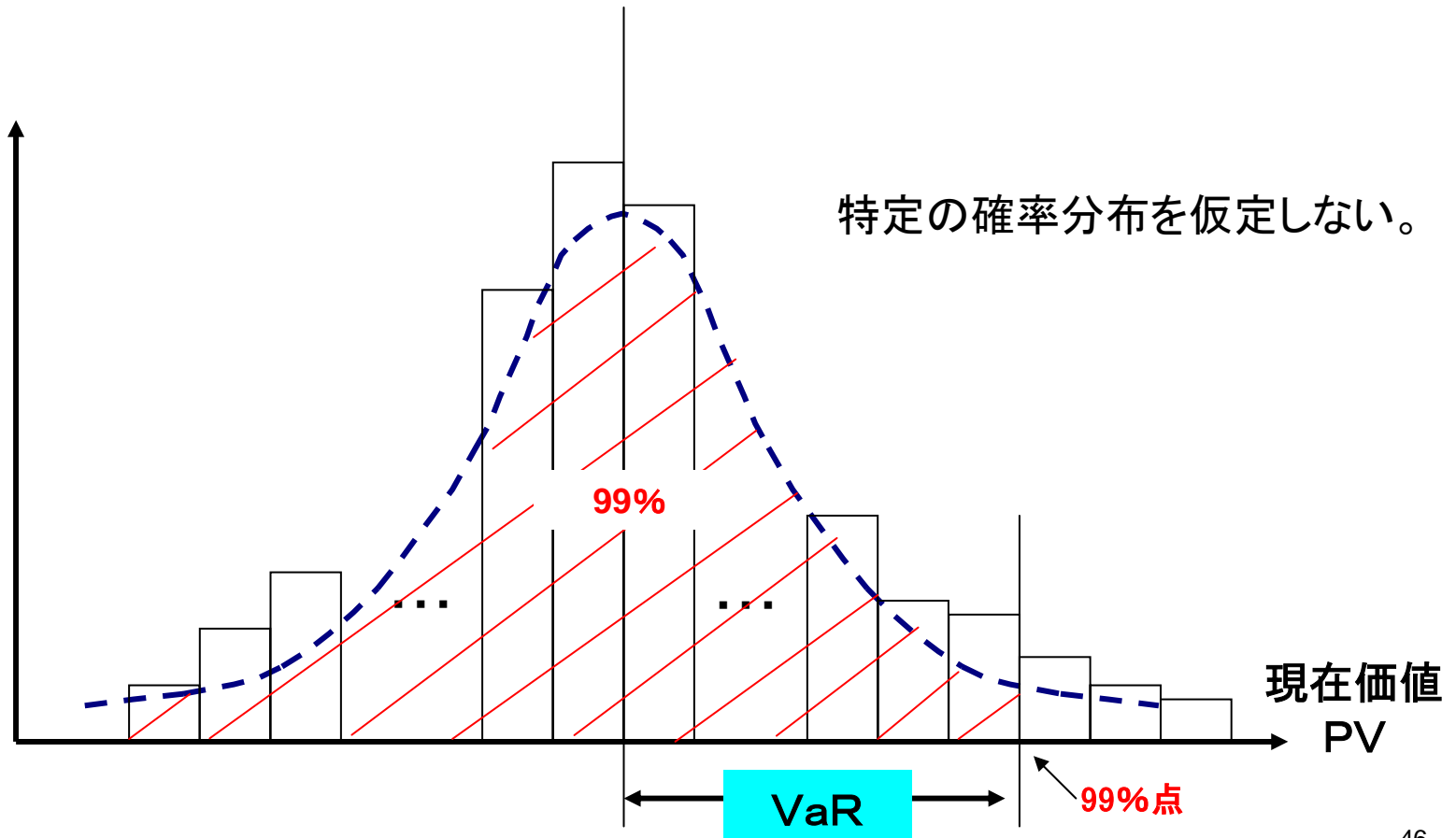
- ◆確率分布として特定の分布を仮定しない(過去のデータ変動にもとづく分布をそのまま利用する)。

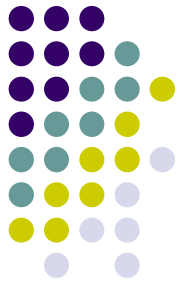
(欠点)

- ◆各手法とも、遠い過去のデータに引摺られたり、データ数が少ないと計測結果が不安定化するが、とくにヒストリカル法では、その傾向が顕著となる。



ヒストリカル・シミュレーション法は、過去のデータ変動そのまま利用して予想価値の分布を求める(イメージ図)





ヒストリカル・シミュレーション法の計算例

VaRの計算シート

ヒストリカル・シミュレーション法

株式投信 100 億円

保有期間 10 日
信頼水準 99.0 %

観測データ 250

VaR
8.40 億円

↑
関数PERCENTILE
↑

	TOPIX	→ (MW法)	10日間 変化率(%)	×	残高	=	10日間 予想増減額	億円
	2006/9/29	1610.73	0.785	×	100.00	=	0.7853	億円
	2006/9/28	1602.57	1.194	×	100.00	=	1.1939	
	2006/9/27	1591.04	0.319	×	100.00	=	0.3185	
	2006/9/26	1549.41	-2.994	×	100.00	=	-2.9940	
	2006/9/25	1559.78	-3.783	×	100.00	=	-3.7832	
	2006/9/22	1563.60	-3.139	×	100.00	=	-3.1390	
	2006/9/21	1580.08	-3.894	×	100.00	=	-3.8939	
	2006/9/20	1570.18	-5.040	×	100.00	=	-5.0403	
	2006/9/19	1591.98	-3.538	×	100.00	=	-3.5385	
	2006/9/15	1593.43	-2.474	×	100.00	=	-2.4744	
	2006/9/14	1598.13	-2.248	×	100.00	=	-2.2478	
	2006/9/13	1583.55	-1.822	×	100.00	=	-1.8216	
	2006/9/12	1585.98	-1.875	×	100.00	=	-1.8745	
	2006/9/11	1596.50	-0.235	×	100.00	=	-0.2346	
	2006/9/8	1619.92	0.007	×	100.00	=	0.0068	
	2006/9/7	1613.46	-0.591	×	100.00	=	-0.5914	

VaRの比較

株式投信100億円

《観測期間250日、保有期間10日間、信頼水準99.0%》



	MW法	ルートT倍法
分散共分散法	9.00億円	9.13億円
MS法	8.98億円	8.95億円
HS法	8.40億円	—

- ◆ VaR(推定値)は、いずれも9億円前後。
- ◆ VaRモデルの適切性については、検証が必要。



3. 「確率」を伴うリスク指標

(1) VaR(バリュー・アット・リスク)

(2) VaR計測方法

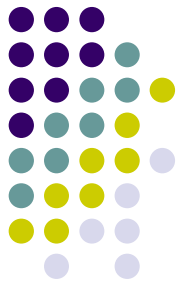
(3) VaR計測の前提

・信頼水準、保有期間の設定

・観測期間の決定

(4) バックテストによる検証

(5) VaRの限界とストレステスト



(3) VaR計測の前提

信頼水準、保有期間の設定

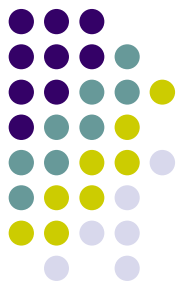
- ◆ VaRの計測にあたっては、計測目的を明確にしたうえで、以下の点に留意しつつ、信頼水準、保有期間などのパラメータを適切に設定することが重要。

① 信頼水準

- リスク管理の基本方針との整合性を確保する。
- 信頼水準を上げると、観測データが少ない場合、計測値が不安定化する。

② 保有期間

- リスク評価の頻度やリスク・ポジションの解消・再構築に要する期間との整合性を確保する。



Q. 保有期間が異なると、相関を考慮したVaRを計測することはできないのか。

A. 保有期間を統一しないと、相関を考慮したVaRを計測することはできない。こうした技術的制約を踏まえ、VaR計測の目的に応じた合理的な前提の置き方を考える必要がある。

例えば、**経営体力の十分性を検証**することを目的とするならば、通常の市場性資産と、流動化の難しい政策株式や仕組債を一緒にして短期(3ヵ月など)の保有期間で、相関を考慮したVaRを計測すると、リスクを過少評価する。

このようなケースでは、長めの保有期間(1年など)で統一して相関を考慮したVaRを計測するか、あるいは、保有期間を敢えて統一せず、リスク量を単純合算したうえで、十分な資本があるか否かを検証する対応が考えられる。

このほかに、**リスク量の全体感、方向性をフォロー**することを主な目的とするならば、保有期間をある一定の「リスク評価期間」で統一して、相関を考慮したVaRを継続的に計測することが考えられる。



信頼水準の変更例(99.0%→99.5%)

VaRの計算シート

分散共分散法(ルートT倍法)

株式投信 100 億円

観測データ 250

保有期間	10	日
信頼水準	99.50	%
信頼係数 (関数NORMSINV)	2.58	
日次・標準偏差 (関数STDEVA)	1.241	%
保有期間調整 (保有期間) ^{0.5}	3.162	

↑ ↓

正規分布を仮定 ↑

↓ 信頼計数 × 日次・標準偏差 × √T

	TOPIX
2006/9/29	1610.73
2006/9/28	1602.57
2006/9/27	1591.04
2006/9/26	1549.41
2006/9/25	1559.78
2006/9/22	1563.60
2006/9/21	1580.08
2006/9/20	1570.18
2006/9/19	1591.98
2006/9/15	1593.43
2006/9/14	1598.13
2006/9/13	1583.55
2006/9/12	1585.98

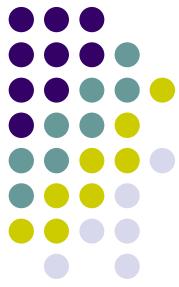
→

日次 変化率
0.508
0.722
2.651
-0.667
-0.245
-1.048
0.629
-1.379
-0.091
-0.295
0.917
-0.153
-0.661

予想変化率(%)	感応度	=	VaR
10.109	100		

⋮

⋮



保有期間の変更例①(10日間→60日間)

VaRの計算シート

分散共分散法(ルートT倍法)

株式投信 100 億円

観測データ 250

保有期間	60	日
信頼水準	99.00	%
信頼係数 (関数NORMSINV)	2.33	
日次・標準偏差 (関数STDEVA)	1.241	%
保有期間調整 (保有期間) ^{0.5}	7.746	

↑

↓

正規分布を仮定 ↑

↓ 信頼計数 × 日次・標準偏差 × √T

	TOPIX
2006/9/29	1610.73
2006/9/28	1602.57
2006/9/27	1591.04
2006/9/26	1549.41
2006/9/25	1559.78
2006/9/22	1563.60
2006/9/21	1580.08
2006/9/20	1570.18
2006/9/19	1591.98
2006/9/15	1593.43
2006/9/14	1598.13
2006/9/13	1583.55
2006/9/12	1585.98

→

日次 変化率
0.508
0.722
2.651
-0.667
-0.245
-1.048
0.629
-1.379
-0.091
-0.295
0.917
-0.153
-0.661

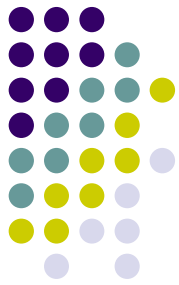
予想変化率(%)
22.363 %

感応度
100

VaR
22.36 億円

⋮

⋮



保有期間の変更例②(10日間→250日間)

VaRの計算シート

分散共分散法(ルートT倍法)

株式投信 100 億円

観測データ 250

保有期間	250	日
信頼水準	99.00	%
信頼係数 (関数NORMSINV)	2.33	
日次・標準偏差 (関数STDEVA)	1.241	%
保有期間調整 (保有期間) ^{0.5}	15.811	

↑ ↓

正規分布を仮定 ↑

↓ 信頼計数 × 日次・標準偏差 × √T

	TOPIX
2006/9/29	1610.73
2006/9/28	1602.57
2006/9/27	1591.04
2006/9/26	1549.41
2006/9/25	1559.78
2006/9/22	1563.60
2006/9/21	1580.08
2006/9/20	1570.18
2006/9/19	1591.98
2006/9/15	1593.43
2006/9/14	1598.13
2006/9/13	1583.55
2006/9/12	1585.98

→

	日次 変化率
	0.508
	0.722
	2.651
	-0.667
	-0.245
	-1.048
	0.629
	-1.379
	-0.091
	-0.295
	0.917
	-0.153
	-0.661

予想変化率(%)	感応度	VaR
45.648	100	45.65 億円

× =

⋮

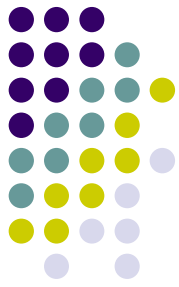
⋮



VaRの比較(計測の前提)

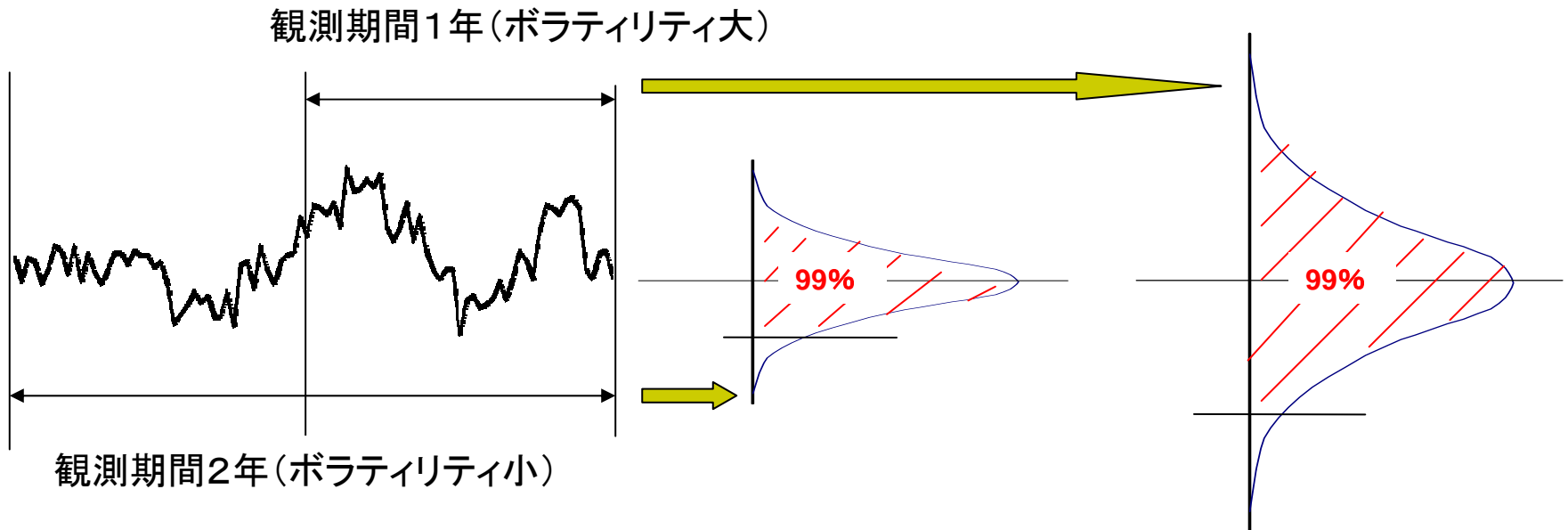
株式投信100億円

	分散共分散法(ルートT倍法)
信頼水準 99%、保有期間10日 観測期間 250日	9.13億円
信頼水準の変更 99% → 99.5%	10.11億円
保有期間の変更① 10日 → 60日	22.36億円
保有期間の変更② 10日 → 250日	45.65億円



観測期間の決定

- ◆ VaRは過去の観測データにもとづいて計算されるため、観測データ・セットが変わると、VaRの計測値も変動する。
- ◆ ボラティリティの大きい期間の観測データから計算されたVaR値は大きくなり、ボラティリティの小さい観測データから計算されたVaRは小さくなる。
- ◆ 過去と将来の連続性をどう考えるか、がポイント。



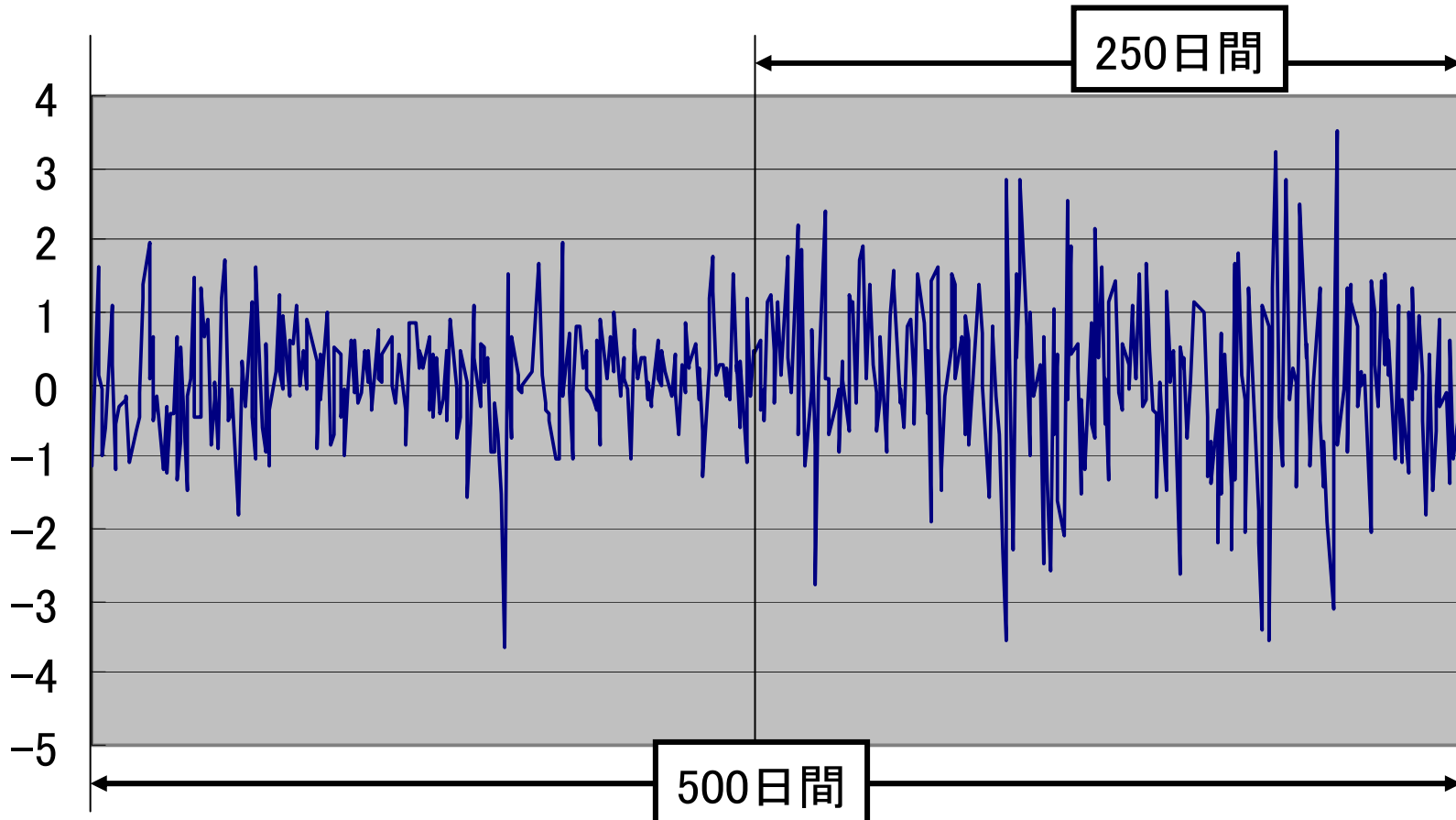


(参考) 観測データ(標準偏差)

TOPIX日次変化率

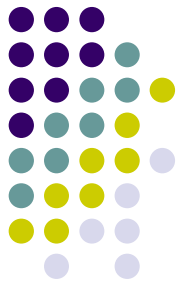
標準偏差 1.24%

観測期間: 05/9/28~06/9/29



標準偏差 1.02%

観測期間: 04/9/17~06/9/29



観測期間の変更例(250日→500日)

VaRの計算シート

分散共分散法(ルートT倍法)

株式投信 100 億円

観測データ 500 日

保有期間	10 日	
信頼水準	99.00 %	
信頼係数 (関数NORMSINV)	2.33	
日次・標準偏差 (関数STDEVA)	1.021 %	(観測データ 250日) 1.241 %
保有期間調整 (保有期間) ^{0.5}	3.162	

↑ ↓

正規分布を想定 ↑

↓ 信頼計数 × 日次・標準偏差 × √T

	TOPIX
2006/9/29	1610.73
2006/9/28	1602.57
2006/9/27	1591.04
2006/9/26	1549.41
2006/9/25	1559.78
2006/9/22	1563.60
2006/9/21	1580.08
2006/9/20	1570.18
2006/9/19	1591.98
2006/9/15	1593.43
2006/9/14	1598.13
2006/9/13	1583.55
2006/9/12	1585.98

→

日次 変化率(%)
0.508
0.722
2.651
-0.667
-0.245
-1.048
0.629
-1.379
-0.091
-0.295
0.917
-0.153
-0.661

日次予想変 化率(99%点)
7.509 %

感応度
100

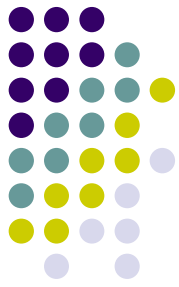
VaR
7.51 億円

(観測データ 250日)

9.13 億円

⋮

⋮



(参考)

「マーケット・リスクを自己資本合意の対象に含めるための改訂」
1996年1月、バーゼル銀行監督委員会

信頼水準99%、保有期間10日のトレーディング損益に関する
VaR計測モデルに関する定量的基準

- ◆ VaRは日々計算しなければならない。
- ◆ 実効的な観測期間が最低1年でなければならない。
- ◆ ボラティリティが短期間に大きく上昇し、係る価格変動をより適切に反映させることが妥当と判断される場合、より短期の観測期間を用いることもある。



3. 「確率」を伴うリスク指標

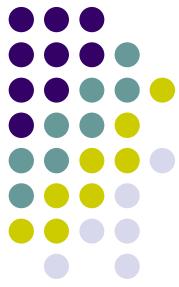
(1) VaR(バリュー・アット・リスク)

(2) VaR計測方法

(3) VaR計測の前提

(4) バックテストによる検証

(5) VaRの限界とストレステスト



(4) バックテストによる検証

- ◆ VaRは、過去の観測データから統計的手法を用いて計測された推定値。バックテストによる検証を要する。
- ◆ VaRの計測後、事後的にVaRを超過した損失の発生回数を調べる。
 - ⇒ VaR超過損失の発生が、信頼水準から想定される回数を大幅に上回っていないか。



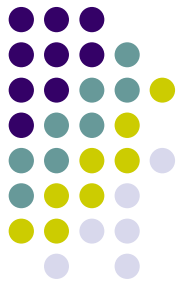
(参考)

「マーケット・リスクに対する所要自己資本算出に用いる内部モデル・アプローチにおいてバックテストングを利用するための監督上のフレームワーク」、1996年1月、バーゼル銀行監督委員会

- ◆ 信頼水準99%、保有期間10日のトレーディング損益に関するVaR計測モデルについて、250回のうち何回、VaRを超過する損失が発生したかで、その精度を評価する。

▽BISの3ゾーン・アプローチ

	超過回数	評 価
グリーン・ゾーン	0～4回 (2%未満)	モデルに問題がないと考えられる
イエロー・ゾーン	5～9回 (2%以上4%未満)	問題の存在が示唆されるが決定的ではない
レッド・ゾーン	10回以上 (4%以上)	まず間違いなくモデルに問題がある。



(参考)統計的検定(2項検定)

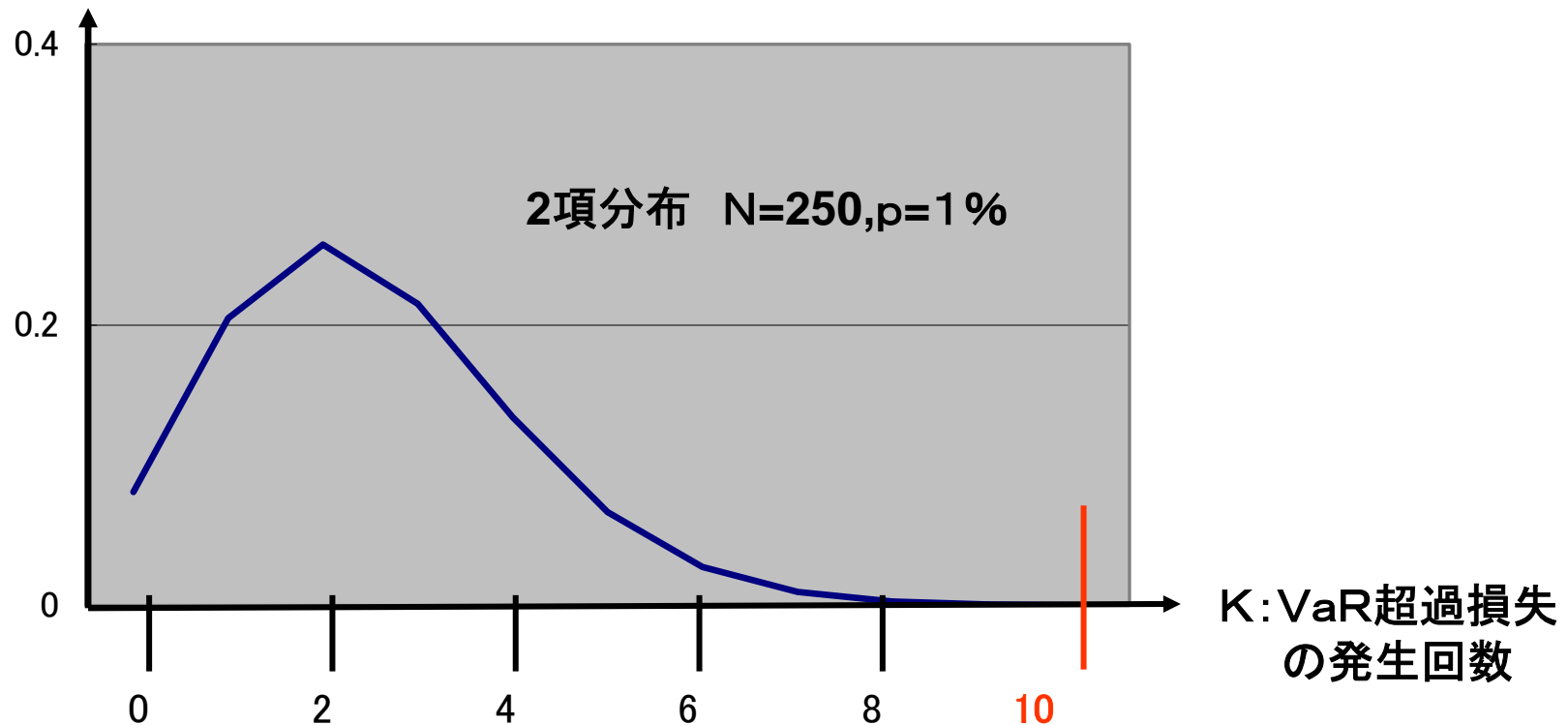
◆VaRを超過する損失が発生する回数(K)とその確率

VaRを超過する確率 $p = 1\%$

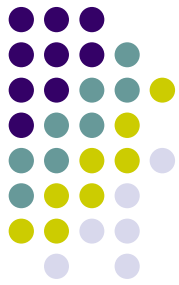
VaRを超過しない確率 $1 - p = 99\%$ (信頼水準)

VaRの計測個数 $N = 250$

発生確率 $f(K) = {}_{250}C_K (0.01)^K (0.99)^{250-K}$



(参考)統計的検定(2項検定)(続き)



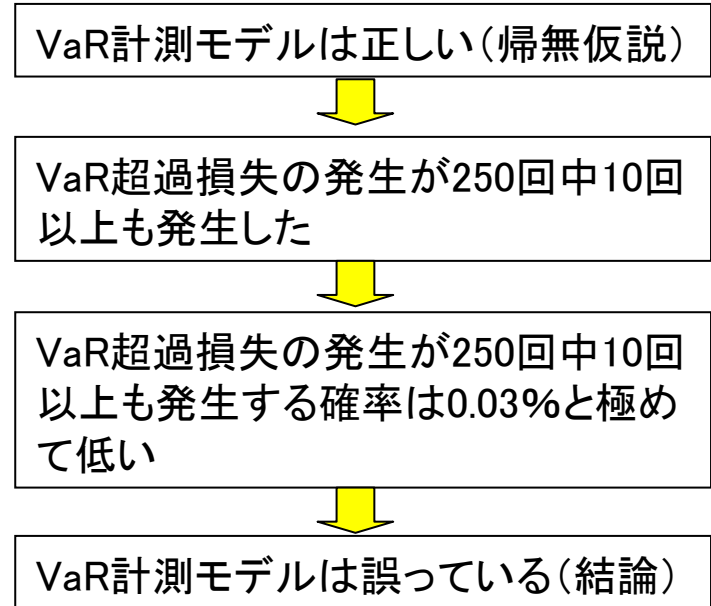
観測データ数	250	N回
信頼水準	99%	
1-信頼水準	1%	p%

N回の観測で、K回、VaRを超過する確率

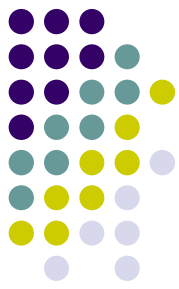
2項分布 ${}_N C_K p^K (1-p)^{N-K}$

VaR超過回数 (K回)	確率	VaR超過回数 (K回以上)	確率
0	8.11%	0回以上	100.00%
1	20.47%	1回以上	91.89%
2	25.74%	2回以上	71.42%
3	21.49%	3回以上	45.68%
4	13.41%	4回以上	24.19%
5	6.66%	5回以上	10.78%
6	2.75%	6回以上	4.12%
7	0.97%	7回以上	1.37%
8	0.30%	8回以上	0.40%
9	0.08%	9回以上	0.11%
10	0.02%	10回以上	0.03%
11	0.00%	11回以上	0.01%
12	0.00%	12回以上	0.00%
13	0.00%	13回以上	0.00%
14	0.00%	14回以上	0.00%
15	0.00%	15回以上	0.00%

「検定」の考え方とバックテスト



VaR超過損失が発生する原因・背景



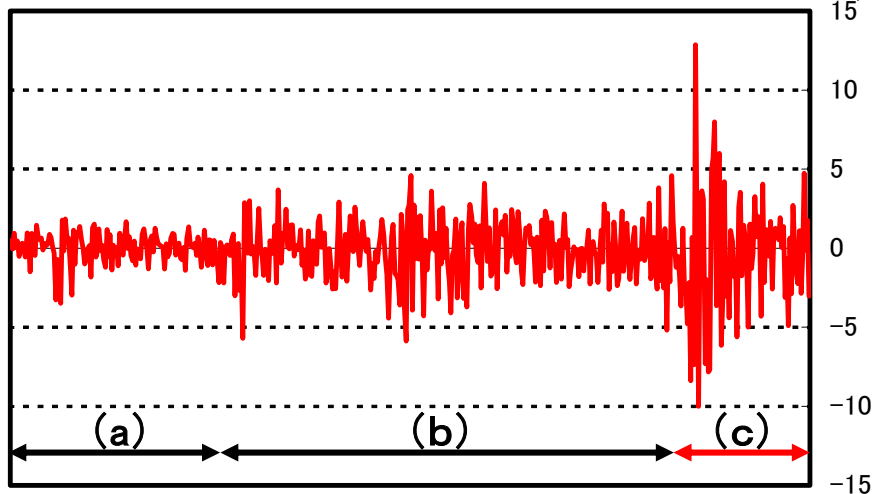
- ◆ VaR超過損失の事例を分析することで、①モデルの見直しや、②ストレス事象の洗出しに繋げる。
 - 観測データ数の不足
 - 観測データが不足すると、VaRは不安定化
 - 確率分布の仮定の問題
 - 実際の確率分布が仮定した分布よりもファットテイル
 - データにトレンド、自己相関がある
 - \sqrt{T} 倍ルールによる近似に限界
 - データの観測期間が不適切
 - 遠い過去のデータ(ボラティリティが小)の影響
 - データの更新頻度が不適切
 - データ更新後にボラティリティが増大
 - ストレス事象の発生
 - 観測期間で捉え切れない環境変化が発生し、リスクを過少推定
 - ✓ ストレス事象の原因・背景、そして特徴は何か
 - ✓ 将来の連続性との観点から、これからも続くか、特殊な事象か

(参考)最近の市場動向

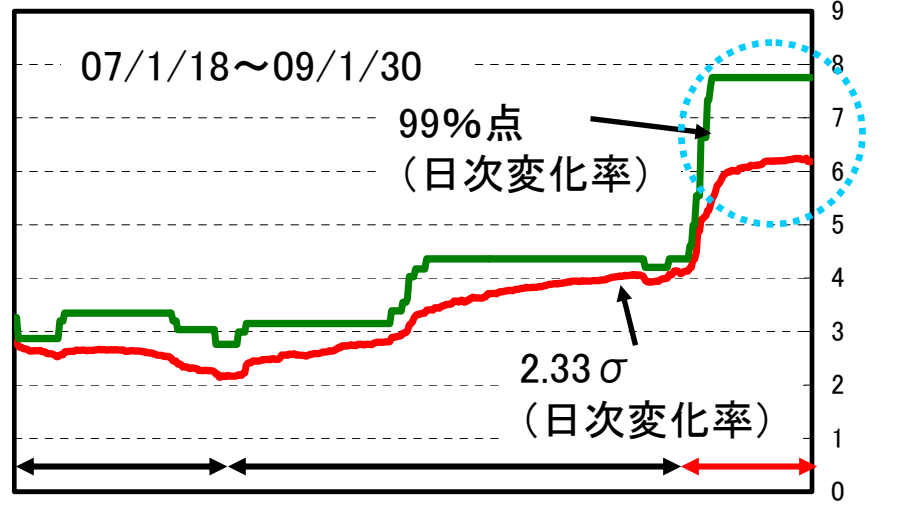


- ◆最近のTOPIX(500日間)をみると、07/夏頃からボラティリティが上昇みられ、08/10月以降はさらに上昇。ファットテイル性の強まりもみられる。

▼TOPIXの日次変化率(07/1/18~09/1/30)



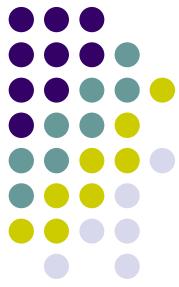
▼TOPIXのボラティリティ(観測期間250日)



▼TOPIXの日次変化率の標準偏差

(単位:%)

	07/1月~09/1月		
	07/1月~ 07/7月(a)	07/8月~ 08/9月(b)	08/10月~ 09/1月(c)
TOPIX	2.11	0.93	3.89



3. 「確率」を伴うリスク指標

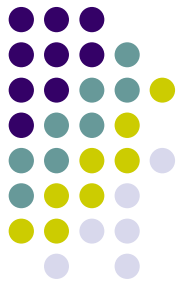
(1) VaR(バリュー・アット・リスク)

(2) VaR計測方法

(3) VaR計測の前提

(4) バックテストによる検証

(5) VaRの限界とストレステスト



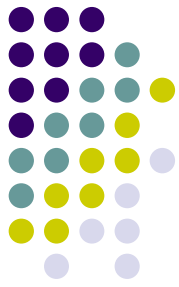
(5) VaRの限界とストレステスト

- ◆ VaRは、過去の観測データにもとづき、統計的手法により計測される推定値。
- ◆ VaRでは、観測期間に捉え切れなかったストレス事象の発生に備えることができない。
 - VaR計測モデルでは、これまでになく環境変化が起ると将来の予想損失を過少評価する可能性がある。
- ◆ VaRには限界があるため、それとは別にストレステストを行なうのが有用。



ストレステストの事例

	客観性重視	柔軟性重視
ストレシ シナリオ	<p>過去のショック時の市場変動・損失をそのまま利用</p> <p>(例)</p> <ul style="list-style-type: none">・サブプライム問題の表面化に伴う証券化商品の下落・リーマンショック以降の株価下落、為替変動・運用部ショック時の長期金利上昇・各リスクファクターの過去10年間の最大変動	<p>ありうる市場変動、損失等を自由に想定</p> <p>(例)</p> <ul style="list-style-type: none">・100BPの金利上昇・200BPの金利上昇・イールドカーブのスティープニング・イールドカーブのフラットニング・ボラティリティの増大・相関の非勘案



ストレステストの事例(続き)

株式投信100億円と10年割引国債のポートフォリオ

	VaR計測 信頼水準 (99%)	ストレステスト	
		TOPIX: ▲30% 金利: +100bp	TOPIX: ▲50% 金利 +200bp
株式投信 残高 100億円	32.28億円	30.00億円	50.00億円
10年割引国債 残高 100億円	7.46億円	9.32億円	17.69億円
ポートフォリオ全体	30.11億円 (相関考慮)	39.32億円 (単純合算)	67.69億円 (単純合算)

(注) VaR計測は分散共分散法(\sqrt{T} 倍法)。保有期間125日間、観測期間250日

- ◆ 経営体力の充実度検証等では、「VaR」と「ストレステスト」を突き合せ、ストレス状況下で自己資本がどの程度毀損するかを測った上で、どのような対応が可能か検討することが有用。



ストレス・テスト : 今後の課題

- ◆ これまでにない環境変化が起きた時、観測データを分析し、ストレス事象について、組織全体で認識を共有するための判断材料を提供することが重要。
- 以下の点が認識の共有を図る上でのポイント。
 - ✓ ストレス事象の原因・背景、そして特徴は何か
 - ✓ 将来との連続性の観点から、どの部分をストレス・シナリオに活かすか



- 本資料に記載している内容について、他の公表物に転載・複製する場合には、あらかじめ日本銀行金融機構局金融高度化センターまで連絡し、承諾を得て下さい
- 本資料に掲載されている情報の正確性については万全を期しておりますが、日本銀行金融機構局金融高度化センターは本資料の利用者が本資料の情報をを用いて行う一切の行為について、何ら責任を負うものではありません